

Navigacija i upravljanje projektila

Mirza Hodžić

Mentor: prof. dr. Naser Prljača



FAKULTET ELEKTROTEHNIKE
UNIVERZITET U TUZLI

Dedication

To mum and dad...

Declaration

I declare that..

Acknowledgements

I want to thank...

Contents

List of Figures

List of Tables

Thesis Title

Thesis Subtitle

Author Name

Abstract

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

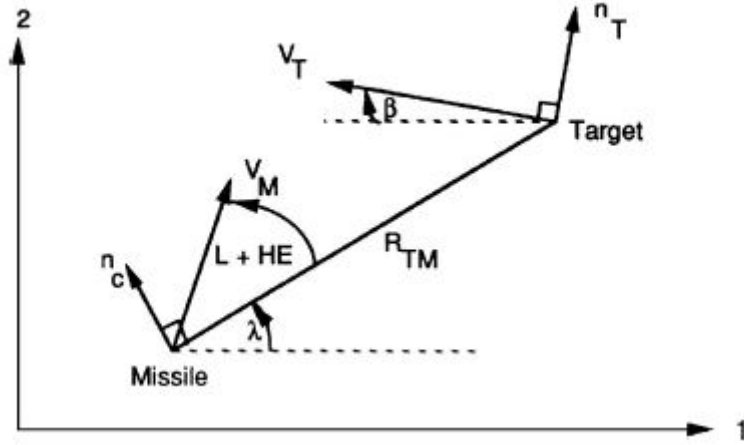
Chapter 1

Uvod

Chapter 2

Chapter Two Title

2.1 Opis planarnog susreta



Udaljenost izmeu mete i projektila u svakom trenutku je data sa:

$$r(t) = r_T(t) - r_M(t) \quad (2.1)$$

Brzina približavanja projektila meti je data sa:

$$v_{cl} = -\dot{r}(t) \quad (2.2)$$

Ugaono ubrzanje mete je dato sa:

$$\dot{\beta} = \frac{n_T}{v_T} \quad (2.3)$$

Komponente vektora brzine mete u koordinatnom sistemu vezanom za zemlju su date sa:

$$v_{T1} = -v_T \cos \beta \quad (2.4)$$

$$v_{T2} = v_T \sin \beta \quad (2.5)$$

Slično tome, brzina i ubrzanje projektila su date sa:

$$\dot{v}_{M1} = a_{M1} \quad (2.6)$$

$$\dot{v}_{M2} = a_{M2} \quad (2.7)$$

$$\dot{R}_{M1} = v_{M1} \quad (2.8)$$

$$\dot{R}_{M2} = v_{M2} \quad (2.9)$$

Ugao *Line of sight* se može izračunati kao:

$$\lambda = \arctan \frac{R_{TM2}}{R_{TM1}} \quad (2.10)$$

Pa je:

$$\dot{\lambda} = \frac{R_{TM1}v_{TM2} - R_{TM2}v_{TM1}}{r^2} \quad (2.11)$$

Ugao izmeu vektora pozicije i vektora brzine je dat sa:

$$L = \arcsin \frac{v_T \sin(\beta + \lambda)}{v_M} \quad (2.12)$$

Takoer treba uzeti u obzir da je:

$$v_{cl} = -\dot{r} = v_M \cos \delta - v_T \cos \theta \quad (2.13)$$

Te da će doći do sudara samo u slučaju da vrijedi:

$$v_M \cos \delta > v_T \cos \theta \quad (2.14)$$

Upravljački zakon proporcionalne navigacije je dat sa:

$$n_C = N' v_c \dot{\lambda} \quad (2.15)$$

2.2 Izvoenje upravljačkog zakona

$$\sin \lambda = \frac{y}{r} \quad (2.16)$$

Za male uglove može se koristiti aproksimacija:

$$\lambda \approx \frac{y}{r} \quad (2.17)$$

, pa je:

$$\dot{\lambda}(t) = \frac{\dot{y}(t)r(t) - y(t)\dot{r}(t)}{r^2} \quad (2.18)$$

$$\ddot{\lambda}(t) = \frac{\ddot{y}(t) - 2\dot{\lambda}(t)\dot{r}(t) - \lambda(t)\ddot{r}(t)}{r(t)} \quad (2.19)$$

Uvedimo vremenski varijantne koeficijente:

$$a_1(t) = \frac{\ddot{r}(t)}{r(t)} \quad (2.20)$$

$$a_2(t) = 2\frac{\dot{r}(t)}{r(t)} \quad (2.21)$$

$$b(t) = \frac{1}{r(t)} \quad (2.22)$$

Pa se dobija diferencijalna jednačina drugog reda sa varijabilnim koeficijentima:

$$\ddot{\lambda}(t) = -a_1(t)\lambda - a_2(t)\dot{\lambda} + b(t)\ddot{y}(t) \quad (2.23)$$

Uzimajući u obzir dobija se:

$$\ddot{y}(t) = -a_M(t) + a_T(t) \quad (2.24)$$

$$\ddot{\lambda}(t) = -a_1(t)\lambda - a_2(t)\dot{\lambda} - b(t)a_M(t) + b(t)a_T(t) \quad (2.25)$$

Neka je $x_1(t) = \lambda$ i $x_2(t) = \dot{\lambda}$. Tada je susret projektila i mete opisan sljedećim diferencijalnim jednačinama prvog reda.

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2.26)$$

$$\dot{x}_2 = -a_1(t)x_1 - a_2(t)x_2 - b(t)u + b(t)f \quad (2.27)$$

,gdje je uzeto $u = a_M(t)$ i vanjska smetnja $f = a_T(t)$. Prvo posmatrajmo slučaj kada meta ne ubrzava, tj. kada je $f = 0$. Sada se problem proporcionalne navigacije može predstaviti kao: Pronaći upravljački signal u tako da je sistem opisan jednačinama ?? i ?? asimptotski stabilan u odnosu na x_2 . Shodno tome, uzmimo Lyapunovu funkciju Q :

$$Q = \frac{1}{2}cx_2^2 \quad (2.28)$$

Izvod po vremenu duž bilo koje trajektorije je:

$$\dot{Q} = cx_2(-a_1(t)x_1 - a_2(t)x_2 - b(t)u(t)) \quad (2.29)$$

Sada se vidi da upravljački signal

$$u = kx_2 = k\dot{\lambda} \quad (2.30)$$

Stabilizuje sistem dat sa ?? i ?? ako k zadovoljava:

$$kb(t) + a_2(t) > 0 \quad (2.31)$$

,odnosno

$$k > -2\dot{r}(t) = 2v_{cl} \quad (2.32)$$

Prema tome, uvodeći *efektivni navigacijski odnos* N , izraz ?? postaje:

$$u = Nv_{cl}\dot{\lambda}(t) \quad , N > 2 \quad (2.33)$$

čime je potpuno određen zakon vojenja proporcionalne navigacije. Za trodimenzionalni slučaj se bira kandidat funkcija:

$$Q = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^3 d_s \dot{\lambda}_s^2 \quad (2.34)$$

, gdje su d_s pozitivni koeficijenti. Analogno se dobija upravljački zakon:

$$u_s = Nv_{cl}\dot{\lambda}_s \quad , N > 2 \quad (s = 1, 2, 3) \quad (2.35)$$

2.3 Izmjenjena proporcionalna navigacija

Za mete koje manevrišu i imaju neko normalno ubrzanje, za planarni sustre, izvod Lyapunove kandidat funkcije je:

$$\dot{Q} = cx_2(-a_1(t)x_1 - a_2(t)x_2 - b(t)u(t) + b(t)f) \quad (2.36)$$

Odakle se zaključuje da je upravljački signal koji stabilizuje sistem:

$$u = Nv_d\dot{\lambda}(t) + a_T(t) \quad , N > 2 \quad (2.37)$$

2.4 Optimalnost zakona proporcionalne navigacije

Ako je promjena LOS ugla različita od nule, tada se primjenjuje normalno ubrzanje kako bi se promjena svela na nulu. U prethodnoj sekciji se proporcionalna navigacija predstavila kao problem upravljanja gdje je normalno ubrzanje bilo upravljački signal, a brzina promjene LOS ugla bila varijabla stanja. Proporcionalna navigacija se može posmatrati kao problem optimalnog upravljanja. Treba pronaći indeks performansi koji proporcionalna navigacija minimizira. Ovo predstavlja inverzni problem optimalnog upravljanja. Pretpostavimo da se projektil približava meti konstantnom brzinom. Ignorišući dinamiku projektila, vrijedi:

$$\ddot{y} = -a_M, \quad y = r\lambda, \quad r(\tau) = v_d\tau \quad (2.38)$$

Također pretpostavlja se da nema kašnjenja u dinamici projektila, tj. da je $a_M = a_{M_c}$. Definišimo sada indeks performansi:

$$J = \frac{1}{2}Cy^2(t_f) + \frac{1}{2}\int_0^{t_f} a_M^2 dt \quad (2.39)$$

Prvi član predstavlja promašaj (miss distance), a drugi predstavlja energiju energiju utrošenu u toku leta. Ideja je pronaći upravljanje a_M koje minimizira kriterij performanse J . Koristeći Bellman-Lyapunov pristup dobija se da je optimalno upravljanje dato sa:

$$a_M(t) = \frac{3\tau}{3/C + \tau^3}(y(t) + \dot{y}(t)\tau) \quad (2.40)$$

Nulti promašaj se dobija za $C \rightarrow \infty$, pa je optimalno upravljanje dato sa:

$$a_M(t) = \frac{3}{\tau^2}(y(t) + \dot{y}(t)\tau) \quad (2.41)$$

Uzimajući u obzir da je:

$$\dot{\lambda} = \frac{\dot{y}(t)r(t) - y(t)\dot{r}(t)}{r^2} = \frac{\dot{y}(t)\tau + y(t)}{r} \quad (2.42)$$

jer je, $r = v_d\tau$, dobija se:

$$a_M(t) = 3v_d\dot{\lambda} \quad (2.43)$$

Ovo znači da pod uvedenim pretpostavkama, proporcionalna navigacija minimizira kriterij performanse J i izbor efektivnog navigacijskog odnosa $N = 3$ garantuje da nulti promašaj.

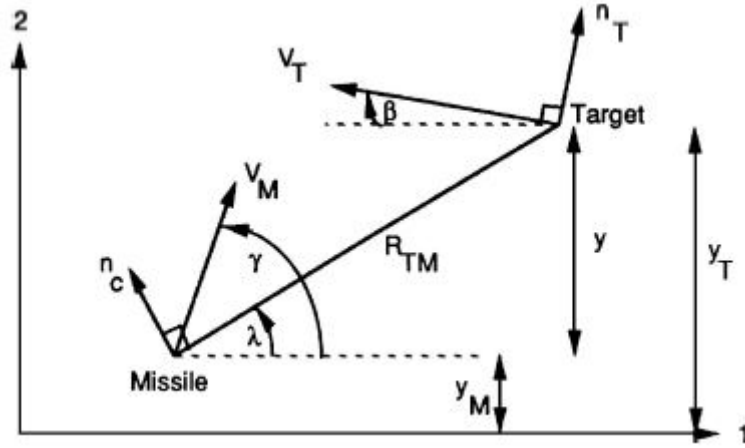


Figure 2.1: Linearizacija jednačina proporcionalne navigacije

2.5 Linearizacija

Linearizacija se može lahko izvršiti ako se definišu nove veličine koje su prikazane na slici ???. Relativno ubrzanje se može odrediti sa slike i iznosi:

$$\ddot{y} = n_T \cos \beta - n_c \cos \lambda \quad (2.44)$$

Ako su uglovi leta mali, tada vrijedi:

$$\ddot{y} = n_T - n_c \quad (2.45)$$

Slično tako vrijedi:

$$\lambda = \frac{y}{r} \quad (2.46)$$

Za čeonu slučaj vrijedi:

$$v_{cl} = v_M + v_t \quad (2.47)$$

Za potjeru vrijedi:

$$v_{cl} = v_M - v_t \quad (2.48)$$

Sada se može linearizirati i jednačina za udaljenost:

$$r(t) = v_{cl}(t_F - t) \quad (2.49)$$

gdje je t_F ukupno vrijeme leta.

Definišimo i veličinu *time to go* t_{go} :

$$t_{go} = t_F - t \quad (2.50)$$

Linearizirani promašaj se definiše kao udaljenost mete i projektila na kraju leta, ili:

$$Miss = y(t_f) \quad (2.51)$$

2.6 Zero effort miss

Ranije je pokazano da vrijedi:

$$\dot{\lambda}(t) = \frac{\dot{y}(t)r(t) + y(t)v_{cl}}{r^2} \quad (2.52)$$

Kako vrijedi $r = v_{cl}t_{go}$, tada se dobija:

$$\dot{\lambda}(t) = \frac{\dot{y}(t)t_{go} + y(t)}{v_{cl}t_{go}^2} \quad (2.53)$$

Definišimo sada veličinu *Zero effort miss*, koja predstavlja buduće relativno rastojanje projektila i mete:

$$ZEM = \dot{y}(t)t_{go} + y(t) \quad (2.54)$$

pa se dobija:

$$\dot{\lambda}(t) = \frac{ZEM}{v_{cl}t_{go}^2} \quad (2.55)$$

Ako se pretpostavi da će se pod uticajem ubrzanja a_c postići sudar, ZEM se može smatrati budućom tačkom susreta, pa se zakon voenja proporcionalne navigacije može iskazati kao:

$$a_c(t) = N \frac{ZEM}{t_{go}^2} \quad (2.56)$$

Sada se vidi da je normalno ubrzanje projektila direktno proporcionalnu ZEM -u i inverzno proporcionalno kvadratu preostalom vremenu leta, što znači da se generiše veće ubrzanje što je susret bliži. Pošto se ZEM posmatra kao buduća tačka susreta, koja se računa na osnovu znanja ili pretpostavki budućeg kretanja mete, PN voenje se smatra prediktivnim. ZEM je koristan jer se može izračunati mnoštvom metoda uključujući i on-line numeričku integraciju nelinearnih diferencijalnih jednačina projektila i mete. Prethodno izvedene linaerizovane jednačine proporcionalne navigacije se mogu prikazati blok dijagramom kao na slici ???. Ulaz sistema je ubrzanje mete, a

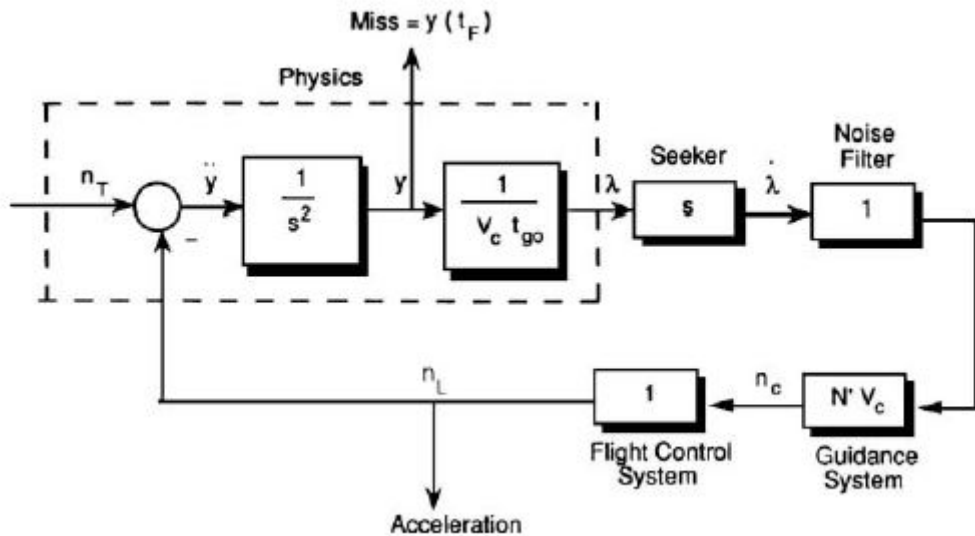


Figure 2.2: Petlja navoenja

u povratnoj sprezi se nalazi upravljački zakon. Pretpostavlja se da je model trekera idealni diferencijator i sistem za navoenje ne uvodi nikakvo kašnjenje. U stvarnosti, sistem za navoenje se modelira prenosnom funkcijom prvog reda, tj:

$$\frac{n_L}{n_c} = \frac{1}{1 + sT} \quad (2.57)$$

,gdje je n_L ostvareno ubrzanje projektila, a n_c zahtjevano ubrzanje projektila. Ko-

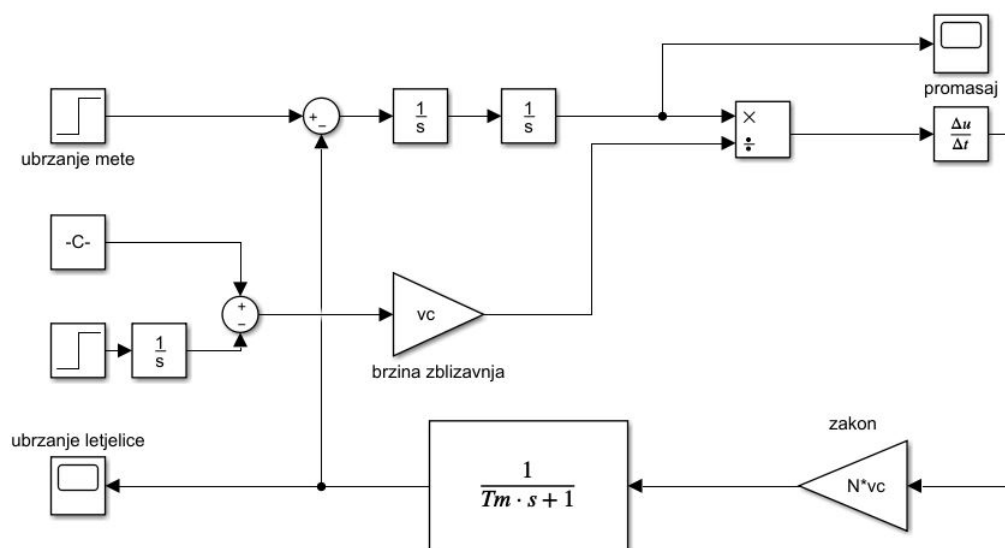


Figure 2.3: Proporcionalana navigacija u Simulinku

risteći Simulink dijagram sa slike ?? izvršene su simulacije za $N = 4$ i $N = 5$ pri ubrzanju mete od $3g$. Ubrzanja projektila su prikazana na grafu ???. Vidi se da veći efektivni navigacijski odnos zahtjeva manje ubrzanje projektila pa su time smanjeni i zahtjevi za performansam projektila, meutim veći efektivni navigacijski odnos daje manji promasaj što se vidi na grafiku ??.

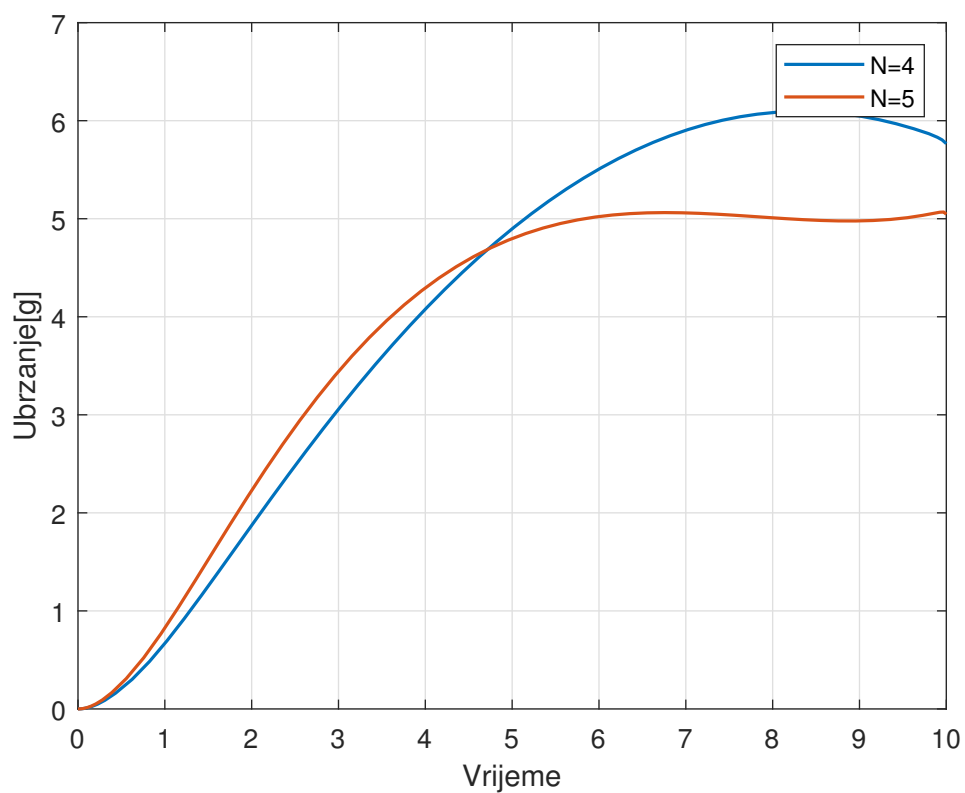


Figure 2.4: Ubrzanja projektila za $N = 4$ i $N = 5$

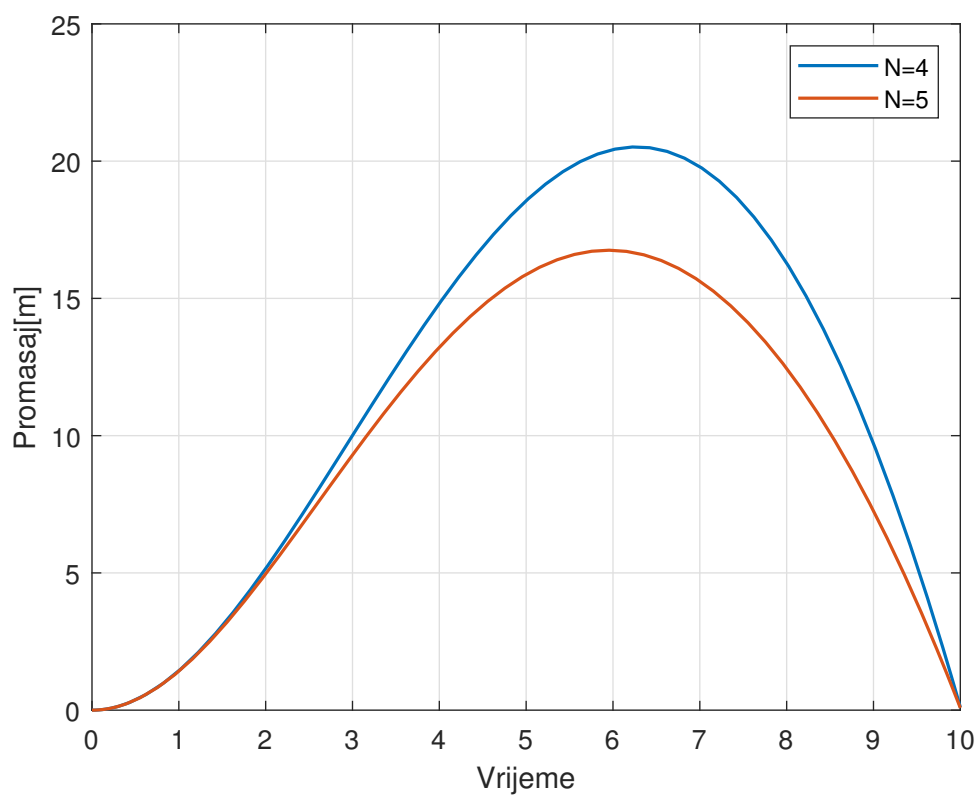


Figure 2.5: Promasaji za $N = 4$ i $N = 5$

Chapter 3

Chapter Three Title

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu

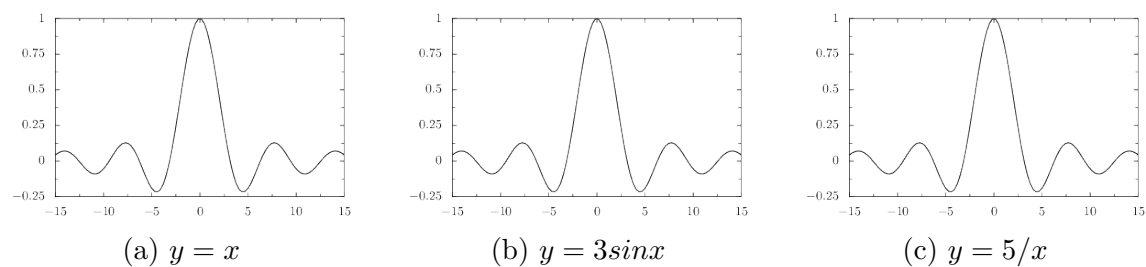


Figure 3.1: Three simple graphs

urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Donec odio elit, dictum in, hendrerit sit amet, egestas sed, leo. Praesent feugiat sapien aliquet odio. Integer vitae justo. Aliquam vestibulum fringilla lorem. Sed neque lectus, consectetur at, consectetur sed, eleifend ac, lectus. Nulla facilisi. Pellentesque eget lectus. Proin eu metus. Sed porttitor. In hac habitasse platea dictumst. Suspendisse eu lectus. Ut mi mi, lacinia sit amet, placerat et, mollis vitae, dui. Sed ante tellus, tristique ut, iaculis eu, malesuada ac, dui. Mauris nibh leo, facilisis non, adipiscing quis, ultrices a, dui.

see ??

Chapter 4

Chapter Four Title

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

A	B	C
1	2	3
4	5	6

Table 4.1: very basic table

Day	Max Temp	Min Temp
Mon	20	13
Tue	22	14
Wed	23	12
Thurs	25	13
Fri	18	7
Sat	15	13
Sun	20	13

(a) First Week

Day	Max Temp	Min Temp
Mon	17	11
Tue	16	10
Wed	14	8
Thurs	12	5
Fri	15	7
Sat	16	12
Sun	15	9

(b) Second Week

Table 4.2: Max and min temps recorded in the first two weeks of July

Chapter 5

Zakljucak

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.. And ... **latexcompanion; einstein ... knuthwebsite**

est (**latexcompanion**)... (**knuthwebsite**) ... (**einstein**).

Appendix A

Appendix Title

Appendix goes here...