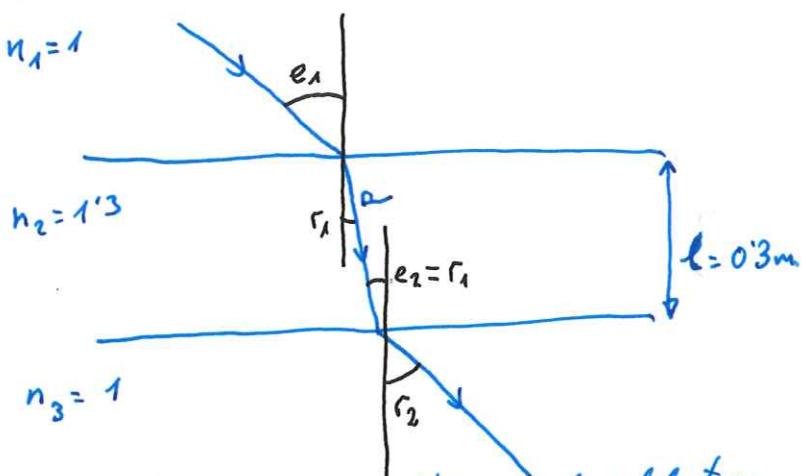


2024 -6-A.3.- 30 cm-ko lodierako beira-xafla batean, argi izpi gorri bat sartu da 45° -ko eraso- angelua eratuz.

- Azaldu ea argi izpiaren kolorea aldatuko den edo ez beira-xaflan sartzean, eta lortu errefrakzio-angelua.
- Zer angelu eratuko du argi izpiak beira-xafla zeharkatuta irteten denean?
- Zenbat denbora behar du argi izpiak beira-xafla zeharkatzeko?

Datuak:

- $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
- $n_{\text{airea}} = 1$
- $n_{\text{beira}} = 1,3$



a) Argiaren maiztasuna, Huygensen Printzipioari jarraituz, er da aldatuena errefrakzioa gertatzen denean. Argiaren kolorea bere energiaren arabera da, eta Planck-eri jarraituz ($E = h \cdot f$), energia eta maiztasuna zuzentzen joaren-koinalak izanik, kolorea er da aldatuho errefrakziora gertatzen. Beira-xaflau dagoen errefrakzio-angelua kalkulatzen, errefrakziorako Snell-en legea aplikatuko dugu: $\frac{\sin e_1}{\sin r_1} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \boxed{r_1 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin e_1\right)} = \arcsin\left(\frac{1}{1.3} \sin 45^\circ\right) = \underline{32.95^\circ}$

b) Berriro Snell aplikatut:

$$\frac{\sin e_2}{\sin r_2} = \frac{n_2}{n_3} \rightarrow \boxed{r_2 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_3} \cdot \sin e_2\right)} = \arcsin\left(\frac{1.3}{1} \cdot \sin 32.95^\circ\right) = \underline{45^\circ}$$

c) Masteko beiratik setetako distantzia: $\cos r_1 = \frac{l}{d} \rightarrow d = \frac{l}{\cos r_1} = \frac{0.3}{\cos 32.95^\circ} = 0.357 \text{ m}$
Orain argiak beiran darrakoa aziadura: $n_2 = \frac{c}{v_2} \rightarrow v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{1.3} = 2.31 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Azkenik, aziadura konstantearren formularekin:

$$v = \frac{d}{t} \rightarrow \boxed{t = \frac{d}{v} = \frac{0.357 \text{ m}}{2.31 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = \underline{1.547 \cdot 10^{-9} \text{ s}}$$

Tranpolin baten igerileku gaineko ertzean kokatuta dagoen bainulariak $2m$ sakonerako igerilekuaren hondoan dagoen objektua bat ikusi du. Ikusi ahal izateko, uraren gainazalaren normalarekiko 60° angeluan begiratu behar izan du; jakizu, uraren gainazaletik $3m$ gora dagoela bainulariaren begia. Dakizunez, $n_{\text{ura}} = 1,33$ da uraren errefrakzio-indizea, lortu:

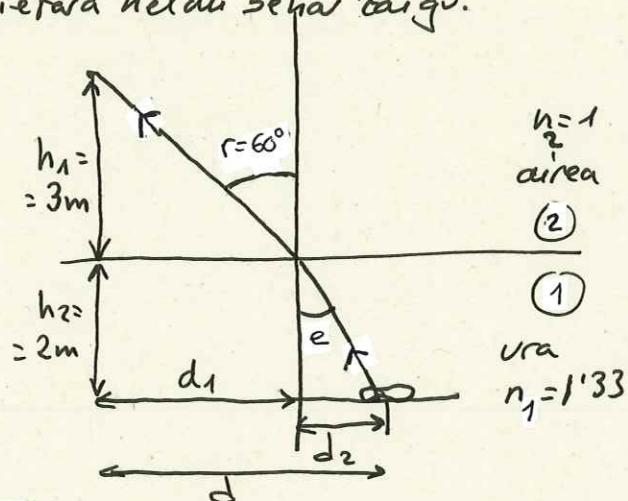
- tranpolinaren ertzaren bertikaletik, zer distantzia horizontaletara dagoen objektua.
- bi inguruneen arteko muga-angelua; egin izpien diagrama.
- Zerbaitekiko argia objektutik begietara heldu behar zaigu.

Deskribuen den esera grafikan
ikus dezakegu

Eraso angelua kalkulatzeko
degu Snell-en errefrakzioaren
legea aplikatzte:

$$\frac{\sin e}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow e = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin r\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow e = \arcsin\left(\frac{1}{1.33} \sin 60^\circ\right) = 40.37^\circ$$



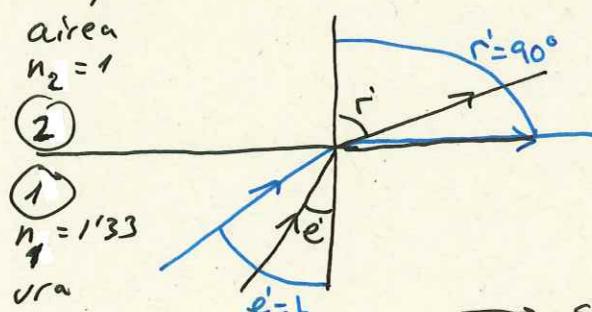
a) Eskaaten deviakuen distantzia d da ($d = d_1 + d_2$).

$$d_1 \rightarrow \tan r = \frac{d_1}{h_1} \rightarrow d_1 = h_1 \cdot \tan 60^\circ = 3 \cdot \tan 60^\circ = 5.19 \text{ m}$$

$$d_2 \rightarrow \tan e = d_2 / h_2 \rightarrow d_2 = h_2 \cdot \tan e = 2 \cdot \tan 40.37^\circ = 1.7 \text{ m}$$

$$\text{Eskaatako distantzia: } d = d_1 + d_2 = 5.19 + 1.7 = \underline{\underline{6.89 \text{ m}}}$$

b) Irlapen osoa eukihetko $n_2 < n_1$, beraz kasu honetan gerta daiteke.



Snellen formulazioa:

$$\frac{\sin e'}{\sin r'} = \frac{n_2}{n_1} \quad \frac{e' = L}{r' = 90^\circ}$$

$$\rightarrow \frac{\sin L}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{1.33} \rightarrow \boxed{L = \arcsin \frac{1}{1.33} = \underline{\underline{36.99^\circ}}}$$

2023-6-A4

$f = 5 \times 10^{14}$ Hz maiztasuneko argi izpi bat $n_0 = 1$ erre refrakzio-indizeko ingurune batean zehar hedatuz doa.

- Kalkulatu zer uhin-luzera duen argi izpiak ingurune horretan.
- Demagun beste ingurune batean zehar hedatuko dela izpia; ingurunearen erre refrakzio-indizea $n_1 = 1,36$ da. Hori horrela, zein dira izpiaren maiztasunaren eta uhin-luzeraren balioak?

a) • Daturik ez dauer emoten, argiaren abiadura hutsuan edo airean, c , hart sahar dogu (jakin da ere $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ -ko) dala.

• Molan erre refrakzio-indizearen definitzioak abiadura:

$$n_0 = \frac{c}{v_0} \rightarrow v_0 = \frac{c}{n_0} = c/n_1 = c \quad \text{Bera izpi horren}$$

hedapen abiadura c da; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

• Orain hedapen abiaduraren definitzioa: $v_h = \lambda \cdot f$, uhin-luzera kalkulatuko dogu: $\lambda = \frac{v_h}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{14}} = \underline{\underline{6 \cdot 10^{-7} \text{ m}}}$

b) Berriro erre refrakzio-indizetik abiadura, ingurune berrian dantza hedapen abiadura kalkulatuko dogu: $n_1 = \frac{c}{v_1} \rightarrow v_1 = \frac{c}{n_1} \rightarrow$
 $\rightarrow v_1 = \frac{3 \cdot 10^8}{1,36} = 2,2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Berriro hedapen abiaduraren definitzioa, eta maiztasuna et dala aldaketan kontuan hartuta: $v_2 = \lambda \cdot f \rightarrow$

$$\rightarrow \lambda_2 = v_2/f = 2,2 \cdot 10^8 / \underline{\underline{5 \cdot 10^{14}}} = \underline{\underline{4,41 \cdot 10^{-7} \text{ m}}}$$

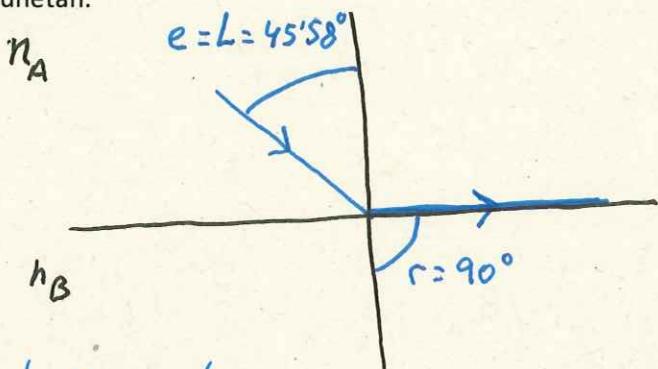
Esan doigner de, maiztasuna et dala aldahen: $f = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

2022-6-A4

A eta B bi ingurune daukagu, beren errefrakzio indizeak n_A eta n_B izanik. $6,04 \cdot 10^{14}$ Hz-ko argi izpi batek A ingurunetik B ingurunea erasotzen du, islapen osorako muga angelua $45'58^\circ$ koa dela frogatu delarik. Errefrakzio indizeen arteko erlazioa $n_A - n_B = 0,6$ dala jakinda, kalkulatu:

- Bi inguruneetako errefrakzio indizeak: n_A eta n_B .
- Argi erasotzailearen uhin-luzerak bi ingurunetan.

DATUAK: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$



a) Ezterean Snell-en errefrakzioaren Legea

aplikatuko dugu, enuntziatutak ematen dauzan dahakaz; han da islapen osoko saldintegatan:

$$n_A \cdot \sin e = n_B \cdot \sin r \quad \frac{e = 45'58^\circ; r = 90^\circ}{n_B = n_A - 0'6} \quad n_A \cdot \sin 45'58^\circ = n_A - 0'6 \rightarrow \\ \rightarrow \boxed{n_A = \frac{0'6}{1 - \sin 45'58^\circ} = 2'1} \quad \text{Beraz: } \boxed{n_B = n_A - 0'6 = 1'5}$$

b) Bi ingurunetako maiztasuna Sardina da: $f = 6'04 \cdot 10^{14}$

Buruketako c datu erabiliz eta errefrakzio-indiziek lagunduta ingurune bakoitzeko hedapen abiadura kalkulatuko

$$\text{dot: } n_i = \frac{c}{v_i} \quad \left[\begin{array}{l} v_A = c/n_A = 3 \cdot 10^8 / 2'1 = 1'43 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ v_B = c/n_B = 3 \cdot 10^8 / 1'5 = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s} \end{array} \right]$$

Hedapen abiadurak kontrua hartuz:

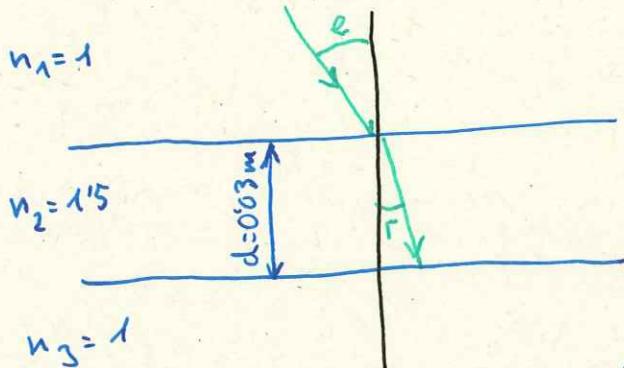
$$v = \lambda \cdot f \quad \left[\begin{array}{l} \lambda_A = v_A / f = 1'43 \cdot 10^8 / 6'04 \cdot 10^{14} = 2'37 \cdot 10^{-7} \text{ m} \\ \lambda_B = v_B / f = 2 \cdot 10^8 / 6'04 \cdot 10^{14} = 3'31 \cdot 10^{-7} \text{ m} \end{array} \right]$$

2021-7-A4

A4.- 600nm-ko uhin-luzerako argi izpi batetik 3 cm-ko lodiera duen alde bikoitzeko kristal bat erasotzen dio, 30° -ko eraso angeluarekin.

- Lortu izpi errefraktatuak normalarekiko eratzen duen angelua.
- Zein da argiaren abiadura kristala zeharkatzen duen bitartean?
- Kalkulatu zenbat denbora behar duen argiak kristala zeharkatzeko.

DATUAK: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $n_{\text{airea}} = 1$; $n_{\text{kristala}} = 1,5$



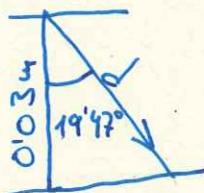
a) Atal honetan zurenean Snell-en errefrakzioaren legea aplikaturi:

$$n_1 \cdot \sin e = n_2 \cdot \sin r \rightarrow r = \arcsin \left[\frac{n_1}{n_2} \sin e \right] = \arcsin \left[\frac{1}{1.5} \sin 30^\circ \right] = 19.47^\circ$$

b) Errefrakzio indizaren definitziotik:

$$n_2 = \frac{c}{v_2} \rightarrow v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1.5} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

c) Denbora jakiteko izpi-errefraktatuak betetzen dauen distantzia kalkulatuko dogu:



$$\cos 19.47^\circ = \frac{0.03}{d} \rightarrow$$

$$\rightarrow d = \frac{0.03}{\cos 19.47^\circ} = 0.0318 \text{ m}$$

$$\text{Orain: } v_2 = \frac{d}{t} \rightarrow t = \frac{d}{v_2} = \frac{0.0318 \text{ m}}{2 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 1.59 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

A4.- Urez beteriko ontzi batean, olio-geruza batez estalita dago uraren gainazala.

	<p>a) Diagrama batean, adieraz ezazu zer ibilbide hartuko duten argi-izpiek arietik oliora eta olioaren uretara pasatzean.</p> <p>b) Arietik datorren argi-izpiak 45°-ko angeluarekin erasotzen badio olio-geruzari, zer errefrakzio-angelu izango du uretan? Zer abiadurarekin higituko da argia olioan zehar? Olio-geruza 3 cm lodi bada, zenbat denbora beharko du izpiak geruza zeharkatzeko?</p> <p>c) Eman dezagun ontziaren behealdetik datorren argi-izpi bat uretaklik oliora pasatzen dela. Kalkula ezazu zer erasotze-angelu izan behar duen izpiak uraren eta olioaren arteko banatze-gainazalean argia airera ez pasatzeko.</p>
--	--

Datuak:

Errefrakzio-indizeak: n_1 (airea) = 1; n_2 (olioa) = 1,45 ; n_3 (ura) = 1,33

Argiaren abiadura: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

2013 - 7 - B - P2 buruketa sera da baina datu batzuk aldatuta.

Nor Sariek biak egin gura Sadarr honen emosiotak honek dira:

b)

$$r_1 = 29'19^\circ \rightarrow r_2 = 32'12^\circ$$

$$t = 1'66 \cdot 10^{-10} s$$

c)

$$\theta_{uretaklik} = 48'79^\circ$$

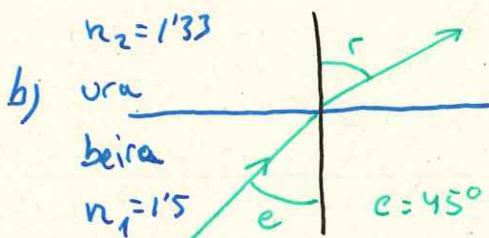
2018-6-A-P2

P2.- Urez bateriko ontzi baten beheko estalkia beirazkoa da. Argi gorriko izpi batek, beirazko estalkia zeharkatu ondoren, 45° -ko angeluarekin erasotzen dio bi inguruneen (beira eta ura) banatze-gainazalari. Hutsen argi gorriko izpi horren uhin-luzera $650 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ dela jakinik:

- Kalkulatu zer balio duen argi gorriaren uhin-luzerak beiran.
- Kalkulatu zenbat balio duen errefrakzio-angeluak uretan, eta adierzi diagrama batean zer ibilbide izango duen izpiak beiratik uretarra pasatzean.
- Kalkulatu muga-angeluaren balioa beira/ura sistemarako (hau da, zer angeluarekin eraso behar dion argi izpiak beira-ura banatze-gainazalari islapen osoaren fenomenoa gerta dadin).

DATUAK: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $n_{ura} = 1,33$; $n_{beira} = 1,5$

a) Maiatzasuna erdaket aldakien hutsen landuko dugu: $c = \lambda_0 \cdot f \rightarrow$
 $\rightarrow f = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{650 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 4'62 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \Rightarrow \lambda_{beira} = \frac{V_{BEIRA}}{f} = \frac{c/n_{BEIRA}}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{1'5 \cdot 4'62 \cdot 10^{14}} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \lambda_{beira} = 4'33 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

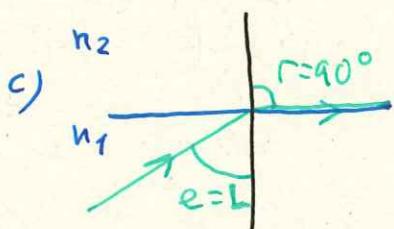


Snellen errefrakziorako legea aplikatzea:

$$n_1 \cdot \sin e = n_2 \cdot \sin r \rightarrow$$

$$\rightarrow r = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin e\right) = \arcsin\left(\frac{1.5}{1.33} \cdot \sin 45^\circ\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = 52'89^\circ$$



Kasu honetan posibletzak da islapen-osoak
gertatzea $n_2 < n_1$ dako.

Holan Snellen legea aplikatzea:

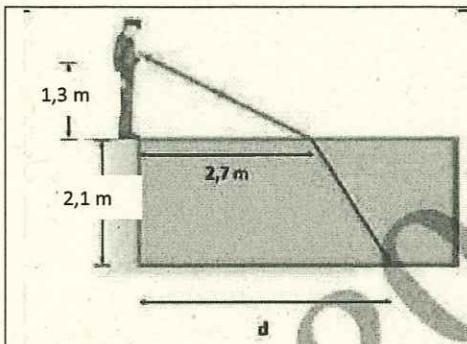
$$n_1 \cdot \sin e = n_2 \cdot \sin r$$

$$\frac{r=90^\circ}{e=L} \rightarrow L = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \cdot \sin 90^\circ\right) = \arcsin\left(\frac{1.33}{1.5}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = 62'45^\circ$$

2015-7-B-P2

P2.- Irudiko zaindariak bere linternu baliatu du igerilekuaren hondoa ikuskatzeko.

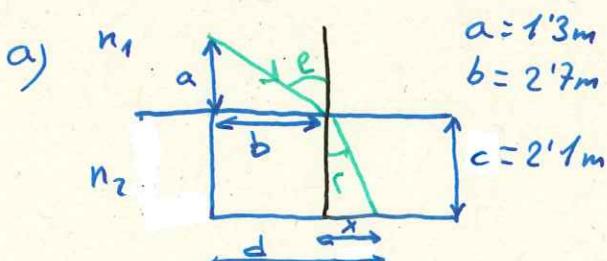


a) Argi izpiaren ibilbidea kontuan hartuta, kalkulatu eraso- eta errefrakzio-angeluen balioak.

b) Zehaztu d distantziaren balioa; alegia, argia igerilekuaren hondoko zer puntutara helduko den adierazten duena.

c) Zer denbora beharko du argiak igerilekuaren hondoraino heltzeko zaindariak bere linternu piztu duen unetik kontatzen hasita?

DATUAK: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $n_{ura} = 1,33$; $n_{airea} = 1$



Ondorenekoak:

$$\tan e = \frac{b}{a} \Rightarrow e = \arctan \frac{b}{a} = \arctan \frac{2.7}{1.3} = 64.29^\circ$$

Orain Snellen legea aplikatz:

$$\rightarrow n_1 \sin e = n_2 \sin r \rightarrow r = \arcsin \left(\frac{n_1}{n_2} \sin e \right) = \arcsin \left(\frac{1}{1.33} \cdot \sin 64.29^\circ \right) \Rightarrow r = 42.64^\circ$$

b) d kalkulatzeko hasteko x lasteko doigu: $\tan r = \frac{x}{c} \rightarrow x = c \tan r \rightarrow$

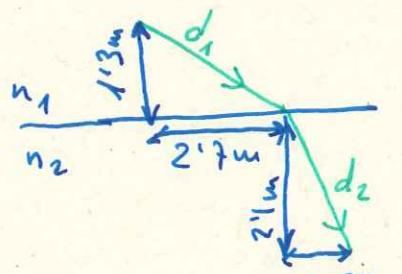
$$\rightarrow x = 2.1 \cdot \tan 42.64^\circ = 1.934 \text{ m}$$

Molan eikaltako distantzia: $d = b + x = 2.7 + 1.934 = 4.634 \text{ m}$

c) Ibilbidearen eihema grafikoki jarriz:

$$\odot d_1 = \sqrt{1.3^2 + 2.7^2} = 2.999 \text{ m}$$

$$v_1 = \frac{d_1}{t_1} \rightarrow t_1 = \frac{d_1}{v_1} = \frac{2.999}{3 \cdot 10^8} = 9.99 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$



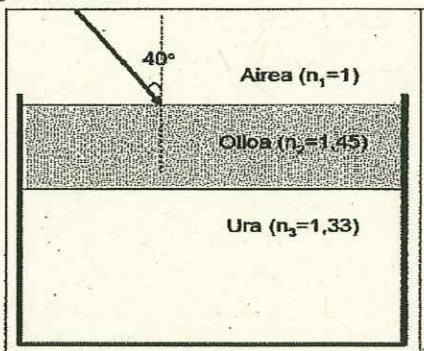
$$\odot d_2 = \sqrt{2.1^2 + 1.934^2} = 2.855 \text{ m}$$

$$v_2 = \frac{d_2}{t_2} \rightarrow t_2 = \frac{d_2}{v_2} = \frac{d_2}{c/n_2} = \frac{n_2 \cdot d_2}{c} = \frac{1.33 \cdot 2.855}{3 \cdot 10^8} = 1.266 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

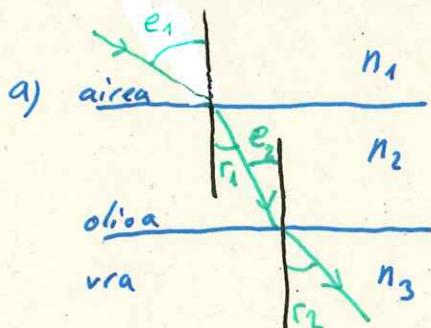
Molan degora totala: $t = t_1 + t_2 = 9.99 \cdot 10^{-9} + 1.266 \cdot 10^{-8} = 2.265 \cdot 10^{-8} \text{ s}$

2013-7-B-P2

2013-7-B-P2. Urez beteriko ontzi batean olio-geruza batez estalita dago uraren gainazala.



Errefrakzio-indizeak: $n_1(\text{airea}) = 1$; $n_2(\text{olioa}) = 1,45$; $n_3(\text{ura}) = 1,33$
Argiaren abiadura: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$



Hartutako angeluak harken dira errefrakzio indizeen arteko erlazioengatik:

$$n_2 > n_1 \rightarrow r_1 < e_1 \text{ eta } n_3 < n_2 \rightarrow r_2 > e_2$$

b) Atalean zehar Snellen errefrakziorako legea aplikatuko dugu.

Hasteko r_1 kalkulatz: $n_1 \sin e_1 = n_2 \sin r_1 \rightarrow r_1 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin e_1\right) \rightarrow$

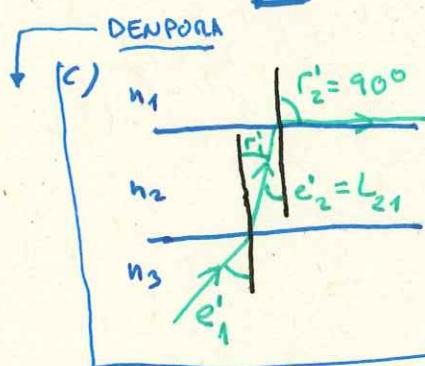
$$\rightarrow r_1 = \arcsin\left(\frac{1}{1.45} \cdot \sin 40^\circ\right) = 26'31^\circ$$

e_2 eta r_1 erpinet aurkako angeluak dituenean: $e_2 = r_1 = 26'31^\circ$. Berriro

Snellen: $n_2 \sin e_2 = n_3 \sin r_2 \rightarrow r_2 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_3} \sin e_2\right) \rightarrow$

$$\rightarrow r_2 = \arcsin\left(\frac{1.45}{1.33} \cdot \sin 26'31^\circ\right) = 28'89^\circ$$

$$\text{ABIADURA: } V_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{1.45} = 2.07 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$



$n_1 < n_2$, orduan islapen osoa gertatu dasteko bigarrenetik lehenera. Berriro Snell:

$$n_2 \cdot \sin e_2' = n_1 \cdot \sin r_1' \xrightarrow{r_1'=90^\circ} e_2' = L_{21} = \arcsin \frac{n_1}{n_2} = 43'6^\circ$$

Berriro $e_2' = r_1' \rightarrow$ Snell:

$$n_3 \sin e_1' = n_2 \sin r_1' \rightarrow e_1' = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_3} \sin r_1'\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow e_1' = \arcsin\left[\frac{1.45}{1.33} \sin 43'6^\circ\right] = 48'75^\circ$$

$$\begin{aligned} \cos r_1 &= \frac{a}{d} \rightarrow \\ \rightarrow d &= \frac{a}{\cos r_1} = \frac{0'02}{\cos 26'31^\circ} \end{aligned}$$

$$\rightarrow d = 0'0223 \text{ m} \rightarrow V_2 = \frac{d}{t} \rightarrow t = \frac{d}{V_2} = \frac{0'0223}{2.07 \cdot 10^8} = 1'08 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

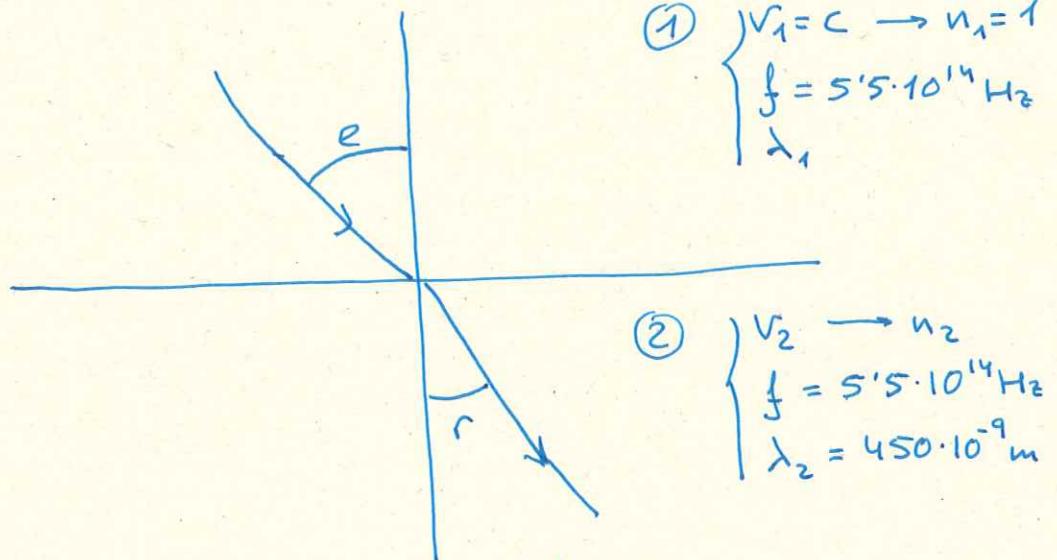
2011-7-B-P2. Argi-uhin batek $f = 5,5 \times 10^{14}$ Hz-eko maiztasuna du. Likido batean barrena hedatzen bada, bere uhin-luzera 450 nm da. Kalkula ezazu:

a) argiaren hedapen-abiadura likido horretan.

b) uhin-luzera hutsean.

c) likidoaren errefrakzio-indizea.

$$nm = 10^9 m \quad C = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$



a) Hedapen-abiadura zutenean kalkulatz:

$$\boxed{V_2 = \lambda_2 \cdot f = 450 \cdot 10^{-9} \cdot 5.5 \cdot 10^{14} = 2.475 \cdot 10^8 \text{ m/s}}$$

b) Era bardinean:

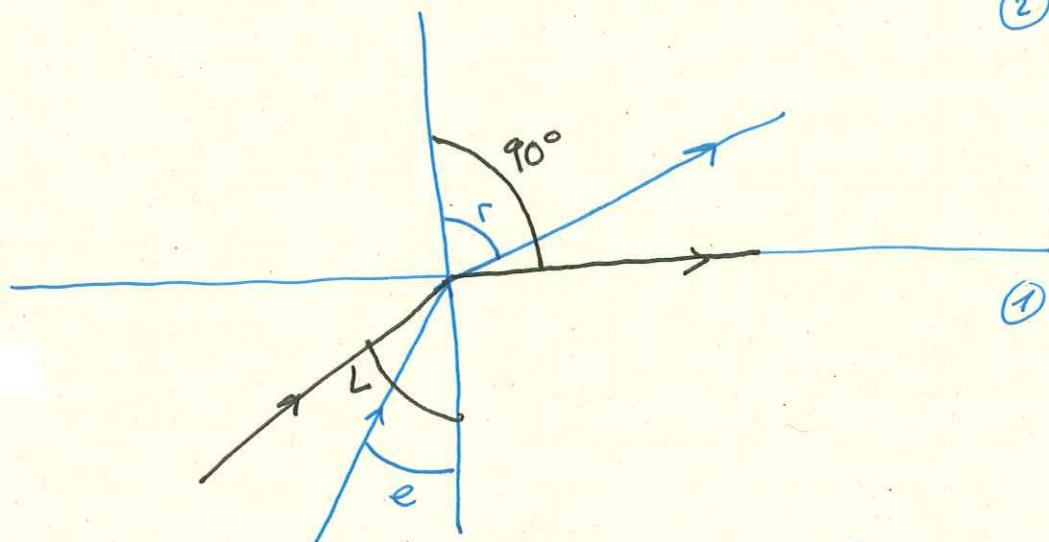
$$V_1 = \lambda_1 \cdot f \rightarrow \boxed{\lambda_1 = \frac{V_1}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{5.5 \cdot 10^{14}} = 5.45 \cdot 10^{-7} \text{ m}}$$

c) Errefrakzio-indizea:

$$\boxed{n_2 = \frac{C}{V_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{2.475 \cdot 10^8} = 1.21}$$

2009-6-A2. Argi-sorta monokromatiko bat, $5 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$ -ko maiztasunekoak, $n_b = 1,55$ errefrakzio-indizea duen beira baten barrena hedatzen da, eta 'beira/ur' banantze-gainazal laun batean erasotzen du. Uraren errefrakzio-indizea $n_u = 1,33$ da. a) Zenbatekoa behar du izan argi-sortak gainazal horrekin osatzen duen eraso-angeluak islapen osoa gerta dadin? Egizu marrazki bat. b) Kalkulatu argiaren abiadura eta uhin-luzera ingurune bakoitzean.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$



(2) URA
 $n_u = 1,33 = n_2$
 $f = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

(1) BEIRA
 $n_b = 1,55 = n_1$
 $f = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

a) Zslapen osoa gerta dadin eraso angelua muga angelua (L) gainditik behar da. Muga angelurako $r = 90^\circ$ da, beraz Snell-en errefrakzio-legea aplikatuz:

$$\frac{\sin e}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \quad \frac{e=L}{r=90^\circ} \quad \frac{\sin L}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow$$

$$\rightarrow L = \arcsin \frac{n_2}{n_1} = \arcsin \frac{1,33}{1,55} = 59'09^\circ$$

Hau da, eraso angelua $59'09^\circ$ baino handiagoa bada zslapen osoa gertatzen da.

b) Ezenean hedapen-abiaduraren formula eta errefrakzio-indizeen definizioa:

$$\text{BEIRA: } n_1 = \frac{c}{v_1} \rightarrow v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,55} = 1,935 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

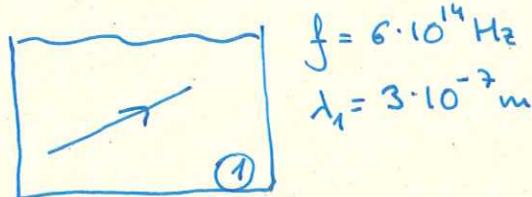
$$v_1 = \lambda_i \cdot f \rightarrow \lambda_i = \frac{v_1}{f} = \frac{1,935 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{14}} = 3,87 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$\text{URA: } v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,33} = 2,256 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\lambda_2 = \frac{v_2}{f} = \frac{2,256 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{14}} = 4,51 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

2008-7-A2. Argi-uhin batek $6 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ -ko maiztasuna du, eta likido bat zeharkatzen du. Likido horren barruan, argi-uhinaren uhin-luzera $3 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$ da. a) Zer abiadura du argiak likido horretan?, b) Zer uhin-luzera izango du hutsean?, eta c) Zer errefrakzio-indize du likidoak maiztasun horretarako?

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$



$$f = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\lambda_1 = 3 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

a) Likidoan dargau abiadura kalkulatzeko, zurenean hedapen-abiaduraren formula erabiliko dot:

$$v_1 = \lambda_1 \cdot f = 3 \cdot 10^{-7} \cdot 6 \cdot 10^{14} = 1'8 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

b) Hutsean gordin egiten:

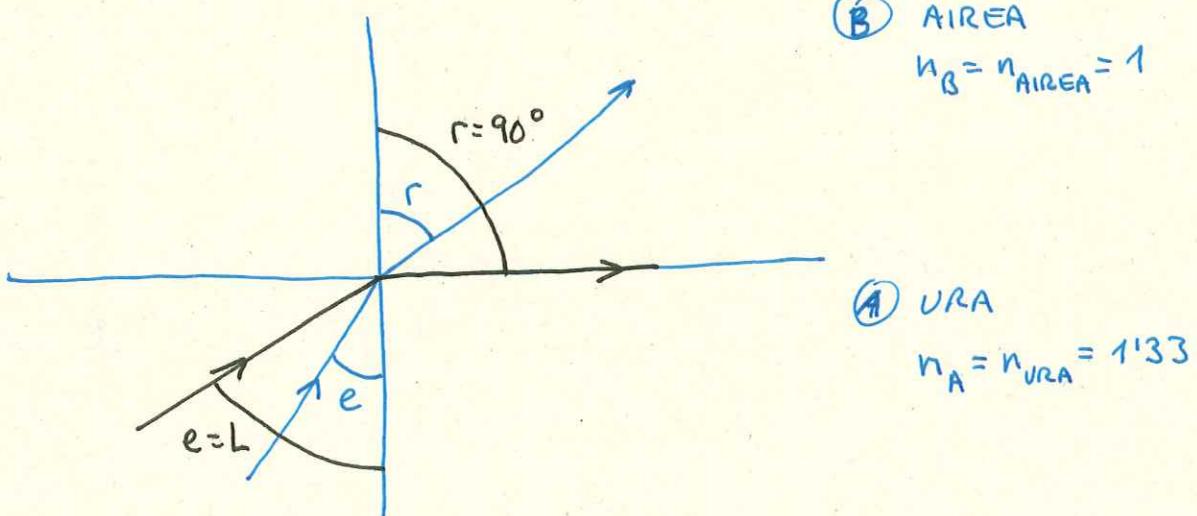
$$v_0 = \lambda_0 \cdot f \rightarrow \lambda_0 = \frac{v_0}{f} = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{14}} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

c) Likidoaren errefrakzio-indizea:

$$n_1 = \frac{c}{v_1} = \frac{3 \cdot 10^8}{1'8 \cdot 10^8} = 1'67$$

- 2005-6-A2. Uretan barrena hedatzen ari den argi-izpi bat uraren azalera (launa bera) heltzen da. Uraren errefrakzio indizea $n_2 = 1,33$ da. Kanpoko ingurunea airea bada ($n_1 = 1$):
- kalkulatu zein izan behar den eraso-angelurik txikiiena islapen osoa gerta dadin.
 - eraso-angelu honetarako, kalkulatu errefrakzio-angelua kanpoko ingurunea beira bat balitz ($n_3 = 1,5$). Gerta ahal daiteke islapen osoa kasu honetan?
 - Aurkitu argiaren abiaduraren balioak uretan eta beiran.

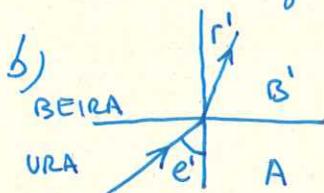
Oharra: kontsideratu airearen eta hutsaren propietate optikoak berdinak direla: $c = 300.000 \text{ km/s}$



- a) Islapen osoa gertatu ahal izateko bigarren ingurunearen errefrakzio-indizea txikiagoa izan behar da lehenengoarena baino. Hau betetzen da: $n_B < n_A$.
Holan eraso angelu konkretu satzako, errefrakzio angelua 90° -koa da. Eraso angelu hori mugatua deiherenda (L). Snell-en errefrakzio legea aplikatz:

$$\frac{\sin e}{\sin r} = \frac{n_B}{n_A} \xrightarrow{e=L, r=90^\circ} \frac{\sin L}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{1.33} \rightarrow L = \arcsin \frac{1}{1.33} = 48'75^\circ$$

Eraso angelua $48'75^\circ$ baino handiagoa lada islapen osoa dago.



Snell aplikatz: $(n_A = 1.33; n_{B'} = 1.5)$

$$\frac{\sin e'}{\sin r'} = \frac{n_{B'}}{n_A} \rightarrow r' = \arcsin \left(\frac{n_A}{n_{B'}} \cdot \sin e' \right) = 41'81^\circ$$

Ezia da islapen osoa egon $n_{B'} > n_A$ dala.

- c) Errefrakzio-indizeen Salioetatik abiatuta:

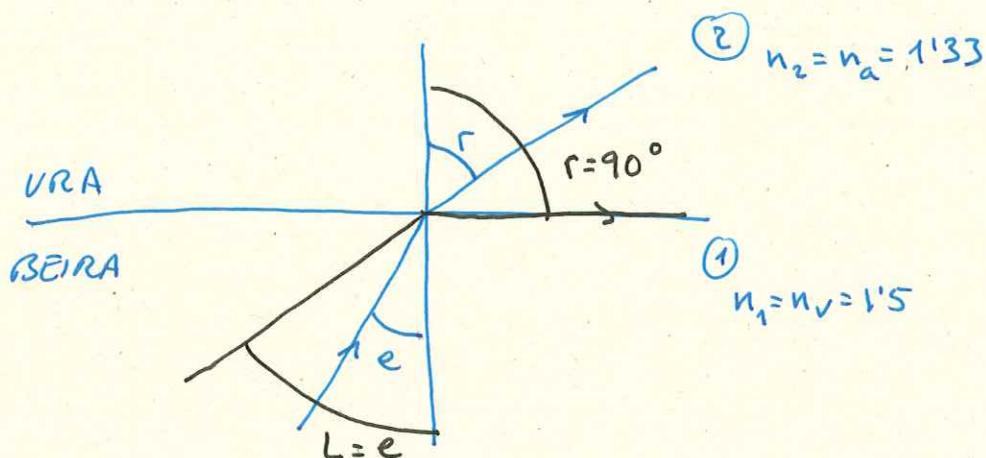
$$n_{\text{BEIRIA}} = 1.5 = \frac{c}{v_B} \rightarrow v_B = \frac{c}{1.5} = \frac{3 \cdot 10^8}{1.5} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad \text{BEIRAN}$$

$$n_{\text{URA}} = 1.33 = \frac{c}{v_A} \rightarrow v_A = \frac{c}{1.33} = \frac{3 \cdot 10^8}{1.33} = 2.26 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad \text{URETAN}$$

2002-6-A2. Beirazko gainazal batek ($n_v=1,50$) ur-geruza bat du bere gainean ($n_a=1,33$). Beiran zehar hedatzen den argi-izpi monokromatiko batek, beira eta ura banantzen duen gainazalean erasotzen du.

- Lor bedi argi-izpiaren eraso-angelua isladapen osoa gerta dadin. Marraz bedi eskema bat.
- Zein izango da argiaren abiadura ingurune bakotzean?

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$



a) Islapen osoa gertatu ahalizateko bigarren ingurunearen errefrakzio-indizoa trikiagoa izan behar da lehenarena saino. Hau setetzen da: $n_2 < n_1$. Horan eraso angelu konkretu batzako (muga angelua, L), errefrakzio angelua 90° koa da. L kalkulatzeko Snell-en errefrakzio legea aplikatz:

$$\frac{\sin e}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \xrightarrow[r=90^\circ]{e=L} \frac{\sin L}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow L = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = 62'46^\circ$$

Beraz eraso angelua $62'46^\circ$ Saino handiagoa izanik islapen osoa dago.

b) Ingurune sakotxan dantzan abiadura kalkulatzeko, zureean errefrakzio-indizoen adierazpideetik abiakogara:

$$\text{BEIRIA} \rightarrow n_1 = \frac{c}{v_1} \rightarrow v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{3 \cdot 10^8}{1.5} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad \text{BEIRIAN}$$

$$\text{VRA} \rightarrow n_2 = \frac{c}{v_2} \rightarrow v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{1.33} = 2.25 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad \text{URETAN}$$