

DEKIBAGARRITASUNA

272 / 32 $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3x & x \leq 2 \\ x^2 - bx - 4 & x > 0 \end{cases}$

1.) DEFINIZIO EKETUA.

$f_1(x) = ax^2 + 3x$ funtzio polinomikoak dira, $\text{Dom } f = \mathbb{R}$
 $f_2(x) = x^2 - bx - 4$ etz berts jarriak eta denboranik dagoien arteetan.

Dekibarrria zatiko, jarria izan behar da eta
 albo denbaturak bardiak eta funtoak itau
 behar dira.

Aztartu epiñu do $x = 2$ dauean.

2.) JARRITASUNA.

Jarrio zatiko $f(2)$ eta limites bardiak izan
 behar da.

I) $f(2) = 4a + 6$.

II) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \quad \left| \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax^2 + 3x) = 4a + 6 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - bx - 4) = 4 - 2b - b \\ = -2b. \end{array} \right.$

limites existitzeke albo, limitak
 bardiak eta funtoak itau behar diren.

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \Rightarrow 4a + 6 = -2b$

$2a + b = -3$

III) $f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

Jarrio zatiko $x = 2$ deuenor:

$2a + b = -3$

$$(33) f(x) = \begin{cases} x^3 - x & x \leq 0 \\ ax + b & x > 0 \end{cases}$$

Definizioa Eremu

$f_1(x) = x^3 - x$ eta $f_2(x) = ax + b$, funtzio polinomikoa euren definizio eremu \mathbb{R} dauez, jarriak eta denibizionak izango diren objektuen arteetan.

Aztartuko doju $x=0$ dauean:

Funtzioa DERIBARRIA izatikoa:

- Jarriko izan behar da. etc
- Albo denibotuak bardiuk eta fuituak izan behar diren

JARNAITASUNA: Funtzioak horten douna boloia eta limites bardiuk zuzen behar diren

$$\text{I)} f(0) = 0$$

$$\text{II)} \lim_{x \rightarrow 0^-} \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^+} ax + b = b \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} x^3 - x = 0 \end{array} \right.$$

limites egotik
albo limiteok
bardiuk eta
fuituak zuzen
behar diren:
 $b = 0$

$$\text{III)} f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

DERIBAKARITASUNA: Albo denibotuak bardiuk eta fuituak hantek:

$$f(x) \left\{ \begin{array}{ll} 3x^2 - 1 & x \leq 0 \\ a & x > 0 \end{array} \right.$$

$$a = -1$$

$$f'(0^-) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (3x^2 - 1) = -1$$

DENDRIOZ

$$f'(0^+) = \lim_{x \rightarrow 0^+} a = a$$

Denibizionak izatik \mathbb{R} n

$$a = 1 \text{ eta } b = 0$$

46

$$f(x) = \begin{cases} x \ln x & 0 < x \leq 1 \\ a(1 - e^{1-x}) & 1 < x \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} f_1(x) = x \ln x \quad \text{Domf} = (0, +\infty) \\ f_2(x) = a(1 - e^{1-x}) \quad \text{Domf} = \mathbb{R} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{funktioak jarriak} \\ \text{dive, etsa deibojamio} \\ \text{dopkiak toteetan} \end{array}$$

- Aztartu epainga do $x=1$ daueran.
- Denbojamoak izotiko, jarria etsa albo denbotuok bordiak etsa funtak zor belerak do $x=1$ daueran

$$1) f(1) = 0$$

$$\underline{\text{Jarriatzeko}} \quad \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^-} x \ln x = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} a(1 - e^{1-x}) = 0. \end{array}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \rightarrow \exists \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

$$3) f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

Jarrio izotiko $f(1)$ etsa $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, bordiak daueran
dirauet jarrio do $x=1$

Deibojantzauna

Albo denbotuok bordiak etsa funtak zor
beler dive.

$$f'(x) \left| \begin{array}{ll} \ln x + 1 & 0 < x \leq 1 \\ a e^{1-x} & 1 < x. \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} f'(1^-) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (\ln x + 1) = 1 \\ f'(1^+) = \lim_{x \rightarrow 1^+} a e^{1-x} = a \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{} \underline{a = 1}$$

R ossau denbojamo

Izotiko $a = 1$

Izaa beler
do

47

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & x \leq 1 \\ (x-1)^3 & x > 1 \end{cases} \quad g'(x) = f'(x)$$

Tarte bakoitzean definitutako funtziak polinomioak izan do, denbajamok dira dojokien tarteetan.

Denbajamko zotuko $x=1$ dauean oztutuko da.

Denbajamko zatuko jarriak eta albo deribatiok barduak eta funtak izan behar diren.

Jarritasuna

$$\left. \begin{array}{l} 1) f(1) = 0 \\ 2) \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \\ \quad \quad \quad \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^-} (x-1)^2 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1)^3 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Albo limit} \\ \text{barduak} \\ \text{eta funtak} \end{array} \end{array} \right\} \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

$$3) \boxed{f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0} \quad \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

Jarrío do $x=0$ dauean

Denbajamko zotuko alb. deribatuak :

$$f'(x) = \begin{cases} 2(x-1) & x < 1 \\ 3(x-1)^2 & x > 1 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} f'(1^-) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 2(x-1) = 0 \\ f'(1^+) = \lim_{x \rightarrow 1^+} 3(x-1)^2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f'(1^-) = f'(1^+)$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{ONDZERIOA} \\ f(x) \text{ denbajamko} \\ \text{do f(x) osotu} \end{array}}$$

Definieren durch $g(x) = f'(x)$

$$g(x) = \begin{cases} 2(x-1) & x \leq 1 \\ 3(x-1)^2 & x > 1 \end{cases}$$

$g(x)$ ~~jedes~~ da \therefore

$$(f(1^-) = f'(1^+))$$

Aberthen do den Bruchpunkt

$$g'(x) = \begin{cases} 2 & x < 1 \\ 6(x-1) & x > 1 \end{cases}$$

$$g'(1^-) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 2 = 2$$

$$g'(1^+) = \lim_{x \rightarrow 1^+} 6(x-1) = 0$$

$$g'(1^-) \neq g'(1^+)$$

Also der Bruchpunkt
des Bereichs
dies besteht
et do den Bruchpunkt
 $x=1$ daran

$g(x)$

$$28) f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{e^x} & x < 0 \\ x^2 + ax + b & x \geq 0 \end{cases}$$

Dom = \mathbb{R} .

DERIBAGARIZIA RAKO : JARNAIA PAN BETAR DA

ETA AIBO DERIBANAK BARDINAK ETA EKITOA
IZON BETAR DIRA

JARNAITASUNA $\exists f(x_0)$ $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ } $f(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$

1) $f(0) = 0^2 + a \cdot 0 + b = b$. limita existitikos.

2) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ $\left| \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1-x}{e^x} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 + ax + b = b \end{array} \right\} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ $b = 1$

3) $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$.

DERIBAGARITASUNA

$$f(x) = \frac{-1 \cdot e^x - (1-x) \cdot e^x}{(e^x)^2} = \frac{-1 - 1 + x}{e^x} = \frac{x-2}{e^x}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{e^x} & x < 0 \\ 2x+a & x > 0 \end{cases}$$

$$f'(0^-) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{e^x} = -2$$

$$f'(0^+) = \lim_{x \rightarrow 0^+} 2x + a = a$$

Aiboribatzak bardinak
eta funtak izotikos

$$a = -2$$

ONDORIOTZ $b=1, a=-2$ denean $f(x)$ DERIBAGARITASUN
da \mathbb{R} ordu.