Interação Gravitacional Entre Três Corpos

Alice Amaral
José Ribeiro
Marcos Pereira

UnB - Universidade de Brasília
IFD - Instituto de Física
Métodos Computacionais A - 1º/2018

Sumário

Sumário

Sumário

Sumário

Sumário

Abordagem Teórica

Potencial gravitacional

$$\Phi_1 = -G \frac{m_1}{\left[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \tag{1}$$

Energia potencial

$$U_{12} = m_2 \Phi_1 \tag{2}$$

logo, se

$$\mathbf{F}_{ij} = -\nabla U_{ij} = -m_j \nabla \Phi_i$$

$$-\nabla U_{12} = -G \frac{m_1 m_2 \mathbf{r}_{12}}{\left[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = \nabla U_{21}$$

Interação Gravitacional Entre Três Corpos

Os três corpos interagem entre si perturbando as trajetórias:

- Interação entre 1 e 2:

$$\mathbf{F}_{12} = -G \frac{\mathbf{r}_{12}}{\left[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\mathbf{F}_{21} \, .$$

- Interação entre 2 e 3:

$$\mathbf{F}_{32} = -G \frac{\mathbf{r}_{32}}{\left[(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\mathbf{F}_{23} \, .$$

- Interação entre 1 e 3:

$$\mathbf{F}_{13} = -G \frac{\mathbf{r}_{13}}{\left[(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\mathbf{F}_{31} \, .$$

Interação Gravitacional Entre Três Corpos

Os três corpos interagem entre si perturbando as trajetórias:

- Interação entre 1 e 2:

$$\mathbf{F}_{12} = -G\frac{\mathbf{r}_{12}}{\left[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\mathbf{F}_{21}\,.$$

- Interação entre 2 e 3:

$$\mathbf{F}_{32} = -G\frac{\mathbf{r}_{32}}{\left[(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\mathbf{F}_{23}\,.$$

- Interação entre 1 e 3:

$$\mathbf{F}_{13} = -G\frac{\mathbf{r}_{13}}{\left[(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\mathbf{F}_{31}\,.$$

Interação Gravitacional Entre Três Corpos

Os três corpos interagem entre si perturbando as trajetórias:

- Interação entre 1 e 2:

$$\mathbf{F}_{12} = -G\frac{\mathbf{r}_{12}}{\left[(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\mathbf{F}_{21}\,.$$

- Interação entre 2 e 3:

$$\mathbf{F}_{32} = -G\frac{\mathbf{r}_{32}}{\left[(x_3-x_2)^2+(y_3-y_2)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\mathbf{F}_{23}\,.$$

- Interação entre 1 e 3:

$$\mathbf{F}_{13} = -G\frac{\mathbf{r}_{13}}{\left[(x_3-x_1)^2+(y_3-y_1)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\mathbf{F}_{31}\,.$$

Interação Gravitacional Entre Três Corpos

Os três corpos interagem entre si perturbando as trajetórias:

- Interação entre 1 e 2:

$$\mathbf{F}_{12} = -G\frac{\mathbf{r}_{12}}{\left[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\mathbf{F}_{21}\,.$$

- Interação entre 2 e 3:

$$\mathbf{F}_{32} = -G\frac{\mathbf{r}_{32}}{\left[(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\mathbf{F}_{23}\,.$$

- Interação entre 1 e 3:

$$\mathbf{F}_{13} = -G\frac{\mathbf{r}_{13}}{\left[(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\mathbf{F}_{31}\,.$$

Matriz de co-ocorrência

Matriz de co-ocorrência com $d = 1$ e $\theta = 0°$:

3	2	0	1	0
1	2	1	3	0
3	1	0	2	3
1	2	3	0	3
0	0	0	0	1

	0	1	2	3
0	3	2	1	1
1	2	0	2	1
2	1	1	0	2
3	2	1	1	0

	0	1	2	3
0	0.15	0.10	0.05	0.05
1	0.10	0.00	0.10	0.05
2	0.05	0.05	0.00	0.10
3	0.10	0.05	0.05	0.00

Matriz de co-ocorrência

Matriz de co-ocorrência com $d = 1$ e $\theta = 0°$:

3	2	0	1	0
1	2	1	3	0
3	1	0	2	3
1	2	3	0	3
0	0	0	0	1

	0	1	2	3
0	3	2	1	1
1	2	0	2	1
2	1	1	0	2
3	2	1	1	0

	0	1	2	3
0	0.15	0.10	0.05	0.05
1	0.10	0.00	0.10	0.05
2	0.05	0.05	0.00	0.10
3	0.10	0.05	0.05	0.00

Matriz de co-ocorrência

Matriz de co-ocorrência com $d = 1$ e $\theta = 0°$:

3	2	0	1	0
1	2	1	3	0
3	1	0	2	3
1	2	3	0	3
0	0	0	0	1

	0	1	2	3
0	3	2	1	1
1	2	0	2	1
2	1	1	0	2
3	2	1	1	0

	0	1	2	3
0	0.15	0.10	0.05	0.05
1	0.10	0.00	0.10	0.05
2	0.05	0.05	0.00	0.10
3	0.10	0.05	0.05	0.00

Matriz de co-ocorrência

Matriz de co-ocorrência com $d = 1$ e $\theta = 0°$:

3	2	0	1	0
1	2	1	3	0
3	1	0	2	3
1	2	3	0	3
0	0	0	0	1

	0	1	2	3
0	3	2	1	1
1	2	0	2	1
2	1	1	0	2
3	2	1	1	0

	0	1	2	3
0	0.15	0.10	0.05	0.05
1	0.10	0.00	0.10	0.05
2	0.05	0.05	0.00	0.10
3	0.10	0.05	0.05	0.00

Matriz de co-ocorrência

$$
\begin{aligned}
P(i,j,d,135^\circ) \quad = \quad & \#\{\{(k,l),(m,n)\} \subset S \,|\, (k-m=d, l-n=d) \text{ ou} \\
& (k-m=-d, l-n=-d), f(k,l)=i, f(m,n)=j\}\,.
\end{aligned}
$$

Pode-se normalizar os elementos da matriz de co-ocorrência para que representem probabilidades fazendo:

$$
p(i,j) = \frac{P(i,j)}{\sum_{p=0}^{H_g} \sum_{q=0}^{H_g} P(p,q)}\,,
$$

sendo H_g o nível de cinza máximo na imagem.

Matriz de co-ocorrência

$$\begin{aligned} P(i,j,d,135^\circ) &= \#\{\{(k,l),(m,n)\} \subset S \,|\, (k-m=d, l-n=d) \text{ ou} \\ &\quad (k-m=-d, l-n=-d), f(k,l)=i, f(m,n)=j\}. \end{aligned}$$

Pode-se normalizar os elementos da matriz de co-ocorrência para que representem probabilidades fazendo:

$$p(i,j) = \frac{P(i,j)}{\sum_{p=0}^{H_g} \sum_{q=0}^{H_g} P(p,q)},$$

sendo H_g o nível de cinza máximo na imagem.

Matriz de co-ocorrência

$$
\begin{aligned}
P(i,j,d,135^\circ) \quad = \quad & \#\{\{(k,l),(m,n)\} \subset S \,|\, (k-m=d, l-n=d) \text{ ou} \\
& (k-m=-d, l-n=-d), f(k,l)=i, f(m,n)=j\}\,.
\end{aligned}
$$

Pode-se normalizar os elementos da matriz de co-ocorrência para que representem probabilidades fazendo:

$$
p(i,j) = \frac{P(i,j)}{\sum_{p=0}^{H_g} \sum_{q=0}^{H_g} P(p,q)}\,,
$$

sendo H_g o nível de cinza máximo na imagem.

Matriz de co-ocorrência

$$
\begin{aligned}
P(i,j,d,135^\circ) \quad = \quad & \#\{\{(k,l),(m,n)\} \subset S \,|\, (k-m=d, l-n=d) \text{ ou} \\
& (k-m=-d, l-n=-d), f(k,l)=i, f(m,n)=j\}\,.
\end{aligned}
$$

Pode-se normalizar os elementos da matriz de co-ocorrência para que representem probabilidades fazendo:

$$
p(i,j) = \frac{P(i,j)}{\sum_{p=0}^{H_g}\sum_{q=0}^{H_g} P(p,q)}\,,
$$

sendo H_g o nível de cinza máximo na imagem.

Tipos de Sinais – Exemplos

Uma imagem pode ser vista como um sinal que é, por sua vez, uma função de duas variáveis espaciais: x e y.

,

Referências I