

## DERIBATUEN APLIKAZIOAK: FUNTZIO BATEN KOEFIZIENTEAK

Honelako ariketak ebazteko, enuntziatuek funtzioei buruz emoten dabezan datuak ondo interpretatu eta **hizkuntza matematikora itzuli** behar izaten dira.

- 1.- Ariketak behin eta berriro irakurri, esaldi bakoitzak eskaintzen dauan informazioa jasotzeko.
- 2.- Datu bakoitza ekuazio matematiko baten bidez formulatu.
- 3.- Kalkulatu behar diran **koefiziente beste ekuazio planteatu eta sistema ebatzi**.
- 4.- Koefizienteak funtzioan ordezkatu eta funtzioa osotu.

**ADIBIDEA 1:**  $P(x) = x^3 + Ax^2 + Bx$  polinomioari buruz ondoko datuak ezagunak diara: bere zuzen ukitzailea  $x = 1$  deneko puntuan  $y = 7x - 3$  zuzenarekin paraleloa da eta bestalde, polinomioak  $x = -1$  deneko puntuan mutur erlatibo bat dauka. Aurrekoa ezagututa, aurkitu A eta B parametroaren balioak. Arrazoitu balio horiekin  $P(x)$  polinomioak beste mutur erlatiborik daukan ala ez,  $x = -1$  deneko puntukoaz gain.

**EBAZPENA:**

**a) Bere zuzen ukitzailea  $x = 1$  deneko puntuan  $y = 7x + 2$  zuzenarekin paraleloa da esaldiaren esanahia:**

$x = 1$  puntuan funtzioak daukan zuzen ukitzailearen malda eta  $y = 7x + 2$  zuzenaren malda bat datoz; hau da,  $P'(1) = 7$

**b) Polinomioak  $x = -1$  deneko puntuan mutur erlatibo bat dauka esaldiaren esanahia:**

$x = -1$  puntuan zuzen ukitzailea horizontala da, bere malda 0 da; hau da  $P'(-1) = 0$

**c)**  $\begin{cases} P'(1) = 7 \\ P'(-1) = 0 \end{cases}$  ekuazioa sistema planteatu eta ebatzi, eta horretarako  $P'(x)$  kalkulatu.

$$P'(x) = 3x^2 + 2Ax + B \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 3 \cdot 1^2 + 2A \cdot 1 + B = 7 \\ 3 \cdot (-1)^2 + 2A \cdot (-1) + B = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 3 + 2A + B = 7 \\ 3 - 2A + B = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{B = \frac{1}{2} \quad \text{eta} \quad A = \frac{7}{4}}$$

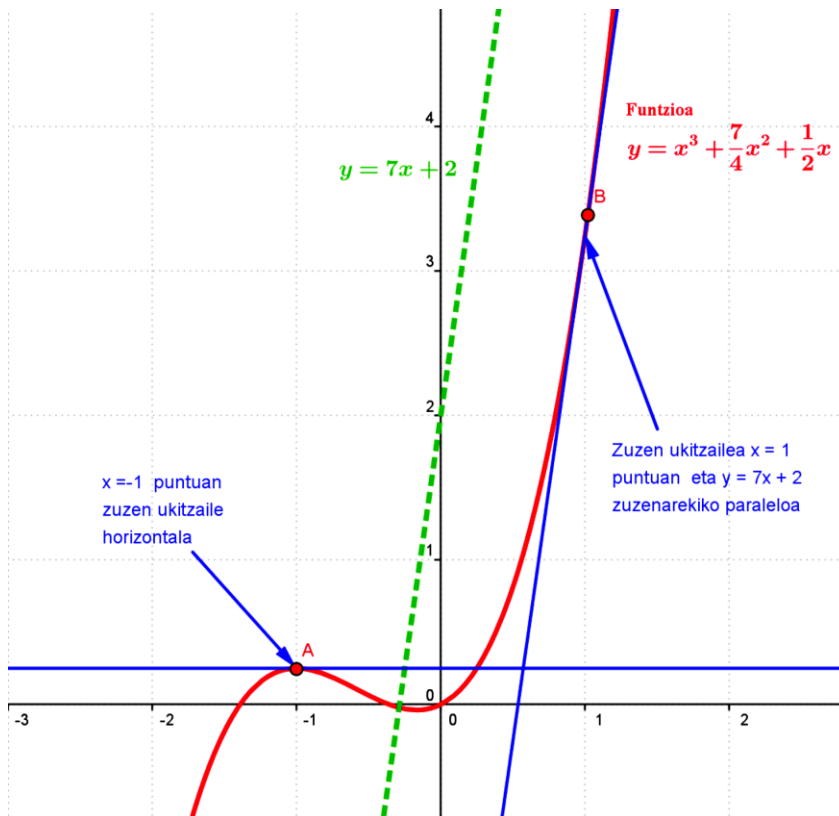
**Beste mutur erlatiborik  $x = -1$  deneko puntukoaz gain????**

Funtzio polinomikoa danez, deribagarria da definizio eremuan, R osoan; beraz mutur erlatiboak kalkulatzeko  $P'(x) = 0$  eginez lortuko doguz:

$$P'(x) = 0 \quad P'(x) = 3x^2 + \frac{7}{2}x + \frac{1}{2} = 0 \quad \text{Ebatziz} \quad \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{1}{6} \end{cases}$$

Funtzioak bai badauka beste mutur erlatibo bat  $x = -1/6$  puntuan.

Erabili ondoko grafikoa ariketan planteatutakoa frogatzeko.



**ADIBIDEA 2:** Izan bedi  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  aldagai errealeko funtzio erreal. Kalkulatu a, b, c eta d jakinik  $x = -1$  puntuan maximo bat daukala, funtzioaren grafikoak OX ardatza  $x = -2$  puntuan ebakitzen daukala,  $x = 0$  puntuan inflexioa daukala eta funtzioarekiko zuzen ukitzaillearen malda  $x = 2$  puntuan 9 dala.

**EBAZPENA:**

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 3ax + 2b$$

1.- Ariketak behin eta berriro irakurri, esaldi bakoitzak eskaintzen dauan informazioa jasotzeko:

- Funtzioak  $x = -1$  puntuan maximoa  $\Rightarrow f'(-1) = 0$
- Funtzioak  $x = -2$  puntuan OX ebaki  $\Rightarrow f(-2) = 0$
- Funtzioak  $x = 0$  puntuan inflexioa  $\Rightarrow f''(x) = 0$
- Funtzioak  $x = 2$  puntuan zuzen uk. malda 9  $\Rightarrow f'(2) = 9$

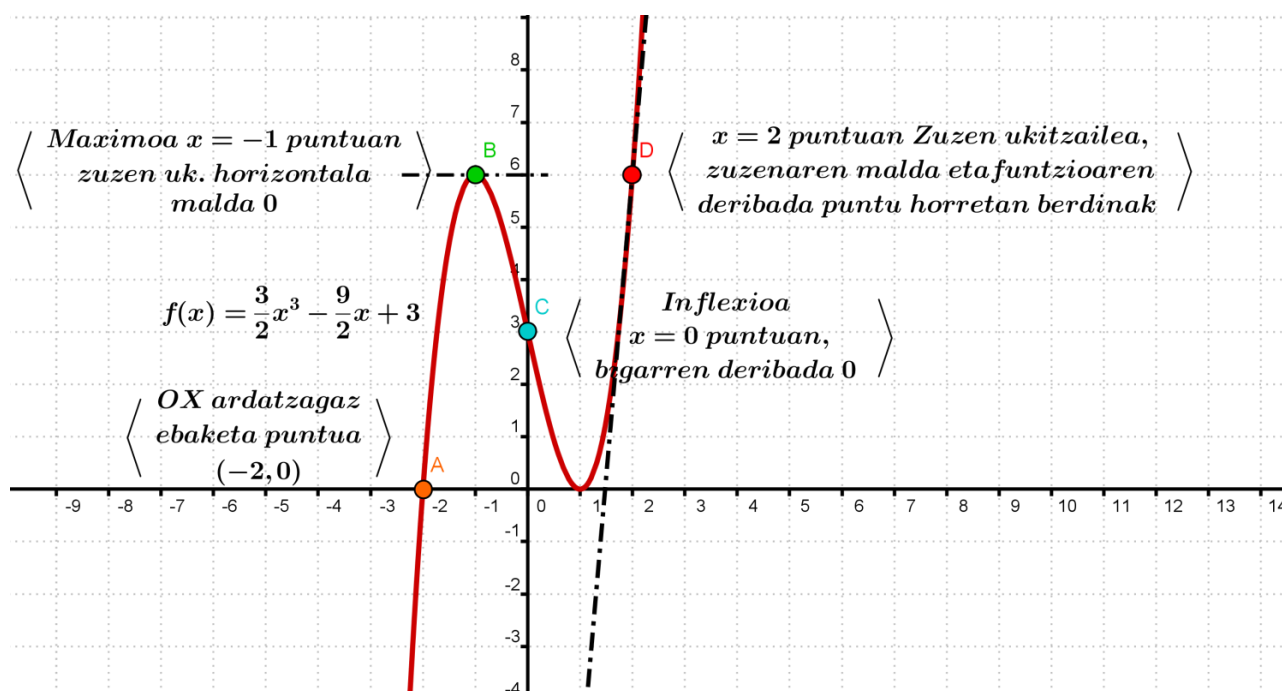
2.- Datu bakiotza ekuazio matematiko baten bidez formulatu.

$$\begin{cases} f'(-1) = 0 & \rightarrow & 3a(-1)^2 + 2b(-1) + c = 0 & \rightarrow & 3a - 2b + c = 0 \\ f(-2) = 0 & \rightarrow & a(-2)^3 + b(-2)^2 + c(-2) + d = 0 & \rightarrow & -8a + 4b - 2c + d = 0 \\ f''(0) = 0 & \rightarrow & 3a(0) + 2b = 0 & \rightarrow & 2b = 0 \\ f'(2) = 9 & \rightarrow & 3a(2)^2 + 2b(2) + c = 9 & \rightarrow & 12a + 4b + c = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a - 2b + c = 0 \\ -8a + 4b - 2c + d = 0 \\ 2b = 0 \\ 12a + 4b + c = 9 \end{cases} \quad \text{Ebatzi eta } a = 3/2; \quad b = 0; \quad c = -9/2; \quad d = 3 \quad \text{eta funtzioa}$$

honako hau izango da  $f(x) = \frac{3}{2}x^3 - \frac{9}{2}x + 3$

Ondorengo grafikoan konprobatu datuak:



**ADIBIDEA 3:**  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  kurbak  $x = 1$  puntuan ebakitzen du abzisa-ardatza eta inflexio-puntu bat du (3,2)-n.

a) Kalkulatua  $a$ ,  $b$  eta  $c$  koefizienteak.

b) Kalkulatu kurbako zer puntuk daukaten OX ardatzarekiko paraleloa den zuzen ukitzailea.

**EBAZPENA:**

a)  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$        $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$        $f''(x) = 6x + 2a$

1.- Ariketak behin eta berriro irakurri, esaldi bakoitzak eskaintzen dauan informazioa jasotzeko:

- **Kurbak  $x = 1$  puntuan ebaki abzisa-ardatza**, funtzioa (1,0) puntutik pasatu:
- **Inflexio-puntu bat du (3,2)-n.**  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Funtzioa (3,2) puntutik pasatu} \\ \text{Inflexioa dagoenez } f''(3) \text{ puntu horretan nulua} \end{array} \right.$

2.- Datu bakoitza ekuazio matematikoa baten bidez formulatu:

$$\left. \begin{array}{lll} f(1) = 0 & \rightarrow & 1 + a + b + c = 0 \\ f(3) = 2 & \rightarrow & 27 + 9a + 3b + c = 2 \\ f''(3) = 0 & \rightarrow & 18 + 2a = 0 \end{array} \right\} \quad \text{Ebatzi} \quad \left\{ \begin{array}{l} a = -9 \\ b = 24 \\ c = -16 \end{array} \right.$$

Beraz funtzioa honako hau izango da  $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 16$

**b) Kurbako zer puntuk daukaten OX ardatzarekiko paraleloa den zuzen ukitzailea:**

Zuzen ukitzailea OX ardatzarekiko paraleloa bada, bere malda nulua da eta deribatuaren interpretazio geometrikoan oinarrituz, puntu horretan zuzen ukitzailearen malda eta funtzioaren deribatua puntu horretan bat datoz. Beraz,

$$f'(x) = 0 \quad \rightarrow \quad 3x^2 - 18x + 24 = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x = 4 \\ x = 2 \end{cases}$$

Eta puntuak hauek dira (4,0) eta (2,4).

Hurrengo grafikoan interpretatu lortutako emaitzak:

