

DERIBATUEN APLIKAZIOAK: FUNTZIO BATEN KOEFIZIENTEAK

Honelako ariketak ebatzeko, enuntziatuek funtziei buruz emoten dabezan datuak ondo interpretatu eta **hizkuntza matematikora itzuli** behar izaten dira.

- 1.- Ariketak behin eta berriro irakurri, esaldi bakoitzak eskaintzen dauen informazioa jasotzea.
 - 2.- Datu bakoitza ekuazio matematiko baten bidez formulatu.
 - 3.-Kalkulatu behar diran **koefiziente beste ekuazio planteatu eta sistema ebatzi**.
 - 4.- Koefizienteak funtziean ordezkatu eta funtziea osotu.
-

ADIBIDEA 1: $P(x) = x^3 + Ax^2 + Bx$ polinomioari buruz ondoko datuak ezagunak diara: bere zuen ukitzalea $x=1$ deneko puntuaren $y=7x-3$ zuzenarekin paraleloa da eta bestalde, polinomioak $x=-1$ deneko puntuaren mutur erlatiboa bat dauka.

Aurrekoan ezagututa, aurkitu A eta B parametroaren balioak. Arrazoitu balio horiek P(x) polinomioak beste mutur erlatiborik daukan ala ez, $x=-1$ deneko puntukoaz gain.

EBAZPENA:

a) **Bere zuen ukitzalea $x=1$ deneko puntuaren $y=7x+2$ zuzenarekin paraleloa da esaldiaren esanahia:**

$x=1$ puntuaren funtzieak daukan zuen ukitzalearen malda eta $y=7x+2$ zuzenaren malda bat datozen; hau da, $P'(1)=7$

b) **Polinomioak $x=-1$ deneko puntuaren mutur erlatiboa bat dauka esaldiaren esanahia:**

$x=-1$ puntuaren zuen ukitzalea horizontala da, bere malda 0 da; hau da $P'(-1)=0$

c) $\begin{cases} P'(1)=7 \\ P'(-1)=0 \end{cases}$ ekuazioa sistema planteatu eta ebatzi, eta horretarako $P'(x)$ kalkulatu.

$$P'(x) = 3x^2 + 2Ax + B \Rightarrow \begin{cases} 3 \cdot 1^2 + 2A \cdot 1 + B = 7 \\ 3 \cdot (-1)^2 + 2A \cdot (-1) + B = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 + 2A + B = 7 \\ 3 - 2A + B = 0 \end{cases}$$

$B = \frac{1}{2}$ eta $A = \frac{7}{4}$

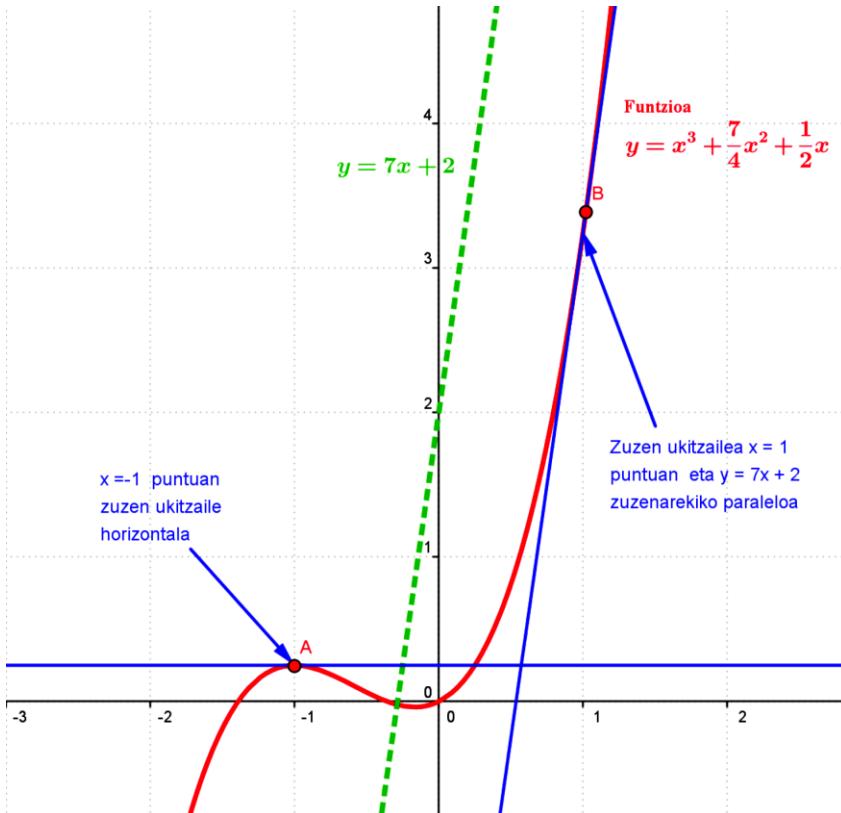
Beste mutur erlatiborik $x=-1$ deneko puntukoaz gain????

Funtzio polinomikoa danez, deribagarria da definizio eremuan, R osoan; beraz mutur erlatiboak kalkulatzeko $P'(x) = 0$ eginez lortuko doguz:

$$P'(x) = 0 \quad P'(x) = 3x^2 + \frac{7}{2}x + \frac{1}{2} = 0 \quad \text{Ebatziz} \quad \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{1}{6} \end{cases}$$

Funtzioak bai badauka beste mutur erlatibo bat $x = -1/6$ puntuaren.

Erabili ondoko grafikoa ariketan planteatutako frogatzeko.



ADIBIDEA 2: Izan bedi $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ aldagai errealeko funtzioren erreala.

Kalkulatu a, b, c eta d jakinik $x = -1$ puntuaren maximo bat daukala, funtzioren grafikoak OX ardatza $x = -2$ puntuaren ebakitzeten daudela, $x = 0$ puntuaren inflexioa daukala eta funtziorekiko zuzen ukitzailaren malda $x = 2$ puntuaren 9 dala.

EBAZPENA:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \quad f''(x) = 3ax + 2b$$

1.- Ariketak behin eta berriro irakurri, esaldi bakoitzak eskaintzen dauen informazioa jasotzeko:

- Funtzioak $x = -1$ puntuaren maximoa $\Rightarrow f'(-1) = 0$
- Funtzioak $x = -2$ puntuaren OX ebaki $\Rightarrow f(-2) = 0$
- Funtzioak $x = 0$ puntuaren inflexioa $\Rightarrow f''(x) = 0$
- Funtzioak $x = 2$ puntuaren zuzen uk. malda 9 $\Rightarrow f'(2) = 9$

2.- Datu bakiotza ekuazio matematiko baten bidez formulatu.

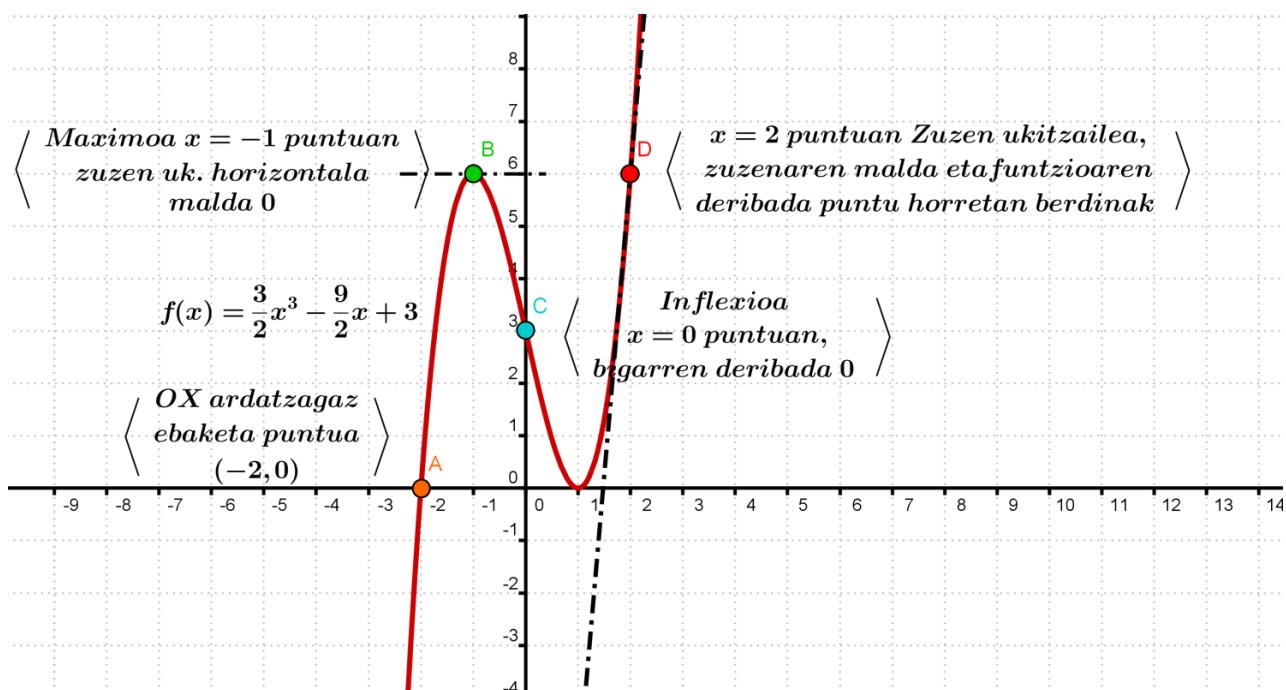
$$\begin{cases} f'(-1) = 0 & \rightarrow 3a(-1)^2 + 2b(-1) + c = 0 & \rightarrow 3a - 2b + c = 0 \\ f(-2) = 0 & \rightarrow a(-2)^3 + b(-2)^2 + c(-2) + d = 0 & \rightarrow -8a + 4b - 2c + d = 0 \\ f''(0) = 0 & \rightarrow 3a(0) + 2b = 0 & \rightarrow 2b = 0 \\ f'(2) = 9 & \rightarrow 3a(2)^2 + 2b(2) + c = 9 & \rightarrow 12a + 4b + c = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a - 2b + c = 0 \\ -8a + 4b - 2c + d = 0 \\ 2b = 0 \\ 12a + 4b + c = 9 \end{cases}$$

Ebatzi eta $a = 3/2$; $b = 0$; $c = -9/2$; $d = 3$ eta funtzioa

honako hau izango da $f(x) = \frac{3}{2}x^3 - \frac{9}{2}x + 3$

Ondorengo grafikoan konprobatu datuak:



ADIBIDEA 3: $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ kurbak $x = 1$ puntuaren ebakitzentzat du abzisa-ardatza eta inflexio-puntu bat du (3,2)-n.

a) Kalkulatua a, b eta c koefizienteak.

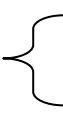
b) Kalkulatu kurbako zer puntu daukaten OX ardatzarekiko paraleloa den zuzen ukitzailea.

EBAZPENA:

a) $y = x^3 + ax^2 + bx + c \quad f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \quad f''(x) = 6x + 2a$

1.- Ariketak behin eta berriro irakurri, esaldi bakoitzak eskaintzen dauen informazioa jasotzeko:

- Kurbak $x = 1$ puntuaren ebaki abzisa-ardatza, funtzioa (1,0) puntutik pasatu:

- Inflexio-puntu bat du (3,2)-n.
- 

Funtzioa (3,2) puntutik pasatu
Inflexioa dagoenez $f''(3)$ puntu horretan nula

2.- Datu bakoitza ekuazio matematikoa baten bidez formulatu:

$$\left. \begin{array}{l} f(1) = 0 \rightarrow 1 + a + b + c = 0 \\ f(3) = 2 \rightarrow 27 + 9a + 3b + c = 2 \\ f''(3) = 0 \rightarrow 18 + 2a = 0 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{Ebatzi} \\ \left. \begin{array}{l} a = -9 \\ b = 24 \\ c = -16 \end{array} \right. \end{array}$$

Beraz funtzioa honako hau izango da $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 16$

b) Kurbako zer puntu daukaten OX ardatzarekiko paraleloa den zuzen ukitzailea:

Zuzen ukitzailea OX ardatzarekiko paraleloa bada, bere malda nula da eta deribatuaren interpretazio geometrikoan oinarrituz, puntu horretan zuzen ukitzailearen malda eta funtzioaren deribatua puntu horretan bat dator. Beraz,

$$f'(x) = 0 \rightarrow 3x^2 - 18x + 24 = 0 \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 4 \\ x = 2 \end{array} \right.$$

Eta puntuak hauek dira (4,0) eta (2,4).

Hurrengo grafikoan interpretatu lortutako emaitzak:

