

1) Prove $(\lambda y.xy)(\lambda x.\lambda y.yx) - \alpha -> (\lambda z.xz)(\lambda y.\lambda x.xy)$
 $(\lambda y.xy)(\lambda x.\lambda y.yx) \sim \alpha \sim (\lambda z.xz)(\lambda x.\lambda y.yx)$
 So $(\lambda y.xy)(\lambda x.\lambda y.yx) - \alpha \rightarrow (\lambda z.xz)(\lambda x.\lambda y.yx)$
 $(\lambda z.xz)(\lambda x.\lambda y.yx) \sim \alpha \sim (\lambda z.xz)(\lambda w.\lambda y.yw)$
 So $(\lambda z.xz)(\lambda x.\lambda y.yx) - \alpha \rightarrow (\lambda z.xz)(\lambda w.\lambda y.yw)$
 $(\lambda z.xz)(\lambda w.\lambda y.yw) \sim \alpha \sim (\lambda z.xz)(\lambda w.\lambda x.xw)$
 So $(\lambda z.xz)(\lambda w.\lambda y.yw) - \alpha \rightarrow (\lambda z.xz)(\lambda w.\lambda x.xw)$
 $(\lambda z.xz)(\lambda w.\lambda y.yw) \sim \alpha \sim (\lambda z.xz)(\lambda y.\lambda x.xy)$
 So $(\lambda z.xz)(\lambda w.\lambda y.yw) - \alpha \rightarrow (\lambda z.xz)(\lambda y.\lambda x.xy)$

2)

a) Eager Evaluation

$(\lambda x.x(\lambda y.xy))((\lambda u.u)(\lambda w.w)) \quad (\lambda u.u)[(\lambda w.w)/u]$
 $-\beta \rightarrow (\lambda x.x(\lambda y.xy))(\lambda w.w) \quad (\lambda x.x(\lambda y.xy))[(\lambda w.w)/x]$
 $-\beta \rightarrow (\lambda w.w(\lambda y.(\lambda w.w)y))$

b) Lazy Evaluation

$(\lambda x.x(\lambda y.xy))((\lambda u.u)(\lambda w.w)) \quad (\lambda x.x(\lambda y.xy))[(\lambda u.u)(\lambda w.w))/x]$
 $-\beta \rightarrow ((\lambda u.u)(\lambda w.w))(\lambda y.((\lambda u.u)(\lambda w.w))y) \quad (\lambda u.u)[(\lambda w.w)/u]$
 $-\beta \rightarrow (\lambda w.w(\lambda y.((\lambda u.u)(\lambda w.w))y)) \quad (\lambda u.u)[(\lambda w.w)/u]$
 $-\beta \rightarrow (\lambda w.w(\lambda y.(\lambda w.w)y))$

c)

$(\lambda x.x(\lambda y.xy))((\lambda u.u)(\lambda w.w)) \quad (\lambda y.xy)[((\lambda u.u)(\lambda w.w))/y]$
 $-\beta \rightarrow (\lambda x.(x((\lambda u.u)(\lambda w.w)))) \quad (\lambda u.u)[(\lambda w.w)/u]$
 $-\beta \rightarrow (\lambda x.x(x(\lambda w.w)))$