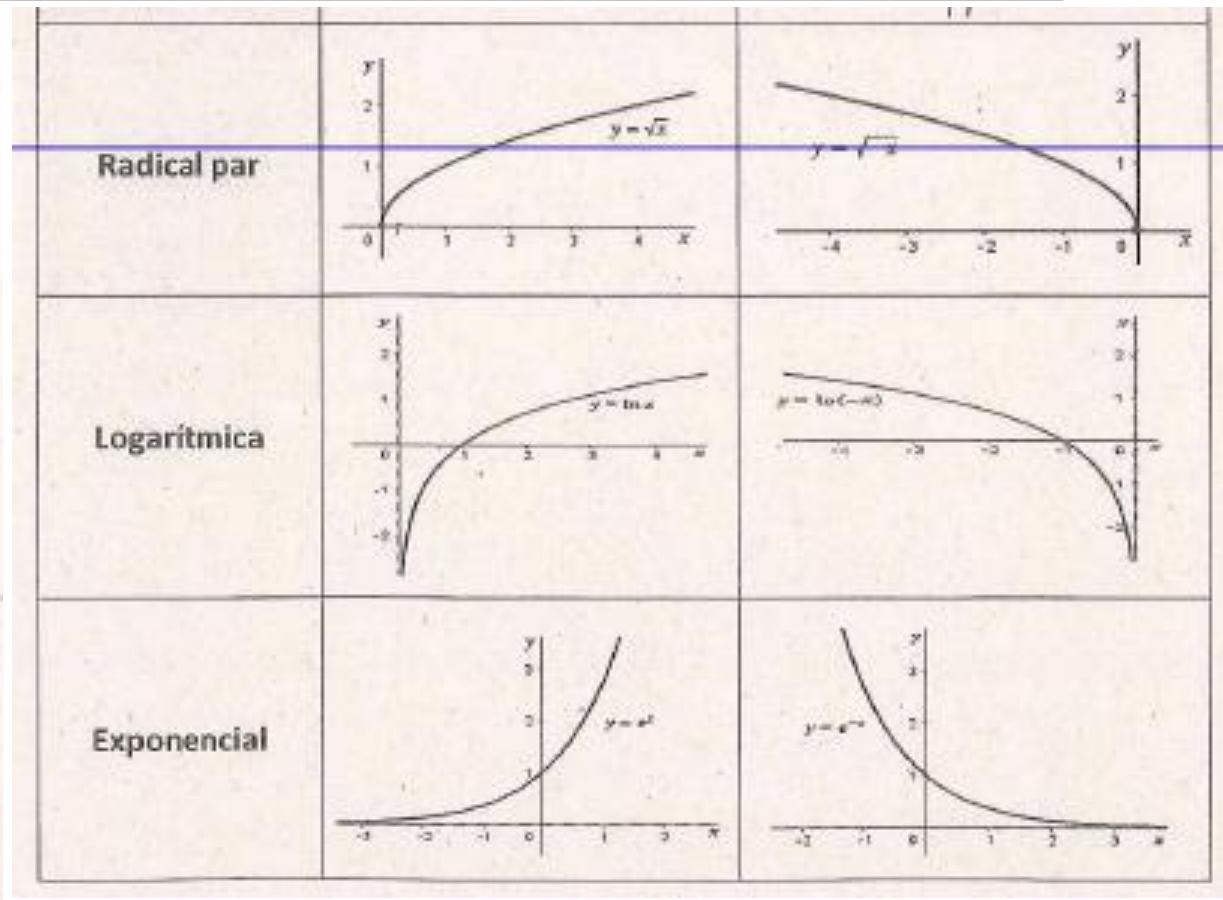
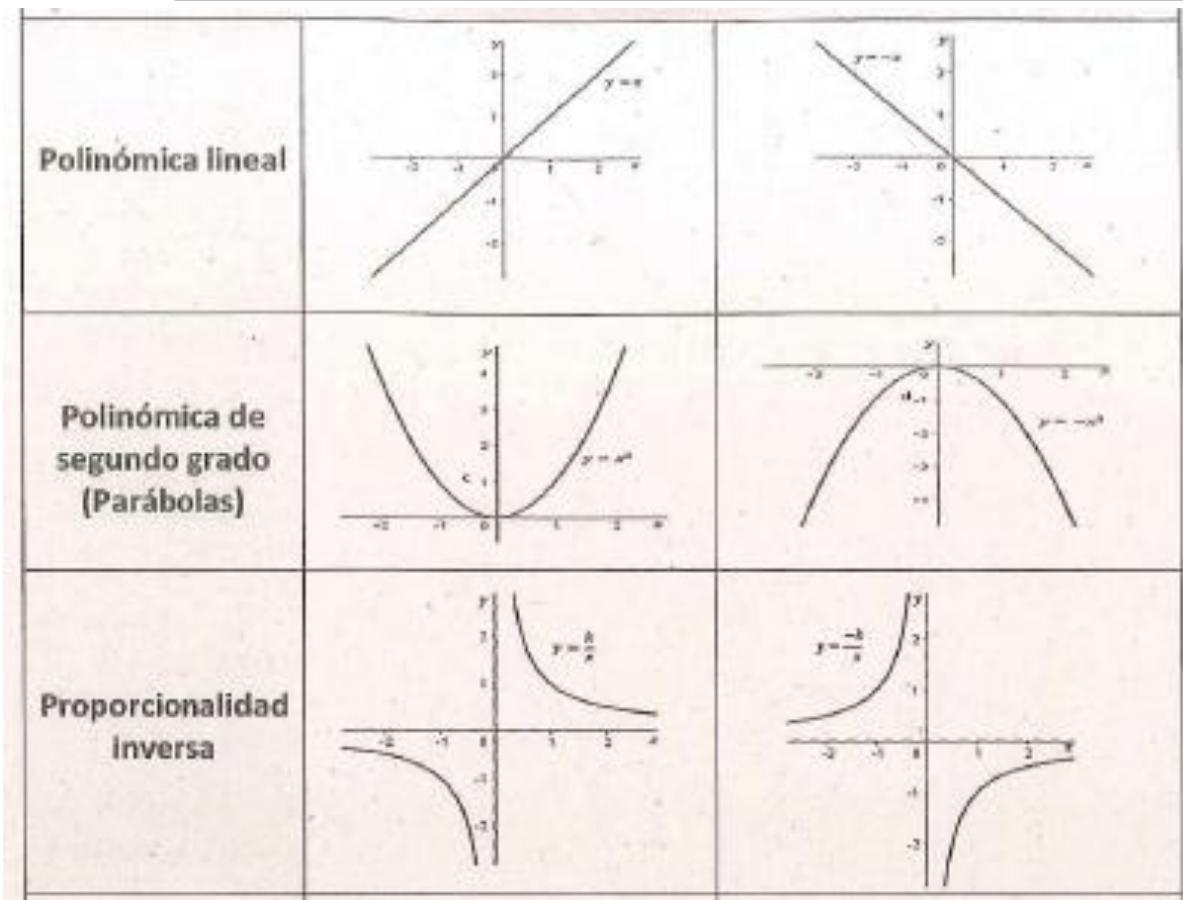


FUNTZIOEN ADIERAZPENA

PAUSUAK

1. DEFINIZIO EREMUA ETA JARRAITASUNA
2. ARDATZEKIKO EBAKI PUNTUAK ($x=0$ eta $y=0$)
3. ASINTOTAK
 - BERTIKALA
 - HORIZONTALA
 - ZEIHARRA
4. MONOTONIA (GORAKORTASUN/BEHERAKORTASUN) ETA PUNTU SINGULARRAK (MAX/MIN)
5. KURBATURA (GANBILA/AHUR) ETA INFLEXIO PUNTUA
6. SIMETRIA
7. PERIODIKOTASUNA (TRIGONOMETRIKOETAN)
8. LABURPENA ETA IRUDIKAPENA

OINARRIZKO FUNTZIOAK



ASINTOTEN KALKULUA

ASINTOTA BERTIKALA

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$ aztertzen da:

a-ren balioa lokalizatu eta asintotaren ekuazioa idatzi: $x=a$

Albo limiteak aztertu:

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm\infty$

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm\infty$

Grafikoki adierazi, hau da, kokatu kurba asintotarekiko.

ASINTOTA HORIZONTALA

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = c$ aztertzea da

c kalkulatu eta asintotaren ekuazioa idatzi $y=c$

Kokatu kurba asintotarekiko. Kalkulatu $f(x)$ -b -ren zeinua $x \rightarrow \pm\infty$ danean, jakiteko funtzioa asintotaren gainetik edo azpitik doan.

Oharra: zatiki aljebraikoa bada, zatiketa egin eta aztertu $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ $x \rightarrow \pm\infty$ danean.

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = Z(x) + \frac{H(x)}{Q(x)}, \quad Z(x) \text{ Asintota izango da}$$

ASINTOTA ZEIHARRA

$$y=mx+n$$

Orokorrean:

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - mx$$

Zatiki aljegebraikoa bada zatiketa egin:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = Z(x) + \frac{H(x)}{Q(x)}, \quad Z(x) = mx + n \text{ Asintota izango da}$$

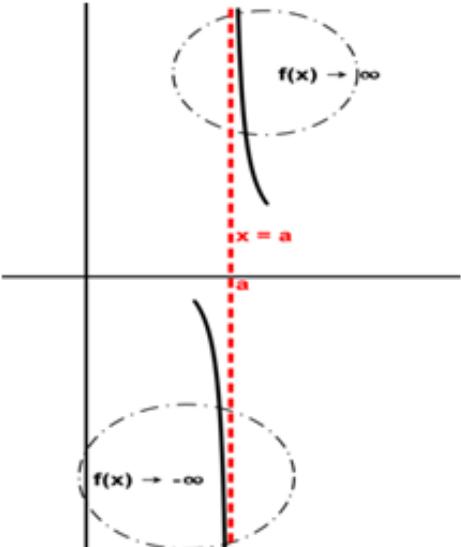
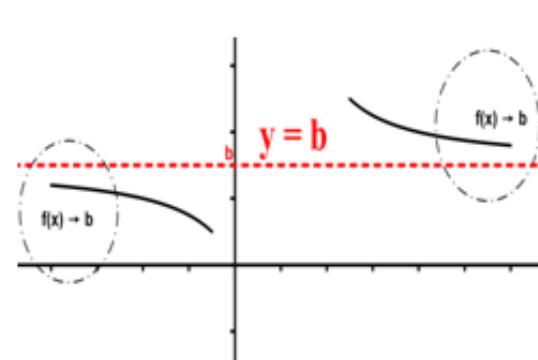
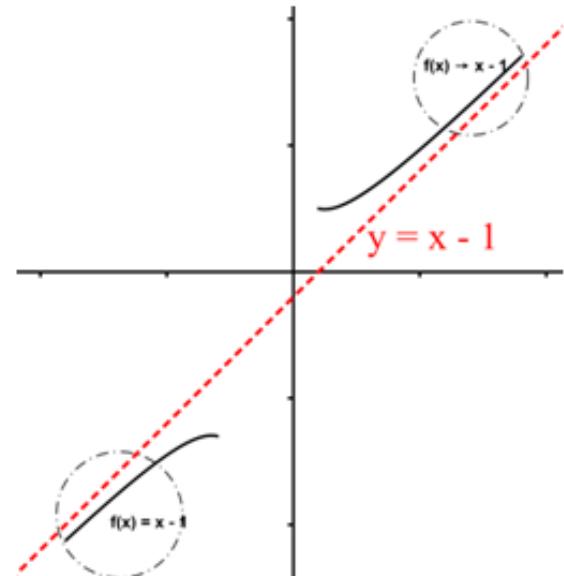
Asintotaren ekuazioa idatzi: $y = mx + n$

Kokatu kurba asintotarekiko. Kalkulatu $f(x)-(mx+n)$ -ren zeinua $x \rightarrow \pm\infty$ danean, , jakiteko funtzioa asintotaren gainetik edo azpitik doan.

Zatiki aljebraikoa bada zatiketa egin:

$$\frac{H(x)}{Q(x)} \quad x \rightarrow \pm\infty \quad \text{danean}$$

Adierazi grafikoki, hau da, kokatu kurba asintotarekiko.

$x \rightarrow a$	$x \rightarrow \pm\infty$	
<u>ASINTOTA BERTIKALA</u> , $x = a$ zuzena da Funtzio batek asintota bertikala izateko, ondokoa bete behar dau: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{P(x)}{Q(x)} = \pm\infty$ 	<u>ASINTOTA HORIZONTALA</u> , $y = b$ zuzena da Funtzio batek asintota horizontal izateko, ondokoa bete behar dau: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = b$ 	<u>ASINTOTA ZEIHARRA</u> , $y = mx + n$ zuzena da Funtzio batek asintota zeiharra: $m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}; \quad n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - mx]$ 

ARIKETAK

$$f(x) = x^3 + 3x^2$$

1.- DEFINIZIO EREMUA

Dom $f(x) = \mathbb{R}$

2.- ARDATZEN EBAKI PUNTUA.

◦ $OX y=0$

$$x^3 + 3x^2 = 0 \quad x^2(x+3) = 0 \quad x=0 \text{ eta } x=-3$$

Puntuak: $(0,0)$ eta $(-3,0)$

◦ $OY x=0$

$$f(0)=0 \text{ Puntua: } (0,0)$$

3.- ASINTOTAK

Funtzio jarraia denez ez du asintotarik.

4.- MONOTONIA

$$f'(x) = 3x^2 + 6x;$$

$$f'(x) = 0; 3x^2 + 6x = 0$$

$$3x(x+2) = 0$$

Mutur erlatiboaak

$$x=0 \text{ eta } x=-2$$

	(-\infty, -2)	(-2, 0)	(0, 2)
f'(x)	f'(-3) > 0	f'(-1) < 0	f'(5) > 0
	GORAKORRA	BEHERAKOR	GORAKORRA
		MAX(-2, 4)	Min(0, 0)
f''(x)		IP(-1, 2)	
	f''(-2) < 0 GANBILA		f''(0) > 0 AHURRA

5.- KURBATURA:

$$f''(x) = 6x + 6; f''(x) = 0$$

- Inflexio puntuak

$$6x + 6 = 0 \quad x = -1$$

6.- SIMETRIA

Simetria bakoitia $f(x)=f(-x)$

$$f(x)=x^3+3x^2$$

$$f(-x)=(-x)^3+3(-x)^2=-x^3+3x^2$$

$$f(x) \neq f(-x)$$

Ez du simetria bakoitirik

Simetria bikoitia $f(x)=-f(x)$

$$f(x)=x^3+3x^2$$

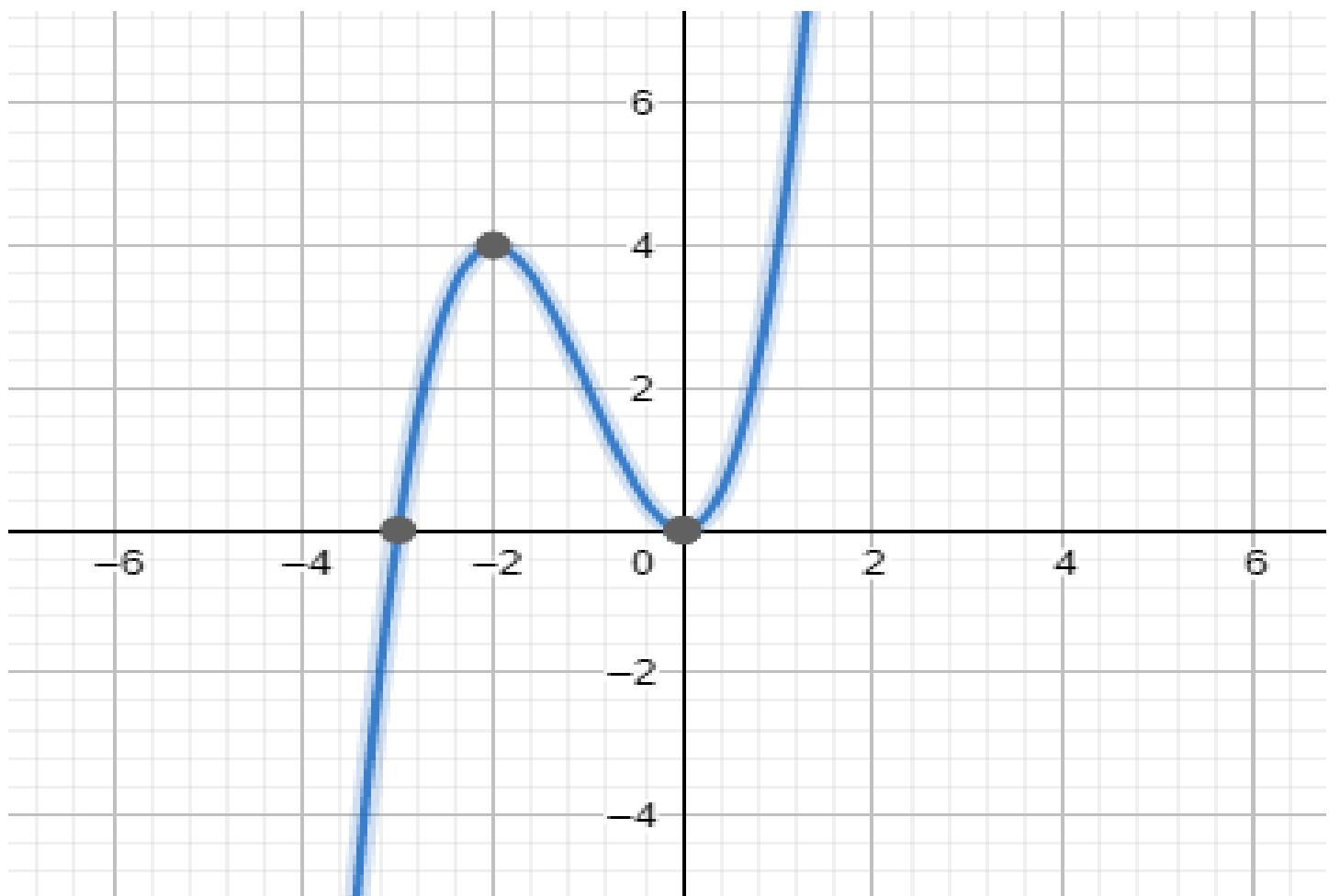
$$-f(x)=-(x^3+3x^2)=-x^3-3x^2$$

$$x^3+3x^2 \neq -x^3-3x^2$$

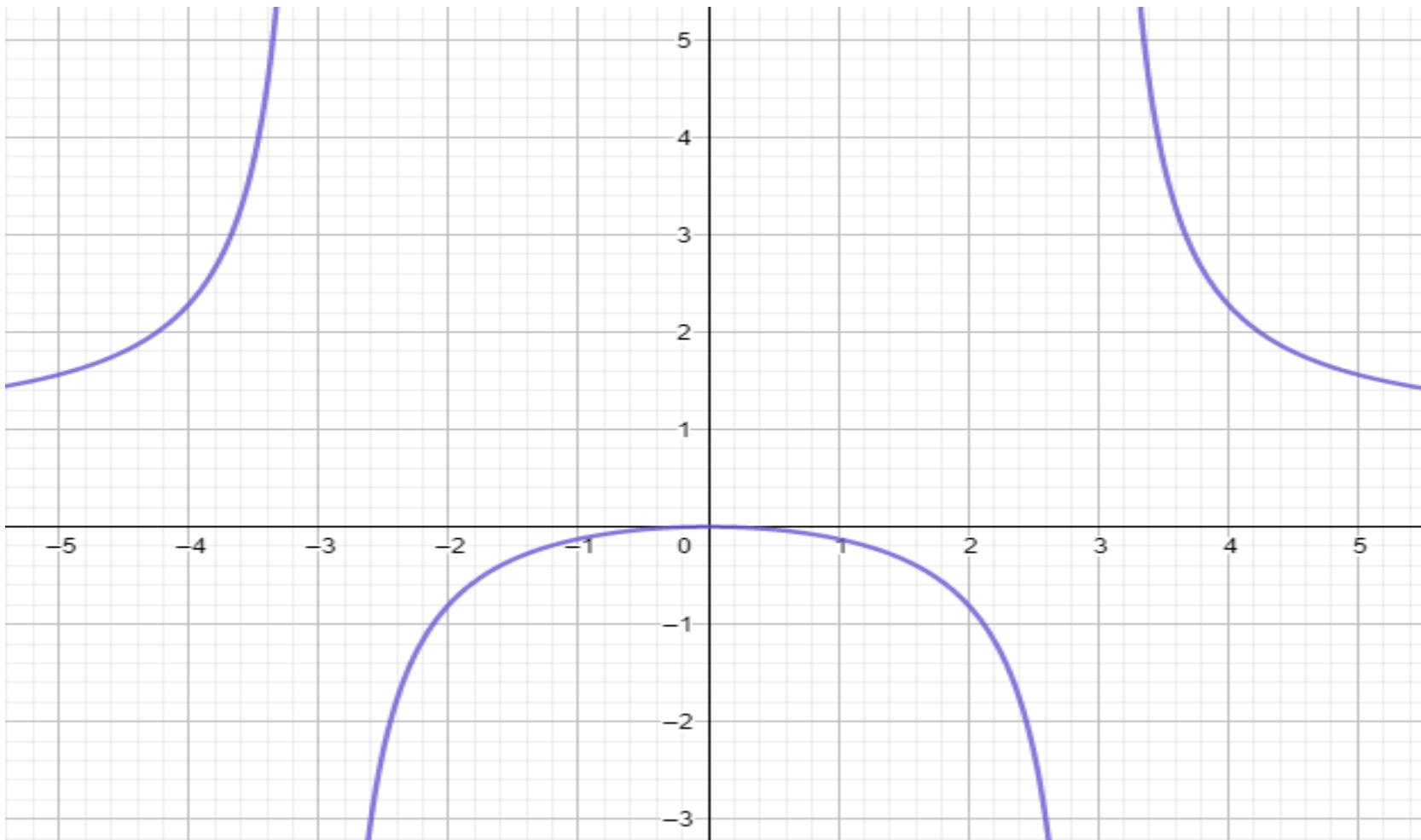
Ez du simetria bikoitirik

7.- PERIODIKOTASUNA

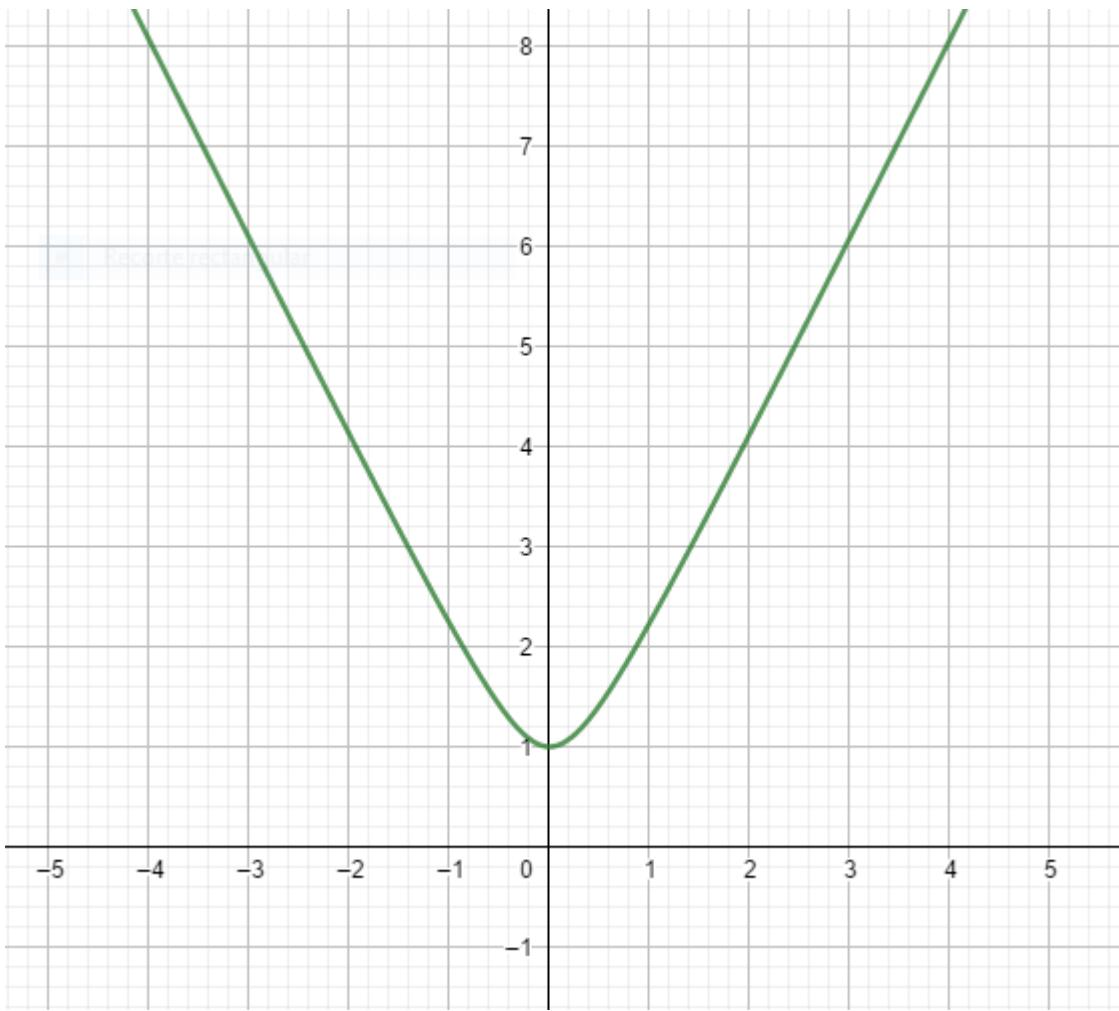
Ez da funtzió periodikoa



$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 9}$$



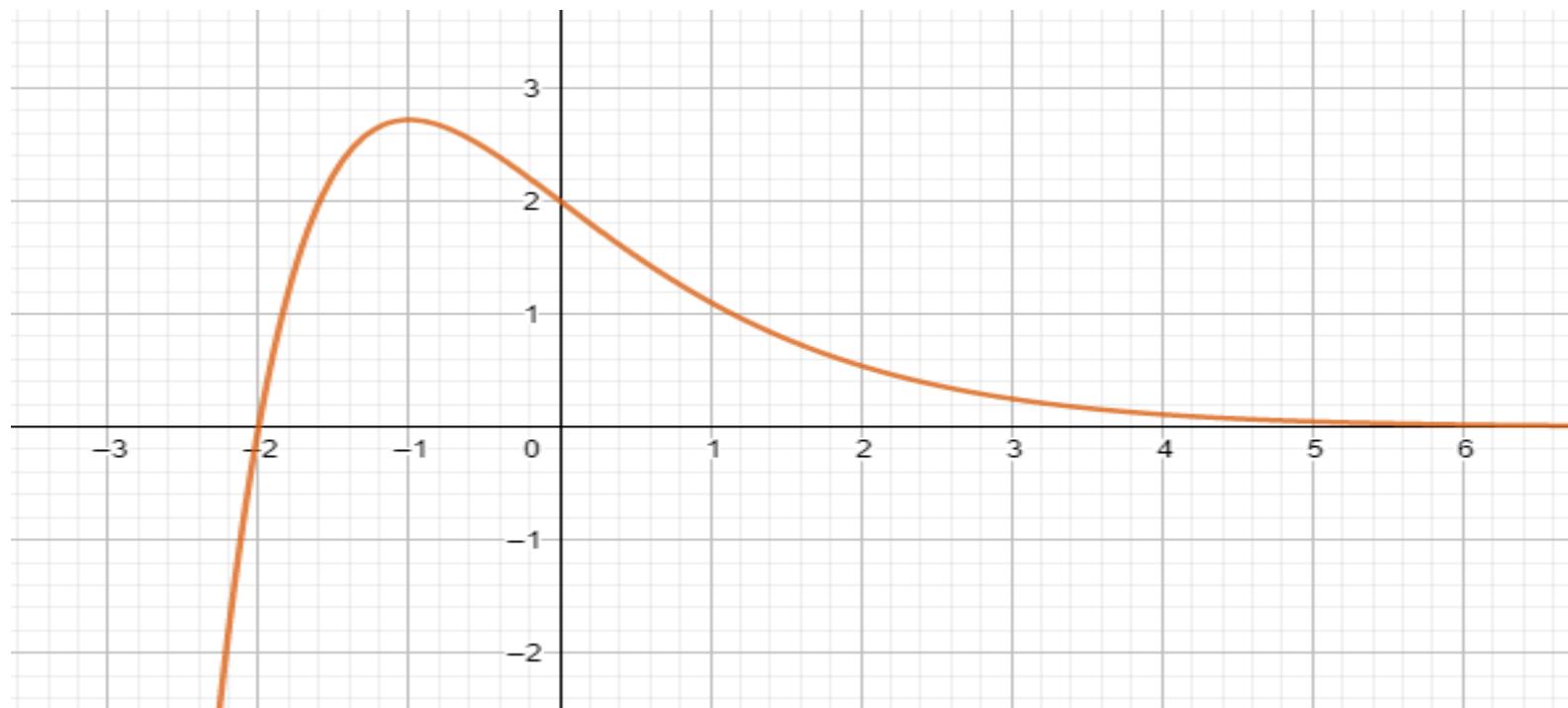
$$f(x) = \sqrt{4x^2 + 1}$$



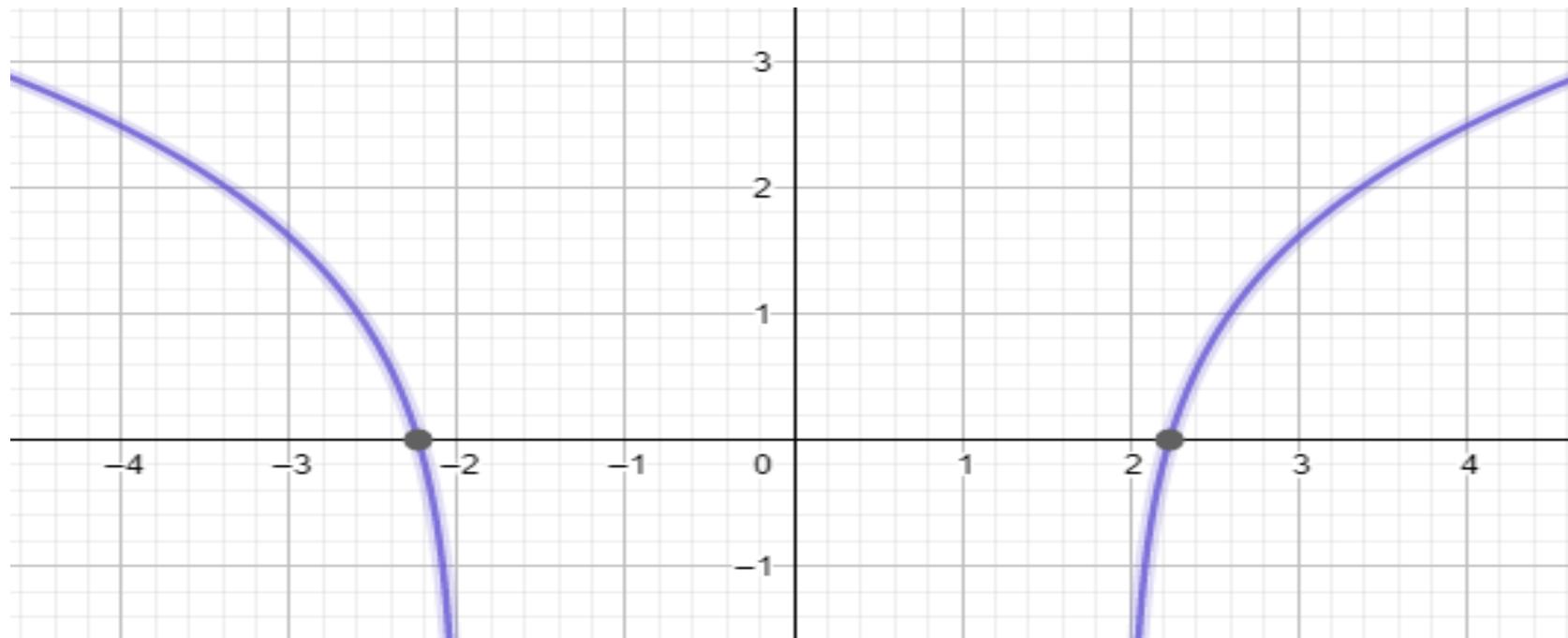
Bilatu a-ren balioa jarraia izan dadin eta irudikatu funtzioa. Pausu guztiak ondo azalduz.

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x + 3 & x \leq 1 \\ ax + \frac{1}{x} + 5 & x > 1 \end{cases}$$

$$f(x) = (x + 2) \cdot e^{-x}$$



$$f(x) = \ln(x^2 - 4)$$



ARIKETA GEHIGARRIAK

322orr.

11.- g

12.- a

13.- b

14.- d

15.- d

19

21.- c