Cohomologie entière des tours de Postnikov finies

Alain Clément +41 21 692 35 62 alain.clement@ima.unil.ch

Résumé

Depuis le séminaire H. Cartan de 1954-55, il est bien connu que l'on peut trouver des éléments de torsion arbitrairement grande dans l'homologie entière des espaces d'Eilenberg-MacLane K(G,n) où G est un groupe abélien non trivial et n>1.

L'objectif majeur de ce travail est d'étendre ce résultat à des H-espaces possédant plus d'un groupe d'homotopie non trivial.

Dans le but de contrôler précisément le résultat de H. Cartan, on commence par étudier la dualité entre l'homologie et la cohomologie des espaces d'Eilenberg-MacLane 2-locaux de type fini. On parvient ainsi à raffiner quelques résultats qui découlent des calculs de H. Cartan.

Le résultat principal de ce travail peut être formulé comme suit. Soit X un H-espace ne possédant que deux groupes d'homotopie non triviaux, tous deux finis et de 2-torsion. Alors X n'admet pas d'exposant pour son groupe gradué d'homologie entière réduite.

On construit une large classe d'espaces pour laquelle ce résultat n'est qu'une conséquence d'une caractéristique topologique, à savoir l'existence d'un rétract faible $X \rightarrow K(G,n)$ pour un certain groupe abélien G et n>1.

On généralise également notre résultat principal à des espaces plus compliqués en utilisant la suite spectrale d'Eilenberg-Moore ainsi que des méthodes analytiques faisant apparaître les nombres de Betti et leur comportement asymptotique.

Finalement, on conjecture que les espaces qui ne possédent qu'un nombre fini de groupes d'homotopie non triviaux n'admettent pas d'exposant homologique.

Ce travail contient par ailleurs la présentation de la « machine d'Eilenberg-MacLane », un programme C++ conçu pour calculer explicitement les groupes d'homologie entière des espaces d'Eilenberg-MacLane.