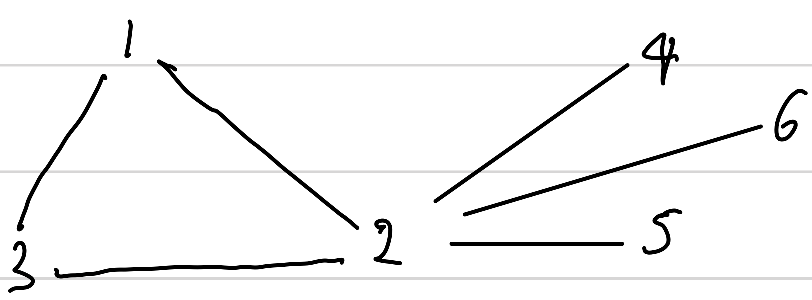
En un bigrafo $(V, \mathcal{E}, w)$ el conjunto formado por los vecinos de un vértice s es denotado por $N(s)$ y se le llama el conjunto de vecinos de s.

$$N(s) = \{ v \in V \mid v \text{ es adyacente a } s \}.$$

En particular s es adyacente con s, entonces $s \in N(s)$.

<u>Ejemplo:</u> Sea G el bigrafo



$N(2) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $N(1) = \{1, 2, 3\}$.
$N(4) = \{2, 4\}$.

Si A es una matriz casi Cartan y B_A es su bigrafo asociado entonces

$$T_{sr}^{-A_{sr}}(B_A) = B_A \oplus \bigoplus_{\substack{i \neq r \\ b_{ir} \neq 0}} G_{\{i,r\}}^{b_{ir}}$$

donde $b_{ir} = -A_{is}A_{sr}$ y

$$G_{\{i,r\}}^{b_{ir}} = \begin{cases} i \overset{|b_{ir}|}{\text{———}} r & \text{si } b_{ir} < 0 \\ i \overset{|b_{ir}|}{\text{- - - - -}} r & \text{si } b_{ir} > 0 \end{cases}$$

Utilizando la notación de vecinos tenemos

$$T_{sr}^{-A_{sr}}(B_A) = B_A \oplus \bigoplus_{\substack{i \in N(s) \\ i \neq r}} G_{\{i,r\}}^{b_{ir}}$$

Ahora supongamos que $B_1 = F[X_1, Y_1]$, $B_2 = F[X_2, Y_2]$ y que $B_A = B_1 \oplus B_2$ con $s \in V(B_1) \cap V(B_2)$ y $r \in V(B_1)$ entonces

$$T_{sr}^{-A_{sr}}(B_A) = B_A \oplus \bigoplus_{\substack{i \in N(s) \\ i \neq r}} G_{\{i,r\}}^{b_{ir}}$$

$$= B_1 \oplus B_2 \oplus \bigoplus_{\substack{i \in N_1(s) \\ i \neq r}} G_{\{i,r\}}^{b_{ir}} \oplus \bigoplus_{\substack{j \in N_2(s) \\ j \neq s}} G_{\{j,r\}}^{b_{jr}}$$

donde $N_1(s) = \{v \in V(B_1) \mid v \text{ es adyacente a } s\}$
$N_2(s) = \{v \in V(B_2) \mid v \text{ es adyacente a } s\}$.

Así

$$T_{sr}^{-A_{sr}}(B_A) = B_1 \oplus \bigoplus_{\substack{i \in N_1(s) \\ i \neq r}} G_{\{i,r\}}^{b_{ir}} \oplus B_2 \oplus \bigoplus_{\substack{j \in N_2(s) \\ j \neq s}} G_{\{j,r\}}^{b_{jr}}$$

$$= T_{sr}^{-A_{sr}}(B_1) \oplus B_2 \oplus \bigoplus_{\substack{j \in N_2(s) \\ j \neq s}} G_{\{j,r\}}^{b_{jr}}$$

$$= F[X_1 \setminus \{r\}, Y_1] \oplus G_{\{s,r\}}^{b_{sr}} \oplus B_2 \oplus \bigoplus_{\substack{j \in N_2(s) \\ j \neq s}} G_{\{j,r\}}^{b_{jr}}.$$

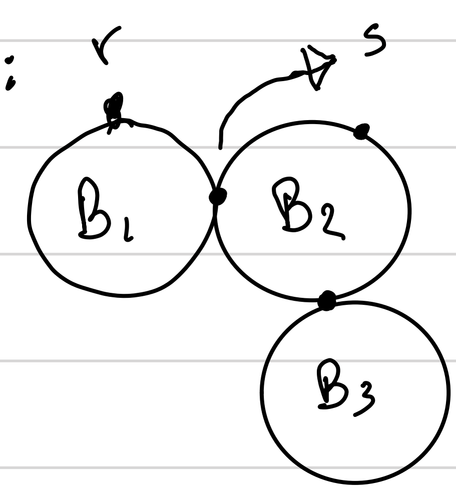
$$= F[X_1 \setminus \{r\}, Y_1] \oplus F[X_2', Y_2']$$

Si $A_{sr} > 0$ y $s \in X_2$ entonces $Y_2' = Y_2 \cup \{r\}$, $X_2' = X_2$
Si $A_{sr} < 0$ y $s \in X_2$ entonce $X_2' = X_2 \cup \{r\}$, $Y_2' = Y_2$
$b_{sr} = -A_{sr}$.

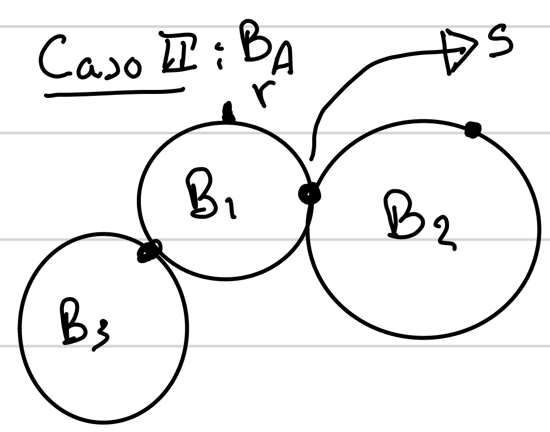
Ahora sea $B_1=F[X_1,Y_1]$, $B_2=F[X_2,Y_2]$, $B_3=F[X_3,Y_3]$
$s\in X_1$

Tomemos $G=B_1\oplus B_2\oplus B_3$ tal que cada vértice de separación de G conecta a exactamente dos A-bloques B_1, B_2, B_3
Sin perdida de generalidad podemos suponer que $V(B_1)\cap V(B_2)=\{s\}$.
entonces los casos posibles son

Caso I:



Caso II: B_A



r no es un vértice de separación y $r\in V(B_1)$

Caso II:

$$T_{sr}^{-A_{sr}}(B_A)=B_A\oplus \bigoplus_{\substack{i\in N_1(s)\\ i\neq r}} G^{b_{ir}}\{i,r\} \oplus \bigoplus_{\substack{j\in N_2(s)\\ j\neq s}} G^{b_{jr}}\{j,r\}$$

$$=B_1\oplus B_2\oplus B_3\oplus \bigoplus_{\substack{i\in N_1(s)\\ i\neq r}} G^{b_{ir}}\{i,r\}\oplus \bigoplus_{\substack{j\in N_2(s)\\ j\neq s}} G^{b_{jr}}\{j,r\}$$

$$=B_1\oplus \bigoplus_{\substack{i\in N_1(s)\\ i\neq r}} G^{b_{ir}}\{i,r\}\oplus B_2\oplus \bigoplus_{\substack{j\in N_2(s)\\ j\neq s}} G^{b_{jr}}\{j,r\}+B_3$$

A' es la submatriz de A asociada a B_1

$$=T_{sr}^{-A'_{sr}}(B_1)\oplus B_2\oplus \bigoplus_{\substack{j\in N_2(s)\\ j\neq s}} G^{b_{jr}}\{j,r\}+B_3$$

$$=F[X_1',Y_1']\oplus G^{b_{sr}}\{s,r\}\oplus B_2\oplus \bigoplus_{\substack{j\in N_2(s)\\ j\neq s}} G^{b_{jr}}\{j,r\}$$
$$\oplus B_3.$$

Si $A_{sr}=1$ (es decir, $r\in X_1$), entonces $X_1'=X_1\setminus\{r\}$, $Y_1'=Y_1$
Si $A_{sr}=-1$ (es decir, $r\in Y_1$), entonces $X_1'=X_1$, $Y_1'=Y_1\setminus\{r\}$.
Sea $B_1'=F[X_1',Y_1']$ entonces

$$T_{sr}^{-A_{sr}}(B_A) = B_1' \oplus B_2 \oplus G^{b_{sr}}_{\{s,r\}} \oplus \bigoplus_{\substack{j\in N_2(s)\\ j\neq s}} G^{b_{jr}}_{\{j,r\}} \oplus B_3$$

$$= B_1' \oplus F[X_2', Y_2'] \oplus B_3$$

donde si: $A_{sr} > 0$ $(r \in X_1)$ y $s \in X_2$, entonces $X_2' = X_2$, $Y_2' = Y_2 \cup \{r\}$

$A_{sr} > 0$ $(r \in X_1)$ y $s \in Y_2$, entonces $X_2' = X_2 \cup \{r\}$, $Y_2' = Y_2$

$A_{sr} < 0$ $(r \in Y_1)$ y $s \in X_2$, entonces $X_2' = X_2 \cup \{r\}$, $Y_2' = Y_2$

$A_{sr} < 0$ $(r \in Y_1)$ y $s \in Y_2$, entonces $X_2' = X_2$, $Y_2' = Y_2 \cup \{r\}$.

Sea $B_2' = F[X_2', Y_2']$.

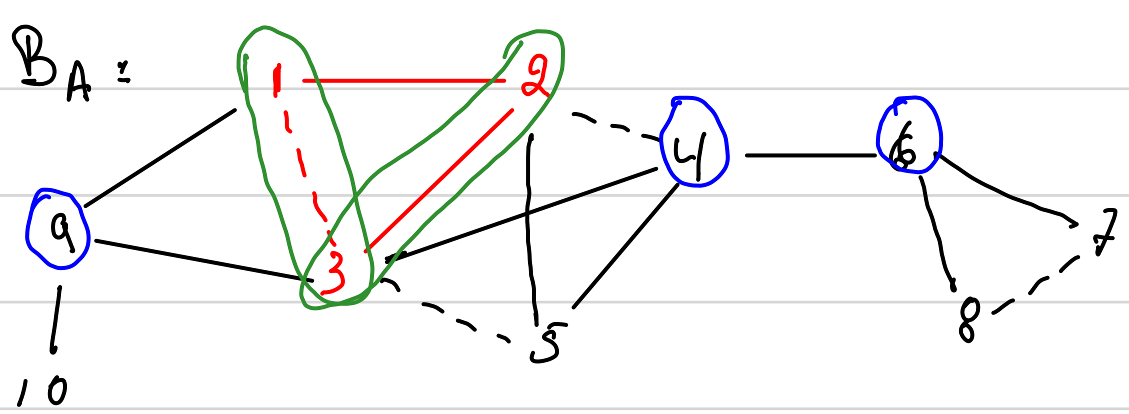
$$T_{sr}^{-A_{sr}}(B_A) = B_1' \oplus B_2' \oplus B_3$$

¿Qué pasa en los siguientes casos?

* s y r no son vértices de separación
* s no es vértice de separación y r es vértice de separación
* s y r son vértices de separación.

Ahora veamos algo del caso $\mathbb{D}_n$.

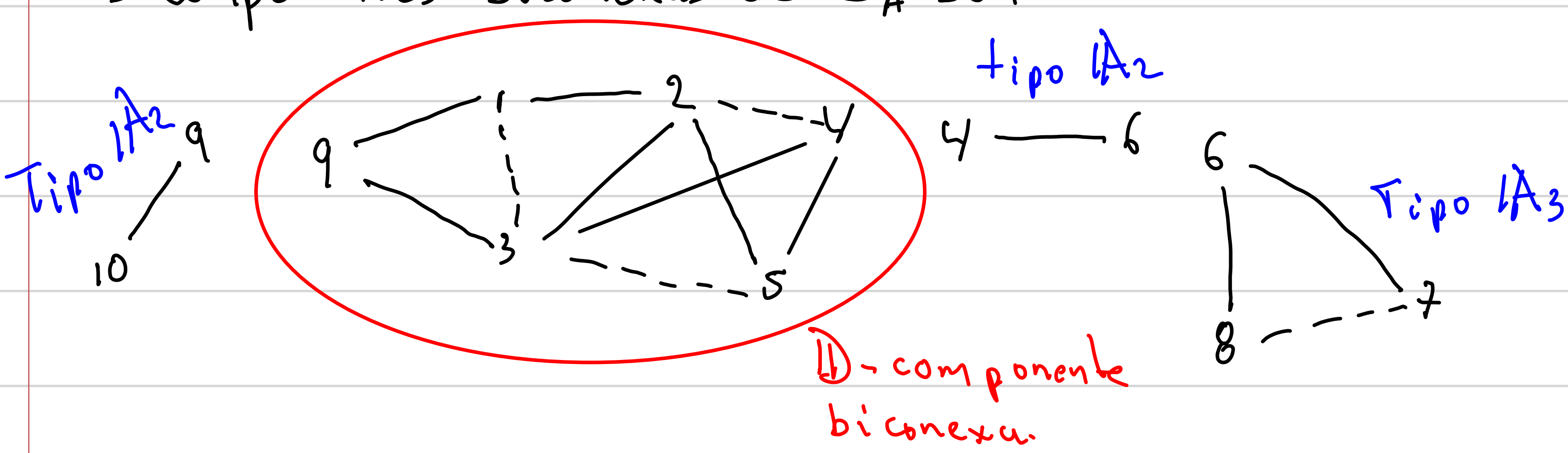
B_A :



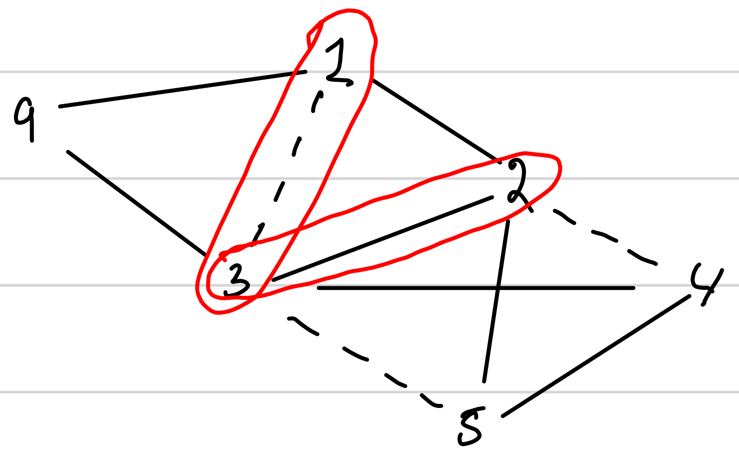
En azul los vértices de separación

En verde los pares de separación.

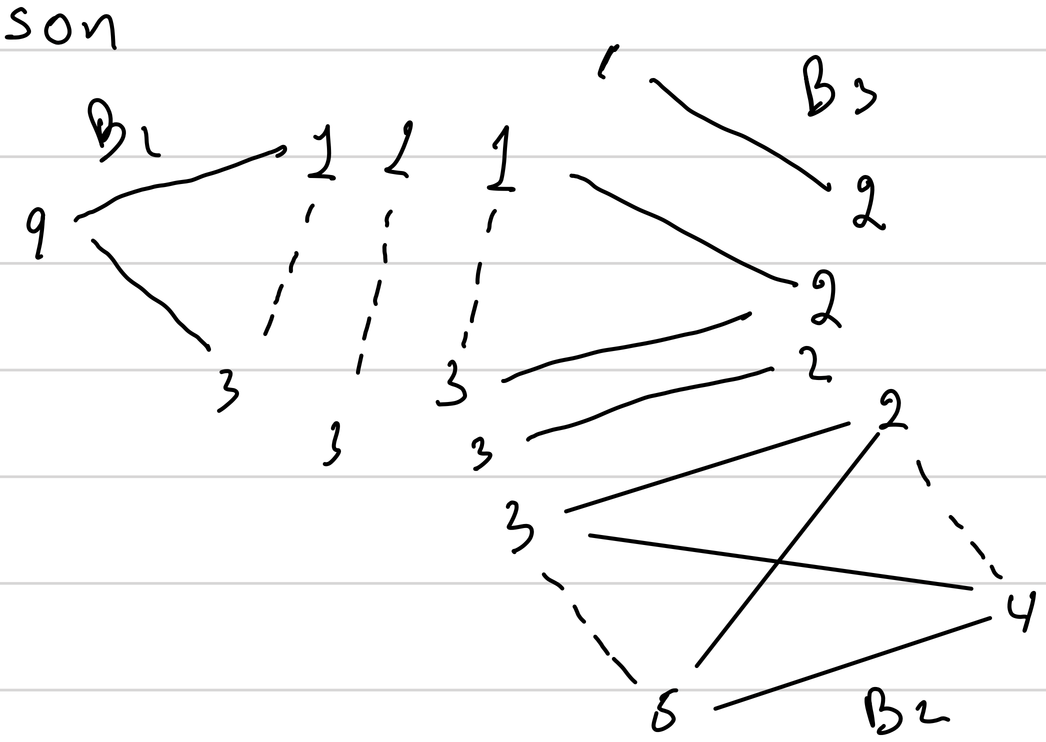
Las componentes biconexas de B_A son



Las componentes triconexas de



son



$B_1 \oplus B_2 \oplus B_3$ es el II-componente.