



IEL – protokol k projektu

Evgeny Torbin
xtorbi00

20. prosince 2020

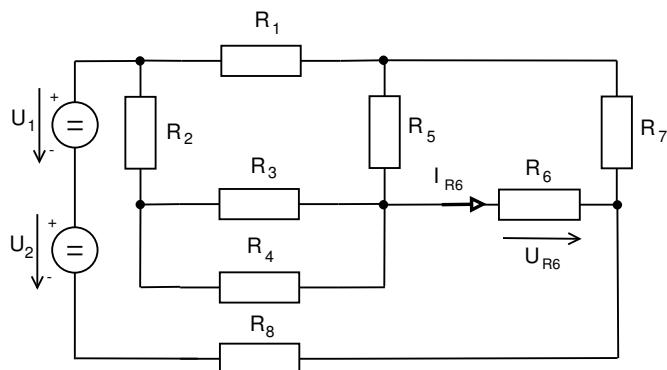
Obsah

| | | |
|---|------------------|----|
| 1 | Příklad 1 | 2 |
| 2 | Příklad 2 | 6 |
| 3 | Příklad 3 | 9 |
| 4 | Shrnutí výsledků | 12 |

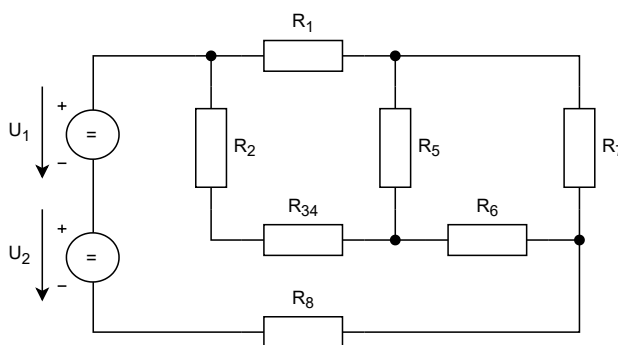
Příklad 1

Stanovte napětí U_{R6} a proud I_{R6} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

| sk. | U_1 [V] | U_2 [V] | R_1 [Ω] | R_2 [Ω] | R_3 [Ω] | R_4 [Ω] | R_5 [Ω] | R_6 [Ω] | R_7 [Ω] | R_8 [Ω] |
|-----|-----------|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| F | 125 | 65 | 510 | 500 | 550 | 250 | 300 | 800 | 330 | 250 |

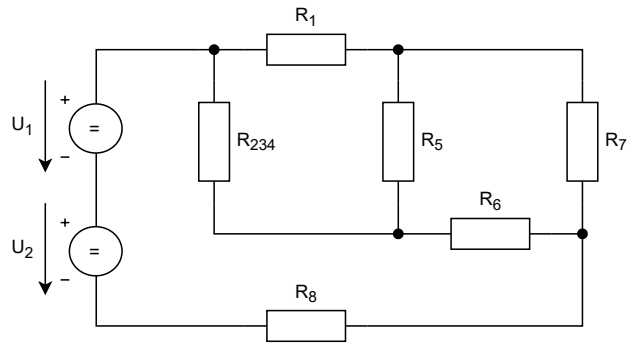


Řešení metodou postupného zjednodušování



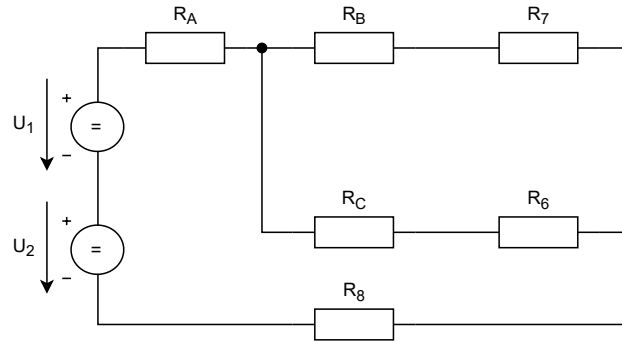
Obrázek 1: Zjednodušení R_3 a R_4 (paralelní zapojení)

$$R_{34} = \frac{R_3 \times R_4}{R_3 + R_4} = \frac{550 \times 250}{550 + 250} = 171,875 \Omega$$



Obrázek 2: Zjednodušení R_2 a R_{34} (sériové zapojení)

$$R_{234} = R_2 + R_{34} = 500 + 171,875 = 671,875 \, \Omega$$

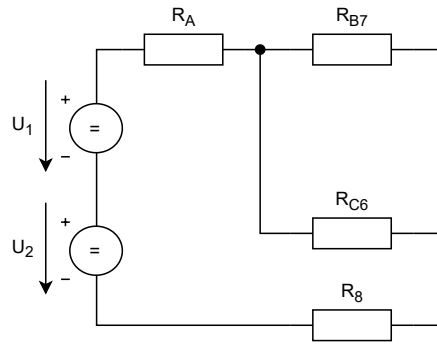


Obrázek 3: Trojúhelník -> hvězda

$$R_A = \frac{R_1 \times R_{234}}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{550 \times 671,875}{510 + 671,875 + 300} = 231,2315 \, \Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 \times R_5}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{550 \times 300}{510 + 671,875 + 300} = 103,2476 \, \Omega$$

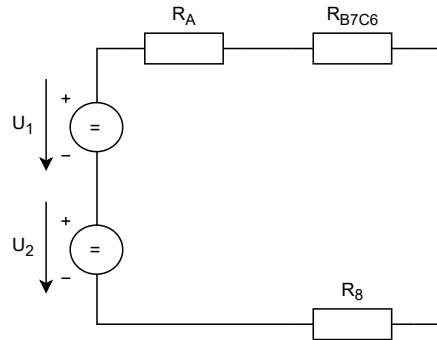
$$R_C = \frac{R_{234} \times R_5}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{671,875 \times 300}{510 + 671,875 + 300} = 136,0186 \, \Omega$$



Obrázek 4: Zjednodušení R_B a R_7 , R_C a R_6 (sériové zapojení)

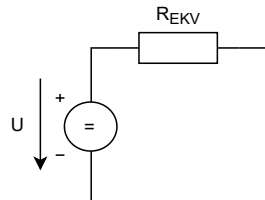
$$R_{B7} = R_B + R_7 = 103,2476 + 330 = 433,2476 \, \Omega$$

$$R_{C6} = R_C + R_6 = 136,0186 + 800 = 936,0186 \, \Omega$$



Obrázek 5: Zjednodušení R_{B7} a R_{C6} (paralelní zapojení)

$$R_{B7C6} = \frac{R_{B7} \times R_{C6}}{R_{B7} + R_{C6}} = \frac{433,2476 \times 936,0186}{433,2476 + 936,0186} = 296,1643 \, \Omega$$



Obrázek 6: Zjednodušení R_A , R_{B7C6} , R_8 a U_1 , U_2 (sériové zapojení)

$$R_{EKV} = R_A + R_{B7C6} + R_8 = 231,2315 + 296,1643 + 250 = 777,3958 \, \Omega$$

$$U = U_1 + U_2 = 125 + 65 = 190 \, V$$

- Spočítáme proud I (Ohmův zákon)

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{190}{777,3958} = 0,2444 \text{ A}$$

- Spočítáme U_{R_8} , U_{R_A} (Ohmův zákon) a $U_{R_{B7C6}}$ (sériové zapojení)

$$\begin{aligned} U_{R_8} &= I * R_8 = 0,2444 \times 250 = 61,1 \text{ V} \\ U_{R_A} &= I * R_A = 0,2444 \times 231,2315 = 56,513 \text{ V} \\ U_{R_{B7C6}} &= U - U_{R_8} - U_{R_A} = 190 - 61,1 - 56,513 = 72,387 \text{ V} \end{aligned}$$

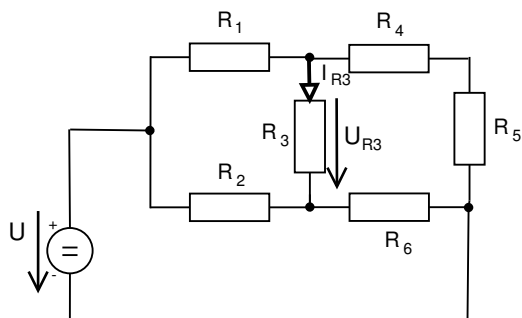
- $I_{R_{C6}}$ se rovná I_{R_6} (sériové zapojení), tedy můžeme spočítat I_{R_6} a U_{R_6} (Ohmův zákon)

$$\begin{aligned} I_{R_{C6}} &= I_{R_6} = \frac{U_{R_{C6}}}{R_{C6}} = \frac{72,387}{936,0186} = 0,0773 \text{ A} \\ U_{R_6} &= I_{R_6} \times R_6 = \frac{72,387}{936,0186} \times 800 = 61,868 \text{ V} \end{aligned}$$

Příklad 2

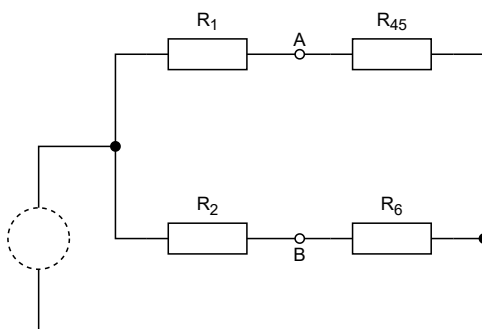
Stanovte napětí U_{R_3} a proud I_{R_3} . Použijte metodu Théveninovy věty.

| sk. | U [V] | R_1 [Ω] | R_2 [Ω] | R_3 [Ω] | R_4 [Ω] | R_5 [Ω] | R_6 [Ω] |
|-----|---------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| C | 200 | 70 | 220 | 630 | 240 | 450 | 300 |



Řešení metodou Théveninovy věty

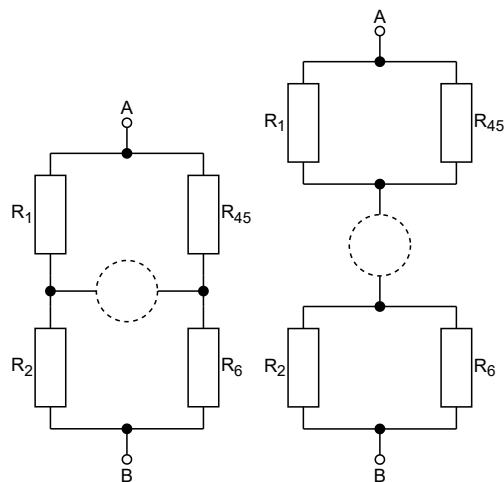
- Zjednodušíme R_4 , R_5 (sériové zapojení) a odstraníme odpor R_3 , zdroj napětí U



Obrázek 1: Upravený obvod

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 240 + 450 = 690 \, \Omega$$

- Najdeme R_{145} a R_{26} (paralelní zapojení), pak spočítáme R_i (sériové zapojení)



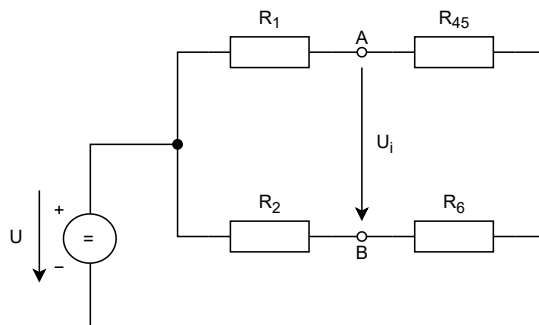
Obrázek 2: Výpočet R_i

$$R_{145} = \frac{R_1 \times R_{45}}{R_1 + R_{45}} = \frac{70 \times 690}{70 + 690} = 63,5526 \, \Omega$$

$$R_{26} = \frac{R_2 \times R_6}{R_2 + R_6} = \frac{220 \times 300}{220 + 300} = 126,9231 \, \Omega$$

$$R_i = R_{145} + R_{26} = 63,5526 + 126,9231 = 190,4757 \, \Omega$$

- Spočítáme U_{R_1} , U_{R_2} při pomoci napětového děliče a určíme U_i



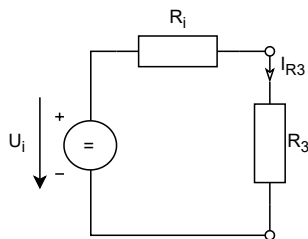
Obrázek 3: Výpočet U_i

$$U_{R_1} = U \times \frac{R_1}{R_1 + R_{45}} = 200 \times \frac{70}{70 + 690} = 18,4211 \text{ V}$$

$$U_{R_2} = U \times \frac{R_2}{R_2 + R_6} = 200 \times \frac{220}{220 + 300} = 84,6154 \text{ V}$$

$$U_i = U_{R_2} - U_{R_1} = 84,6154 - 18,4211 = 66,1943 \text{ V}$$

- Spočítáme I_{R_3} a U_{R_3} (Ohmův zákon)



Obrázek 4: Výpočet I_{R_3} a U_{R_3}

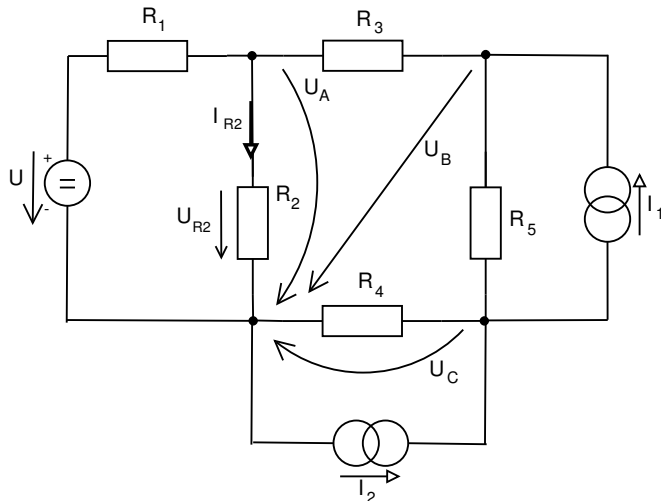
$$I_{R_3} = \frac{U_i}{R_i + R_3} = \frac{66,1943}{190,4847 + 630} = 0,0807 \text{ A}$$

$$U_{R_3} = I_{R_3} \times R_3 = \frac{66,1943}{190,4847 + 630} \times 630 = 50,8266 \text{ V}$$

Příklad 3

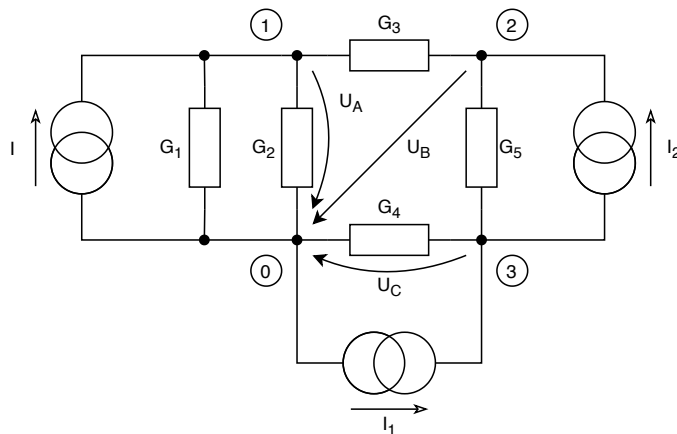
Stanovte napětí U_{R2} a proud I_{R2} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A, U_B, U_C).

| sk. | U [V] | I_1 [A] | I_2 [A] | R_1 [Ω] | R_2 [Ω] | R_3 [Ω] | R_4 [Ω] | R_5 [Ω] |
|-----|---------|-----------|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| A | 120 | 0.9 | 0.7 | 53 | 49 | 65 | 39 | 32 |



Řešení metodou uzlových napětí

- Převědeme zdroj napětí na proudový zdroj a označíme uzly



Obrázek 1: Upravený obvod

$$I = \frac{U}{R_1} = \frac{120}{53} \text{ A}$$

- Spočítáme vodivosti G_1, G_2, G_3, G_4 a G_5

$$G_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{53} S, G_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{49} S, G_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{65} S$$

$$G_4 = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{39} S, G_5 = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{32} S$$

- Sestavíme matice pro výpočet U_A, U_B, U_C

$$\begin{pmatrix} G_1 + G_2 + G_3 & -G_3 & 0 \\ -G_3 & G_3 + G_5 & -G_5 \\ 0 & -G_5 & G_4 + G_5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ I_1 \\ I_2 - I_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{53} + \frac{1}{49} + \frac{1}{65} & -\frac{1}{65} & 0 \\ -\frac{1}{65} & \frac{1}{65} + \frac{1}{32} & -\frac{1}{32} \\ 0 & -\frac{1}{32} & \frac{1}{39} + \frac{1}{32} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{120}{53} \\ \frac{9}{10} \\ \frac{2}{-10} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{3185 + 3445 + 2597}{168805} & -\frac{1}{65} & 0 \\ -\frac{1}{65} & \frac{32 + 65}{2080} & -\frac{1}{32} \\ 0 & -\frac{1}{32} & \frac{32 + 39}{1248} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{120}{53} \\ \frac{9}{10} \\ \frac{2}{-10} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{9227}{168805} & -\frac{1}{65} & 0 \\ -\frac{1}{65} & \frac{97}{2080} & -\frac{1}{32} \\ 0 & -\frac{1}{32} & \frac{71}{1248} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{120}{53} \\ \frac{9}{10} \\ \frac{2}{-10} \end{pmatrix}$$

- Spočítáme U_A pomocí Cramerova pravidla

$$A = \begin{pmatrix} \frac{9227}{168805} & -\frac{1}{65} & 0 \\ -\frac{1}{65} & \frac{97}{2080} & -\frac{1}{32} \\ 0 & -\frac{1}{32} & \frac{71}{1248} \end{pmatrix} \quad A_1 = \begin{pmatrix} \frac{120}{53} & -\frac{1}{65} & 0 \\ \frac{9}{10} & \frac{97}{2080} & -\frac{1}{32} \\ -\frac{2}{10} & -\frac{1}{32} & \frac{71}{1248} \end{pmatrix}$$

$$|A| = \frac{9227}{168805} \times \frac{97}{2080} \times \frac{71}{1248} - \frac{9227}{168805} \times \left(-\frac{1}{32}\right)^2 - \left(-\frac{1}{65}\right)^2 \times \frac{71}{1248} = \frac{16469}{210668640}$$

$$|A_1| = \frac{120}{53} \times \frac{97}{2080} \times \frac{71}{1248} + \left(-\frac{2}{10}\right) \times \left(-\frac{1}{65}\right) \times \left(-\frac{1}{32}\right) - \\ - \frac{120}{53} \times \left(-\frac{1}{32}\right)^2 - \frac{9}{10} \times \left(-\frac{1}{65}\right) \times \frac{71}{1248} = \frac{4947}{1102400}$$

$$U_A = \frac{|A|}{|A_1|} = \frac{\frac{4947}{1102400}}{\frac{16469}{210668640}} = \frac{4947}{1102400} \times \frac{210668640}{16469} = 57,4031 \text{ V}$$

- U_A se rovná U_{R_2} (podle obrázku), tedy můžeme spočítat I_{R_2} (Ohmův zákon)

$$U_A = U_{R_2} = 57,4031 \text{ V}$$

$$I_{R_2} = \frac{U_{R_2}}{R_2} = \frac{57,4031}{49} = 1,1715 \text{ V}$$

Shrnutí výsledků

| Příklad | Skupina | Výsledky | |
|---------|---------|------------------------------|-----------------------------|
| 1 | F | $U_{R6} = 61,868 \text{ V}$ | $I_{R6} = 0,0773 \text{ A}$ |
| 2 | C | $U_{R3} = 50,8266 \text{ V}$ | $I_{R3} = 0,0807 \text{ A}$ |
| 3 | A | $U_{R2} = 57,4031 \text{ V}$ | $I_{R2} = 1,1715 \text{ A}$ |