



Σχολή
Ηλεκτρολόγων
Μηχανικών &
Μηχανικών
Υπολογιστών

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ- Η.Μ.Μ.Υ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ Ι

– ΤΗΛ 301

Ώρες που χρειάστηκαν για την συνολική υλοποίηση:15

Ομάδα 75:

Χρυσοφάκης Αντώνης 2015030116

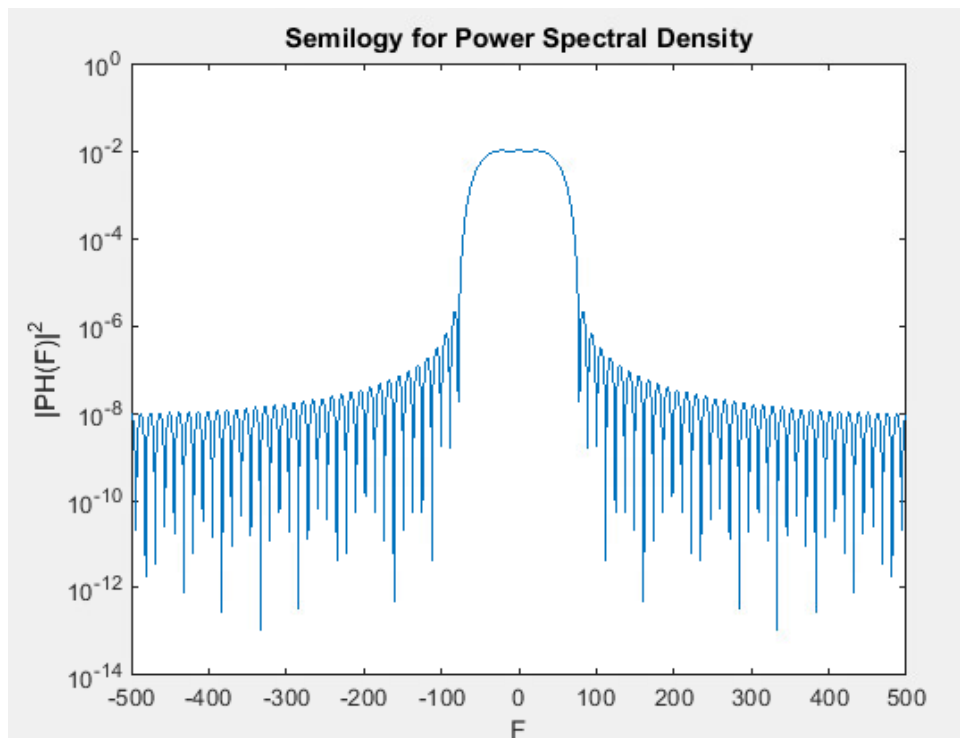
Τογρίδης Αλέξανδρος 2019030136

ΑΣΚΗΣΗ 2

Ερώτημα Α

A1 Υποερώτημα

A.1) Δημιουργούμε παλμό SRRC $\phi(t)$ με τιμές $T = 0.01$ sec, $\text{over} = 10$, $T_s = T/\text{over}$, $A = 4$ και $\alpha = 0.5$ με την χρήση της συνάρτησης `srcc_pulse()` που μας έχει δοθεί από την προηγούμενη. Μέσω των `fftshift` και `fft` υπολογίζουμε τον μετασχηματισμό Fourier της $\phi(t)$ και σχεδιάζουμε το μέτρο του.



```
% A1
over=10;
T=10^(-2);
Ts=T/over;
Fs=1/Ts;
a=1/2;
A=4;
Nf=2048;
F=-Fs/2:Fs/Nf:Fs/2-Fs/Nf;
[ph,t] = srrc_pulse(T,over,A,a);

phF=fftshift(fft(ph,Nf).*Ts);

figure()
p= semilogy(F,abs(phF).^2);
title('Semilogy for Power Spectral Density');
ylabel('|PH(F)|^2');
xlabel('F');
```

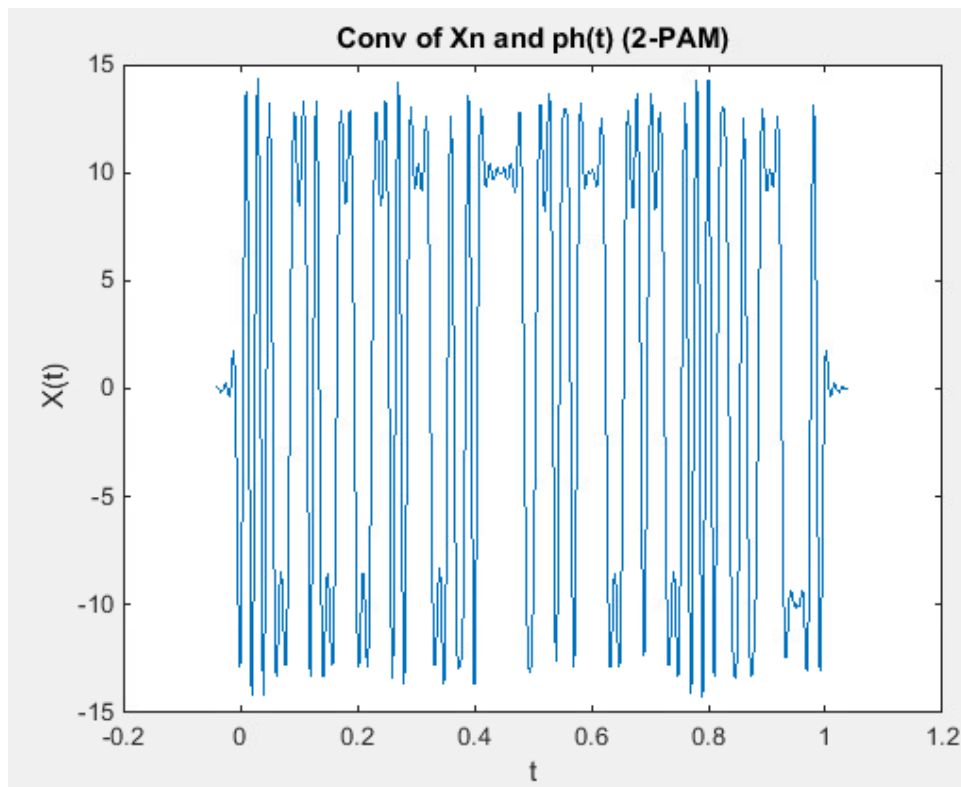
A2 Υποερώτημα

Πρώτα δημιουργήσαμε μια ακολουθία 100 τυχαίων ανεξάρτητων και ισοπίθανων bits χρησιμοποιώντας την απεικόνιση:

$$0 \longrightarrow +1,$$

$$1 \longrightarrow -1.$$

Όπως κάναμε και στην προηγούμενη εργασία μας. Με την χρήση της συνάρτησης `bits_to_2PAM` φτιάχνουμε την ακολουθία και στην συνέχεια με το `upsample` δημιουργούμε το σήμα x_N το οποίο χρησιμοποιούμε και στην συνέλιξη. Εκμεταλλευόμενοι την εντολή `convn` υπολογίζουμε την συνέλιξη του σήματος x_N και του παλμού από το προηγούμενο ερώτημα και ορίσαμε και τον χρόνο της συνέλιξης. Στο τέλος με την χρήση της εντολής `plot` εκτυπώσαμε το αποτέλεσμα όπως φαίνεται παρακάτω.



```

% A2
N=100;
bs = (sign (randn(N,1)) + 1)/2;
x = bits_to_2PAM(bs);
xN=(1/Ts)*upsample(x,over);
t_xN=(0:Ts:N/(1/T)-Ts);
%Υπολογίζουμε την συνέλιξη και δημιουργούμε τον άξονα του χρόνου
xconv=conv(ph,xN).*Ts;
tconv=t(1)+t_xN(1):Ts:t(end)+t_xN(end);

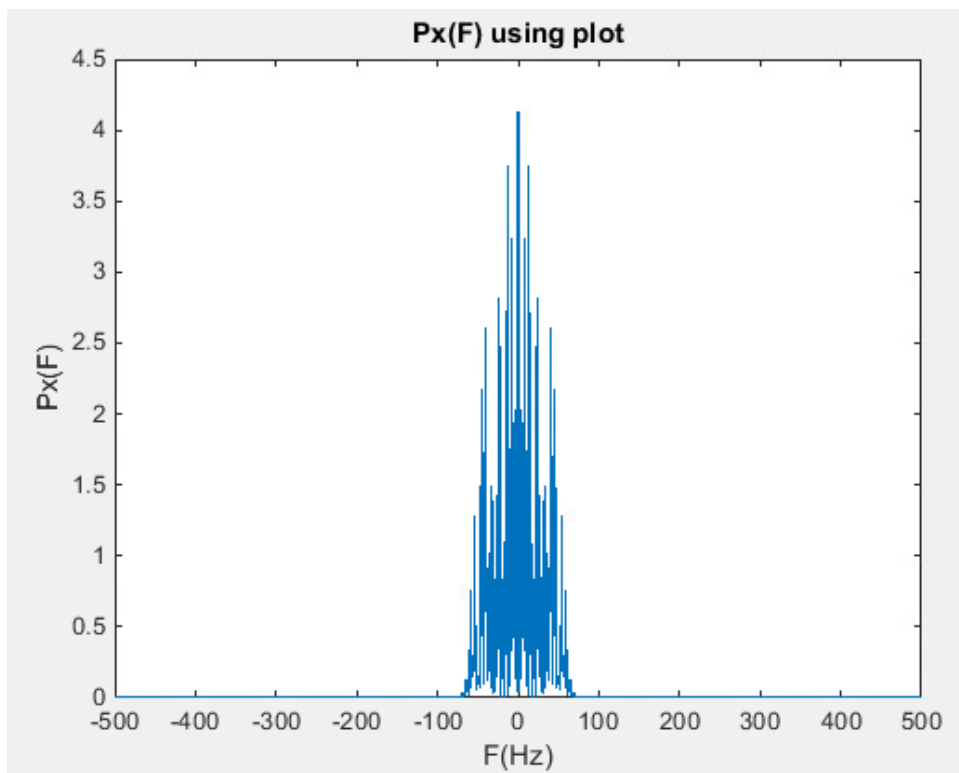
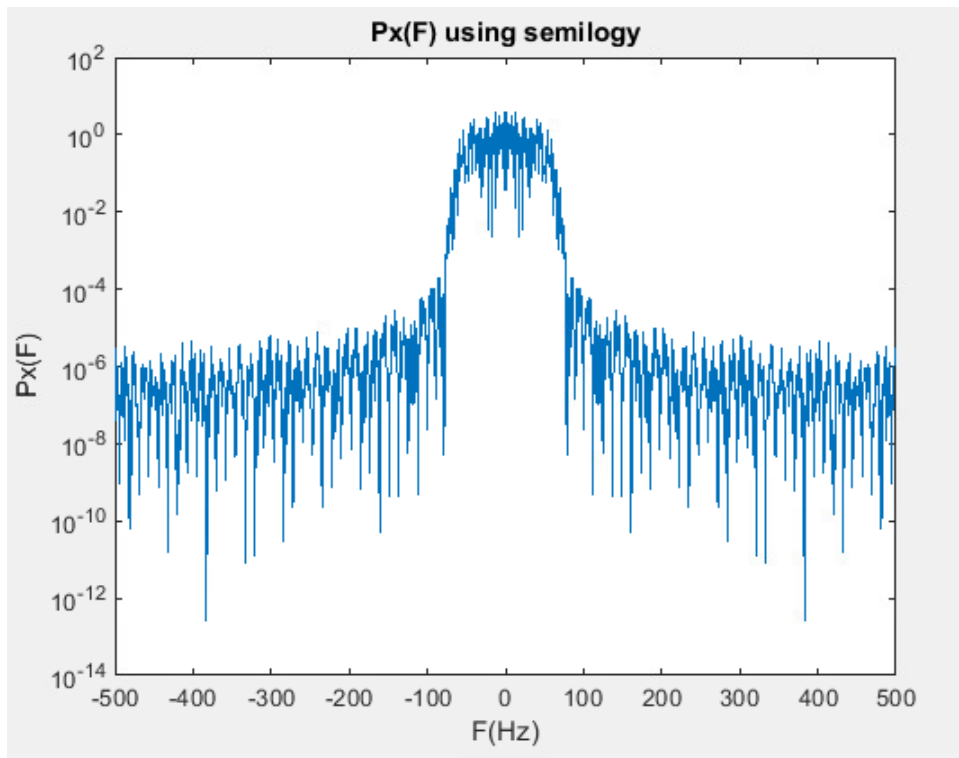
figure();
plot(tconv,xconv);
ylabel('X(t)');
xlabel('t');
title('Conv of Xn and ph(t) (2-PAM)');

```

A3 Υποερώτημα

A.3.1

Στην αρχή υπολογίσαμε τον συνολικό χρόνο της $X(t)$, δηλαδή της συνέλιξης και έπειτα με τις εντολές `fft` και `fftshift`, πραγματοποιήσαμε τον μετασχηματισμό Fourier της. Στη συνέχεια, υπολογίσαμε το περιοδόγραμμα σύμφωνα με τον τύπο που μας δίνεται και εμφανίσαμε το αποτέλεσμα με τη χρήση των συναρτήσεων `plot` και `semilogy`, χωριστά, με άξονα χ τη συχνότητα F από το ερώτημα A1. Τέλος, συμπεραίνουμε ότι για να μελετήσουμε τις τιμές της συνάρτησης $\Phi(F)^2$ εκεί που είναι πολύ μικρές, αρκεί να χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση `semilogy`.



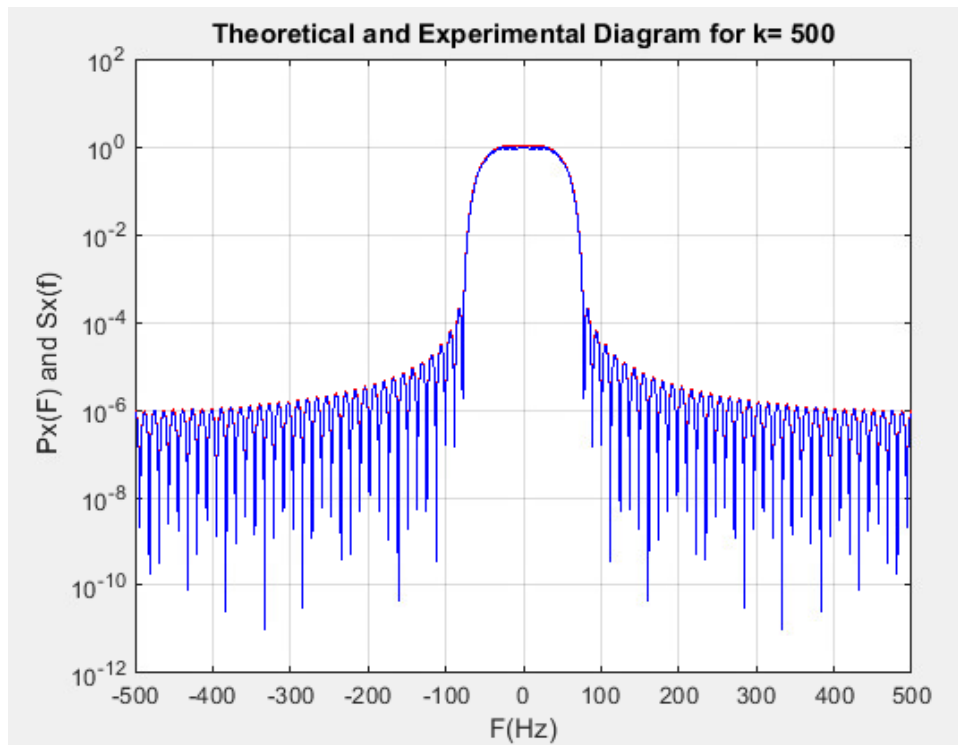
```

%A3.1
Ttotal=length(tcconv)*Ts;
%Μετασχηματισμός Fourier και δημιουργία της Px
Fx=fftshift(fft(xconv,Nf)*Ts);
Px=(abs(Fx).^2)/Ttotal;
%Εκτύπωση αποτελέσματος με την χρήση semilogy
figure()
semilogy(F,Px);
ylabel('Px(F)');
xlabel('F(Hz)');
title('Px(F) using semilogy');
%Εκτύπωση αποτελέσματος με τη χρήση plot
figure()
plot(F,Px);
ylabel('Px(F)');
xlabel('F(Hz)');
title('Px(F) using plot');

```

A.3.2

Χρησιμοποιήσαμε μια for loop ώστε να κάνουμε ενδεικτικά 500 υλοποιήσεις περιοδογραμμάτων και να υπολογίσουμε το μέσο αποτέλεσμά τους. Αρχικά, σε κάθε επανάληψη δημιουργείται μια νέα ακολουθία από bits με την απεικόνιση 2PAM (x_{test}). Στη συνέχεια, κάνουμε την συνέλιξη της με τον παλμό του ερωτήματος A1 και υπολογίζουμε τον χρόνο της συνέλιξης. Αφού υπολογίσουμε την συνολική διάρκεια της συνέλιξης, κάνουμε τον μετασχηματισμό Fourier της και υπολογίζουμε το περιοδόγραμμα ακριβώς όπως στο προηγούμενο ερωτήματος. Έπειτα, προσθέτουμε σε έναν πίνακα το τρέχον περιοδόγραμμα και επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία. Όταν τελειώσει η επαναληπτική δομή, υπολογίζουμε τον μέσο όρο του πίνακα P με το sum και διαιρούμε με τον αριθμό των επαναλήψεων. Σύμφωνα με τη θεωρία, υπολογίζουμε το θεωρητικό περιοδόγραμμα και εκτυπώνουμε θεωρητικά και πειραματικά αποτελέσματα σε κοινό semilogy με οριζόντιο άξονα τη συχνότητα F στα όρια του ερωτήματος A1. Μία πρώτη παρατήρηση είναι ότι η πειραματική υλοποίηση σχεδόν ταυτίζεται με την θεωρητική αλλά όχι απόλυτα.

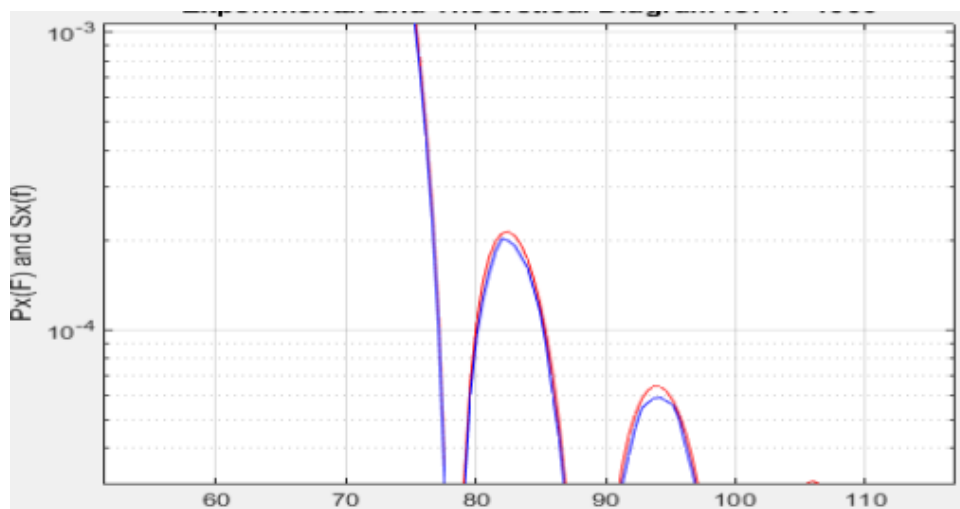


```
%A3.2
k=500;
%Επαναλαμβάνουμε κ φορές
for i=1:k
    b = (sign(randn(N,1))+1)/2;
    x_test = bits_to_2PAM(b);
    xn=(1/Ts)*upsample(x_test,over);
    x_conv_test=conv(ph,xn)*Ts;
    t_conv_test=t(1)+t_xN(1):Ts:t(end)+t_xN(end);
    len_t=length(t_conv_test)*Ts;
    Fx_test=fftshift(fft(x_conv_test,Nf)*Ts);
    Px=(abs(Fx_test).^2)/len_t;
    P(i,:)=Px;
end
%Υπολογίζουμε τον πειραματικό ΜΟ του αποτελέσματος
Pavg=sum(P)/k;

%Υπολογίζουμε την θεωρητική τιμή
Sx=(var(x)).*abs(phF).^2./T;
%Εμφανίζουμε τα αποτελέσματα σε ένα κοινό plot
figure()
semilogy(F,Sx,'red');
ylabel('Px(F) and Sx(f)');
xlabel('F(Hz)');
title(['Theoretical and Experimental Diagram for k= ',num2str(k)]);
grid on;
hold on;
semilogy(F,Pavg,'blue');
hold off;
```

A.3.3

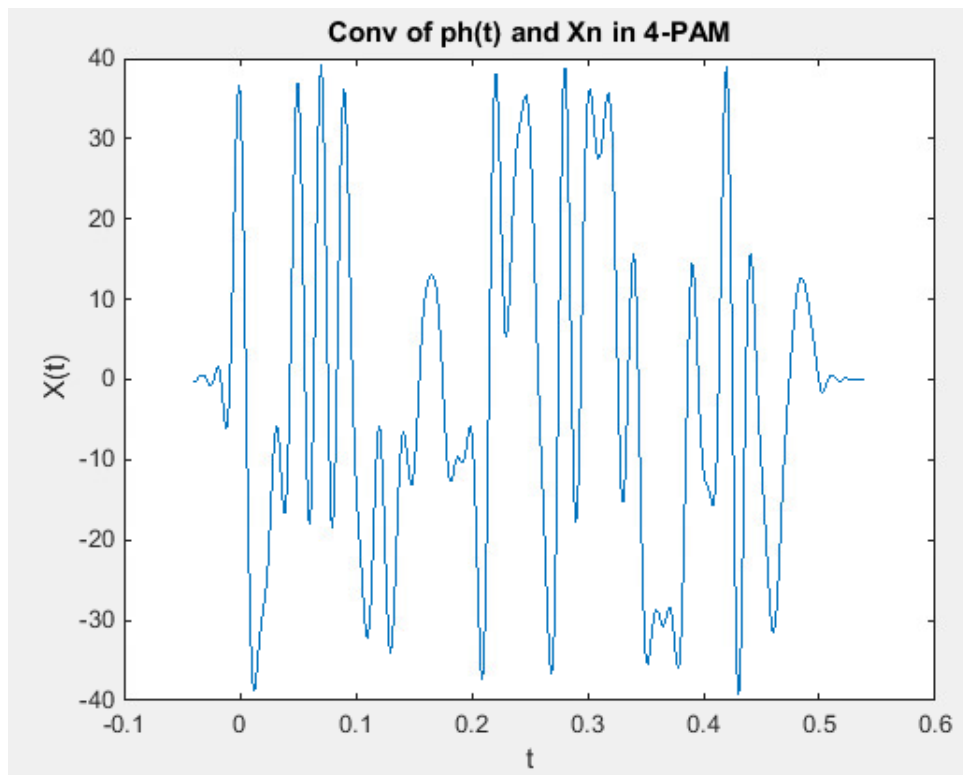
Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται ο αριθμός k η προσέγγιση μας γίνεται ακόμα καλύτερη καθώς όσο τα δείγματα αυξάνονται θα τείνουν όλο και περισσότερο προς τη μέση τιμή. Επιπροσθέτως, όταν αυξάνουμε το N πρέπει να προσέχουμε να αυξήσουμε και τα δείγματα της δειγματοληψίας (Nf) για να παρατηρήσουμε την αντίστοιχη βελτίωση της προσέγγισης. Με τη χρήση του εργαλείου Zoom In του Matlab βλέπουμε τα παρακάτω αποτελέσματα για $k=1000$:



A4 Υποερώτημα

A.4.1

Σε αυτό το ερώτημα χρησιμοποιήσαμε ακριβώς την ίδια λογική με το ερώτημα A2 απλά σε αυτή την περίπτωση έχουμε απεικόνιση σε 4-PAM, γιαυτό το λόγο δημιουργήσαμε την συνάρτηση `bits_to_4PAM` η οποία δέχεται δύο τυχαία bits (0 ή 1) και μας επιστρέφει το επιθυμητό αποτέλεσμα. Στη συνέχεια υπολογίσαμε την συνέλιξη με τον παλμό του ερωτήματος A1 όπως και τον άξονα του χρόνου. Τέλος σχεδιάσαμε σε ένα plot τα αποτελέσματα όπως φαίνονται παρακάτω.



```
%A4.1
%Δημιουργούμε το 4-PAM
N4=N/2;
b1s=(sign(randn(N4,1))+1)/2;
b2s=(sign(randn(N4,1))+1)/2;
x4=bits_to_4PAM(b1s,b2s);
xN4=(1/Ts)*upsample(x4,over);
t_xN4=(0:Ts:N4/(1/T)-Ts);
%Υπολογίζουμε την συνελιξη και δημιουργούμε τον άξονα του χρόνου
xconv=conv(ph,xN4).*Ts;
tconv=t(1)+t_xN4(1):Ts:t(end)+t_xN4(end);
%Εκτυπώνουμε τα αποτελέσματα
figure();
plot(tconv,xconv);
ylabel('X(t)');
xlabel('t');
title('Conv of ph(t) and Xn in 4-PAM');
```

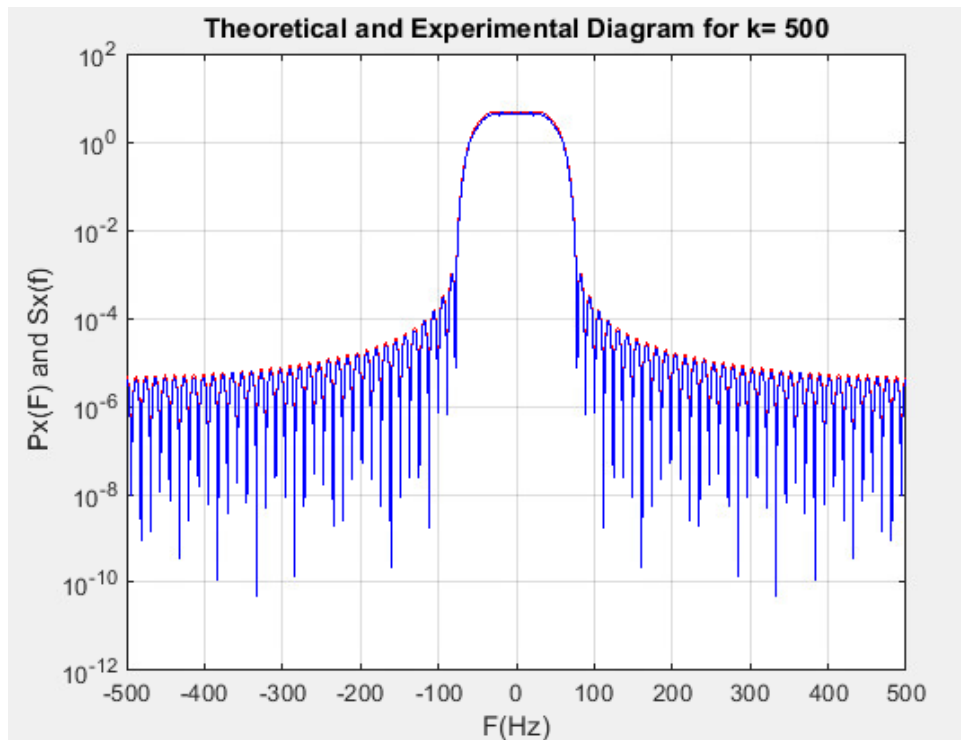
```

function [ x] = bits_to_4PAM( b1, b2 )
    for i=1:1:length(b1)
        if(b1(i)==0)
            if(b2(i)==0)
                x(i)=+3;
            else
                x(i)=+1;
            end
        else %Εδώ μπαίνει όταν b1==1
            if(b2(i)==0)
                x(i)=-3;
            else
                x(i)=-1;
            end
        end
    end
end
end

```

A.4.2

Βασισμένοι στον τρόπο υλοποίησης του δεύτερου μέρους του ερωτήματος A3, κάναμε ενδεικτικά 500 υλοποιήσεις περιοδογραμμάτων και υπολογίσαμε το μέσο αποτέλεσμά τους. Η μόνη διαφορά ήταν η ακολουθία 4-PAM αντί για 2-PAM όπου δείξαμε τον τρόπο υλοποίησης στο πρώτο μέρος του ερωτήματος A4. Έπειτα σχεδιάσαμε σε κοινό semilogy την πειραματική με την θεωρητική φασματική πυκνότητα ισχύος.



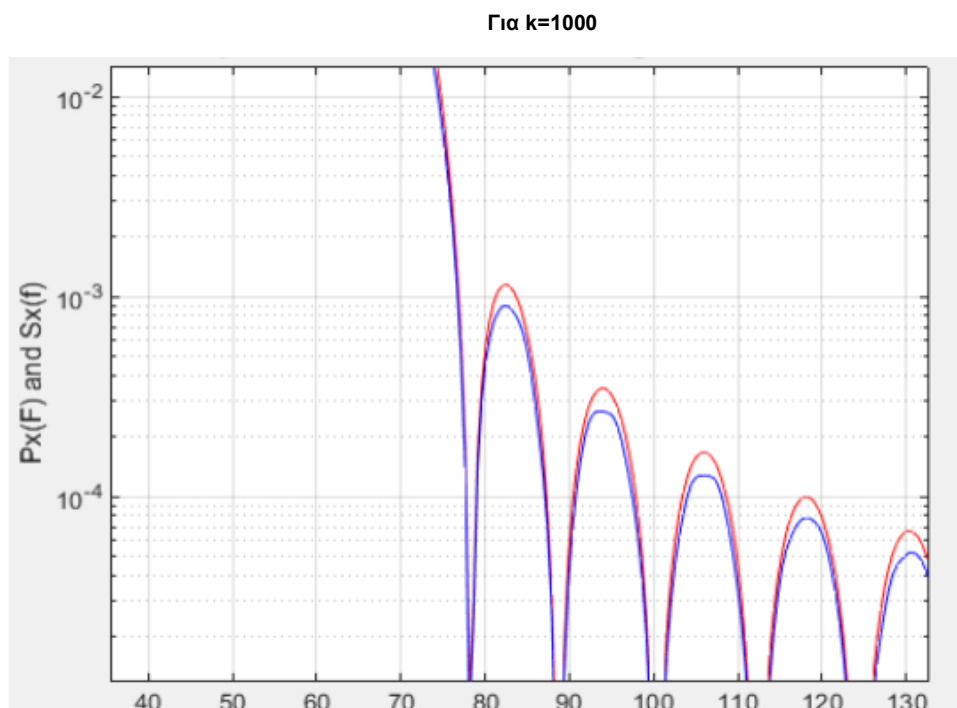
```
%A4.2
k=500;
%Επαναλαμβάνουμε κ φορές
for i=1:k
    b1=(sign(randn(N4,1))+1)/2;
    b2=(sign(randn(N4,1))+1)/2;
    x4_test=bits_to_4PAM(b1,b2);
    xn4=(1/Ts)*upsample(x4_test,over);
    x_conv_test4=conv(ph,xn4)*Ts;
    t_conv_test4=t(1)+t_xN4(1):Ts:t(end)+t_xN4(end);
    len_t4=length(t_conv_test4)*Ts;
    Fx4_test=fftshift(fft(x_conv_test4,Nf)*Ts);
    Px=(abs(Fx4_test).^2)/len_t4;
    P(i,:)=Px;
end
%Υπολογίζουμε τον πειραματικό ΜΟ του αποτελέσματος
Pavg=sum(P)/k;
```

```

%Υπολογίζουμε την θεωρητική τιμή
Sx=(var(x4)).*abs((phF).^2)./T;
%Εμφανίζουμε τα αποτελέσματα σε ένα κοινό plot
figure()
semilogy(F,Sx,'red');
ylabel('Px(F) and Sx(f)');
xlabel('F(Hz)');
title(['Theoretical and Experimental Diagram for k= ',num2str(k)]);
grid on;
hold on;
semilogy(F,Pavg,'blue');
hold off;

```

Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε μεγαλύτερη απόκλιση των δύο γραφικών παραστάσεων ως προς το πλάτος και τις διακυμάνσεις από ότι με την απεικόνιση 2-PAM, αλλά παραμένει αρκετά καλή προσέγγιση. Χρησιμοποιήσαμε ξανά το εργαλείο Zoom In ώστε να ελέγξουμε και το εύρος φάσματος, όπου εκεί δεν διαπιστώθηκε μεγάλη απόκλιση. Όπως και στο δεύτερο μέρος του ερωτήματος A3, παρατηρούμε ότι αν αυξήσουμε τον αριθμό των επαναλήψεων k τότε προσεγγίζουμε καλύτερα τη θεωρητική τιμή.



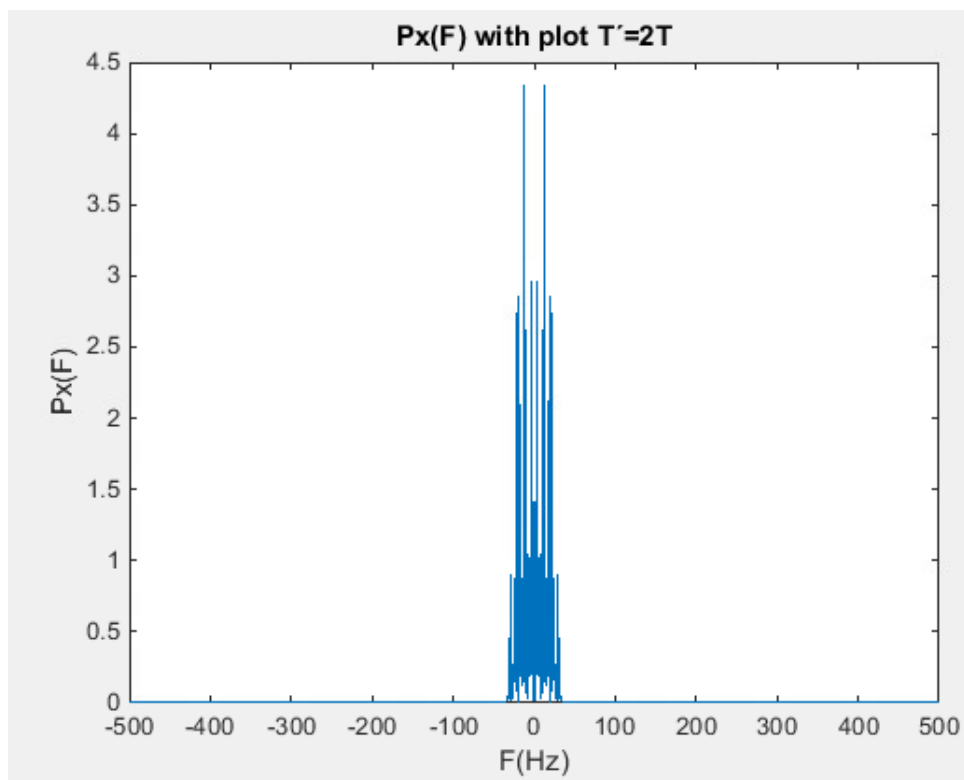
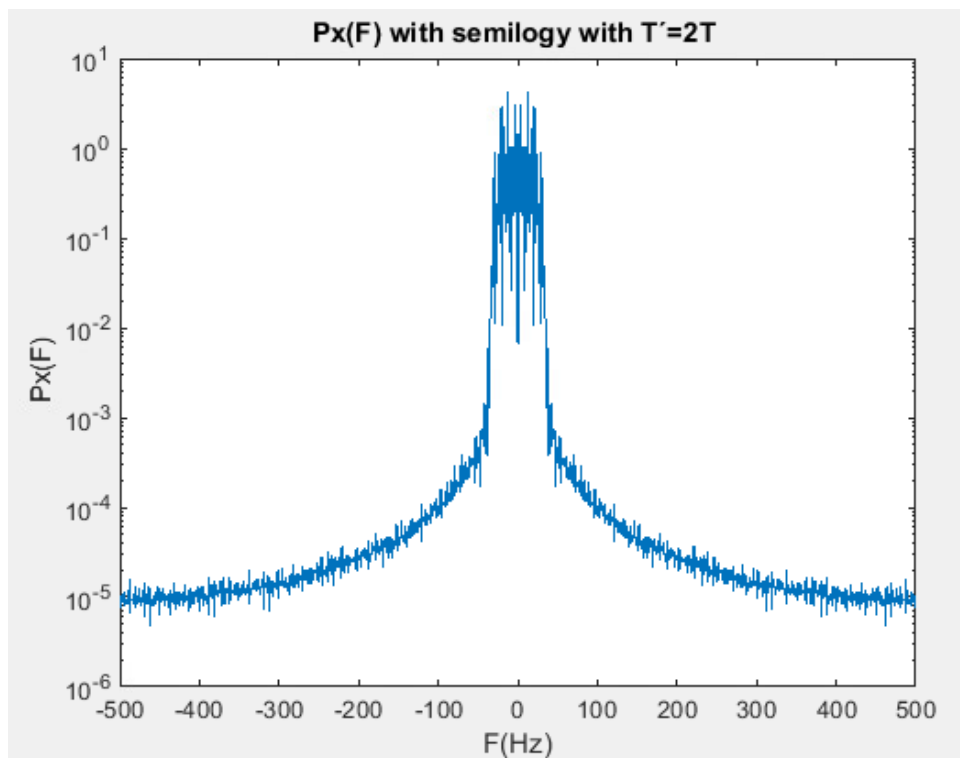
A.4.3

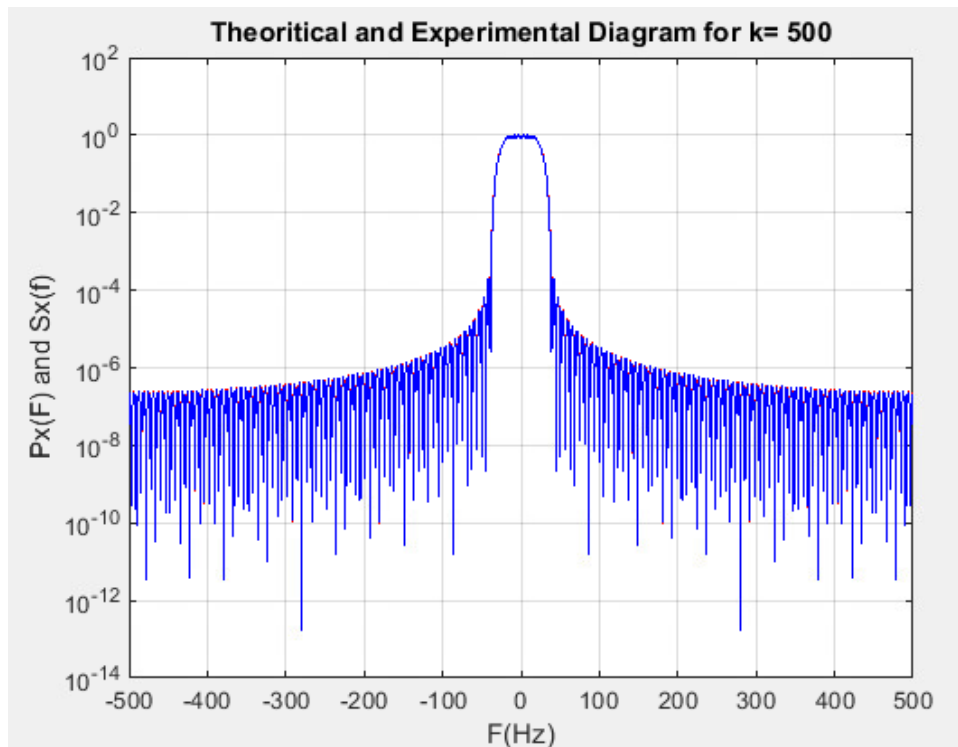
Αν συγκρίνουμε τα αποτελέσματα με την διαμόρφωση 2-PAM, παρατηρούμε ότι οι δύο διαμορφώσεις έχουν ίδιο θεωρητικό εύρος φάσματος και αυτό οφείλεται στον τύπο $BW=(1+\alpha)/2T$ για μία σταθερή περίοδο T .

Επιπλέον, η 4-PAM έχει πολύ μεγαλύτερη τιμή από την 2-PAM. Επομένως, είναι αναμενόμενο η φασματική πυκνότητα του $X(t)$ του ερωτήματος A4 να έχει μεγαλύτερο πλάτος από την αντίστοιχη φασματική πυκνότητα για το ερώτημα A2.

A5 Υποερώτημα

Ουσιαστικά αντιγράφουμε τον κώδικα των προαναφερόμενων ερωτημάτων. Να επισημάνουμε πως μοναδική αλλαγή είναι ο διπλασιασμός της περιόδου ($T_5=2*T$) και του over ($over_5=2*over$). Επιπλέον αναγκαστικά πρέπει να αυξήσουμε το N_f ώστε να μην παρουσιάζεται απόκλιση κατά τη σύγκριση πειραματικού και θεωρητικού περιόδογράμματος. Συνοπτικά, αφού ορίσουμε τον νέο παλμό (p_h), χρησιμοποιούμε την ακολουθία 2-PAM (x) και δημιουργούμε την συνέλιξη με τον παλμό. Έπειτα σχεδιάζουμε με plot και semilogy ένα περιοδόγραμμα της φασματικής πυκνότητας ισχύος της συνέλιξης. Παρατηρούμε τα αποτελέσματα στις δύο πρώτες παρακάτω εικόνες. Έπειτα απλά επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία για 500 φορές για διαφορετικές υλοποιήσεις της $X(t)$ (μεταβλητή x_h) και σχεδιάζουμε την πειραματική φασματική πυκνότητα ισχύος σε κοινό semilogy με την θεωρητική.





```
% A5
N=100;
over_5=2*over;
T_5=2*T;
Nf=4096;
F=-Fs/2:Fs/Nf:Fs/2-Fs/Nf;
[ph,t] = srirc_pulse(T_5,over_5,A,a);
phF=fftshift(fft(ph,Nf).*Ts);
xN=(1/Ts)*upsample(x,over_5);
t_xN=(0:Ts:N/(1/T_5)-Ts);
%Υπολογίζουμε την συνελιξη και δημιουργούμε τον άξονα του χρόνου
x_conv=conv(ph,xN).*Ts;
t_conv=t(1)+t_xN(1):Ts:t(end)+t_xN(end);

Ttotal=length(t_conv)*Ts;
%Μετασχηματισμος Fourier και δημιουργία της Px
Fx=fftshift(fft(x_conv,Nf).*Ts);
Px=(abs(Fx).^2)/Ttotal;
%Εκτυπώνουμε τα αποτελέσματα με semilogy
figure()
semilogy(F,Px);
ylabel('Px(F)');
xlabel('F(Hz)');
title('Px(F) with semilogy with T'=2T ');
%Εκτυπώνουμε τα αποτελέσματα με plot
figure()
plot(F,Px);
ylabel('Px(F)');
```

```

xlabel('F(Hz)');
title('Px(F) with plot T'=2T');
k=500;
%Επαναλαμβάνουμε κ φορές
] for i=1:k
    b = (sign(randn(N,1))+1)/2;
    x_test = bits_to_2PAM(b);
    xn=(1/Ts)*upsample(x_test,over_5);
    x_conv_test=conv(ph,xn)*Ts;
    Fx_test=fftshift(fft(x_conv_test,Nf)*Ts);
    Px=(abs(Fx_test).^2)/Ttotal;
    P(i,:)=Px;
end

%Υπολογίζουμε τον πειραματικό ΜΟ του αποτελέσματος
Pavg=sum(P)/k;
%Υπολογίζουμε την θεωρητική τιμή
Sx=(var(x)).*abs((phF).^2)./T_5;
%Εμφανίζουμε τα αποτελέσματα σε ένα κοινό plot
figure()
semilogy(F,Sx,'red');
ylabel('Px(F) and Sx(f)');
xlabel('F(Hz)');
title(['Theoritcal and Experimental Diagram for k= ',num2str(k)]);
grid on;
hold on;
semilogy(F,Pavg,'blue');
hold off;

```

Γνωρίζουμε από την θεωρία ότι για το εύρος φάσματος ισχύει ότι $BW=(1+\alpha)/2T$. Άρα είναι λογικό το εύρος φασμάτων των κυματομορφών του συγκεκριμένου ερωτήματος να είναι μικρότερο από αυτό του ερωτήματος Α3, καθώς με διπλασιασμό της περιόδου έχουμε υποδιπλασιασμό του εύρους φάσματος.

Α6 Υποερώτημα

Αν θέλαμε να στείλουμε όσο το δυνατό ταχύτερα τα δεδομένα μας και έχοντας διαθέσιμο το ίδιο εύρος φάσματος θα επιλέγαμε 4-PAM αφού έτσι θα στείλουμε περισσότερα bits πληροφορίας στον ίδιο χρόνο που θα χρειαζόμασταν αν χρησιμοποιούσαμε 2-PAM για λιγότερα bits.

Εάν το διαθέσιμο εύρος φασμάτων ήταν πολύ ακριβό, θα προτιμούσαμε περίοδο συμβόλου $T'=2T$ καθώς έτσι μειώνεται το απαιτούμενο εύρος φάσματος. Αυτό προκύπτει από την γνωστή μας σχέση $BW=(1+\alpha)/2T$.

Ερώτημα Β

B2 Υποερώτημα

Υπολογίσαμε τις ποσότητες $E[Y(t)]$ και $E[Y(t+\tau)Y(t)]$:

$$\begin{aligned} E[Y(t)] &= E[X(t) \cos(2\pi f_0 t + \Theta)] = E[X(t)]E[\cos(2\pi f_0 t + \Theta)] = 0 \\ E[Y(t+\tau)Y(t)] &= E[X(t+\tau) \cos(2\pi f_0(t+\tau) + \Theta) Q(t) \cos(2\pi f_0 t + \Theta)] \\ &= E[X(t+\tau)X(t)] \cos(2\pi f_0(t+\tau) + \Theta) \cos(2\pi f_0 t + \Theta) \\ &= R_{XX}(t+\tau, t) \cos(2\pi f_0(t+\tau) + \Theta) \cos(2\pi f_0 t + \Theta) \end{aligned}$$

Στην συνέχεια εξετάζουμε την συνάρτηση αυτοσυσχέτισης για να δούμε εάν είναι κυκλοστάσιμη:

$$\begin{aligned} R_{XX}(t+\tau+T, t+T) &= A^2 \sigma_X^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t+\tau+T-nT)g(t+T-nT) \\ &= A^2 \sigma_X^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t+\tau-(n-1)T)g(t-(n-1)T) = R_{XX}(t+\tau, t) \end{aligned}$$

Άρα η $Y(t)$ είναι κυκλοστάτιμη υπό την ευρεία έννοια.

B3 Υποερώτημα

Στην συνέχεια υπολογίζουμε την φασματική πυκνότητα ισχύος της $Y(t)$ συναρτήσει της $S_X(F)$ και της συχνότητας διαμόρφωσης.

$$R_Y(\tau) = \frac{1}{T_0} \int R_{YY}(t+\tau, t) dt$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2T_0} \int R_X(\tau) \cos(2\pi f_0(2t + \tau) + 2\Theta) dt + \frac{1}{T_0} \int R_X(\tau) \cos(2\pi f_0 t) dt \\
&= \frac{1}{2} \int R_X(\tau) \cos(2\pi f_0 t)
\end{aligned}$$

$$\text{Επειδή } \int R_X(\tau) \cos(2\pi f_0(2t + \tau) + 2\Theta) dt = 0$$

$$\text{'Αρα } S_Y(F) = F\{R_Y(\tau)\} = F\{12R_X(\tau) \cos(2\pi f_0 t)\} = \frac{1}{4}[S_X(F + F_0) + S_X(F - F_0)].$$