

# FUNTZIOEN ADIERAZPENA

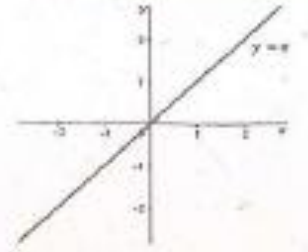
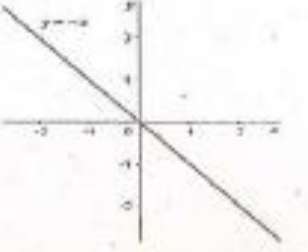
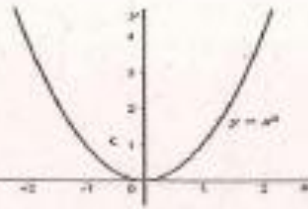
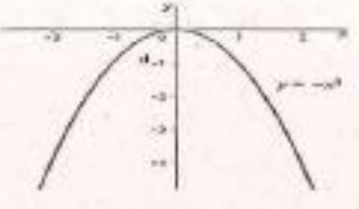
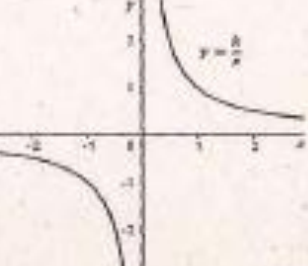
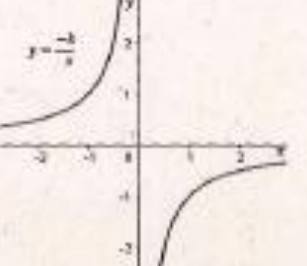
---

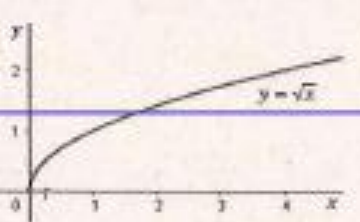
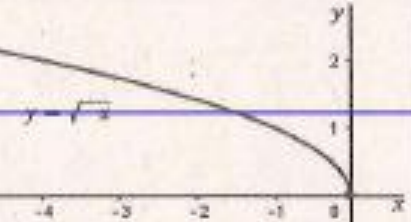
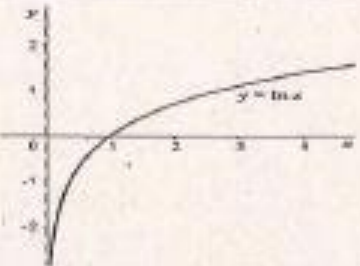
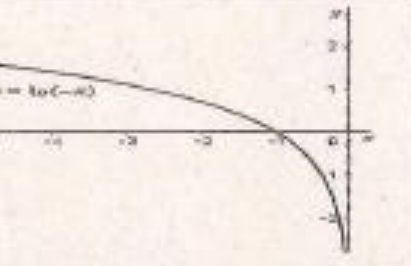
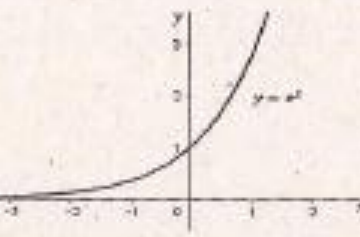
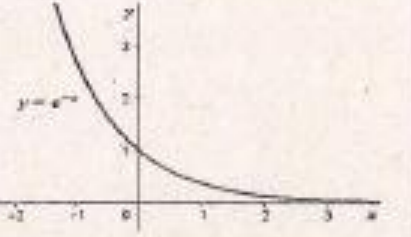
# PAUSUAK

---

1. DEFINIZIO EREMUA ETA JARRAITASUNA
2. ARDATZEKIKO EBAKI PUNTUAK (  $x=0$  eta  $y=0$ )
3. ASINTOTAK
  - BERTIKALA
  - HORIZONTALA
  - ZEIHARRA
4. MONOTONIA (GORAKORTASUN/BEHERAKORTASUN) ETA PUNTU SINGULARRAK (MAX/MIN)
5. KURBATURA (GANBILA/AHUR) ETA INFLEXIO PUNTUA
6. SIMETRIA
7. PERIODIKOTASUNA (TRIGONOMETRIKOETAN)
8. LABURPENA ETA IRUDIKAPENA

# OINARRIZKO FUNTZIOAK

Polinómica lineal		
Polinómica de segundo grado (Parábolas)		
Proporcionalidad Inversa		

Radical par		
Logarítmica		
Exponencial		

# ASINTOTEN KALKULUA

---

## ASINTOTA BERTIKALA

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$  aztertzen da:

a-ren balioa lokalizatu eta asintotaren ekuazioa idatzi:  $x=a$

Albo limiteak aztertu:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm\infty$$

Grafikoki adierazi, hau da, kokatu kurba asintotarekiko.

## ASINTOTA HORIZONTALA

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = c$  aztertzea da

$c$  kalkulatu eta asintotaren ekuazioa idatzi  $y=c$

Kokatu kurba asintotarekiko. Kalkulatu  $f(x)-b$  -ren zeinua  $x \rightarrow \pm\infty$  danean, jakiteko funtzioa asintotaren gainetik edo azpitik doan.

Oharra: zatiki aljebraikoa bada, zatiketa egin eta aztertu  $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$   $x \rightarrow \pm\infty$  danean.

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = Z(x) + \frac{H(x)}{Q(x)}, \quad Z(x) \text{ Asintota izango da}$$

## ASINTOTA ZEIHARRA

$$y=mx+n$$

Orokorrean:

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - mx$$

Zatiki aljebraikoa bada zatiketa egin:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = Z(x) + \frac{H(x)}{Q(x)} \text{ , } Z(x) = mx + n \text{ Asintota izango da}$$

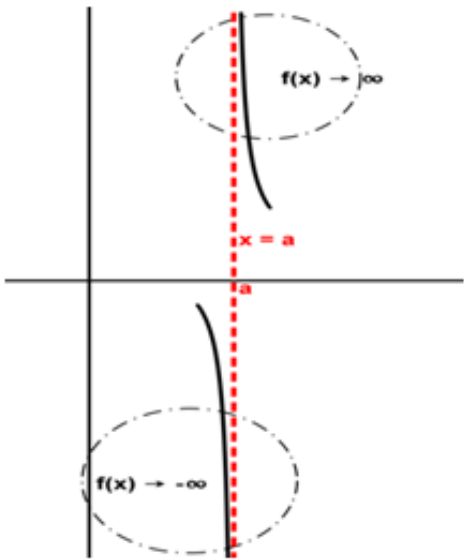
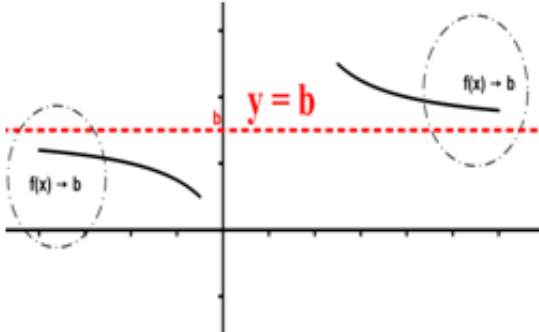
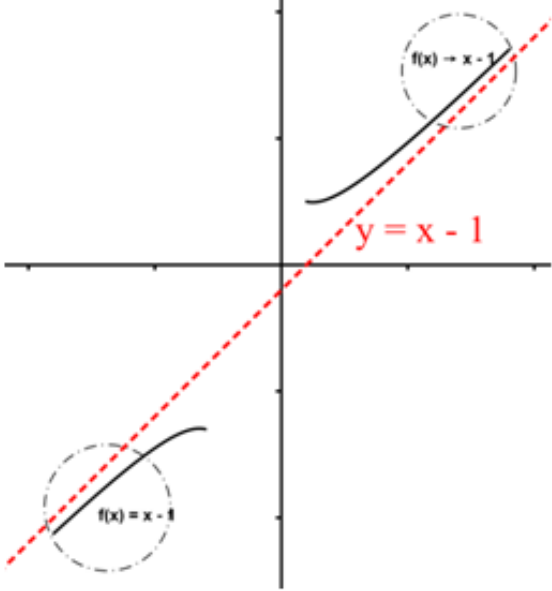
Asintotaren ekuazioa idatzi:  $y = mx + n$

Kokatu kurba asintotarekiko. Kalkulatu  $f(x)-(mx+n)$  -ren zeinua  $x \rightarrow \pm\infty$  danean, , jakiteko funtzioa asintotaren gainetik edo azpitik doan.

Zatiki aljebraikoa bada zatiketa egin:

$$\frac{H(x)}{Q(x)} \quad x \rightarrow \pm\infty \quad \text{danean}$$

Adierazi grafikoki, hau da, kokatu kurba asintotarekiko.

$x \rightarrow a$	$x \rightarrow \pm\infty$	
<p><u>ASINTOTA BERTIKALA</u>, <math>x = a</math> zuzena da</p> <p>Funtzio batek asintota bertikala izateko, ondokoa bete behar dau:</p> $\lim_{x \rightarrow a} \frac{P(x)}{Q(x)} = \pm\infty$ 	<p><u>ASINTOTA HORIZONTALA</u>, <math>y = b</math> zuzena da</p> <p>Funtzio batek asintota horizontal izateko, ondokoa bete behar dau:</p> $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = b$ 	<p><u>ASINTOTA ZEIHARRA</u>, <math>y = mx + n</math> zuzena da</p> <p>Funtzio batek asintota zeharra:</p> $m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}; \quad n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - mx]$ 



# ARIKETAK

---

$$f(x)=x^3+3x^2$$

*1.- DEFINIZIO EREMUA*

$$\text{Dom } f(x)=\mathbb{R}$$

*2.-ARDATZEN EBAKI PUNTUA.*

- *OX  $y=0$*

$$x^3+3x^2=0 \quad x^2(x+3)=0 \quad x=0 \text{ eta } x=-3$$

*Puntuak: (0,0) eta (-3,0)*

- *OY  $x=0$*

$$f(0)=0 \text{ Puntua: (0,0)}$$

*3.- ASINTOTAK*

*Funtzio jarraia denez ez du asintotarik.*

#### 4.- MONOTONIA

$$f'(x)=3x^2+6x;$$

$$f'(x)=0; 3x^2+6x=0$$

$$3x(x+2)=0$$

*Mutur erlatiboak*

$$x=0 \text{ eta } x=-2$$

	(-∞,-2)		(-2,0)		(0,2)
f'(x)	f'(-3)>0		f'(-1)<0		f'(5)>0
	GORAKORRA		BEHERAKOR		GORAKORRA
		MAX(-2,4)		Min(0,0)	
f''(x)			IP(-1,2)		
	f''(-2)<0 GANBILA			f''(0)>0 AHURRA	

#### 5.- KURBATURA:

$$f''(x)=6x+6; f''(x)=0$$

◦ *Inflexio puntua*

$$6x+6=0 \text{ } x=-1$$

## 6.- SIMETRIA

Simetria bakoitia  $f(x)=f(-x)$

$$f(x)=x^3+3x^2$$

$$f(-x)=(-x)^3+3(-x)^2=-x^3+3x^2$$

$$f(x) \neq f(-x)$$

Ez du simetria bakoitirik

Simetria bikoitia  $f(x)=-f(x)$

$$f(x)=x^3+3x^2$$

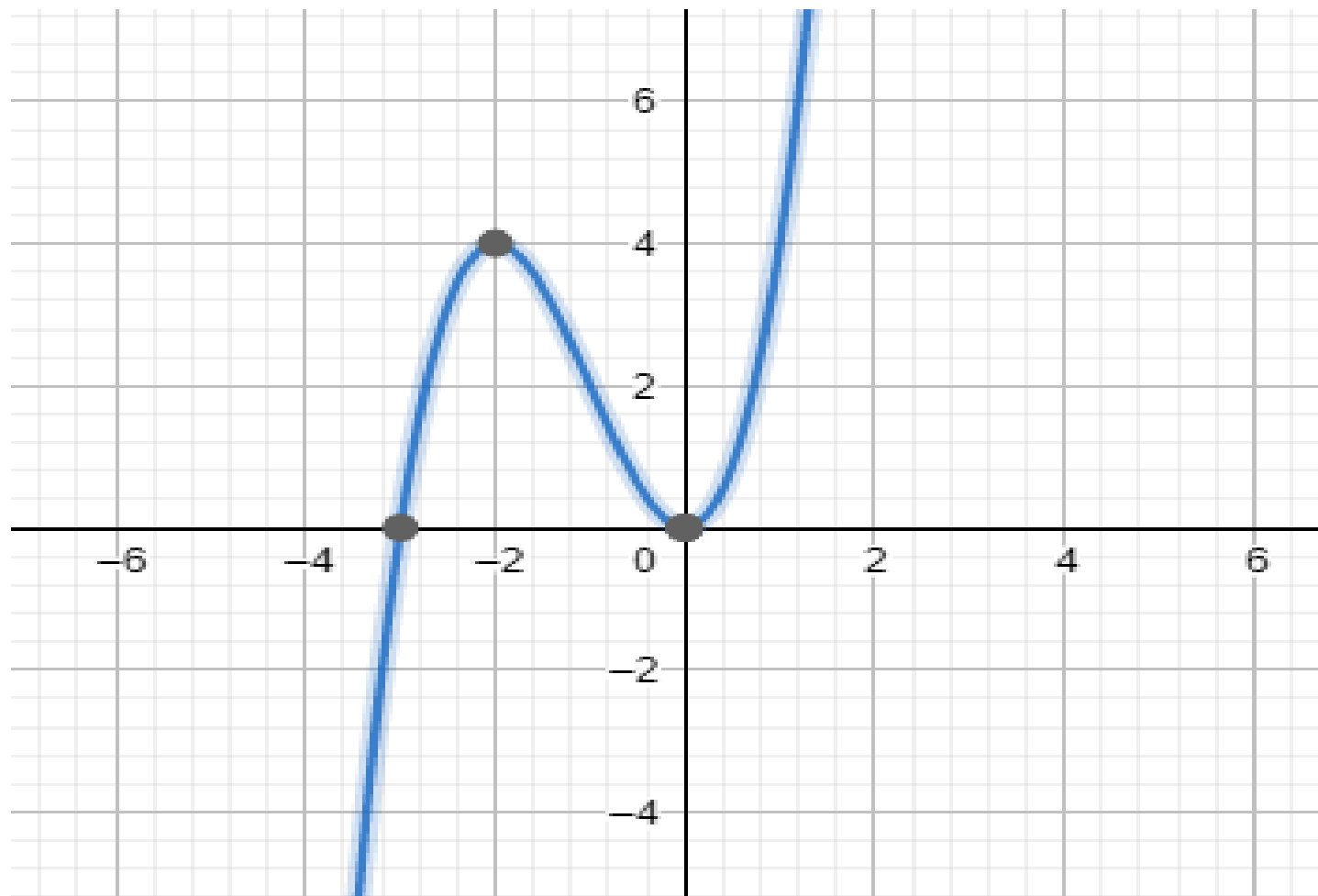
$$-f(x)=-(x^3+3x^2)=-x^3-3x^2$$

$$x^3+3x^2 \neq -x^3-3x^2$$

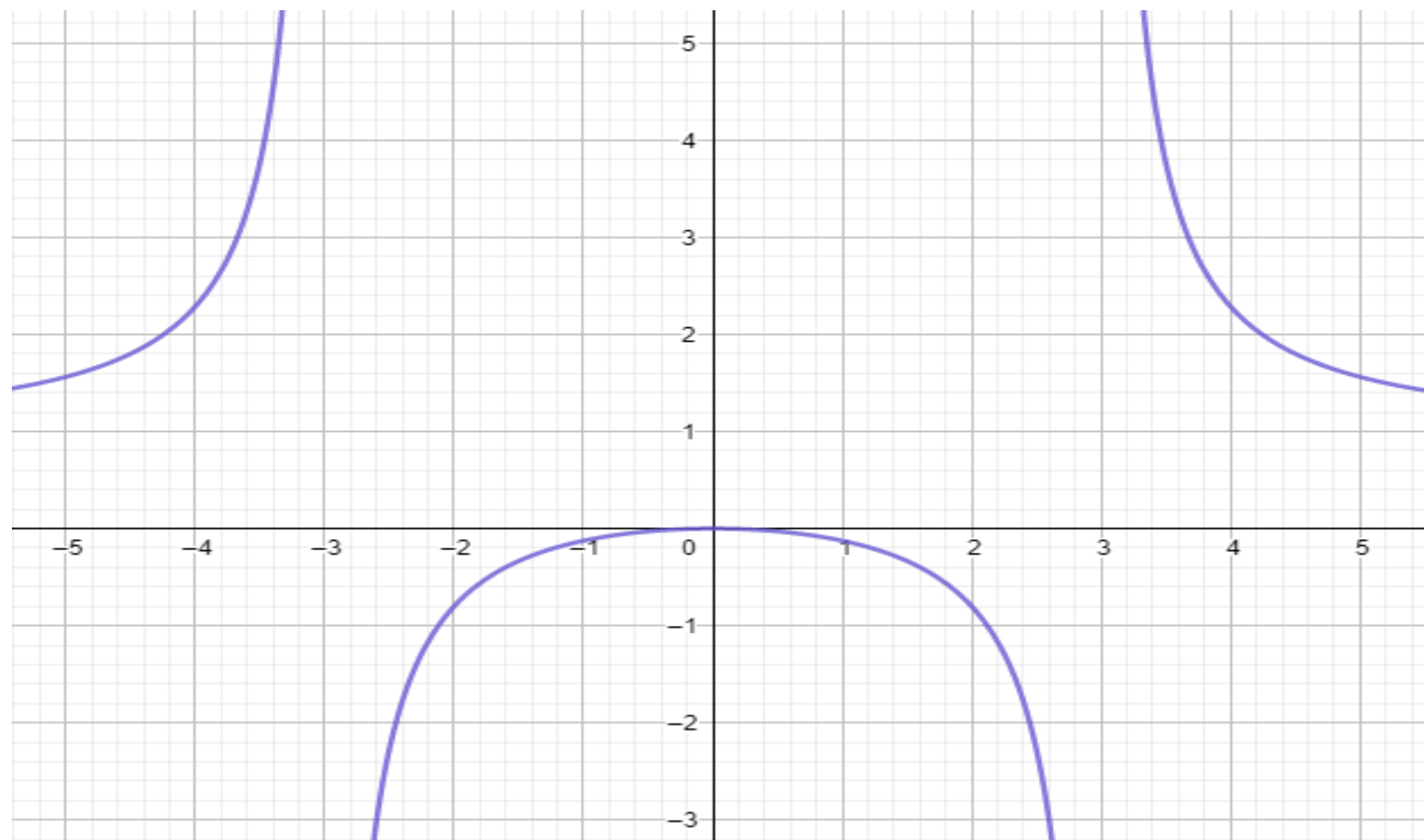
Ez du simetria bikoitirik

## 7.- PERIODIKOTASUNA

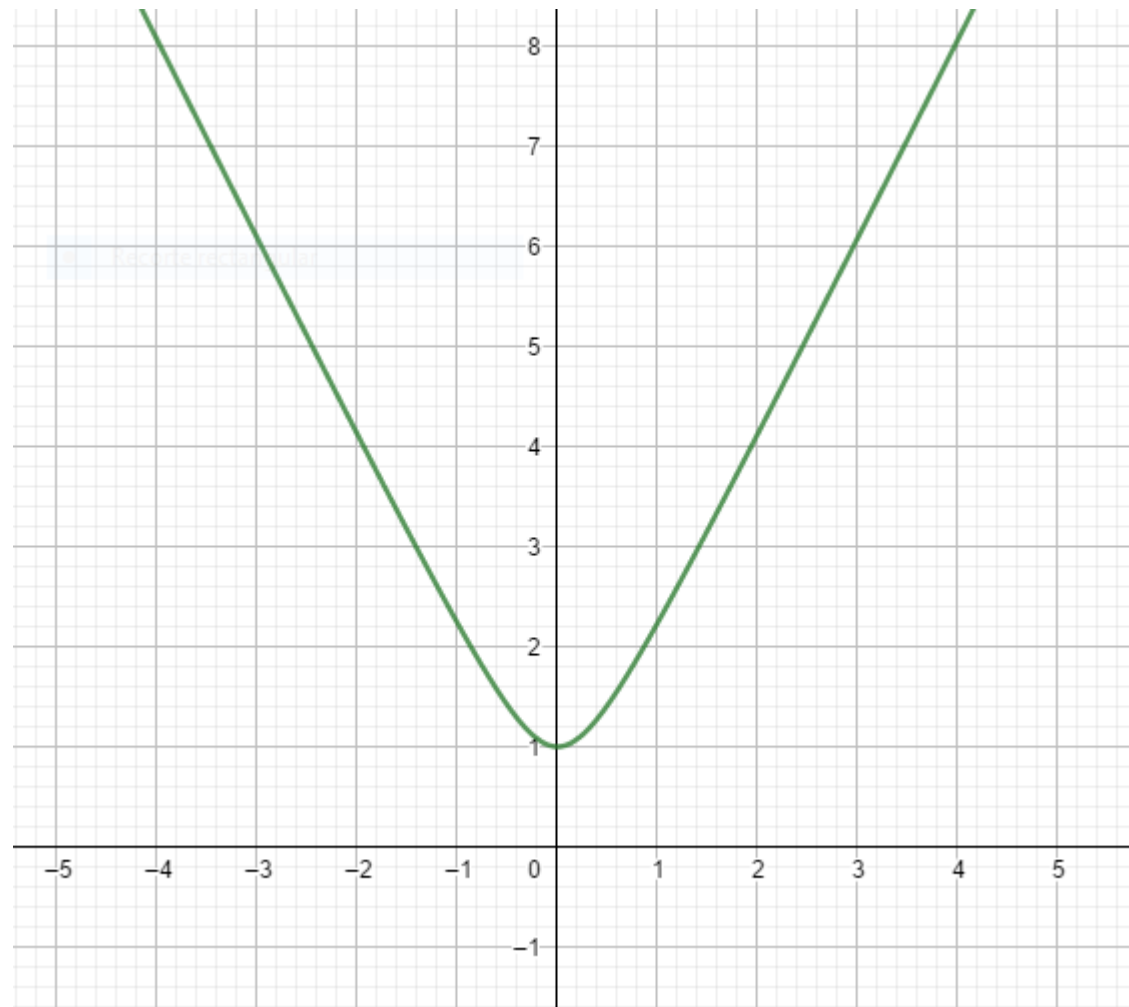
Ez da funtzio periodikoa



$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 9}$$



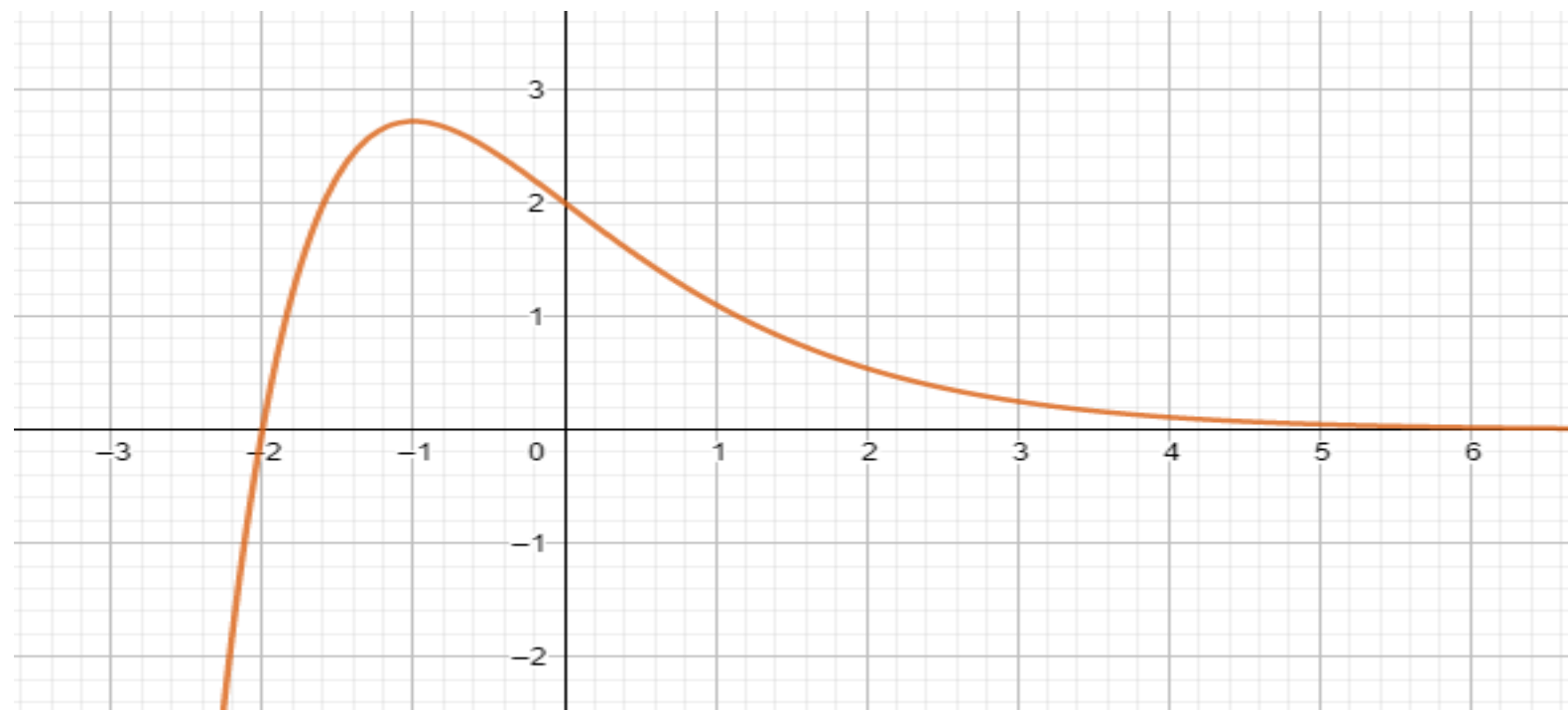
$$f(x) = \sqrt{4x^2 + 1}$$



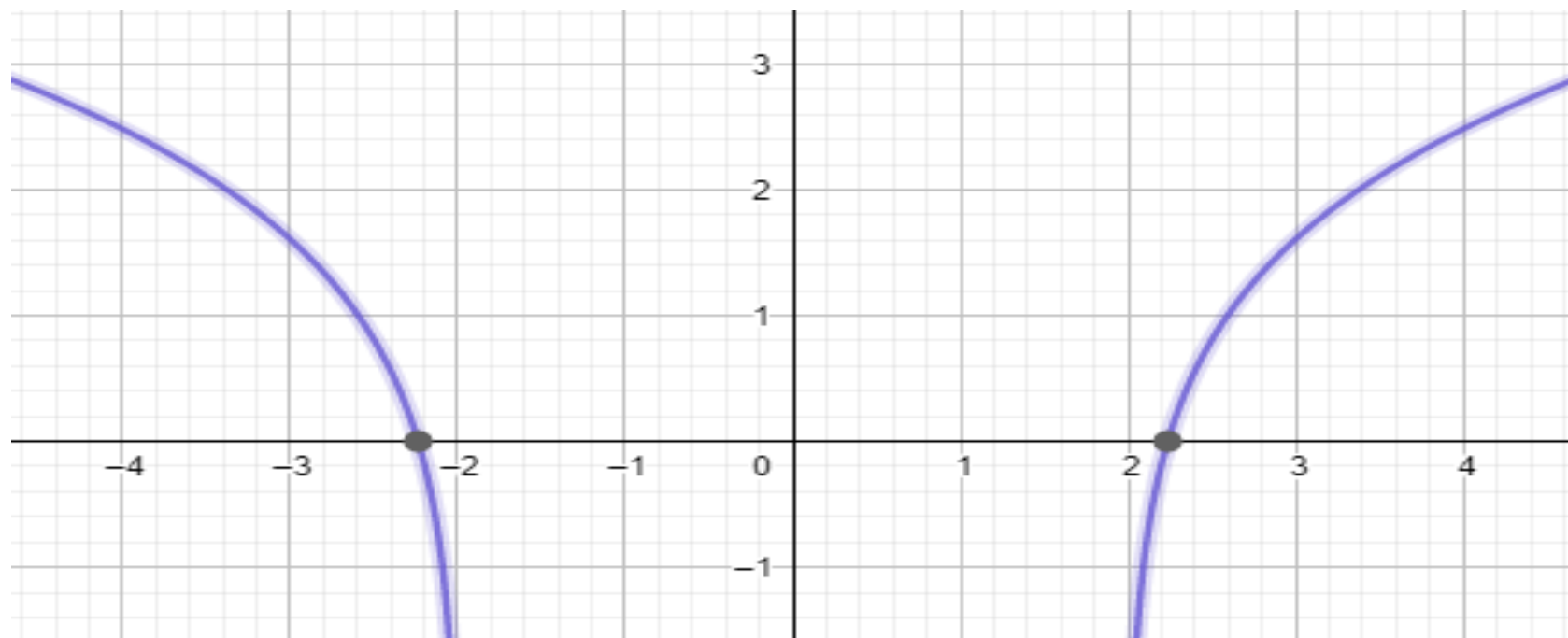
*Bilatu a-ren balioa jarraia izan dadin eta irudikatu funtzioa. Pausu guztiak ondo azalduz.*

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x + 3 & x \leq 1 \\ ax + \frac{1}{x} + 5 & x > 1 \end{cases}$$

$$f(x) = (x + 2) \cdot e^{-x}$$



$$f(x) = \ln(x^2 - 4)$$





# ARIKETA GEHIGARRIAK

---

**322orr.**

**11.- g**

**12.- a**

**13.- b**

**14.- d**

**15.- d**

**19**

**21.- c**