

# The Eilenberg-MacLane machine \*

A C++ program designed to compute the integral homology and cohomology groups of Eilenberg-MacLane spaces.

## Homology and cohomology groups of $K(\mathbb{Z}/2^2, 3)$ .

$n$	$H_n(-, \mathbb{Z})$	$H^n(-, \mathbb{Z})$
0	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z}$
1	$(0)$	$(0)$
2	$(0)$	$(0)$
3	$\mathbb{Z}/2^2$	$(0)$
4	$(0)$	$\mathbb{Z}/2^2$
5	$\mathbb{Z}/2$	$(0)$
6	$\mathbb{Z}/2$	$\mathbb{Z}/2$
7	$\mathbb{Z}/2^2$	$\mathbb{Z}/2$
8	$\mathbb{Z}/2$	$\mathbb{Z}/2^2$
9	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 3}$	$\mathbb{Z}/2$
10	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 3}$
11	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2}$
12	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 3} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
13	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 5}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 3} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
14	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 5}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 5}$
15	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 6} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 5}$
16	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 7} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 6} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$
17	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 11}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 7} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
18	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 13}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 11}$
19	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 13} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 13}$
20	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 16} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 13} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$
21	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 23}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 16} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$
22	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 25}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 23}$
23	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 28} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 25}$
24	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 34} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2} \oplus \mathbb{Z}/2^3$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 28} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3}$
25	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 43}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 34} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2} \oplus \mathbb{Z}/2^3$
26	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 49}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 43}$
27	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 57} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 4}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 49}$
28	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 65} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 57} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 4}$

to be continued on the next page

---

\* Alain Clément, Ph.D. Thesis, Institute of Mathematics, University of Lausanne, Switzerland.

$n$	$H_n(-, \mathbb{Z})$	$H^n(-, \mathbb{Z})$
29	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 80}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 65} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3}$
30	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 95}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 80}$
31	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 104} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 4}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 95}$
32	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 120} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 4}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 104} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 4}$
33	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 146} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 120} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 4}$
34	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 167}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 146} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
35	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 187} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 5}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 167}$
36	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 215} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 7}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 187} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 5}$
37	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 253} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 215} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 7}$
38	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 289}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 253} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
39	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 327} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 7}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 289}$
40	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 370} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 7} \oplus \mathbb{Z}/2^3$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 327} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 7}$
41	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 430} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 370} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 7} \oplus \mathbb{Z}/2^3$
42	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 492}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 430} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
43	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 550} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 8}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 492}$
44	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 622} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 9}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 550} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 8}$
45	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 717} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 622} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 9}$
46	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 810}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 717} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$
47	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 906} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 9}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 810}$
48	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1023} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 11} \oplus \mathbb{Z}/2^4$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 906} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 9}$
49	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1162} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1023} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 11} \oplus \mathbb{Z}/2^4$
50	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1309}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1162} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3}$
51	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1466} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 11}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1309}$
52	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1641} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 14}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1466} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 11}$
53	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1852} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 4}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1641} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 14}$
54	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2084}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1852} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 4}$
55	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2319} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 12}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2084}$
56	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2586} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 17}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2319} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 12}$
57	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2908} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 6}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2586} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 17}$
58	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 3250}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2908} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 6}$
59	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 3608} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 14}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 3250}$
60	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 4017} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 22}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 3608} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 14}$
61	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 4486} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 7}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 4017} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 22}$
62	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 4994}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 4486} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 7}$
63	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 5537} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 17}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 4994}$
64	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 6138} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 23} \oplus \mathbb{Z}/2^3$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 5537} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 17}$

to be continued on the next page

$n$	$H_n(-, \mathbb{Z})$	$H^n(-, \mathbb{Z})$
65	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 6826} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 7} \oplus \mathbb{Z}/2^3$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 6138} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 23} \oplus \mathbb{Z}/2^3$
66	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 7577}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 6826} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 7} \oplus \mathbb{Z}/2^3$
67	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 8371} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 18}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 7577}$
68	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 9251} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 28}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 8371} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 18}$
69	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 10256} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 11}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 9251} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 28}$
70	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 11337} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 10256} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 11}$
71	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 12495} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 21}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 11337} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
72	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 13779} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 33} \oplus (\mathbb{Z}/2^3)^{\oplus 2}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 12495} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 21}$
73	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 15211} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 14}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 13779} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 33} \oplus (\mathbb{Z}/2^3)^{\oplus 2}$
74	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 16768} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 15211} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 14}$
75	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 18445} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 25}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 16768} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
76	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 20276} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 39}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 18445} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 25}$
77	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 22316} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 16}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 20276} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 39}$
78	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 24543} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 22316} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 16}$
79	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 26921} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 27}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 24543} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
80	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 29520} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 44} \oplus \mathbb{Z}/2^4$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 26921} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 27}$
81	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 32412} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 20}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 29520} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 44} \oplus \mathbb{Z}/2^4$
82	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 35539} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 32412} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 20}$
83	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 38897} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 31}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 35539} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$
84	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 42569} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 53}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 38897} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 31}$
85	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 46605} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 24}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 42569} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 53}$
86	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 50980} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 46605} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 24}$
87	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 55692} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 35}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 50980} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$
88	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 60804} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 58} \oplus \mathbb{Z}/2^3$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 55692} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 35}$
89	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 66411} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 27} \oplus \mathbb{Z}/2^3$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 60804} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 58} \oplus \mathbb{Z}/2^3$
90	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 72500} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 66411} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 27} \oplus \mathbb{Z}/2^3$
91	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 79022} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 38}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 72500} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3}$
92	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 86100} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 68}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 79022} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 38}$
93	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 93852} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 35}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 86100} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 68}$
94	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 102221} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 4}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 93852} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 35}$
95	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 111208} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 43}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 102221} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 4}$
96	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 120954} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 77} \oplus \mathbb{Z}/2^3 \oplus \mathbb{Z}/2^5$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 111208} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 43}$

to be continued on the next page

$n$	$H_n(-, \mathbb{Z})$	$H^n(-, \mathbb{Z})$
97	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 131556} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 39} \oplus \mathbb{Z}/2^3$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 120954} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 77} \oplus \mathbb{Z}/2^3 \oplus \mathbb{Z}/2^5$
98	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 143004} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 4}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 131556} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 39} \oplus \mathbb{Z}/2^3$
99	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 155317} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 48}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 143004} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 4}$
100	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 167639} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 79}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 155317} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 48}$

### Generators involved in the calculus.

Degree	Genus	Generator
3	1	$(\sigma^3, \sigma^2\psi_2)$
5	2	$(\beta_2\varphi_2\sigma^2, \varphi_2\sigma^2)$
6	3	$(\beta_2\sigma\varphi_2\psi_2, \sigma\varphi_2\psi_2)$
9	2	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2\sigma^2, \varphi_2\gamma_2\sigma^2)$
10	3	$(\beta_2\sigma\varphi_2\gamma_2\psi_2, \sigma\varphi_2\gamma_2\psi_2)$
13	3	$(\beta_2\varphi_2^2\psi_2, \varphi_2^2\psi_2)$
17	2	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2^2\sigma^2, \varphi_2\gamma_2^2\sigma^2)$
18	3	$(\beta_2\sigma\varphi_2\gamma_2^2\psi_2, \sigma\varphi_2\gamma_2^2\psi_2)$
21	3	$(\beta_2\varphi_2^2\gamma_2\psi_2, \varphi_2^2\gamma_2\psi_2)$
25	3	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2\varphi_2\psi_2, \varphi_2\gamma_2\varphi_2\psi_2)$
33	2	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2^3\sigma^2, \varphi_2\gamma_2^3\sigma^2)$
34	3	$(\beta_2\sigma\varphi_2\gamma_2^3\psi_2, \sigma\varphi_2\gamma_2^3\psi_2)$
37	3	$(\beta_2\varphi_2^2\gamma_2^2\psi_2, \varphi_2^2\gamma_2^2\psi_2)$
41	3	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2\varphi_2\gamma_2\psi_2, \varphi_2\gamma_2\varphi_2\gamma_2\psi_2)$
49	3	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2^2\varphi_2\psi_2, \varphi_2\gamma_2^2\varphi_2\psi_2)$
65	2	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2^4\sigma^2, \varphi_2\gamma_2^4\sigma^2)$
66	3	$(\beta_2\sigma\varphi_2\gamma_2^4\psi_2, \sigma\varphi_2\gamma_2^4\psi_2)$
69	3	$(\beta_2\varphi_2^2\gamma_2^3\psi_2, \varphi_2^2\gamma_2^3\psi_2)$
73	3	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2\varphi_2\gamma_2^2\psi_2, \varphi_2\gamma_2\varphi_2\gamma_2^2\psi_2)$
81	3	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2^2\varphi_2\gamma_2\psi_2, \varphi_2\gamma_2^2\varphi_2\gamma_2\psi_2)$
97	3	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2^3\varphi_2\psi_2, \varphi_2\gamma_2^3\varphi_2\psi_2)$