



Σχολή
Ηλεκτρολόγων
Μηχανικών &
Μηχανικών
Υπολογιστών

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ-
Η.Μ.Μ.Υ - Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος

Ομάδα 65:
Χρυσοφάκης Αντώνης 2015030116

Εργαστήριο 1

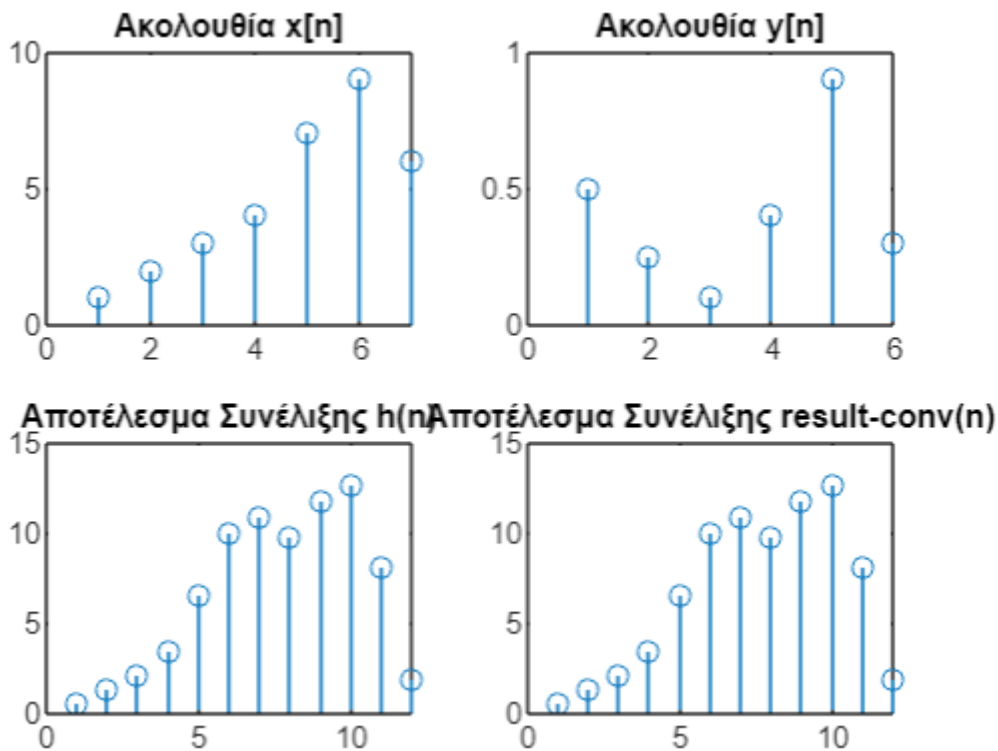
ΑΣΚΗΣΗ 1

ΕΡΩΤΗΜΑ Α

Για την υλοποίηση του συγκεκριμένου ερωτήματος δημιουργήσαμε δύο διακριτές πεπερασμένες ακολουθίες τις οποίες και συνελίξαμε με τη χρήση της σχέσης:

$$h(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)y(n-k). \text{ Οι ακολουθίες που ορίσαμε είναι οι } x, y \text{ και ο υπολογισμός της}$$

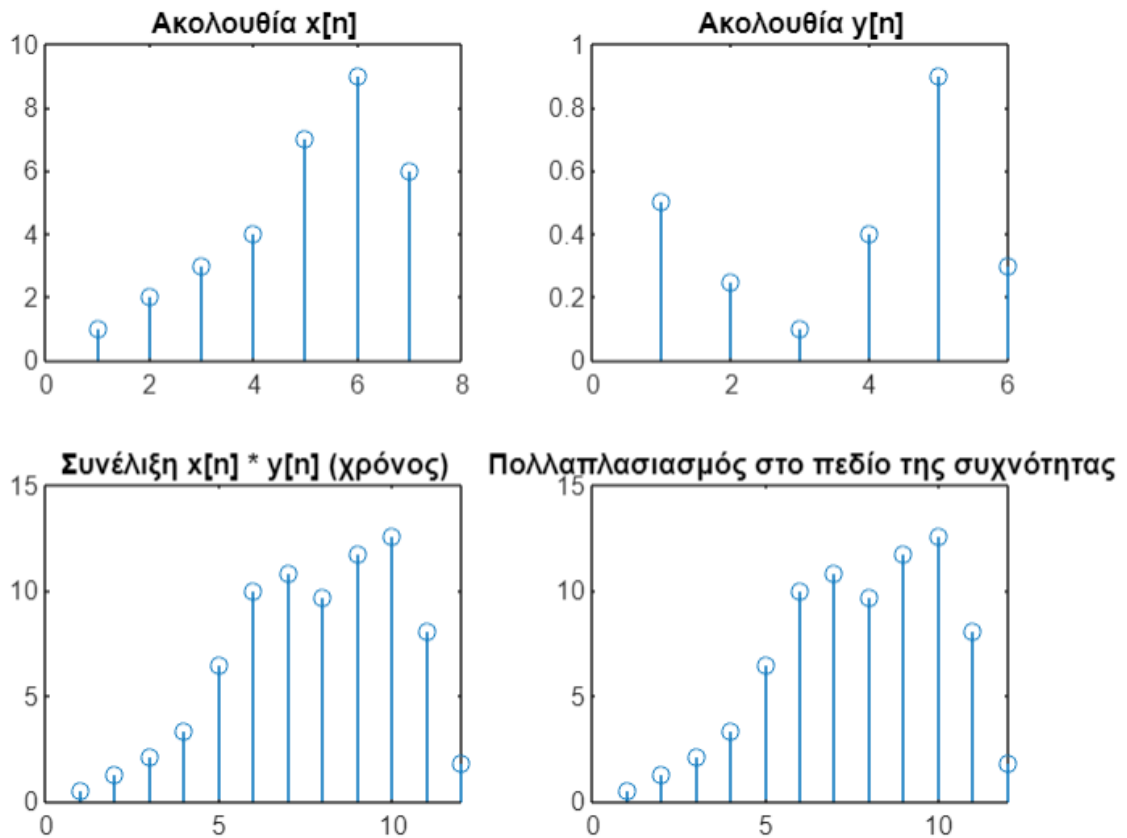
γραμμικής συνέλιξης γίνεται χρησιμοποιώντας δύο βρόγχους for. Το αποτέλεσμα αποθηκεύεται στο διάνυσμα h. Στη συνέχεια χρησιμοποιήσαμε την έτοιμη συνάρτηση con που μας παρέχει η matlab κάναμε ξανά τη συνέλιξη των δύο ακολουθιών και αποθηκεύσαμε το αποτέλεσμα στην result_con την οποία και συγκρίναμε με την h ακολουθία. Επίσης η χρήση της εντολής disp μας βοηθάει να δούμε με το μάτι τις τιμές των δύο ακολουθιών στο command window για να γίνει πιο εύκολη η επιβεβαίωση ότι οι ακολουθίες ταυτίζονται. Παρακάτω φαίνονται τα σχετικά διαγράμματα:



εικόνα 1.Α

ΕΡΩΤΗΜΑ Β

Για να αποδείξουμε την ιδιότητα ότι η συνέλιξη στο πεδίο του χρόνου είναι ίση με τον πολλαπλασιασμό στο πεδίο της συχνότητας, χρησιμοποιούμε τις δύο διακριτές, πεπερασμένες ακολουθίες που δημιουργήσαμε προηγουμένως (x,y). Με την εντολή FFT βρίσκουμε το μετασχηματισμό Fourier τις καθεμίας και τις πολλαπλασιάζουμε μεταξύ τους, το αποτέλεσμα αποθηκεύεται στη conv_freq. Έτσι πλέον μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι η result_conv(συνέλιξη στο χρόνο) και η conv_freq(πολλαπλασιασμός στην συχνότητα) ισούνται με τη χρήση της συνάρτησης stem και της εντολής disp όπως φαίνεται και στην παρακάτω εικόνα.



εικόνα 1.Β

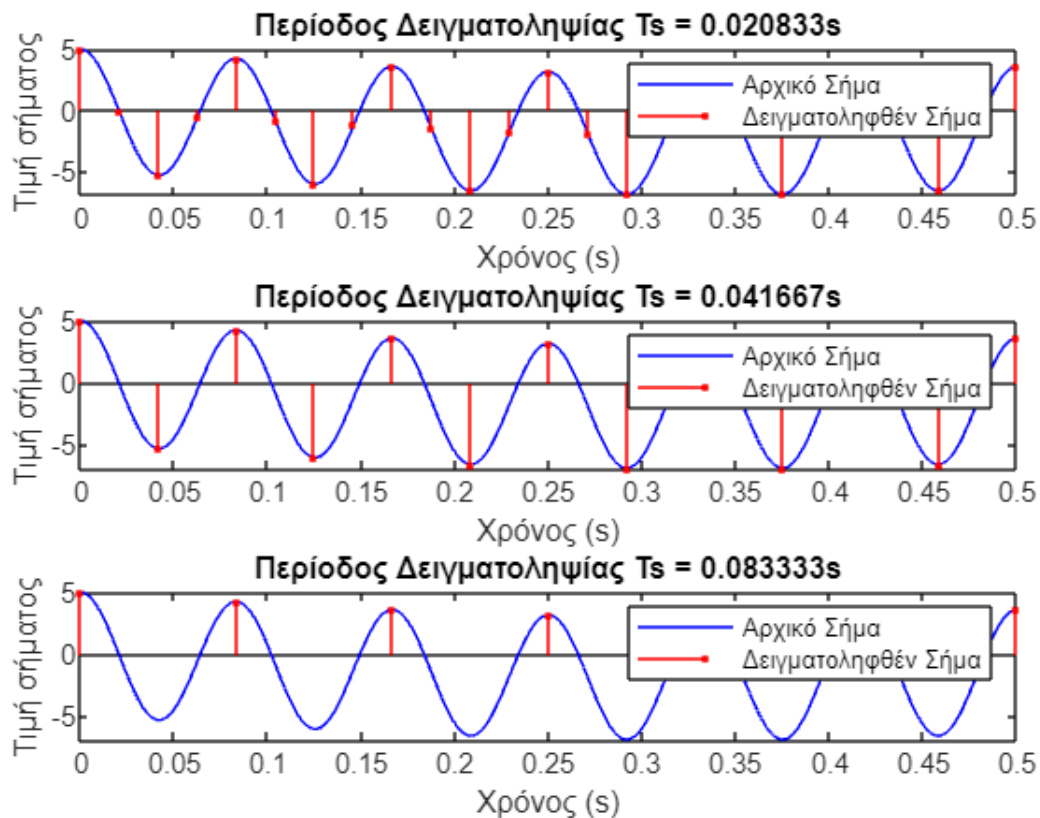
ΑΣΚΗΣΗ 2

Σε αυτήν την άσκηση έχουμε το σήμα $x(t) = 5\cos(24\pi t) - 2\sin(1.5\pi t)$ το οποίο μας ζητείται να μετατρέψουμε σε $X(f)$ και να βρούμε τη συχνότητα Nyquist του σήματος:

Η συχνότητα Nyquist του συγκεκριμένου σήματος είναι $2 \cdot f_{\max} = 2 \cdot 12 \text{ Hz} = 24 \text{ Hz}$ και για να μετατρέψουμε σε $X(f)$ χρησιμοποιούμε τον μετασχηματισμό Fourier που θα είναι:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

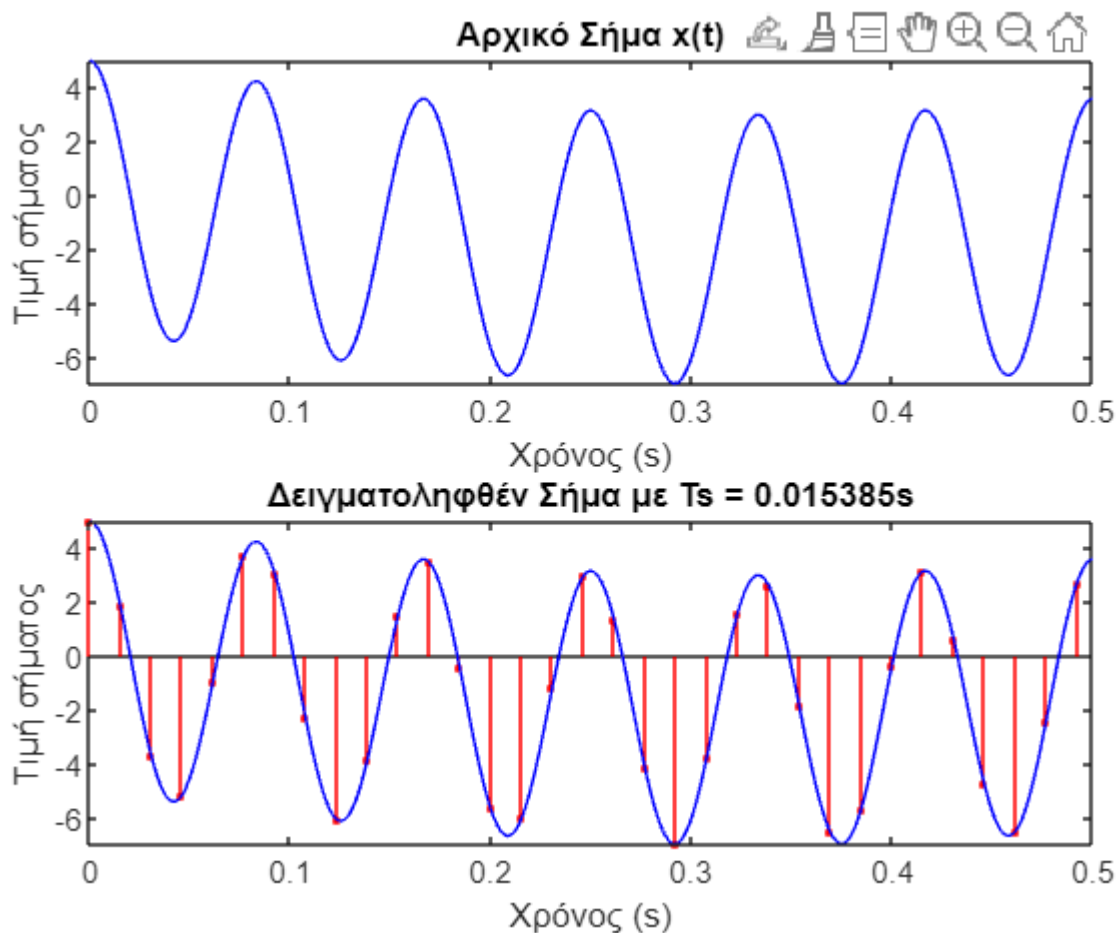
Έπειτα προχωρήσαμε σε δειγματοληψία του σήματος με α) $T_s = 1/48 \text{ s}$ β) $T_s = 1/24 \text{ s}$ και γ) $T_s = 1/12 \text{ s}$. Για κάθε περίοδο δειγματοληψίας παρουσιάζεται παρακάτω το σήμα πριν και μετά την δειγματοληψία πάνω σε κοινό γράφημα με το αρχικό μας σήμα.



εικόνα 2.Α

Αυτό που μπορούμε εύκολα να διακρίνουμε είναι ότι η περίοδος δειγματοληψίας επηρεάζει την ανακατασκευή του σήματος. Όσο πιο μικρή είναι η περίοδος δειγματοληψίας (μεγαλύτερο δείγμα), τόσο περισσότερες λεπτομέρειες διατηρούνται στο αρχικό σήμα. Επίσης για την περίοδο $T_s = 1/12s$ παρατηρούμε ότι η συχνότητα δειγματοληψίας είναι μικρότερη από τη διπλασιασμένη συχνότητα Nyquist (24Hz), τότε παρουσιάζεται φαινόμενο που ονομάζεται "υποδειγματοληψία" ή "aliasing." Αυτό το φαινόμενο οφείλεται στο γεγονός ότι δεν επαρκεί αριθμός δειγμάτων για να αντιπροσωπεύσει την υψηλή συχνότητα του σήματος, και ως αποτέλεσμα παρατηρούνται αλλοιώσεις στην αναπαράσταση του.

Τέλος για $T_s = 1/65s$ όπου το 65 είναι ο αριθμός της ομάδας μου στο eclass ξανακαναμε δειγματοληψία του σήματος και πήραμε τα παρακάτω αποτελέσματα, όπου παρατηρούμε ότι η μορφή του αποτελέσματος είναι αποδεκτή αφού η συχνότητα δειγματοληψίας που προκύπτει είναι μεγαλύτερη από την διπλάσια συχνότητα Nyquist. Επίσης είναι φανερό πως σε αυτή την περίπτωση έχουμε ακόμα καλύτερα αποτελέσματα στην δειγματοληψία μας αφού δουλεύουμε με ακόμα μικρότερο T_s .

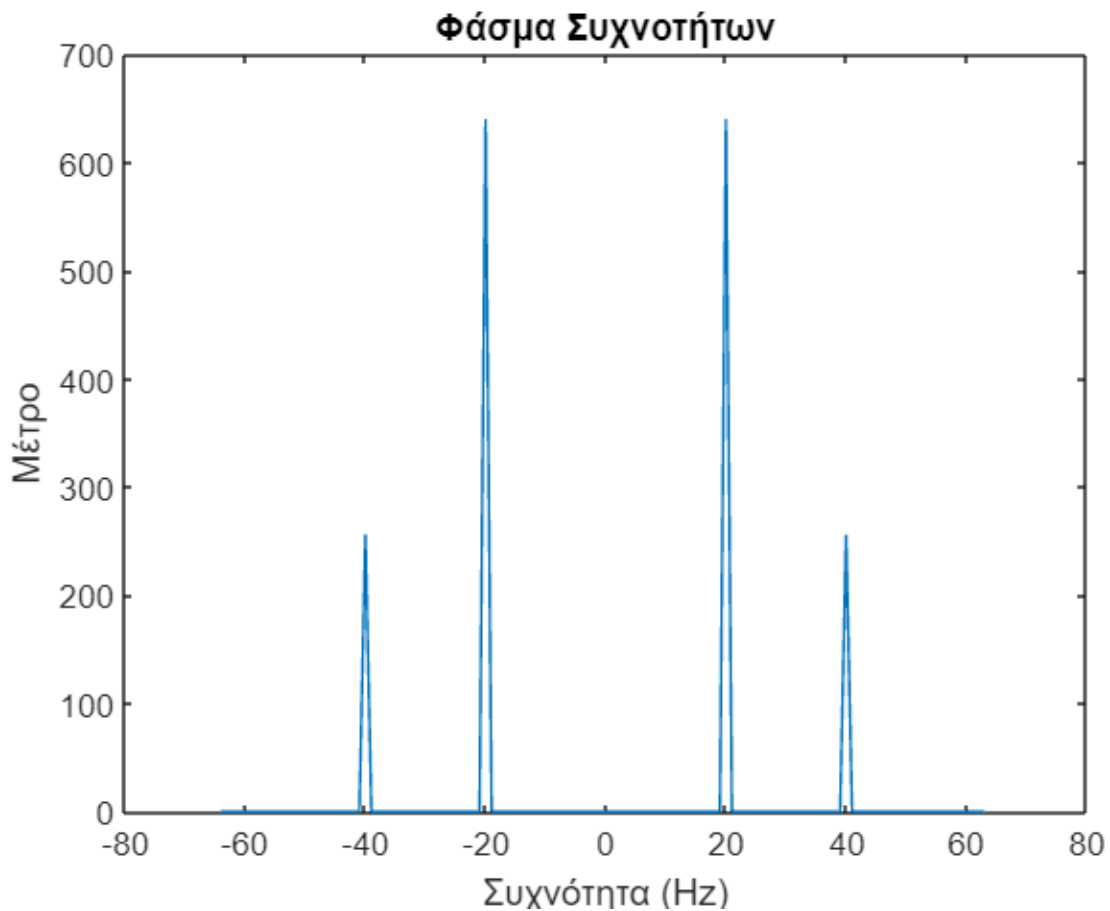


εικόνα 2.B

ΑΣΚΗΣΗ 3

ΕΡΩΤΗΜΑ Α

Για την επίλυση αυτού του ερωτήματος επιλέξαμε να δουλέψουμε με συχνότητα δειγματοληψίας ίση με 128Hz η οποία είναι μεγαλύτερη από την διπλάσια συχνότητα Nyquist($2 \cdot 40\text{Hz}$) για να αποφύγουμε το φαινόμενο της επικάλυψης(aliasing). Στη συνέχεια δημιουργούμε ένα διάνυσμα χρόνου (t) με 128 δείγματα και διάρκεια 1 δευτερολέπτου. Πλέον μπορούμε να δημιουργήσουμε το φάσμα του σήματος $x(t)$ χρησιμοποιώντας τη μετασχηματισμένη Fourier. Η συχνότητα δειγματοληψίας είναι 128 Hz και οι χρήσιμες συχνότητες θα βρίσκονται στο διάστημα $[-40, 40 \text{ Hz}]$. Το αποτέλεσμα φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:

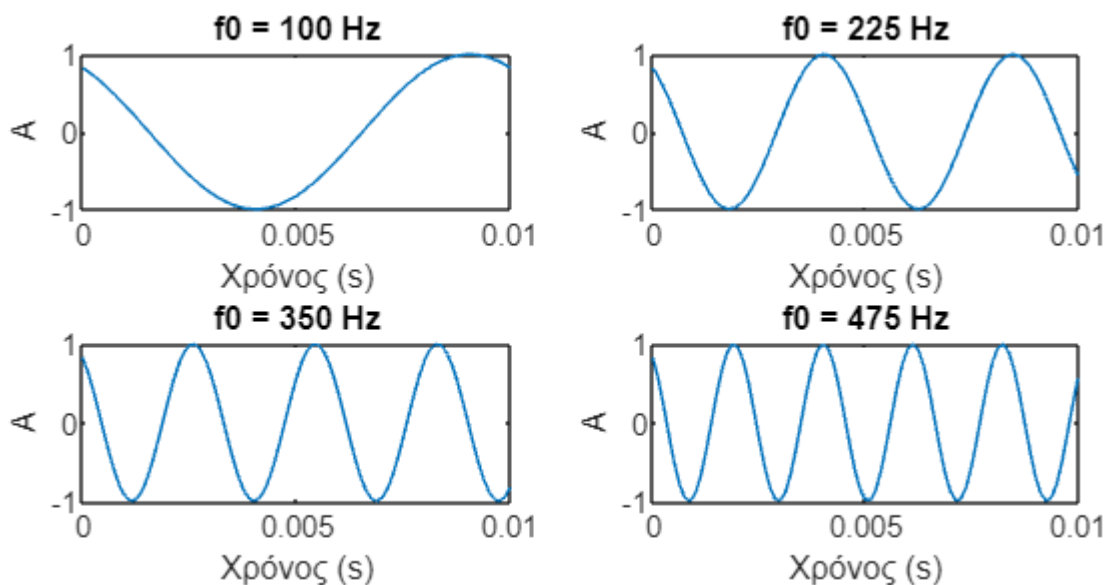


εικόνα 3.Α

ΕΡΩΤΗΜΑ Β

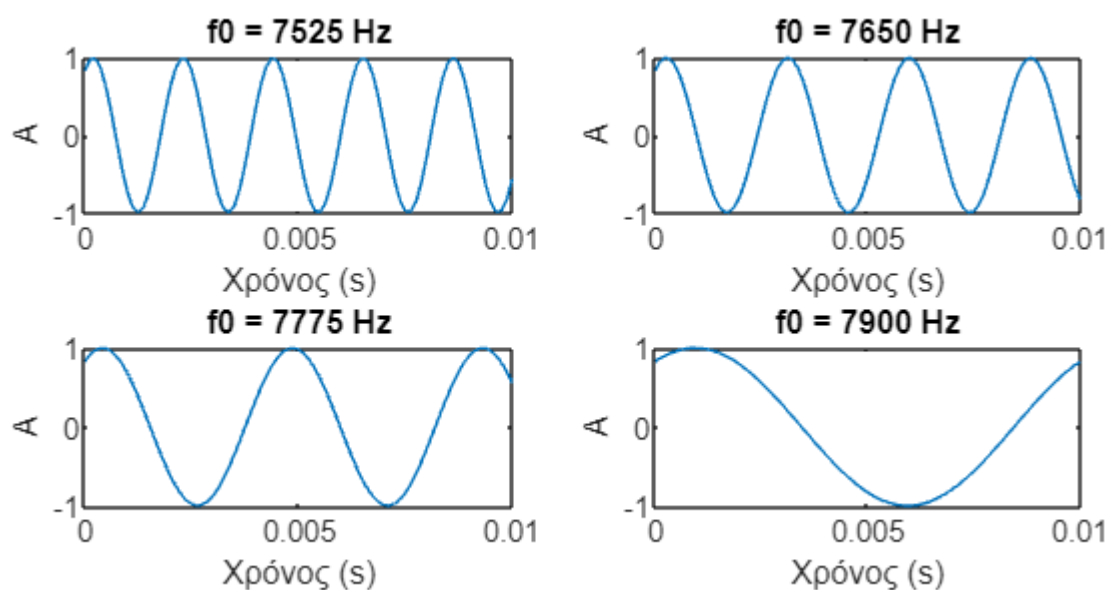
Σε αυτό το ερώτημα έχουμε το σήμα: $x(t) = \sin(2\pi \cdot f_0 t + 65)$ απο το οποίο προκύπτει το διακριτό σήμα $x[n] = x(nTs) = \sin(2\pi(f_0/fs)n + 65)$ μέσω της δειγματοληψίας. Εδώ, η συχνότητα f_0 του αναλογικού σήματος $x(t)$ κλιμακώνεται με τη συχνότητα δειγματοληψίας f_s , ώστε να αναπαράγεται σωστά στον ψηφιακό χώρο.

Έπειτα μεταβάλλουμε την συχνότητα του σήματος απο 100Hz έως και 475Hz με βήμα 125Hz και δημιουργούμε τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις που παρουσιάζουν το φάσμα του σήματος $x(t)$ για διάφορες τιμές της συχνότητας f_0 , ώστε να δούμε πώς αλλάζει το φάσμα με την αυξημένη f_0 και πώς επηρεάζει τη συμπεριφορά του σήματος.



εικόνα 3.B1

Όμοια με το προηγούμενο ερώτημα, μόνο που αυτή τη φορά μεταβάλαμε τη συχνότητα του σήματος από 7525 Hz έως και 7900 Hz με βήμα 125 Hz και παρατηρούμε ότι σε κάθε γράφημα όσο αυξάνεται η συχνότητα τόσο πιο συχνά το σήμα μας παίρνει τη μέγιστη τιμή του (A) σε αντίθεση με το προηγούμενο ερώτημα που γινόταν ακριβώς το ανάποδο.



εικόνα 3.Β2