Σχολή
Ηλεκτρολόγων
Μηχανικών &
Μηχανικών
Υπολογιστών

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ-Η.Μ.Μ.Υ - Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος

Ομάδα 65:
Χρυσοφάκης Αντώνης 2015030116

Εργαστήριο 2

<u>ΑΣΚΗΣΗ 1</u>

ΕΡΩΤΗΜΑ Α

Σε αυτο το ερωτημα μας ζητήθηκε να βρούμε την συνάρτηση μεταφοράς H(z) ολου του συστήματος.Για να το πετύχουμε αυτο κάναμε τις παρακάτω ενέργειες:

Μας δίνεται ότι:

$$k(n) = 0.9k(n-1) + 0.2x(n) \ (1)$$

και

$$G2(z) = \frac{1}{z+0.2} \ (2)$$

Ξέρουμε ότι:
$$H(z) = G1(z) \times G2(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} \ (3)$$

‘Αρα χρειάζεται να βρούμε την G1(z) για την οποία ισχύει:
$$G1(z) = \frac{k(z)}{X(z)} \ (4)$$

όπου με την βοήθεια της ιδιότητας της χρονικής μετατόπισης απο την σχεση (1) έχουμε:

$k(z) = 0.9z^{-1}k(z) + 0.2x(z) = \frac{0.2X(z)}{1-0.9Z^{-1}}$ (5)

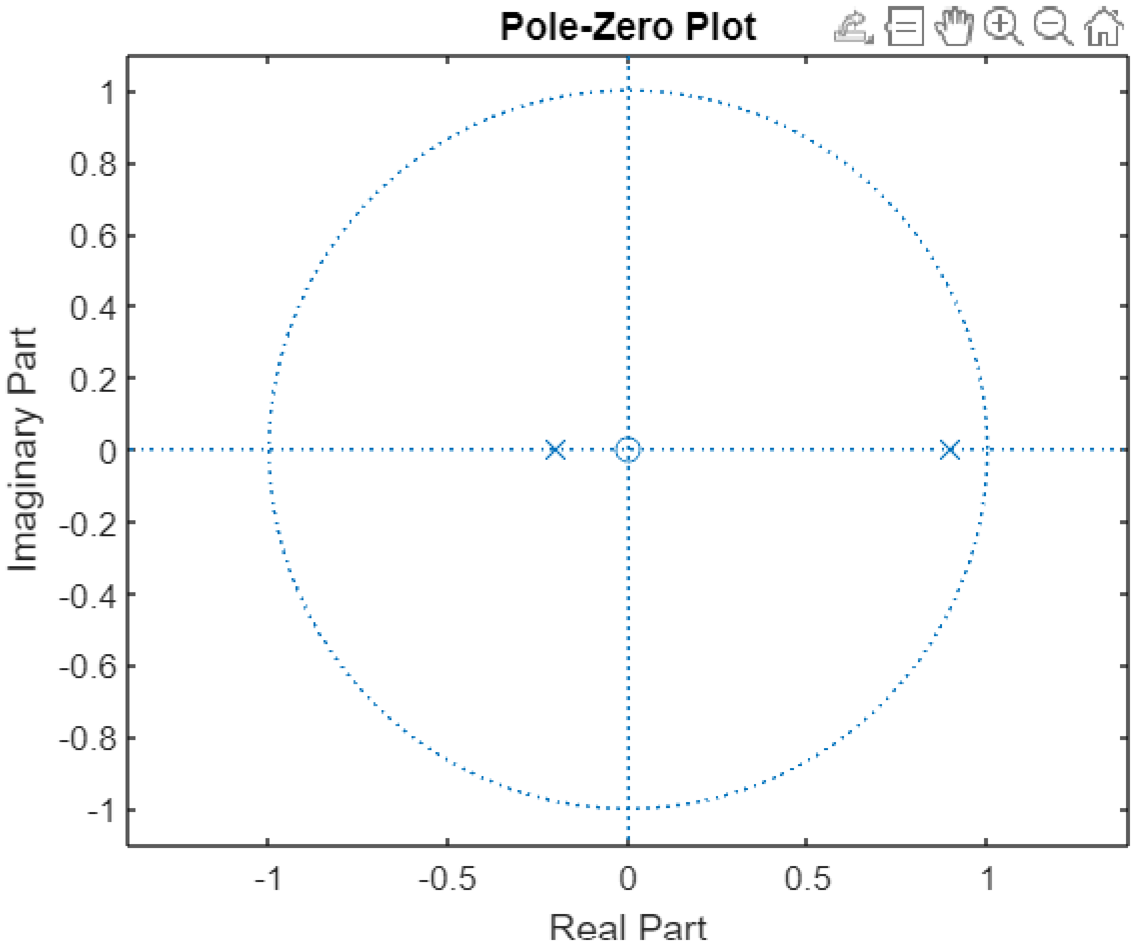
Στη συνέχεια με αντικατάσταση στην σχέση (4) του k(z) από την σχέση (5) έχουμε:
$G1(z) = \frac{0.2}{1-0.9Z^{-1}}$

Και τέλος αφου πλέον γνωρίζουμε τις G1(z) και G2(z) τις αντικαθιστούμε στην σχέση (3):
$H(z) = \frac{0.2}{1-0.9z^{-1}} \times \frac{1}{z+0.2} = \frac{0.2}{z+0.2-0.9-0.18z^{-1}} = \frac{0.2z}{z^2-0.7z-0.18}$
Αυτή είναι η συνάρτηση μεταφοράς ολόκληρου του συστήματος που έχουμε.

Σε αυτό το ερώτημα μας ζητήθηκε επίσης να βρούμε την γραμμική εξίσωση διαφορών με σταθερούς συντελεστές που συνδέει την είσοδο με την έξοδο του συστήματος πράγμα που θα κάνουμε από την σχέση (3) με γνωστή πλέον την H(z):
$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{0.2z}{z^2-0.7z-0.18}$ άρα $Y(z)(z^2 - 0.7z - 0.18) = X(z)(0.2z)$

ΕΡΩΤΗΜΑ Β

Σε αυτό το ερώτημα υπολογίσαμε τις ρίζες με τη βοήθεια της matlab του αριθμητή (μηδενικά) και του παρονομαστή(πόλοι) της συνάρτησης μεταφορας που βρήκαμε στο προηγούμενο ερώτημα και με την χρήση συγκεκριμένων εντολών(tf,zplane) σχεδιάσαμε το διάγραμμα πόλων μηδενικών όπως φαίνεται παρακάτω.



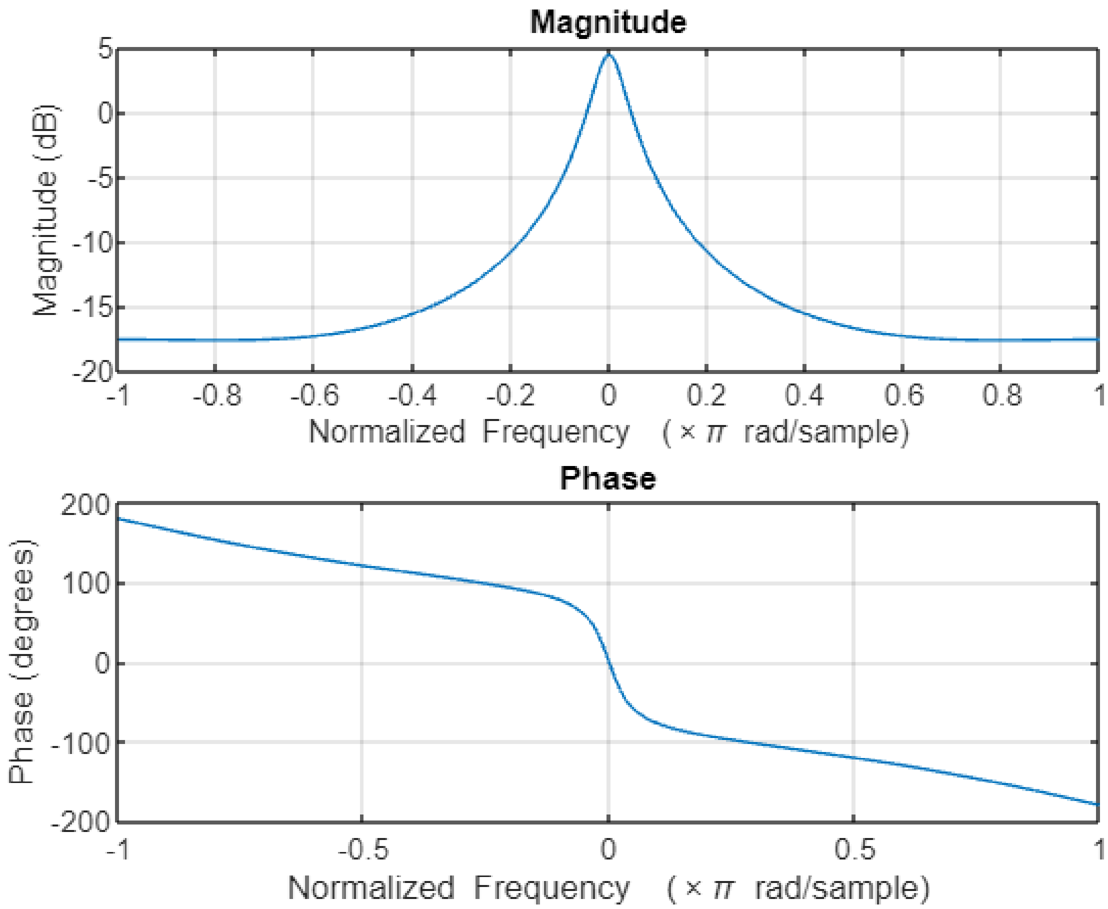
εικόνα 1.Β

ΕΡΩΤΗΜΑ Γ

Για την περιοχή σύγκλισης του συστήματος μας,η οποία σχετίζεται πάντα με τους πόλους και δεν πρέπει να περιέχει κανένα από αυτούς ισχύει ότι |z|>0.9(πόλος) αφου είναι αιτιατό(άρα η περιοχή σύγκλισης είναι δεξιόπλευρη).Επομένως το σύστημα είναι ευσταθές αφού περιέχει και το μοναδιαίο κύκλο η περιοχή σύγκλισης.

ΕΡΩΤΗΜΑ Δ

Εδώ μας ζητήθηκε να σχεδιάσουμε την απόκριση συχνότητας του συστήματος (συνάρτηση freqz της Matlab) στο διάστημα [-π π] με βήμα π/128 όπως φαίνεται και στην παρακάτω εικόνα.



εικόνα 1.Δ

Αν δεν δώσουμε το διάστημα απεικόνισης ως τρίτο όρισμα στη συνάρτηση freqz, το MATLAB θα χρησιμοποιήσει τις προεπιλεγμένες τιμές για το διάστημα, το οποίο είναι από 0 έως π(ή δεν θα μας τρέξει την εντολή εμφανίζοντας λάθος).

Η παρατήρηση των διαγραμμάτων πλάτους και φάσης της απόκρισης συχνότητας συνδέεται με τα μηδενικά και τους πόλους της συνάρτησης μεταφοράς ως εξής:

- Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς επηρεάζουν την απόκριση συχνότητας στη φάση. Η απόσταση των πόλων από τον μοναδιαίο κύκλο και η γωνία τους επηρεάζουν τη φάση της απόκρισης.
- Τα μηδενικά επηρεάζουν το πλάτος της απόκρισης συχνότητας. Τα μηδενικά που βρίσκονται κοντά στον μοναδιαίο κύκλο αυξάνουν το πλάτος σε αυτές τις συχνότητες.

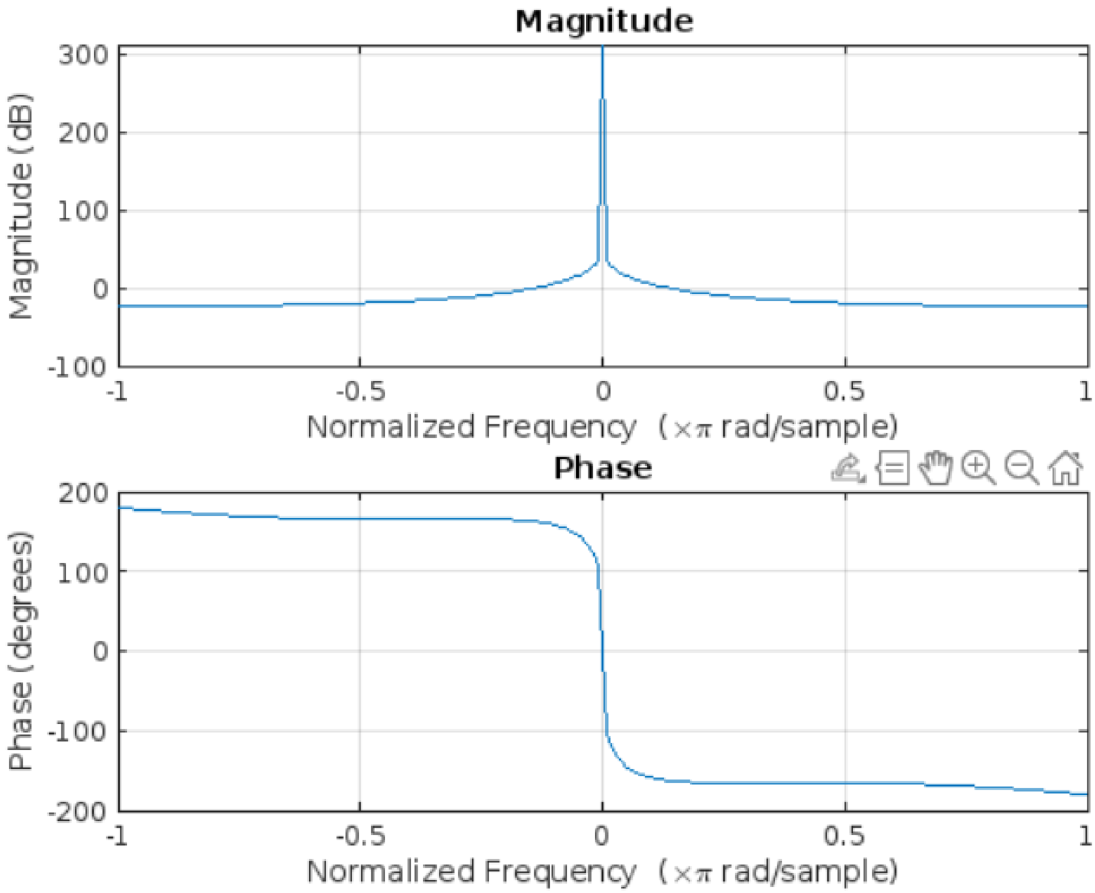
Συνολικά, οι πόλοι και τα μηδενικά επηρεάζουν τη μορφή και την απόκριση του συστήματος σε διάφορες συχνότητες.

ΕΡΩΤΗΜΑ Ε

Όταν προσθέτουμε έναν επιπλέον πόλο στο z=1, αυτό επηρεάζει το διάγραμμα πόλων-μηδενικών και, κατά συνέπεια, τη συχνοτική απόκριση του συστήματος.

Συγκεκριμένα η παρουσία ενός πόλου στο z=1 επηρεάζει τη συχνοτική απόκριση. Για την ακρίβεια αυξάνει το πλάτος της απόκρισης σε κοντινές στο z=1 συχνότητες και μπορεί να επηρεάσει τη συμπεριφορά του συστήματος σε αυτές τις συχνότητες κάνοντας το οριακά ασταθές.

Για να σχεδιάσουμε τη συχνοτική απόκριση του συστήματος, θα χρησιμοποιήσουμε τις ίδιες MATLAB συναρτήσεις αλλά με τον επιπλέον πόλο που προστίθεται στο z=1.Το αποτέλεσμα φαίνεται παρακάτω:



εικόνα 1.Ε

<u>ΑΣΚΗΣΗ 2</u>

ΕΡΩΤΗΜΑ Α

Για να βρούμε την αναλυτική έκφραση της $H(z)$ ως απλό κλάσμα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση residuez σε συνδυασμό με τις συναρτήσεις syms και pretty στο MATLAB.Το αποτέλεσμα όπως φαίνεται στο command window είναι το εξής:

```
    1          2
--------- + -----
2 (z - 1)   z - 3
```

ΕΡΩΤΗΜΑ Β

Για αυτο το ερωτημα θα γράψουμε την H(z) στην απλοποιημένη της μορφή:

$$H(z) = \frac{A}{1-0.9z^{-1}} + \frac{B}{1+0.2z^{-1}}$$

Τα Α και Β τα έχουμε υπολογίσει στο παραπάνω ερώτημα: A=1 και B=2 άρα:

$$H(z) = \frac{1}{1-0.9z^{-1}} + \frac{2}{1+0.2z^{-1}}$$

Στη συνέχεια, θα υπολογίσουμε τους αντίστροφους μετασχηματισμούς *z* για τους όρους της *H*(*z*):

1. Αντίστροφος μετασχηματισμός z του όρου $\frac{1}{1-0.9z^{-1}}$:
   - Αρχικά εκφράζουμε τον όρο ως :$\frac{\mathrm{A1}}{1-\alpha 1z^{-1}}$ όπου A1=1 και α1=0,9.
   - Ο αντίστροφος μετασχηματισμός z του συγκεκριμένου όρου είναι:$\mathrm{A1}(\alpha 1)^{n}u(n)$

2. Αντίστροφος μετασχηματισμός z του όρου $\frac{2}{1+0.2z^{-1}}$
   - Αρχικά εκφράζουμε τον όρο ως :$\frac{\mathrm{A2}}{1-\alpha 2z^{-1}}$ όπου A2=2 και α2=-0,2.
   - Ο αντίστροφος μετασχηματισμός z του συγκεκριμένου όρου είναι:$\mathrm{A2}(\alpha 2)^{n}u(n)$

Συνδυάζοντας αυτούς τους αντίστροφους μετασχηματισμούς, προκύπτει ο αντίστροφος μετασχηματισμός *z* της *H*(*z*). Αφού πρόκειται για ένα απλό άθροισμα, απλώς προσθέτετε τους δύο όρους:

$$H[n] = A1(a1)^{n}u(n) + A2(a2)^{n}u(n) \Leftrightarrow H[n] = 1(0.9)^{n}u(n) + 2(-0.2)^{n}u(n) \Leftrightarrow$$

$$H[n] = (\tfrac{9}{10})^{n} + 2(-\tfrac{1}{5})^{n}$$

Το αποτέλεσμα αυτο το επιβεβαιώσαμε το και με τη συνάρτηση iztrans του Matlab και φαίνεται παρακάτω:

```
  /   1 \n   /  9 \n
2 | - - |  + | -- |
  \   5 /    \ 10 /
```