



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

UNIBERTSITATEAN SARTZEKO

PROBA

2025eko OHIKOA

PRUEBA DE ACCESO A LA

UNIVERSIDAD

ORDINARIA 2025

MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS II

Ez ahaztu azterketa-orri guztietan kodea jartzea.

Azterketa honek BOST ariketa ditu, bakoitza 2,5 puntuoa. LEHENENGOKO ARIKETA DERRIGORREZKOA da eta beste lauetatik HIRURI erantzun behar diezu.

Jarraibideetan adierazi baino galdera gehiagori erantzunez gero, erantzunak ordenari jarraituta zuzenduko dira, harik eta beharrezko kopurura iritsi arte.

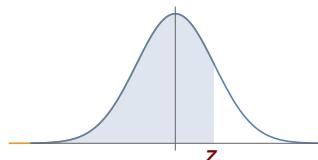
Erantzunak boligrafo urdinez edo beltzez idatzi behar dira, ezin dira arkatza, ezabatu daitekeen boligrafoa edo beste kolore bateko boligrafoa erabili.

Kalkulagailuak erabil daitezke baina ezaugarri hauek dituztenak ez:

- pantaila grafikoa, datuak igortzeko aukera, programatzeko aukera,
- ekuazioak ebazteko aukera, matrize-eragiketak egiteko aukera,
- determinanteen kalkulua egiteko aukera,
- deribatuak eta integralak egiteko aukera,
- datu alfanumerikoak gordetzeko aukera.

MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS II



$N(0, 1)$ kurbak $-\infty$ -tik z -raino mugatutako azalerak

Áreas limitadas por la curva $N(0, 1)$ desde $-\infty$ hasta z

MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS II

DERRIGORREZKO ARIKETA (2,5 puntu) 2024an Gurutzetako Ospitaleko jaioberrien fetu-garapenaren kurbel buruz “Anales Españoles de Pediatría” delakoan argitaratu-tako azterlanen arabera, 9476 jaioberrien pisuak banaketa normal bati jarraitzen dio, batezbestekoa 3372g eta desbideratze tipikoa 405g izanik.

- (a) **(1 puntu)** 2024an Gurutzetako Ospitalean jaioberri bat ausaz aukeratuta, kalkulatu haren pisua 3kg-tik gorakoa izateko probabilitatea.
- (b) **(1 puntu)** Kalkula ezazu 2024an Gurutzetako Ospitalean zenbat jaioberri egon daitzkeen, haien pisua 3kg eta 3,5kg artekoa izanik.
- (c) **(0,5 puntu)** Soilik aurreko ataletako emaitzak erabiliz, arrazoitu ea zuzena den esa-tea 2024an Gurutzetako Ospitalean 3,1kg eta 3,3kg arteko pisua izan zuten jai-berrien kopurua 4500 eta 4700 artean egon beharko litzatekeela.

BIGARREN ARIKETA (2,5 puntu). Bietariko **bati bakarrik** erantzun.

(2A) Honako ekuazio linealen sistema hau ematen da:

$$\begin{cases} \alpha x - 2y + z = \alpha \\ x - 2y + \alpha z = \alpha \\ -2x + y + \alpha z = -2. \end{cases}$$

- (a) **(1 puntu)** Aurkitu α parametroaren balioak, sistemak soluzio bakarra izan dezan.
- (b) **(0,75 puntu)** Ba al dago α parametroaren baliorik zeinetarako sistemak ez duen soluziorik? Arrazoitu zure erantzuna.
- (c) **(0,75 puntu)** Ba al dago α parametroaren baliorik zeinetarako sistemak soluzio bat baino gehiago duen? Erantzuna baiezkoa bada, kalkulatu α parametroaren balio horiek eta, balio bakotzarentzat aurkitu sistemaren bi soluzio ezberdin.

MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS II

(2B) Izen bitez a eta b bi zenbaki erreal eta

$$A = \begin{pmatrix} a+b & 2a \\ 2b & a+b \end{pmatrix}.$$

- (a) **(0,75 puntu)** Erabaki A matrizearen alderantzikoa existitzen den a eta b parameetroen balioen arabera.
- (b) **(1,75 puntu)** $a = 1$ eta $b = 2$ direnean, ahal bada, ebatzi honako ekuazio matrizial hau:

$$AX - A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

HIRUGARREN ARIKETA (2,5 puntu). Bietariko **bati bakarrik** erantzun.

(3A) (2,5 puntu) Honako bi zuzen hauek hartzen dira:

$$r_1 \equiv \begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ 2x - 3y + z = 1 \end{cases}$$

$$r_2 \equiv \begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Kalkulatu r_1 barnean duen eta $\pi \equiv x - 3y - 2z + 7 = 0$ planoaren eta r_2 zuzenaren arteko ebaki-puntutik igarotzen den planoaren ekuazioa.

(3B) $A(-4, 4, 1)$ eta $B(1, 0, -1)$ puntuetatik igarotzen den r zuzena eta $C(-2, 7, -1)$ eta $D(2, 3, -1)$ puntuetatik igarotzen den s zuzena hartzen dira.

(a) **(1,5 puntu)** Kalkulatu r zuzenaren posizio erlatiboa s zuzenarekiko.

(b) **(1 puntu)** Paraleloak badira edo gurutzatzen badira, kalkulatu bien arteko distantzia. Elkar ebakitzen badute, kalkulatu ebaki-puntuia.

MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS II

LAUGARREN ARIKETA (2,5 puntu). Bietariko **bati bakarrik** erantzun.

(4A) Izan bedi $f(x) = x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx$ funtzioa.

- (a) **(1 puntu)** Kalkulatu A eta B parametroen balioak f funtzioaren grafikoaren $x = 0$ eta $x = 1$ abzisa duten puntuetatik pasatzen diren zuzen ukitzaleak horizontalak izan daitezen.
- (b) **(1,5 puntu)** Aurreko atalean lortutako A eta B balioetarako, aztertu f funtzioaren gorakortasun- eta beherakortasun-tarteak.

(4B) “MARKOAK” enpresan koadroetarako markoak egiten dituzte. Oraingo honetan 274 koadro laukizuzenetarako markoak eskatu dizkiete. Koadro guztiek dimensio berdinak eta $0,3\text{m}^2$ -ko azalera dituzte. Marko bakoitzerako bi material mota erabiliko dituzte: atal horizontalak $12\text{€}/\text{m}$ kostua duen material batekoak izango dira, eta bertikaletarako $10\text{€}/\text{m}$ kostua duen material bat erabiliko dute. Eskaera egin duen enpresak ahalik eta gutxien ordaindu nahi du. Kalkulatu:

- (a) **(2 puntu)** zeintzuk izan behar duten koadroetako neurriek ahalik eta gutxien ordaintzeko;
- (b) **(0,5 puntu)** zenbatekoa izango den faktura.

BOSGARREN ARIKETA (2,5 puntu). Bietariko **bati bakarrik** erantzun.

(5A) Kalkulatu honako bi integral hauetak:

(a) **(1,25 puntu)** $\int 2x \cos(2x+5) dx.$

(b) **(1,25 puntu)** $\int \frac{x+495}{x^2 - 2025} dx.$

(5B) $y = (x-1)^2$, $y = (x+1)^2$ eta $y = 7 - 3x$ ekuazioetako kurbak hartzen dira.

(a) **(1,25 puntu)** Irudikatu hiru kurba horiek lehenengo koadrantean mugaturiko eremua.

(b) **(1,25 puntu)** Kalkulatu aurreko ataleko eremuaren azalera.