

# ASINTOTAK

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$$

ASINTOTA BERTIKALA

$$x=a$$

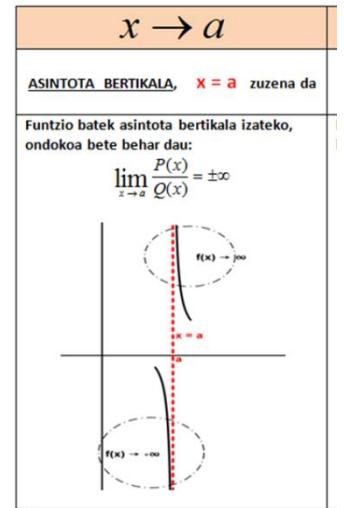
Funtzio arrazionalaren izendatzailea 0 egiten diran balioetan eta logaritmoen argumento 0 denean.

- a) a-ren balioa lokalizatu eta asintotaren ekuazioa idatzi:  $x=a$
- b) Albo limiteak aztertu:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm\infty$$

- c) Grafikoki adierazi, hau da, kokatu kurba asintotarekiko.



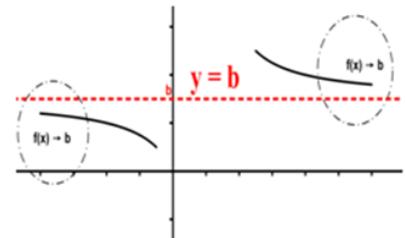
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$$

ASINTOTA HORIZONTALA

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = A$$

$$y = A \quad \text{zuzena}$$

- a) Zuzen horizontalaren ekuazioa Limitea kalkulatu eta asintotaren ekuazioa idatzi  $y=A$
- b) Kokatu kurba asintotarekiko. Kalkulatu  $f(x)-A$ -ren zeinua  $x \rightarrow +\infty$  eta  $x \rightarrow -\infty$  denean, jakiteko funtzioa asintotaren gainetik edo azpitik doan.



$$f(x) - A < 0 \text{ kurba azpitik}$$

$$f(x) - A > 0 \text{ kurba gainetik}$$

Oharra: funtzio arrazionalaren:

$$\partial P(x) < \partial Q(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ da asintota horizontala}$$

$$\partial P(x) = \partial Q(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = A \Rightarrow y = A \text{ da asintota horizontala}$$

.

### ASINTOTA ZEIHARRA

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$$

$$y = mx + n$$

zuzena

Asintota horizontala ez badago zeiharra egon daiteke.

Zeiharra egoteko baldintzak:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = m \neq 0$$

- Zuzen zeiharraren ekuazioa kalkulatzeko bi modutara kalkula daiteke:

1.1. Orokorrean:

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} \quad n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - mx)$$

- Funtzio arrazionala bada:  $\partial P(x) - \partial Q(x) = 1$

Kalkulatzen da

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = Z(x) + \frac{H(x)}{Q(x)}, \quad Z(x) = mx + n \text{ Asintota izango da}$$

- Kokatu kurba asintotarekiko. Kalkulatu  $f(x) - (mx + n)$ -ren zeinua  $x \rightarrow +\infty$  eta  $x \rightarrow -\infty$  danean, , jakiteko funtzioa asintotaren gainetik edo azpitik doan Jakiteko kurbak zein posizio hartzen dauan asintotaren arabera:

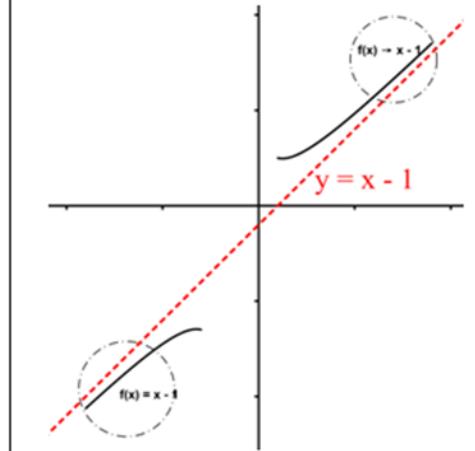
$$\begin{aligned} f(x) - (mx + n) &< 0 \text{ kurba azpitik} \\ f(x) - (mx + n) &> 0 \text{ kurba gainetik} \end{aligned}$$

Funtzio arrazionaletan

$$f(x) - (mx + n) = \frac{H(x)}{Q(x)}$$

Funtzio batek asintota zeiharra:

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}; \quad n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - mx]$$



### ADAR PARABOLIKOA

Asintota zeiharra eta horizontala ez badago

Funtzio arrazionaletan

$$\partial P(x) - \partial Q(x) \geq 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \pm\infty$$