Σχολή
Ηλεκτρολόγων
Μηχανικών &
Μηχανικών
Υπολογιστών

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ- Η.Μ.Μ.Υ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ Ι

– ΤΗΛ 301

Ώρες που χρειάστηκαν για την συνολική υλοποίηση:25

Ομάδα 75:

Χρυσοφάκης Αντώνης 2015030116

Τογρίδης Αλέξανδρος 2019030136

ΑΣΚΗΣΗ 1

Σκοπός Άσκησης:

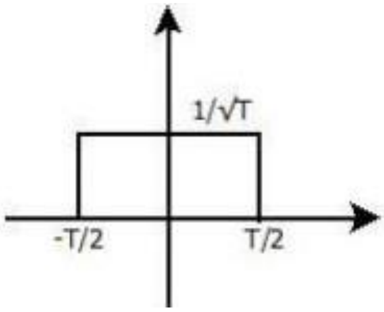
Κύριος σκοπός την συγκεκριμένης εργασίας είναι η μελέτη επικοινωνίας βασικής ζώνης υπό διαμόρφωση 2- PAM και αποκομμένους παλμούς Square Root Raised Cosine (SRRC).

Υλοποίηση Εργασίας:

Αρχικά, θα υπολογίσουμε συναρτήσεις αυτοομοιότητας απλών συναρτήσεων.

Θ1.(10) Για κάθε T > 0, να υπολογίσετε (λεπτομερώς το ολοκλήρωμα) και να σχεδιάσετε τη συνάρτηση αυτοομοιότητας της.

$\varphi(t) = \left\{\frac{1}{\sqrt{T}}, \frac{-T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}\right\}$και 0 αλλού.



$\varphi(t+\tau) = \left\{\frac{1}{\sqrt{T}}, \frac{-T}{2} - \tau \leq t \leq \frac{T}{2} - \tau\right\}$ και 0 αλλού.

Ο τύπος της συνάρτησης αυτομοιότητας είναι:$R\varphi\varphi(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\tau+t)\varphi(t)dt$

Επομένως έχουμε τις παρακάτω περιπτώσεις:

- Περίπτωση 1

$$-\tau + \frac{\mathrm{T}}{2} < -\frac{\mathrm{T}}{2} \;\Leftrightarrow\; \tau > \mathrm{T}$$

Άρα :$R\varphi\varphi(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\tau+t)\varphi(t)dt = 0$

- Περίπτωση 2

$$-\tau + \frac{T}{2} > \;-\frac{T}{2} \;\Leftrightarrow\; \tau < T \;\kappa\alpha\iota\; -\tau + \frac{T}{2} < \frac{T}{2} \Leftrightarrow \tau > 0$$

Άρα: $R\varphi\varphi(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\tau+t)\varphi(t)dt = \int_{-\frac{\mathrm{T}}{2}}^{-\tau+\frac{\mathrm{T}}{2}} \frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}} \times \frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}} dt = \int_{-\frac{\mathrm{T}}{2}}^{-\tau+\frac{\mathrm{T}}{2}} \frac{1}{\mathrm{T}} dt = \frac{\left(\frac{T}{2}-\tau\right)}{\mathrm{T}} - \frac{\left(-\frac{\mathrm{T}}{2}\right)}{\mathrm{T}} = 1 - \frac{\tau}{\mathrm{T}}$

- <u>Περίπτωση 3</u>

$$-\tau-\frac{T}{2}> \ -\frac{T}{2} \ \Leftrightarrow \ \tau \geq -T \ \ \kappa\alpha\iota \ \ -\tau+\frac{T}{2} \geq \frac{T}{2} \ \Leftrightarrow \ \tau \leq 0$$

Άρα:$R\varphi\varphi(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\tau+t)\varphi(t)dt = \int_{-\tau-\frac{\mathrm{T}}{2}}^{\frac{\mathrm{T}}{2}} \frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}} \times \frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}} dt = \int_{-\tau-\frac{\mathrm{T}}{2}}^{\frac{\mathrm{T}}{2}} \frac{1}{T} dt = \frac{\left(\frac{T}{2}-\left(-\tau-\frac{\mathrm{T}}{2}\right)\right)}{\mathrm{T}} = \frac{(\mathrm{T}+\tau)}{\mathrm{T}} = 1+\frac{\tau}{\mathrm{T}}$

- <u>Περίπτωση 4</u>

$$-\tau-\frac{\mathrm{T}}{2}>\frac{\mathrm{T}}{2} \ \Leftrightarrow \ \tau < \ -\mathrm{T}$$

Άρα:$R\varphi\varphi(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\tau+t)\varphi(t)dt = 0$

Εν τέλη έχουμε ότι:

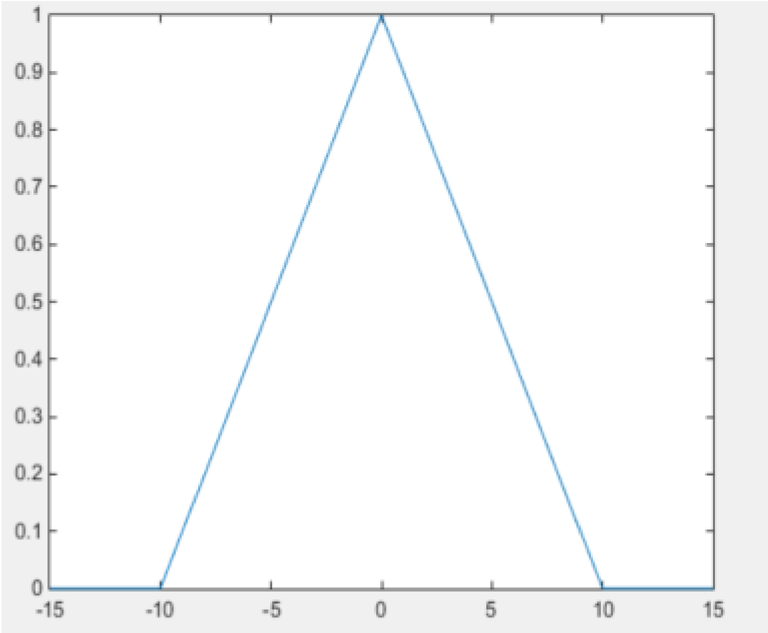
$R\varphi\varphi(\tau) = 1-\frac{\tau}{\mathrm{T}}$, για 0<τ<T

$R\varphi\varphi(\tau) = 1+\frac{\tau}{\mathrm{T}}$,για -T≤τ≤0

$R\varphi\varphi(\tau) = 0$, αλλού

Εύκολα διαπιστώνουμε ότι η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει η συνάρτηση αυτομοιότητας είναι το 1 όταν τα α=0.Αυτό ήταν αναμενόμενο αφού τότε δεν έχουμε μετατόπιση και οι δύο και οι δύο συναρτήσεις μας ταυτίζονται.

Παρακάτω φαίνεται το διάγραμμα της Rφφ(τ) για T=10



Θ2.(10) Να επαναλάβετε για την φ(t − 2).

$\varphi(t-2) = \left\{\frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}},\ 2-\frac{\mathrm{T}}{2} \leq t\ \leq 2+\frac{T}{2}\right\}$Και 0 αλλού

$\varphi(t-2+\tau) = \left\{\frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}},\ 2-\frac{\mathrm{T}}{2}-\tau \leq t\ \leq 2+\frac{T}{2}-\tau\right\}$Και 0 αλλού

Εδώ αλλάζουν τα άκρα μας σε σχέση με το Θ1.Επομένως θα έχουμε:

- <u>Περίπτωση 1</u>

$$2-\tau+\frac{\mathrm{T}}{2} < 2-\frac{\mathrm{T}}{2} \iff \tau > \mathrm{T}$$

'Αρα:$R\varphi\varphi(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t-2+\tau)\varphi(t-2)dt = 0$

- <u>Περίπτωση 2</u>

$2-\tau+\frac{T}{2}\geq 2-\frac{T}{2} \Leftrightarrow \tau\leq T\, \kappa\alpha\iota\, \frac{T}{2}+2-\tau\leq\frac{T}{2}+2 \Leftrightarrow \tau\geq 0$

'Αρα:

$$R\varphi\varphi(\tau)=\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi(t-2+\tau)\varphi(t-2)dt=\int_{2-\frac{T}{2}}^{2-\tau+\frac{T}{2}}\frac{1}{\sqrt{T}}\times\frac{1}{\sqrt{T}}dt=\int_{2-\frac{T}{2}}^{2-\tau+\frac{T}{2}}\frac{1}{T}dt$$
$$=\frac{\left(2-\tau+\frac{T}{2}-2+\frac{T}{2}\right)}{T}=\frac{(T-\tau)}{T}=1-\frac{\tau}{T}$$

- <u>Περίπτωση 3</u>

$$2-\tau+\frac{T}{2}\geq 2+\frac{T}{2} \Leftrightarrow \tau\leq 0\, \kappa\alpha\iota\, 2-\tau-\frac{T}{2}\leq 2+\frac{T}{2} \Leftrightarrow \tau\geq -T$$

Άρα:$R\varphi\varphi(\tau)=\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi(t-2+\tau)\varphi(t-2)dt=\int_{2-\tau-\frac{T}{2}}^{2+\frac{T}{2}}\frac{1}{\sqrt{T}}\times\frac{1}{\sqrt{T}}dt=\int_{2-\tau-\frac{T}{2}}^{2+\frac{T}{2}}\frac{1}{T}dt=\frac{\left(2+\frac{T}{2}-2+\tau+\frac{T}{2}\right)}{T}=\frac{(T+\tau)}{T}=1+\frac{\tau}{T}$

- <u>Περίπτωση 4</u>

$$2-\tau-\frac{T}{2}\geq 2+\frac{T}{2} \Leftrightarrow \tau\leq -T$$

Άρα:$R\varphi\varphi(\tau)=\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi(t-2+\tau)\varphi(t-2)dt=0$

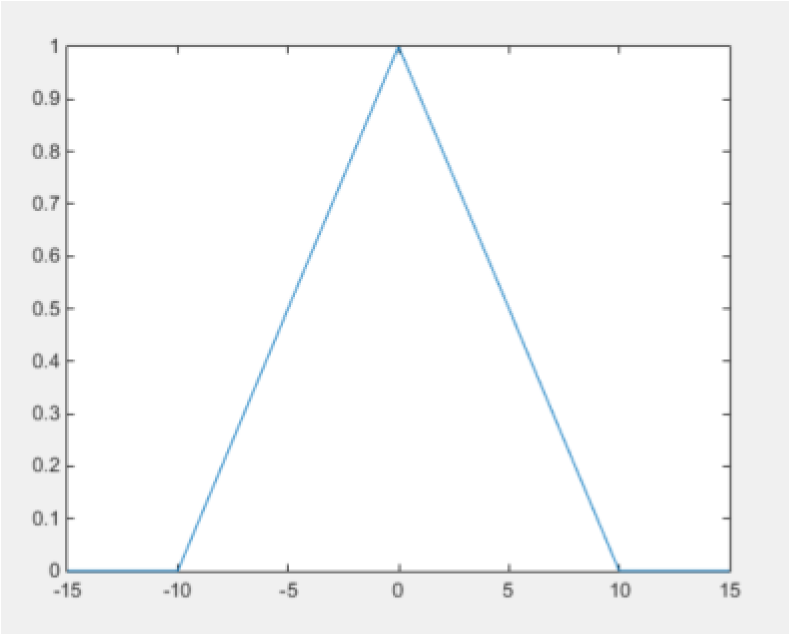
Εν τέλη έχουμε ότι:

$R\varphi\varphi(\tau)=1-\frac{\tau}{T}$, για 0<τ<T

$R\varphi\varphi(\tau)=1+\frac{\tau}{T}$,για -T≤τ≤0

$R\varphi\varphi(\tau)$=0 , άλλού

Παρακάτω φαίνεται το διάγραμμα της Rφφ(τ) για T=10

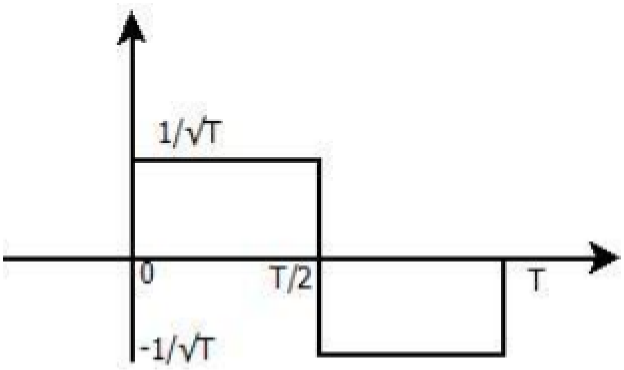


Θ3.(10) Να επαναλάβετε για την :

$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{T}},\ 0 \le t \le \frac{T}{2}$

$\varphi(t) = -\frac{1}{\sqrt{T}},\ \frac{T}{2} \le t \le T$

0 αλλιώς



$$\varphi(t+\tau) = \frac{1}{\sqrt{T}},\ -\tau \le t \le \frac{T}{2} - \tau$$

$$\varphi(t+\tau) = -\frac{1}{\sqrt{T}},\ \frac{T}{2} - \tau \le t \le T - \tau$$

0 αλλιώς

- <u>Περίπτωση 1</u>

$$\mathrm{T} - \tau < 0 \ \Leftrightarrow\ \tau > \mathrm{T}$$

Άρα:$R\varphi\varphi(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\tau+t)\varphi(t)dt = 0$

- <u>Περίπτωση 2</u>

$$\mathrm{T} - \tau \le \frac{\mathrm{T}}{2} \ \Leftrightarrow\ \tau \ge \frac{\mathrm{T}}{2}\ \kappa\alpha\iota\ \mathrm{T} - \tau > 0 \ \Leftrightarrow\ \tau \le \mathrm{T}$$

Άρα:$R\varphi\varphi(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\tau+t)\varphi(t)dt = \int_{0}^{\mathrm{T}-\tau} \frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}}\right) dt = \int_{0}^{\mathrm{T}-\tau} -\frac{1}{\mathrm{T}} dt = -\frac{(\mathrm{T}-\tau)}{\mathrm{T}} = \frac{\tau}{\mathrm{T}} - 1$

- <u>Περίπτωση 3</u>

$$\frac{\mathrm{T}}{2} \le \mathrm{T} - \tau \le \mathrm{T} \ \Leftrightarrow\ 0 \le \tau \le \frac{\mathrm{T}}{2}$$

Άρα:$R\varphi\varphi(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\tau+t)\varphi(t)dt = \int_{0}^{\frac{\mathrm{T}}{2}-\tau} \frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}} \times \frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}} dt + \int_{\frac{\mathrm{T}}{2}-\tau}^{\frac{\mathrm{T}}{2}} \frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}}\right) dt + \int_{\frac{\mathrm{T}}{2}}^{\mathrm{T}-\tau} \left(-\frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}}\right) \times \left(-\frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}}\right) dt$

$$\Leftrightarrow\ R\varphi\varphi(\tau) = \int_{0}^{\frac{\mathrm{T}}{2}-\tau} \frac{1}{\mathrm{T}} dt - \int_{\frac{\mathrm{T}}{2}-\tau}^{\frac{\mathrm{T}}{2}} \frac{1}{\mathrm{T}} dt + \int_{\frac{\mathrm{T}}{2}}^{\mathrm{T}-\tau} \frac{1}{\mathrm{T}} dt$$

$$\Leftrightarrow\ R\varphi\varphi(\tau) = \frac{\left(\frac{\mathrm{T}}{2} - \tau - \left(\frac{\mathrm{T}}{2} - \frac{\mathrm{T}}{2} + \tau\right) + \mathrm{T} - \tau - \frac{\mathrm{T}}{2}\right)}{\mathrm{T}} = \frac{(\mathrm{T} - 3\tau)}{\mathrm{T}} = 1 - \frac{3\tau}{\mathrm{T}}$$

- <u>Περίπτωση 4</u>

$$\frac{\mathrm{T}}{2} \leq \frac{\mathrm{T}}{2} - \tau \leq \mathrm{T} \iff -\frac{\mathrm{T}}{2} \leq \tau \leq 0$$

'Αρα:$R\varphi\varphi(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\tau+t)\varphi(t)dt = \int_{-\tau}^{\frac{\mathrm{T}}{2}} \frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}} \times \frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}} dt + \int_{\frac{\mathrm{T}}{2}}^{\frac{\mathrm{T}}{2}-\tau} \left(-\frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}}\right) \times \frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}} dt + \int_{\frac{\mathrm{T}}{2}-\tau}^{\mathrm{T}} \left(-\frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}}\right) \times \left(-\frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}}\right) dt$

$$\iff R\varphi\varphi(\tau) = \int_{-\tau}^{\frac{\mathrm{T}}{2}} \frac{1}{\mathrm{T}} dt - \int_{\frac{\mathrm{T}}{2}}^{\frac{\mathrm{T}}{2}-\tau} \frac{1}{\mathrm{T}} dt + \int_{\frac{\mathrm{T}}{2}-\tau}^{\mathrm{T}} \frac{1}{\mathrm{T}} dt$$

$$\iff R\varphi\varphi(\tau) = \frac{\left(\frac{\mathrm{T}}{2} + \tau - \left(\frac{\mathrm{T}}{2} - \tau - \frac{\mathrm{T}}{2}\right) + \mathrm{T} - \frac{\mathrm{T}}{2} + \tau\right)}{\mathrm{T}} = \frac{(\mathrm{T} + 3\tau)}{\mathrm{T}} = 1 + \frac{3\tau}{\mathrm{T}}$$

- <u>Περίπτωση 5</u>

$$\frac{\mathrm{T}}{2} < -\tau \leq \mathrm{T} \iff -\mathrm{T} \leq \tau \leq -\frac{\mathrm{T}}{2}$$

Άρα:$R\varphi\varphi(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\tau+t)\varphi(t)dt = \int_{-\tau}^{\mathrm{T}} \frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{\mathrm{T}}}\right) dt = \int_{-\tau}^{\mathrm{T}} -\frac{1}{\mathrm{T}} dt = -\frac{(\mathrm{T}+\tau)}{\mathrm{T}} = -1 - \frac{\tau}{\mathrm{T}}$

- <u>Περίπτωση 6</u>

$$-\tau > \mathrm{T} \iff \tau < -\mathrm{T}$$

Άρα:$R\varphi\varphi(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\tau+t)\varphi(t)dt = 0$

Εν τέλη έχουμε ότι:

$$R\varphi\varphi(\tau) = -1 - \frac{\tau}{\mathrm{T}},\ \gamma\iota\alpha\ -\mathrm{T} \leq \tau \leq\ -\frac{\mathrm{T}}{2}$$

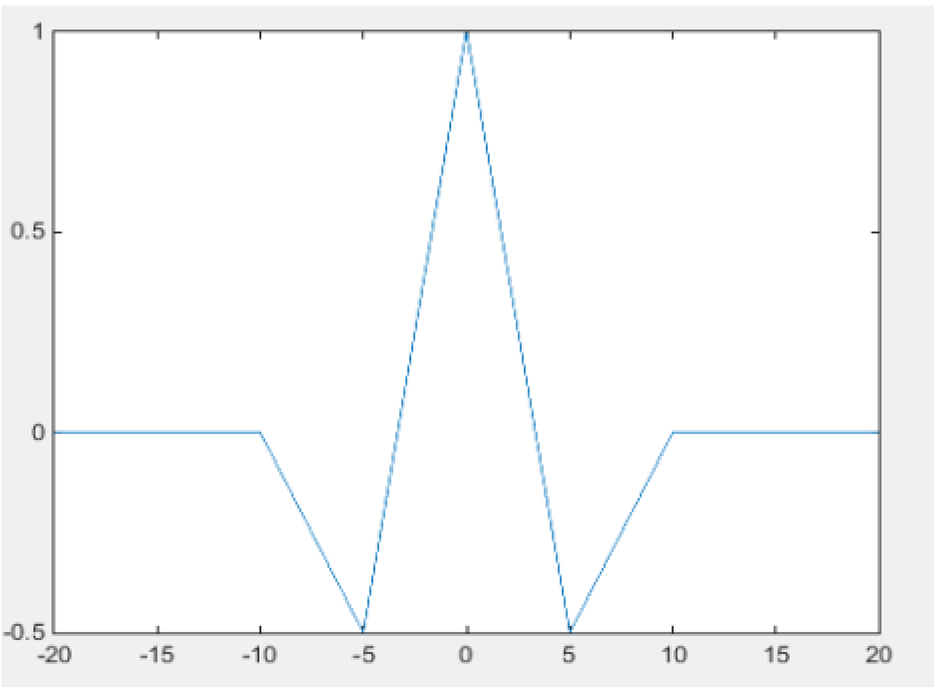
$$R\varphi\varphi(\tau) = 1 + \frac{3\tau}{\mathrm{T}},\ \gamma\iota\alpha\ -\frac{\mathrm{T}}{2} \leq \tau \leq 0$$

$$R\varphi\varphi(\tau) = 1 - \frac{3\tau}{\mathrm{T}},\ \gamma\iota\alpha\ 0 \leq \tau \leq \frac{\mathrm{T}}{2}$$

$$R\varphi\varphi(\tau) = \frac{\tau}{\mathrm{T}} - 1,\ \gamma\iota\alpha\ \frac{\mathrm{T}}{2} < \tau \leq \mathrm{T}$$

$$R\varphi\varphi(t) = 0\ \alpha\lambda\lambda o\acute{\upsilon}$$

Σε αυτή την συνάρτηση αυτομοιότητας παρατηρούνται και αρνητικές τιμές σε σύγκριση με την προηγούμενη. Παρακάτω φαίνεται το διάγραμμα της Rφφ(τ) για T=10

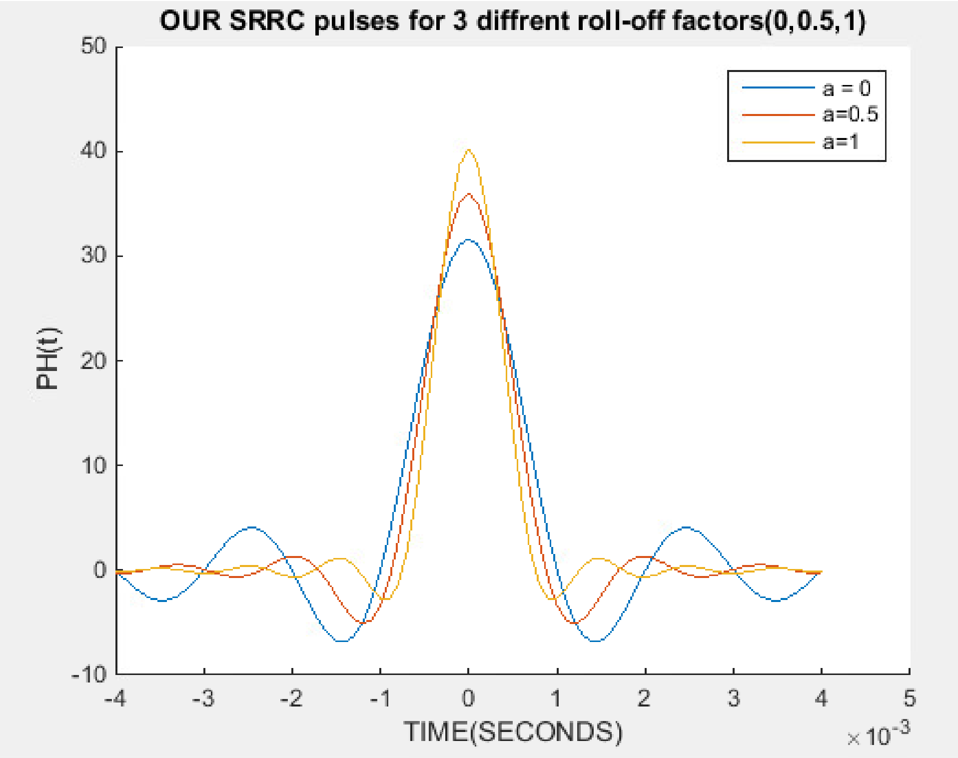


ΕΡΩΤΗΜΑ Α

Στη συνέχεια, θα μελετήσουμε επικοινωνία βασικής ζώνης, με διαμόρφωση 2–PAM και αποκομμένους παλμούς Square Root Raised Cosine - SRRC.

A1(10):

Έχουμε δημιουργήσει τέσσερα διαφορετικά σήματα που είναι παλμοί SRRC φ(t) με μια συγκεκριμένη περίοδο $T=10^{-3}$ και ένα συγκεκριμένο A=4 (το A δηλώνει το μισό μήκος του αποκομμένου παλμού μετρημένο σε περιόδους συμβόλου). Οι συντελεστές roll-off που χρησιμοποιήσαμε είναι οι:0,0.5,1. Παρακάτω παρατηρούμε το κοινό plot των παλμών, όπου μπορούμε να δούμε πώς διαφέρουν μεταξύ τους και ποια είναι η κοινή τους συμπεριφορά.




```
for i=[1 2 3] %Here we create and plot srrc pulse for all of our roll-off factor
    [ph(i,:),t] = srrc_pulse(T,over,A,rolloff(i));
    a(i) =plot(t,ph(i,:));
end
ylabel( 'PH(t)' );
xlabel( 'TIME(SECONDS)' );
title( 'OUR SRRC pulses for 3 diffrent roll-off factors(0,0.5,1)');
legend([a(1), a(2) ,a(3)], 'a = 0', 'a=0.5', 'a=1');
```

Καταρχήν ορίσαμε το διάνυσμα roll-off με τις ζητηθέντες τιμές του a για να χρησιμοποιηθεί μέσα από μία loop την for. Μέσα στη for μας και χρησιμοποιώντας την συνάρτηση (srrc_pulse) που μας δόθηκε δημιουργούμε κάθε φορά ένα παλμό με τις επιθυμητές τιμές στις σταθερές μας. Τέλος με τη βοήθεια της εντολής legend σχεδιάσαμε στον ίδιο άξονα και τους τρείς παλμούς μας.

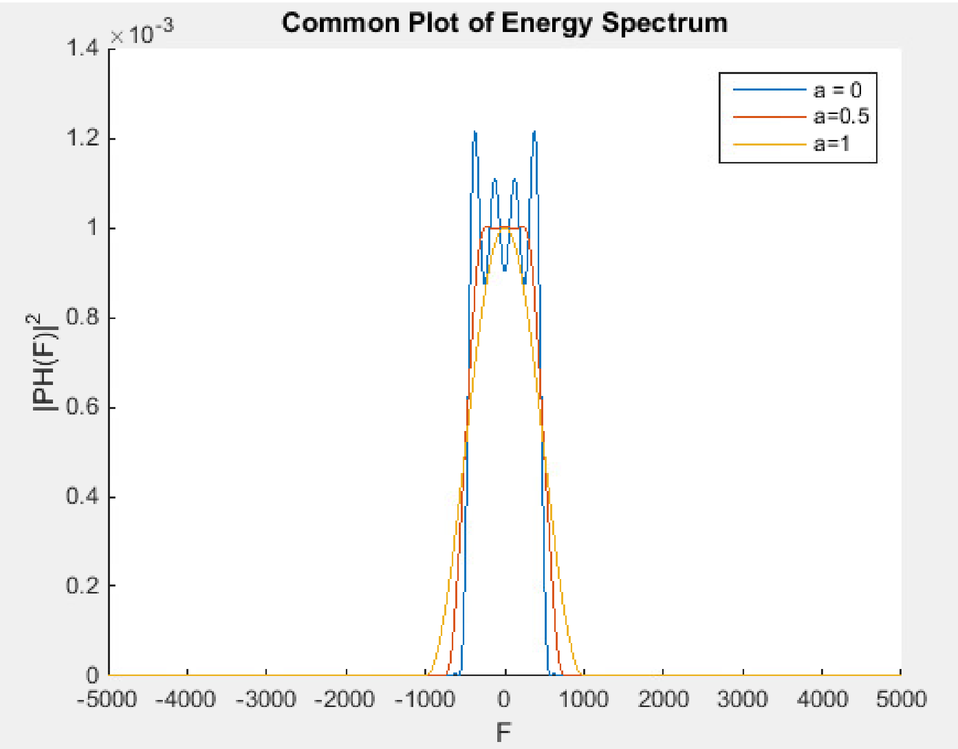
Σχολιάζοντας το παραπάνω σχήμα μπορούν να εξαχθούν τα εξής συμπεράσματα:

- Αυξάνοντας τον συντελεστή a (roll-of factor), θα αυξηθεί και ο ρυθμό με τον οποίο το πλάτος του παλμού μειώνεται. Εντονότερη απόσβεση δηλαδή όσο αυξάνεται ο χρόνος.

- Και οι τρείς παλμοί μας έχουν κοινή διάρκεια (2A).
- Στην αύξηση του a παρατηρείται μείωση περιόδου ταλάντωσης.
- Όσο μεγαλύτερο το a τόσο μεγαλύτερο και το μέγιστο του εκάστοτε παλμού.

A2(10):

α)Σε αυτό το ερώτημα χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις fft και fftshift υπολογίσαμε τους αντίστοιχους μετασχηματισμούς Fourier Φ(F) των παλμών που σχεδιάσαμε στο προηγούμενο βήμα, σε N_f ισαπέχοντα σημεία στον άξονα συχνοτήτων [-Fs/2, Fs/2).




```
for i=[1 2 3] %Here we create our Plot psd for all of our roll-off factors
    FFT(i,:) = fftshift(fft(ph(i,:),Nf)*Ts);
    a(i) = plot(F,abs(FFT(i,:)).^2);
end

ylabel('|PH(F)|^2');
xlabel('F');
title('Common Plot of Energy Spectrum');
legend([a(1), a(2) ,a(3)], 'a = 0', 'a=0.5', 'a=1');
```

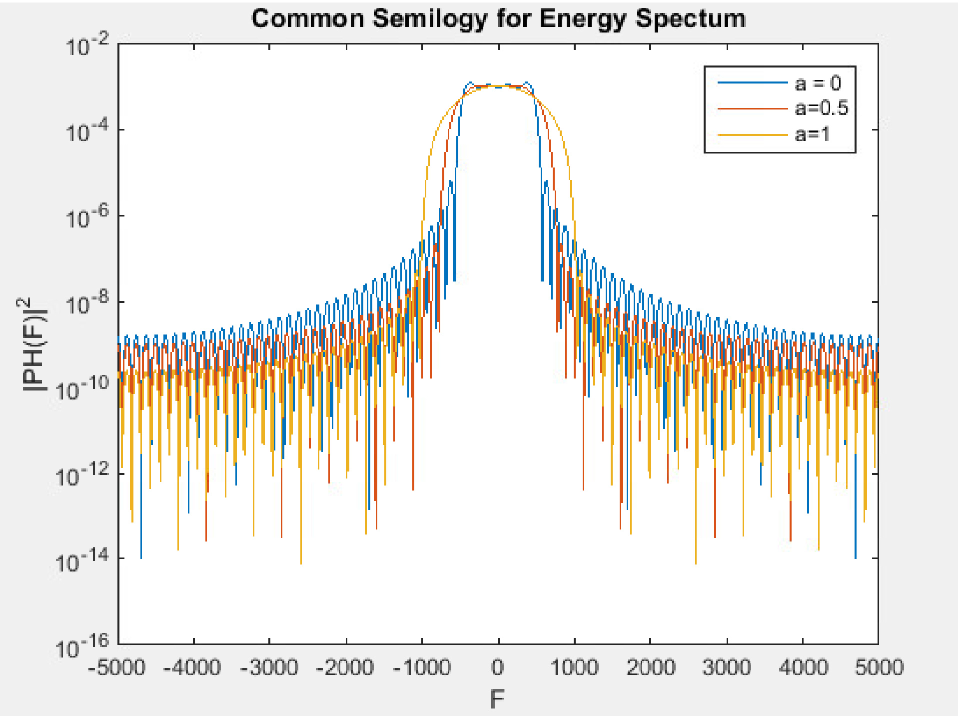
Στο παραπάνω απόσπασμα του κώδικά μας παρατηρείτε ότι χρησιμοποιήσαμε ξανά το διάνυσμα roll-off για την for μας. Μέσα στην συγκεκριμένη "λούπα" κάναμε χρήση συγκεκριμένων συναρτήσεων για τον υπολογισμό Fourier (fft,fftshift), όπου Ts είναι η περίοδος δειγματοληψίας. Τέλος αφου υπολογίσαμε την φασματική πυκνότητα ενέργειας κάθε παλμού, τις σχεδιάσαμε στο παραπάνω κοινό διάγραμμα.

Συναρτήσεις:

fft: Υπολογίζει τον μετασχηματισμό Φουριέ

fftshift: Ολισθαίνει το αποτέλεσμα ώστε ο Μ.Φ που παράχθηκε να έχει κέντρο το μηδέν.

β) Αυτή την φορά θα χρησιμοποιήσουμε κοινό semilogy (το semilogy μας δίνει τη δυνατότητα να μελετήσουμε τις τιμές των $|\Phi(F)|^2$ σε διαστήματα όπου αυτές είναι πολύ μικρές, κάτι το οποίο δεν μπορεί να γίνει με την plot).




```
for i = [1 2 3]      %Here we create out Semilogy psd for all of our roll-off fac
    a(i) = semilogy(F,abs(FFT(i,:)).^2);
    hold on;
end

ylabel('|PH(F)|^2');
xlabel('F');
title('Common Semilogy for Energy Spectum');

legend([a(1), a(2) ,a(3)], 'a = 0', 'a=0.5', 'a=1');
```

Βασιζόμενοι στο προηγούμενο ερώτημα σχεδιάσαμε σε κοινό άξονα την $|\Phi(F)|^2$ του κάθε παλμού, αλλά αυτή την φορά εκμεταλλευόμενοι τις δυνατότητες της λειτουργίας της semilogy.

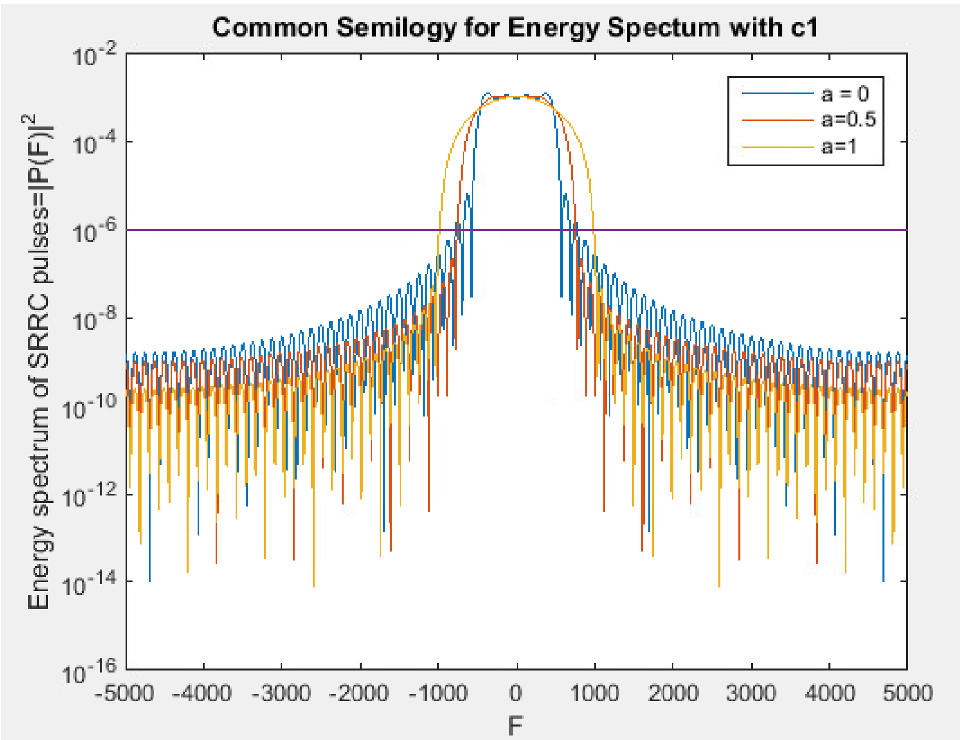
Συγκρίνοντας τα σχήματα των ερωτημάτων α και β εύκολα διακρίνουμε εντονότερες διακυμάνσεις για a=0 στο πρώτο γράφημα οι οποίες μειώνονται με την αύξηση του roll-of συντελεστή . Αν θέλουμε η ανάλυση μας να γίνει για πιο χαμηλές τιμές της συχνότητας η πιο αποδοτική λύση είναι η χρήση της semilogy που θα σχεδιάσει τον κατακόρυφο άξονα υπο λογαριθμική κλίμακα δίνοντας μας την δυνατότητα να παρατηρήσουμε τι γίνεται σε αυτές τις περιοχές σε αντίθεση με το ερώτημα α.

A3(15):

Το θεωρητικό εύρος φάσματος των παλμών άπειρης διάρκειας είναι BW = $\frac{(1+a)}{2T}$ επομένως θα προκύψουν οι εξής περιπτώσεις αντικαθιστώντας το εκάστοτε a:

- a=0 τότε BW=500
- a=0.5 τότε BW=750
- a=1 τότε BW=1000.

Είναι ορατό πως όσο αυξάνεται το a το εύρος φάσματος των παλμών μεγαλώνει.




```
%Common semilogy and a c1
for i = [1 2 3]      %Here we create out Semilogy psd for all of our roll-off fac
        a(i) = semilogy(F,abs(FFT(i,:)).^2);
        hold on;
end
semilogy(F,c1);

ylabel('Energy spectrum of SRRC pulses=|G(F)|^2');
xlabel('F');
title('Common Semilogy for Energy Spectum with c1');

legend([a(1), a(2) ,a(3)], 'a = 0', 'a=0.5', 'a=1');
```

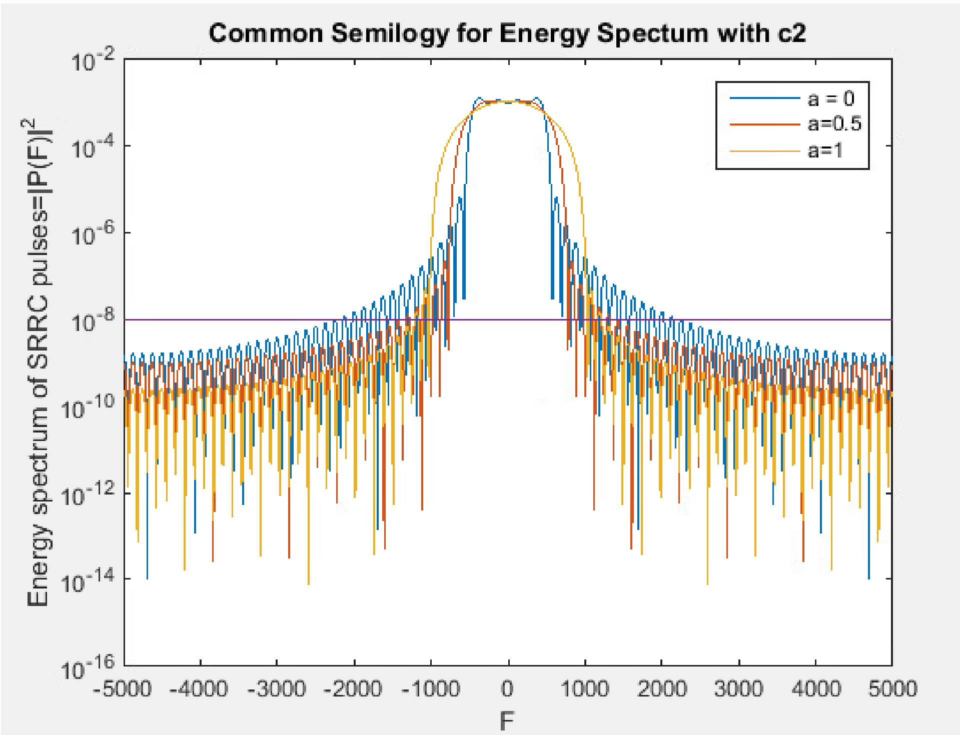
Απλά χρησιμοποιήσαμε τον κώδικα που υλοποιήσαμε στο Α2 για το β ερώτημα, με την μόνη διαφορά ότι προσθέσαμε στο ίδιο διάγραμμα την σταθερά c1=$\frac{T}{10^{-3}}$ όπως ζητήθηκε. Θεωρούμε πως οι τιμές που βρίσκονται κάτω από αυτήν την γραμμή είναι μηδέν.

Με χρήση του zoom μπορούμε να υπολογίσουμε προσεγγιστικά το εύρος ζώνης για κάθε παλμό.

- a=0 τότε BW=770
- a=0.5 τότε BW=750
- a=1 τότε BW=985

Επομένως ο πιο αποδοτικός παλμός είναι αυτος με a=0.5 καθώς έχει το μικρότερο BandWidth.

<u>Επαναλαμβάνουμε τα πραπάνω βήματα για c2=$\frac{T}{10^{-5}}$</u> :



```
for i = [1 2 3]      %Here we create out Semilogy psd for all of our roll-off fa
       a(i) = semilogy(F,abs(FFT(i,:)).^2);
       hold on;
end
%Common semilogy and a c2
semilogy(F,c2);

ylabel('Energy spectrum of SRRC pulses=|P(F)|^2');
xlabel('F');
title('Common Semilogy for Energy Spectum with c2');

legend([a(1), a(2) ,a(3)], 'a = 0', 'a=0.5', 'a=1');
```

Με χρήση του zoom μπορούμε να υπολογίσουμε προσεγγιστικά το εύρος ζώνης για κάθε παλμό.

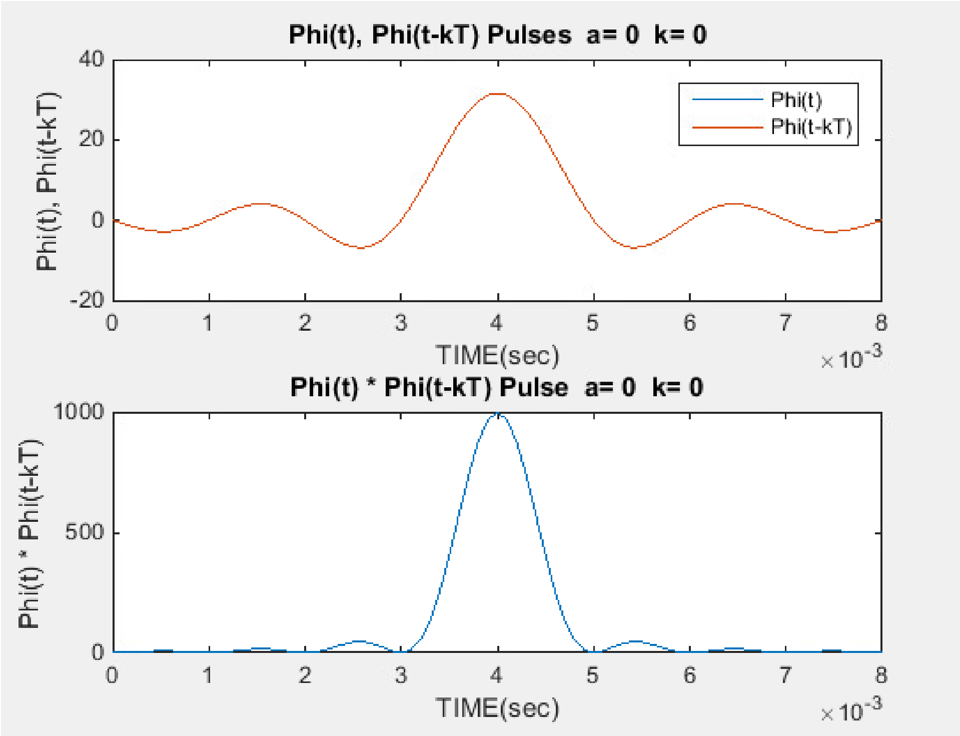
- a=0 τότε BW=2140
- a=0.5 τότε BW=1320
- a=1 τότε BW=1200

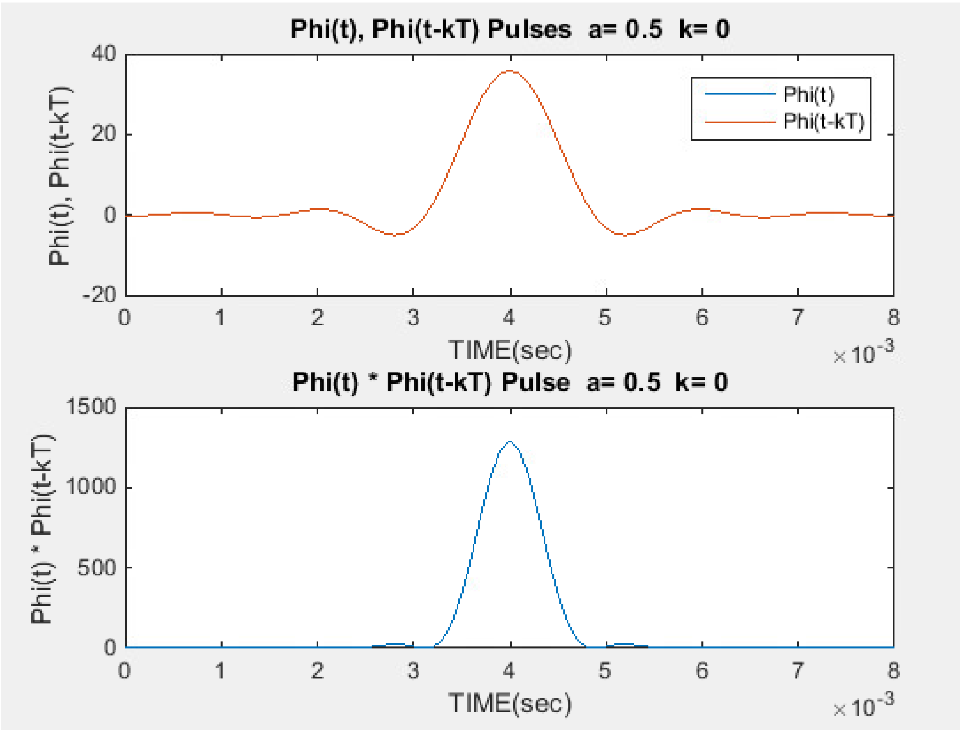
Επομένως αποδοτικότερος παλμός είναι αυτός με a=1.

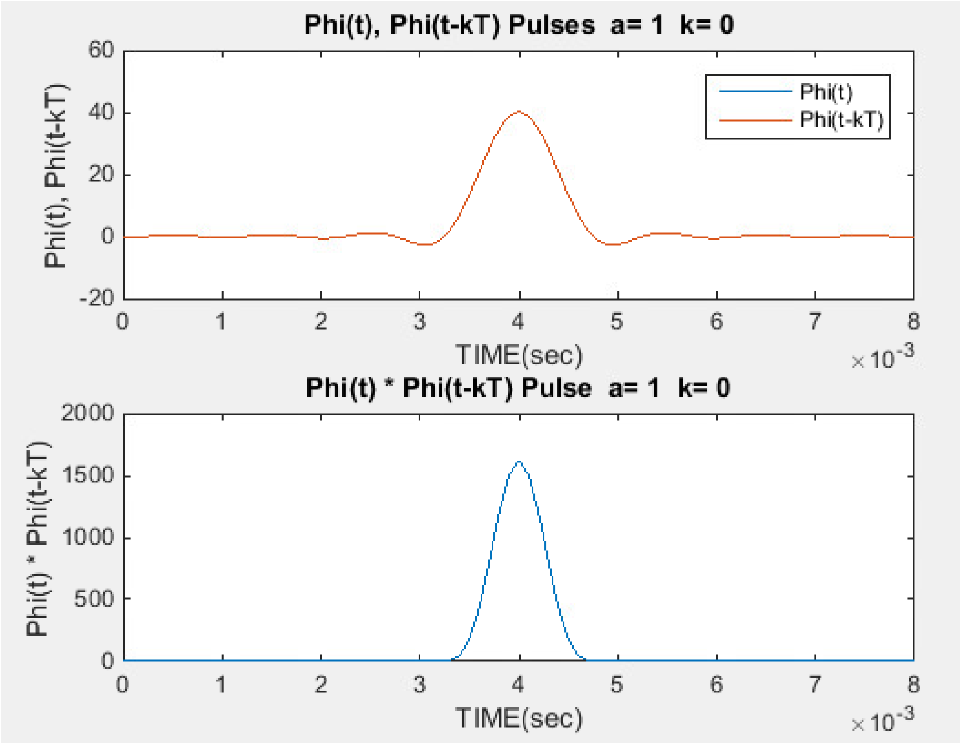
ΕΡΩΤΗΜΑ Β

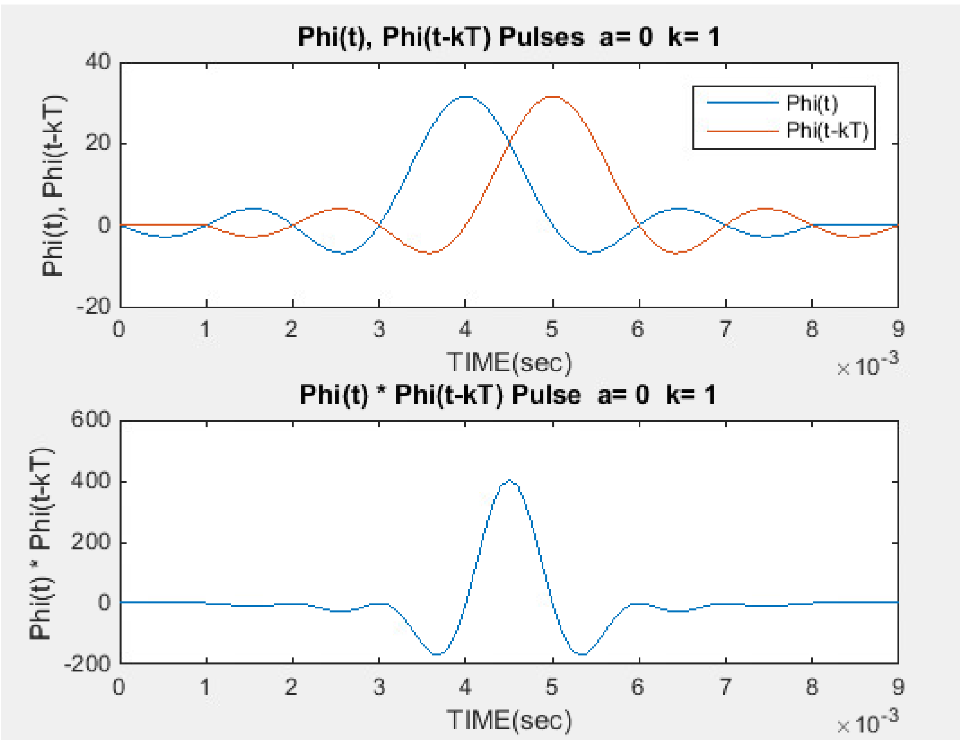
Έχοντας τους παλμούς που δημιουργήσαμε στο προηγούμενο ερώτημα, φτιάξαμε μία επαναληπτική δομή με στόχο την δημιουργία του μετατοπισμένου σήματος φ(t-kT) με k = {0,1,2} για όλες τις τιμές του roll-off που είναι a={0, 0.5 ,1}.Τέλος σχεδιάσαμε τόσο τα αρχικά όσο και τα μετατοπισμένα σήματα (στο ίδιο plot) όσο και το γινόμενο αυτόν.

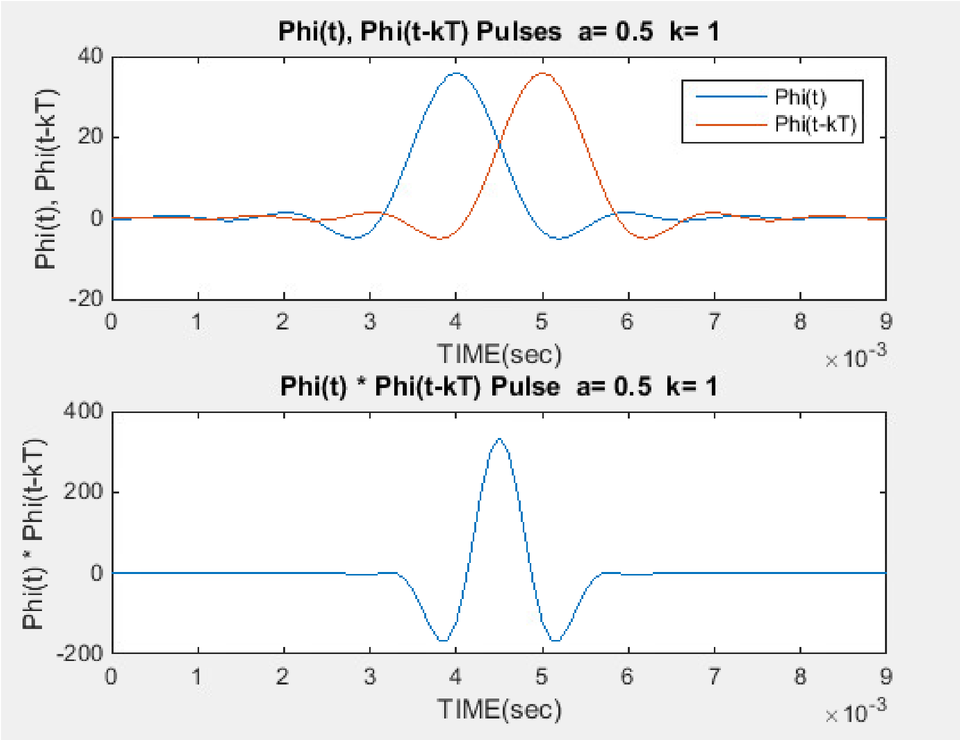
B1(20):

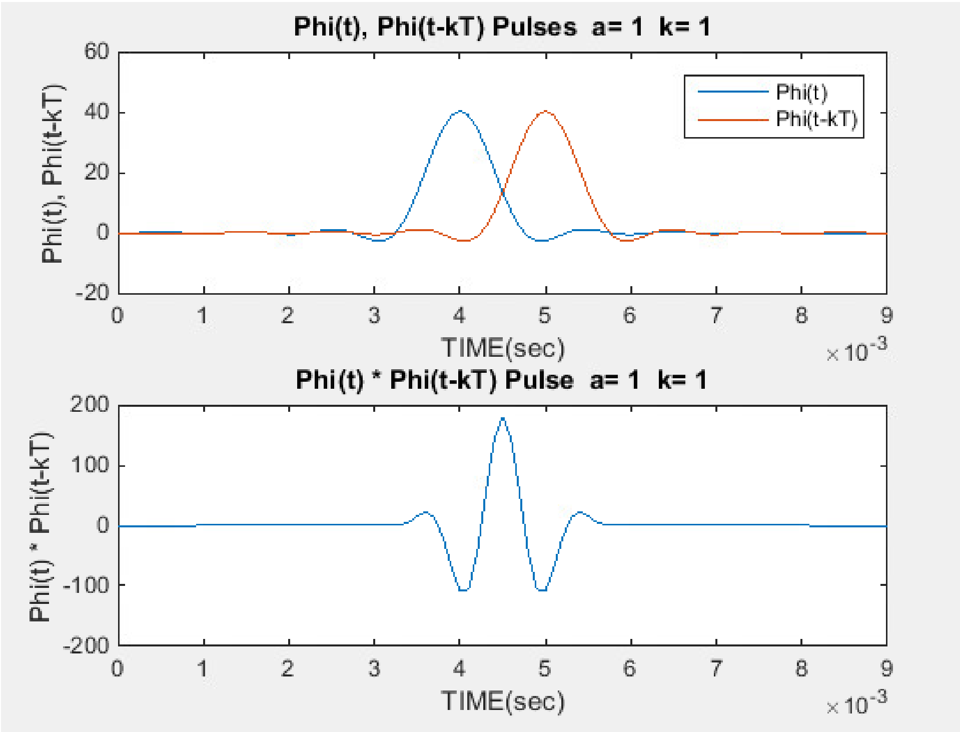

Phi(t), Phi(t-kT) Pulses a= 0 k= 0
Phi(t)
Phi(t-kT)
Phi(t), Phi(t-kT)
TIME(sec)
$\times 10^{-3}$
Phi(t) * Phi(t-kT) Pulse a= 0 k= 0
Phi(t) * Phi(t-kT)
TIME(sec)
$\times 10^{-3}$

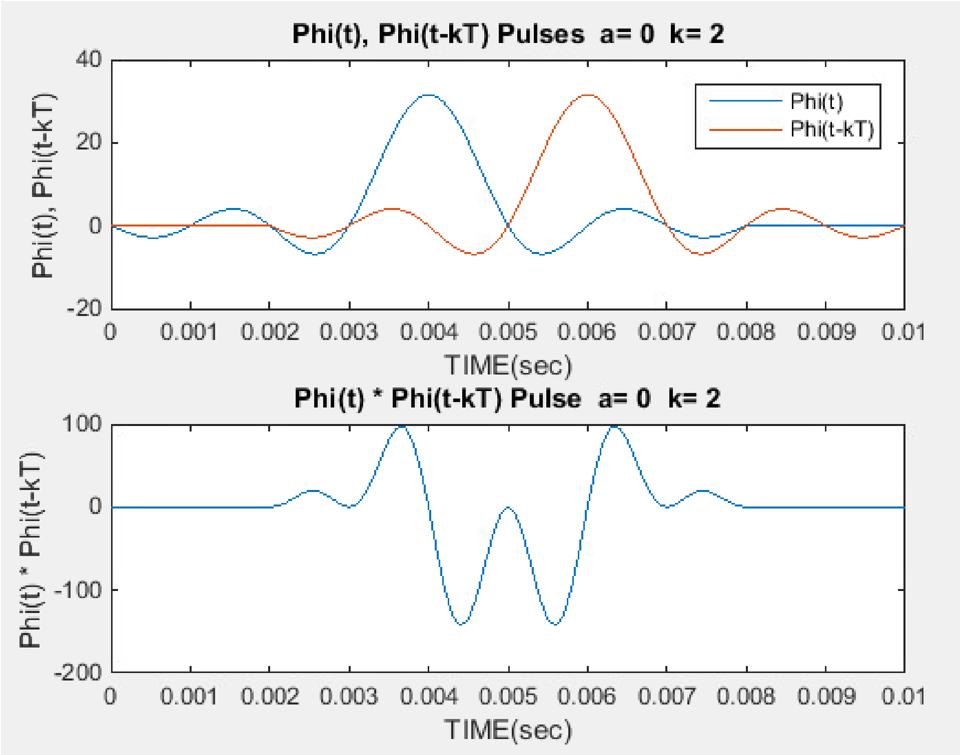

Phi(t), Phi(t-kT) Pulses a= 0.5 k= 0
Phi(t)
Phi(t-kT)
Phi(t), Phi(t-kT)
TIME(sec)
$\times 10^{-3}$
Phi(t) * Phi(t-kT) Pulse a= 0.5 k= 0
Phi(t) * Phi(t-kT)
TIME(sec)
$\times 10^{-3}$

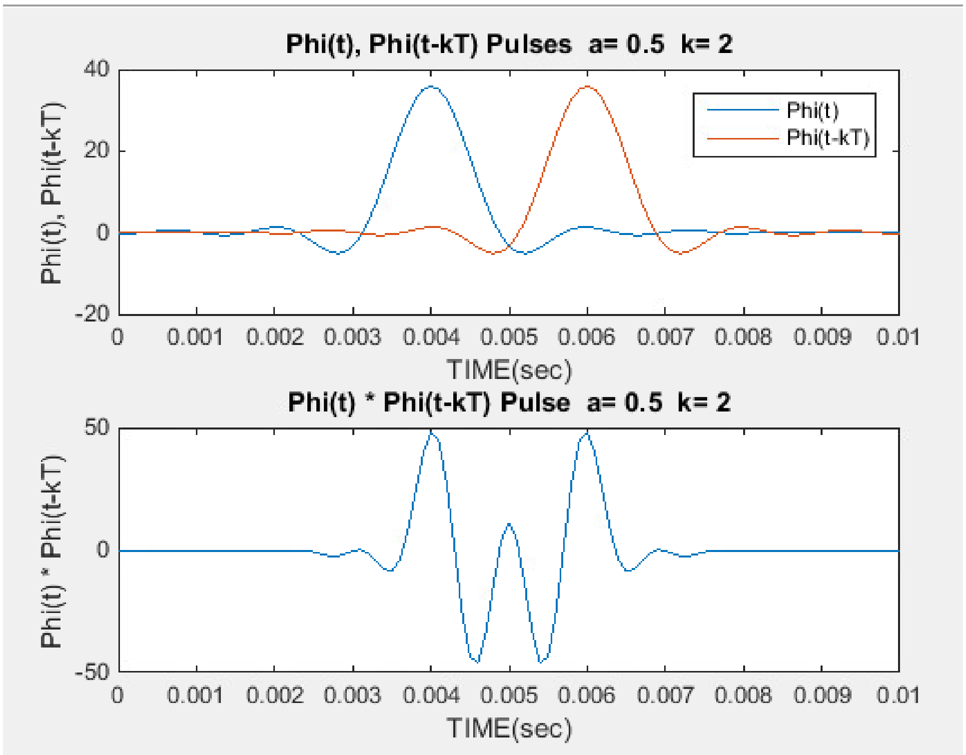

Phi(t), Phi(t-kT) Pulses a= 1 k= 0
Phi(t)
Phi(t-kT)
Phi(t), Phi(t-kT)
TIME(sec)
×10^-3
Phi(t) * Phi(t-kT) Pulse a= 1 k= 0
Phi(t) * Phi(t-kT)
TIME(sec)
×10^-3

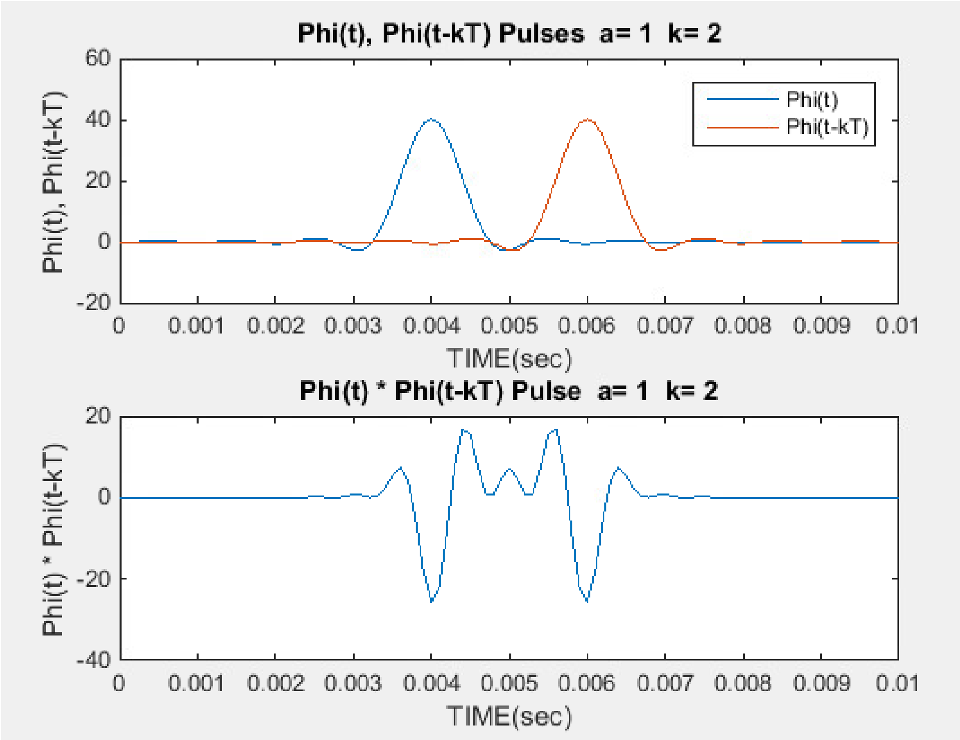

Phi(t), Phi(t-kT) Pulses a= 0 k= 1
Phi(t)
Phi(t-kT)
Phi(t), Phi(t-kT)
TIME(sec)
×10^-3
Phi(t) * Phi(t-kT) Pulse a= 0 k= 1
Phi(t) * Phi(t-kT)
TIME(sec)
×10^-3


Phi(t), Phi(t-kT) Pulses a= 0.5 k= 1
Phi(t)
Phi(t-kT)
Phi(t), Phi(t-kT)
TIME(sec)
× 10^-3
Phi(t) * Phi(t-kT) Pulse a= 0.5 k= 1
Phi(t) * Phi(t-kT)
TIME(sec)
× 10^-3


Phi(t), Phi(t-kT) Pulses a= 1 k= 1
Phi(t)
Phi(t-kT)
Phi(t), Phi(t-kT)
TIME(sec)
× 10^-3
Phi(t) * Phi(t-kT) Pulse a= 1 k= 1
Phi(t) * Phi(t-kT)
TIME(sec)
× 10^-3


Phi(t), Phi(t-kT) Pulses a= 0 k= 2
Phi(t)
Phi(t-kT)
Phi(t), Phi(t-kT)
TIME(sec)
Phi(t) * Phi(t-kT) Pulse a= 0 k= 2
Phi(t) * Phi(t-kT)
TIME(sec)


Phi(t), Phi(t-kT) Pulses a= 0.5 k= 2
Phi(t)
Phi(t-kT)
Phi(t), Phi(t-kT)
TIME(sec)
Phi(t) * Phi(t-kT) Pulse a= 0.5 k= 2
Phi(t) * Phi(t-kT)
TIME(sec)



Για την δημιουργία των παραπάνω σχημάτων κάναμε τα εξής:

```
rolloff = [0 0.5 1];
for k=[0 1 2 3] %For each k

    for i=[1 2 3]   %For all of our roll-off numbers a.
        if(k<3)%We dont need the k=3 for our plots just to calculate our integral

            %B1
            figure;     %Create our new figure for each of k and a
            subplot(2,1,1);     %sublpot for φ(t) & φ(t-kT)
            [ph1,t] = srrc_pulse(T,over,A,rolloff(i));
            %Create our φ(t-kT);
            pha= [ph1, zeros(1,10*k)];
            phb=[zeros(1,10*k),ph1];
            %Here we need to create our new time after adding the zeros
            ts=[0:Ts:length(t)*Ts+T*k-Ts];
            %Plot for our φ(t)
            plot1 = plot(ts,pha);
            hold on;

            %Plot for our φ(t-kT)
            plot2 = plot(ts,phb);

            ylabel('Phi(t), Phi(t-kT) ');
            xlabel('TIME(sec)');
            title(['Phi(t), Phi(t-kT) Pulses  a= ' ,num2str(rolloff(i)), '  k= ',num2str(k)]);
            legend([plot1, plot2],'Phi(t)' , 'Phi(t-kT)');

            %b2 create their product
            subplot(2,1,2);    %sublpot for φ(t) & φ(t-kT)
            phP = pha.*phb;
            plot(ts, phP);

            ylabel('Phi(t) * Phi(t-kT) ');
            xlabel('TIME(sec)');
            title(['Phi(t) * Phi(t-kT) Pulse  a= ' ,num2str(rolloff(i)), '  k= ',num2str(k)]);
        end
```

Ουσιαστικά ορίσαμε το διάνυσμα roll-off με τις τιμές του a που μας ζητήθηκαν. Στη συνέχεια με την χρήση δύο επαναληπτικών δομών με τη μία εμφωλευμένη μέσα στην άλλη και την συνάρτηση srrc_pulse που μας έχει δοθεί δημιουργούμε κάθε φορά τον αντίστοιχο παλμό. Έπειτα προσθέσαμε μηδενικά μετά και πριν από κάθε παλμό(ουσιαστικά ο μετατοπισμένος) ώστε να μπορέσουμε να τους σχεδιάσουμε στον ίδιο άξονα. Τέλος υπολογίσαμε το γινόμενο των δύο παλμών και τους σχεδιάσαμε.

Επιπλέον μας ζητήθηκε ο υπολογισμός των ολοκληρωμάτων των γινομένων που δημιουργήσαμε αλλά για k=0,1,2,3 αυτή την φορά. Ακολουθεί πίνακας των αποτελεσμάτων όπως αυτά υπολογίστηκαν με τον εξής κώδικα:

```
    %b3 calculate their integral
    if(k==3)%We need this for out integral ONLY in k=3
        [ph1,t] = srrc_pulse(T,over,A,rolloff(i));
        %Create our φ(t-kT);
        pha= [ph1, zeros(1,10*k)];
        phb=[zeros(1,10*k),ph1];
        phP=pha.*phb;
    end
    integral = sum(phP).*Ts;   %Calculate it here
    fprintf('\nThe Integral of Phi(t)*Phi(t-kT) for a= %2f and k=%d is : %2f  ',rolloff(i),k,integral)
end
```

Αποτελέσματα:

Ολοκλήρωμα του παλμού: ϕ(t)*ϕ(t-kT)	a=0	a=0.5	a=1
k=0	0.974749	0.999876	0.999969
k=1	0.029027	0.000022	-0.000047
k=2	-0.034885	0.000333	-0.000082
k=3	0.046111	-0.000341	-0.000203

Από τον παραπάνω πίνακα μπορούμε να διαπιστώσουμε πως για k=0, ικανοποιείται η ιδιότητα ορθοκανονικότητας , ενώ το εμβαδόν όσο αυξάνεται το a γίνεται περίπου ίσο με την μονάδα. Για τα υπόλοιπα k παρατηρείται επίσης προσεγγιστικά πως οι παλμοί είναι ορθοκανονικοί , με την προσέγγιση να βελτιώνεται όσο το a αυξάνεται.

ΕΡΩΤΗΜΑ Γ

Στο τελευταίο κομμάτι της εργασίας προσομοιώθηκε ένα 2-PAM σύστημα βασικής ζώνης, το οποίο μεταφέρει N bits (με διαμόρφωση 2- PAM).

Γ1(5):

Για αρχή δημιουργούμε N τυχαία bits μέσω της εντολής (sign(randn(N,1))+1)/2. Με την χρήση της rand θα δημιουργήσουμε τυχαίους πραγματικούς αριθμού τους οποίους η sign() θα μετατρέψει δεχόμενους ως όρισμα είτε σε +1 ή σε -1.

```
%erwtimaC
clear all;
close all;
T=10^(-3);
Ts=T/over;
over = 10;
a=0.5;
A=4;
N=100;
%C1
figure(1);
b = (sign (randn(N,1)) + 1)/2;
```

Γ2:

A(5):

Στη συνέχεια ορίσαμε την συνάρτηση bits_2_PAM, η οποία με είσοδο την ακολουθία του Γ1, κάνει mapping τα bit ώς εξής:

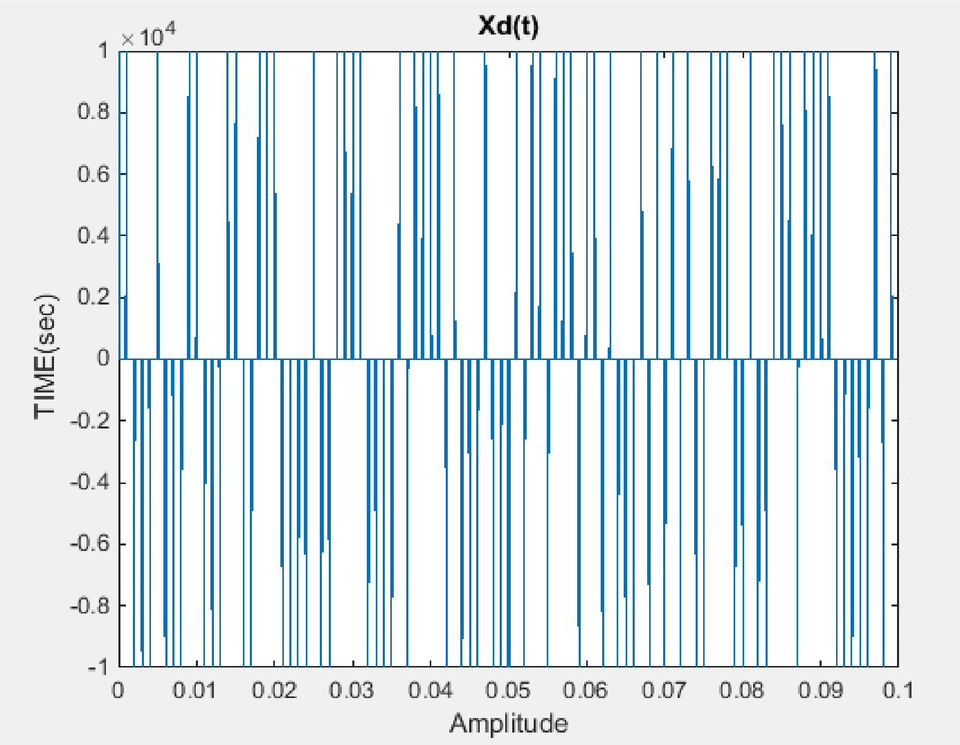
$$0 \longrightarrow +1,$$

$$1 \longrightarrow -1.$$

```
function X = bits_to_2PAM(b)
% X = bits_to_2PAM(b)
% OUTPUT
%Xk: Xk, k=0,...,N-1
% INPUT
%b: sequence of bits
% USAGE:
% Map the input bits as shown below:
% 0-> +1
% 1-> -1

X=zeros(size(b)); %Fill with zeros
for k=1:length(b)
    if(b(k)==0)
        X(k)=1;
        elseif(b(k)==1)
        X(k)=-1;
        else
        disp('Error')
        return
    end
end
end
```

B(5):

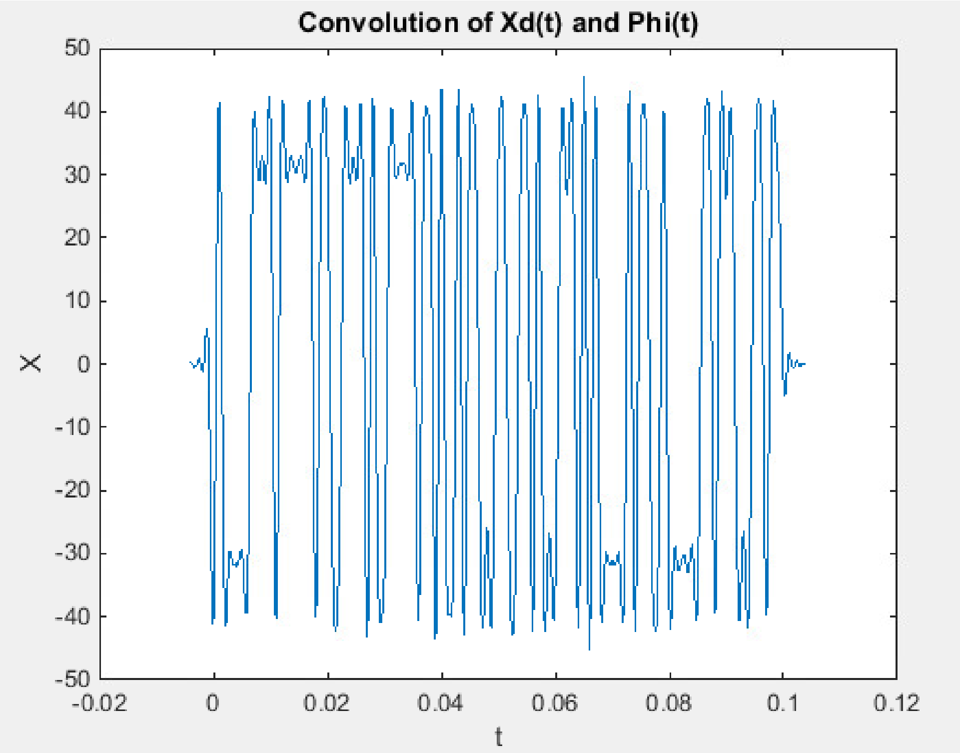


```
%C2 a
x = bits_to_2PAM(b);
%C2 b
%simulate X(d(t))=sum(Xk*d(t-kT))
X_delta = 1/Ts*upsample(x,over);
%adds over-1 zeros between symbols respectivelly
t_d = 0:Ts:(N+N*(over-1)-1)*Ts;
plot(t_d, X_delta);
ylabel('TIME(sec)');
xlabel('Amplitude');
title('Xd(t)');
```

Παραπάνω μέσω της εντολής X_delta=1/Ts *upsample(x,over) η οποία δέχεται ώς όρισμα τα σύμβολα που προκύπτουν απο την 2-PAM και ένα διάστημα over, επιστρέφοντας over-1 μηδενικά τοποθετημένα σε ένα stream μεταξύ των συμβόλων (του X).

Ορίζοντας τον άξονα του χρόνου στο Δ= [0,(N+N(over-1))-1)Ts], πετυχαίνουμε N(over-1) μηδενικά μεταξύ συμβόλων.

Γ(10):



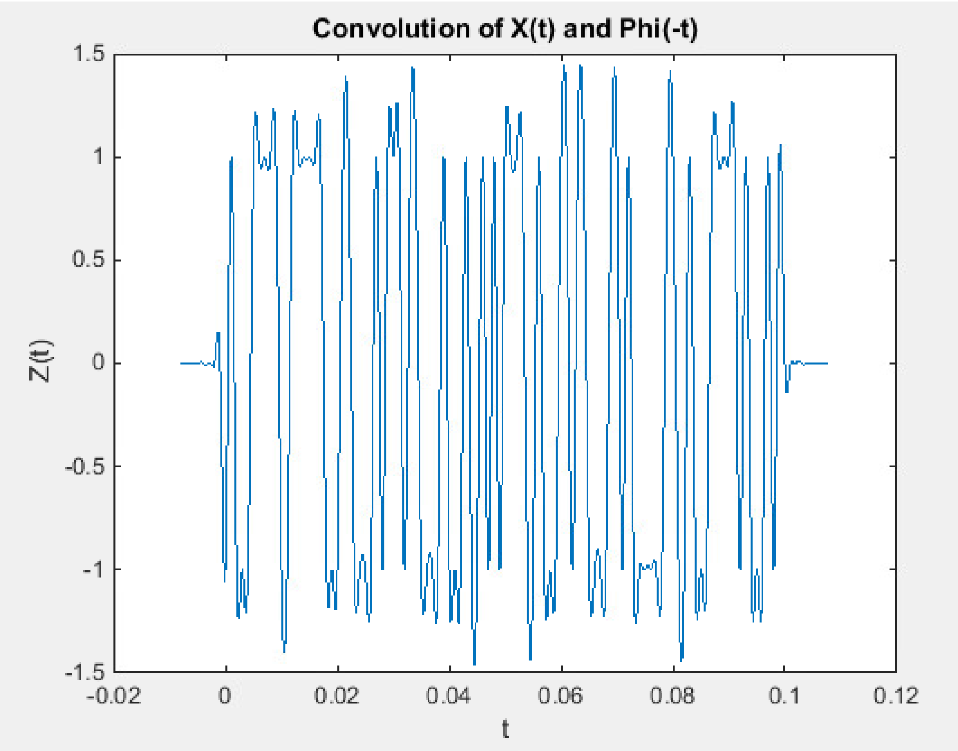
```
%C2 c
figure(2);
[ph,t]=srrc_pulse(T,over,A,a);

tX= (t_d(1)+t(1):Ts:t_d(end)+t(end));
X = conv(X_delta, ph).*Ts;
plot(tX,X);

ylabel('X');
xlabel('t');
title('Convolution of Xd(t) and Phi(t)');
```

Για αυτό το ερώτημα δημιουργήσαμε παλμό SRRC(φ(t)), κατασκευάσαμε κατάλληλα τον άξονα του χρόνου και μέσω της conv() συνελίσεται με το σήμα του προηγούμενου ερωτήματος.

Δ(15):



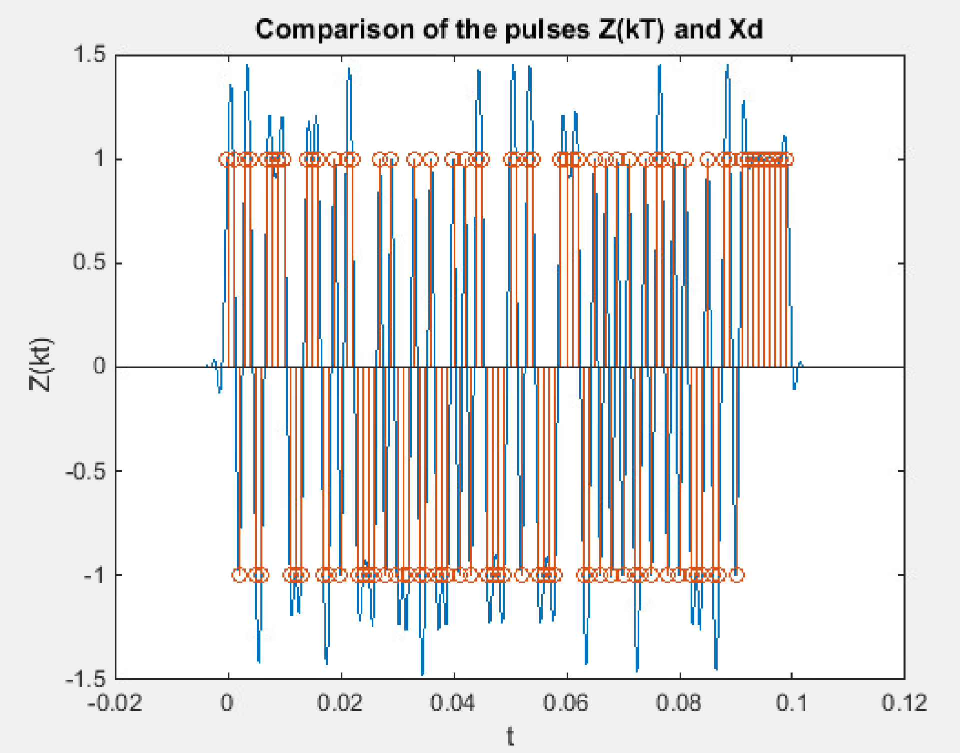
```
%C2 d
%constructing second signal,Phi(-t), by inverting time Axis and Values
ph_Inv=ph(end:-1:1);
t_Inv= -t(end:-1:1);

Z = conv(X,ph_Inv).*Ts;
%new time for the second convolution
t_Z = ( tX(1) + t_Inv(1):Ts:tX(end)+t_Inv(end));
figure(3);
plot(t_Z,Z);

ylabel('Z(t)');
xlabel('t');
title('Convolution of X(t) and Phi(-t)');
```

Έπειτα κατασκευάζεται και η συνέλιξη του σήματος που προέκυψε (X(t)) με τον ανακλασμένο φ(-t). Εδώ τόσο ο χρόνος όσο και το ίδιο το διάνυσμα δημιουργήθηκαν με ανακλάσεις του αρχικού.

Τέλος συγκρίνουμε γραφικά την Z(kT) με τις τιμές X_k εκτελώντας την stem([0:N-1]*T,X) όπως ζητείται:



```
figure(4);
plot(t_Z,Z);
hold on;
stem([0:N-1]*T,x);
ylabel('Z(kt)');
xlabel('t');
title('Comparison of the pulses Z(kT) and Xd');
```

Το αποτέλεσμα που διακρίνουμε από το παραπάνω γράφημα είναι πως οι τιμές του X_k διανύσματος γίνονται 1 στις θετικές τιμές του Z(t) και -1 στις αρνητικές του. Αυτό ίσως δηλώνει ότι μπορούμε να ανακτήσουμε το αρχικό stream πληροφορίας δειγματοληπτώντας το Z.

Παράρτημα – Κώδικας:

%erwtimaA

```
clear all;

close all;

%A.1

T=10^(-3);

over = 10;

A=4;

Ts=T/over;

rolloff = [0 0.5 1];

figure(1);

hold on;

%A1

%SRRC pulse plot

for i=[1 2 3] %Here we create and plot srrc pulse for all of our roll-off factors

   [ph(i,:),t] = srrc_pulse(T,over,A,rolloff(i));

   a(i) =plot(t,ph(i,:));

end

ylabel( 'PH(t)' );
```

```
xlabel( 'TIME(SECONDS)' );
title( 'OUR SRRC pulses for 3 diffrent roll-off factors(0,0.5,1)');
legend([a(1), a(2) ,a(3)], 'a = 0', 'a=0.5', 'a=1');
%A.2
Fs = 1/Ts;
Nf = 1024;
F=(-Fs/2:Fs/Nf:Fs/2-Fs/Nf);
figure(2);
hold on;
%A.2.a
%We need to do our Fourier Transform
for i=[1 2 3] %Here we create our Plot psd for all of our roll-off factors
  FFT(i,:) = fftshift(fft(ph(i,:),Nf)*Ts);
  a(i) = plot(F,abs(FFT(i,:)).^2);
end
ylabel('|PH(F)|^2');
xlabel('F');
title('Common Plot of Energy Spectrum');
legend([a(1), a(2) ,a(3)], 'a = 0', 'a=0.5', 'a=1');
%A.2.b
figure(3);
for i = [1 2 3]    %Here we create out Semilogy psd for all of our roll-off factors
  a(i) = semilogy(F,abs(FFT(i,:)).^2);
  hold on;
end
ylabel('|PH(F)|^2');
xlabel('F');
title('Common Semilogy for Energy Spectum');
legend([a(1), a(2) ,a(3)], 'a = 0', 'a=0.5', 'a=1');
%A.3.
%defining the theoritical bandwidth [BW = (1+a)/2T]
BW1=1/(2*T);
BW2=1.5/(2*T);
```

```
BW3=1/T;
%Given Data
c1=(T/10^3)*ones(1,Nf);
c2=(T/10^5)*ones(1,Nf);
figure(4);
for i = [1 2 3]     %Here we create out Semilogy psd for all of our roll-off factors
    a(i) = semilogy(F,abs(FFT(i,:)).^2);
    hold on;
end
%Common semilogy and a c1
semilogy(F,c1);
ylabel('Energy spectrum of SRRC pulses=|P(F)|^2');
xlabel('F');
title('Common Semilogy for Energy Spectum with c1');
legend([a(1), a(2) ,a(3)], 'a = 0', 'a=0.5', 'a=1');
figure(5);
for i = [1 2 3]     %Here we create out Semilogy psd for all of our roll-off factors
    a(i) = semilogy(F,abs(FFT(i,:)).^2);
    hold on;
end
%Common semilogy and a c2
semilogy(F,c2);
ylabel('Energy spectrum of SRRC pulses=|P(F)|^2');
xlabel('F');
title('Common Semilogy for Energy Spectum with c2');
legend([a(1), a(2) ,a(3)], 'a = 0', 'a=0.5', 'a=1');
```

%erwtimaB

```
clear all;
close all;
T=10^(-3);
over=10;
Ts=T/over;
```

```
A=4;
rolloff = [0 0.5 1];
for k=[0 1 2 3] %For each k
  for i=[1 2 3]   %For all of our roll-off numbers a.
    if(k<3)%We dont need the k=3 for our plots just to calculate our integral
        %B1
        figure;    %Create our new figure for each of k and a
        subplot(2,1,1);    %sublpot for ϕ(t) & ϕ(t-kT)
        [ph1,t] = srrc_pulse(T,over,A,rolloff(i));
        %Create our ϕ(t-kT);
        pha= [ph1, zeros(1,10*k)];
        phb=[zeros(1,10*k),ph1];
        %Here we need to create our new time after adding the zeros
        ts=[0:Ts:length(t)*Ts+T*k-Ts];
        %Plot for our ϕ(t)
        plot1 = plot(ts,pha);
        hold on;
        %Plot for our ϕ(t-kT)
        plot2 = plot(ts,phb);
        ylabel('Phi(t), Phi(t-kT) ');
        xlabel('TIME(sec)');
        title(['Phi(t), Phi(t-kT) Pulses  a= ' ,num2str(rolloff(i)), '  k= ',num2str(k)]);
        legend([plot1, plot2],'Phi(t)' , 'Phi(t-kT)');
         %b2 create their product
        subplot(2,1,2);    %sublpot for ϕ(t) & ϕ(t-kT)
        phP = pha.*phb;
        plot(ts, phP);
        ylabel('Phi(t) * Phi(t-kT) ');
        xlabel('TIME(sec)');
        title(['Phi(t) * Phi(t-kT) Pulse  a= ' ,num2str(rolloff(i)), '  k= ',num2str(k)]);
    end
    %b3 calculate their integral
    if(k==3)%We need this for out integral ONLY in k=3
```

```
        [ph1,t] = srrc_pulse(T,over,A,rolloff(i));
        %Create our ϕ(t-kT);
        pha= [ph1, zeros(1,10*k)];
        phb=[zeros(1,10*k),ph1];
        phP=pha.*phb;
      end
      integral = sum(phP).*Ts;   %Calculate it here
      fprintf('\nThe Integral of Phi(t)*Phi(t-kT) for a= %2f and k=%d is : %2f  ',rolloff(i),k,integral);
  end
end
```

%erwtimaC

```
clear all;
close all;
T=10^(-3);
over = 10;
a=0.5;
A=4;
N=100;
Ts=T/over;
%C1
figure(1);
b = (sign (randn(N,1)) + 1)/2;
%C2 a
x = bits_to_2PAM(b);
%C2 b
%simulate X(d(t))=sum(Xk*d(t-kT))
X_delta = 1/Ts*upsample(x,over);
%adds over-1 zeros between symbols respectivelly
t_d = 0:Ts:(N+N*(over-1)-1)*Ts;
plot(t_d, X_delta);
ylabel('TIME(sec)');
xlabel('Amplitude');
```

```
title('Xd(t)');

%C2 c

figure(2);

[ph,t]=srrc_pulse(T,over,A,a);

tX= (t_d(1)+t(1):Ts:t_d(end)+t(end));

X = conv(X_delta, ph).*Ts;

plot(tX,X);

ylabel('X');

xlabel('t');

title('Convolution of Xd(t) and Phi(t)');

%C2 d

%constructing second signal,Phi(-t), by inverting time Axis and Values

ph_Inv=ph(end:-1:1);

t_Inv= -t(end:-1:1);

 Z = conv(X,ph_Inv).*Ts;

%new time for the second convolution

t_Z = ( tX(1) + t_Inv(1):Ts:tX(end)+t_Inv(end));

figure(3);

plot(t_Z,Z);

ylabel('Z(t)');

xlabel('t');

title('Convolution of X(t) and Phi(-t)');

figure(4);

plot(t_Z,Z);

hold on;

stem([0:N-1]*T,x);

ylabel('Z(kt)');

xlabel('t');

title('Comparison of the pulses Z(kT) and Xd');
```

Συναρτήσεις:

function [phi, t] = srrc_pulse(T, over, A, a)

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% [phi, t] = srrc_pulse(T, over, A, a)                    %

%                                                         %

% OUTPUT                                                  %

%     phi: truncated SRRC pulse, with parameter T,              %

%              roll-off factor a, and duration 2*A*T            %

%     t:   time axis of the truncated pulse                     %

%                                                         %

% INPUT                                                   %

%     T:  Nyquist parameter or symbol period  (positive real number)      %

%     over: positive integer equal to T/T_s (oversampling factor)        %

%     A:  half duration of the pulse in symbol periods (positive integer)     %

%     a:  roll-off factor (real number between 0 and 1)              %

%                                                         %

%   A. P. Liavas, Oct. 2020                                %

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Ts = T/over;

% Create time axis

t = [-A*T:Ts:A*T] + 10^(-8); % in order to avoid division by zero problems at t=0.

if (a>0 && a<=1)

  num = cos((1+a)*pi*t/T) + sin((1-a)*pi*t/T) ./ (4*a*t/T);

  denom = 1-(4*a*t./T).^2;

  phi = 4*a/(pi*sqrt(T)) * num ./ denom;

elseif (a==0)

  phi = 1/(sqrt(T)) * sin(pi*t/T)./(pi*t/T);

else

   phi = zeros(length(t),1);

   disp('Illegal value of roll-off factor')

   return

end
```

```
function X = bits_to_2PAM(b)

% X = bits_to_2PAM(b)

% OUTPUT

%Xk: Xk, k=0,...,N-1

% INPUT

%b: sequence of bits

% USAGE:

% Map the input bits as shown below:

% 0-> +1

% 1-> -1

X=zeros(size(b)); %Fill with zeros

for k=1:length(b)

   if(b(k)==0)

      X(k)=1;

      elseif(b(k)==1)

      X(k)=-1;

      else

      disp('Error')

      return

   end

end

end
```