

# The Eilenberg-MacLane machine \*

*A C++ program designed to compute the integral homology and cohomology groups of Eilenberg-MacLane spaces.*

## Homology and cohomology groups of $K(\mathbb{Z}/2^1, 3)$ .

$n$	$H_n(-, \mathbb{Z})$	$H^n(-, \mathbb{Z})$
0	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z}$
1	$(0)$	$(0)$
2	$(0)$	$(0)$
3	$\mathbb{Z}/2$	$(0)$
4	$(0)$	$\mathbb{Z}/2$
5	$\mathbb{Z}/2$	$(0)$
6	$\mathbb{Z}/2$	$\mathbb{Z}/2$
7	$\mathbb{Z}/2$	$\mathbb{Z}/2$
8	$\mathbb{Z}/2$	$\mathbb{Z}/2$
9	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 3}$	$\mathbb{Z}/2$
10	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 3}$
11	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 3}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2}$
12	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 3} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 3}$
13	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 5}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 3} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
14	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 5}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 5}$
15	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 8}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 5}$
16	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 8}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 8}$
17	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 11}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 8}$
18	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 13}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 11}$
19	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 15}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 13}$
20	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 17} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 15}$
21	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 23}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 17} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
22	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 25}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 23}$
23	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 31}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 25}$
24	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 36} \oplus \mathbb{Z}/2^3$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 31}$
25	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 43}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 36} \oplus \mathbb{Z}/2^3$
26	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 49}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 43}$
27	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 61}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 49}$
28	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 68}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 61}$

*to be continued on the next page*

---

\* Alain Clément, Ph.D. Thesis, Institute of Mathematics, University of Lausanne, Switzerland.

$n$	$H_n(-, \mathbb{Z})$	$H^n(-, \mathbb{Z})$
29	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 80}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 68}$
30	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 95}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 80}$
31	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 108}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 95}$
32	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 123} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 108}$
33	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 146} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 123} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
34	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 167}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 146} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
35	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 192}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 167}$
36	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 220} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 192}$
37	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 254}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 220} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$
38	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 289}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 254}$
39	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 334}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 289}$
40	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 377} \oplus \mathbb{Z}/2^3$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 334}$
41	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 431}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 377} \oplus \mathbb{Z}/2^3$
42	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 492}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 431}$
43	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 558}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 492}$
44	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 630} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 558}$
45	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 718} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 630} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
46	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 810}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 718} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
47	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 915}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 810}$
48	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1033} \oplus \mathbb{Z}/2^2 \oplus \mathbb{Z}/2^4$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 915}$
49	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1164} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1033} \oplus \mathbb{Z}/2^2 \oplus \mathbb{Z}/2^4$
50	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1309}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1164} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
51	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1477}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1309}$
52	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1654} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1477}$
53	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1855} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1654} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
54	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2084}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 1855} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
55	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2331}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2084}$
56	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2601} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2331}$
57	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2912} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2601} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$
58	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 3250}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 2912} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$
59	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 3622}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 3250}$
60	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 4036} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 3622}$
61	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 4492} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 4036} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3}$
62	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 4994}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 4492} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
63	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 5554}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 4994}$
64	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 6161} \oplus \mathbb{Z}/2^3$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 5554}$

*to be continued on the next page*

$n$	$H_n(-, \mathbb{Z})$	$H^n(-, \mathbb{Z})$
65	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 6833} \oplus \mathbb{Z}/2^3$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 6161} \oplus \mathbb{Z}/2^3$
66	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 7577}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 6833} \oplus \mathbb{Z}/2^3$
67	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 8389}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 7577}$
68	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 9276} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 8389}$
69	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 10264} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 9276} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3}$
70	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 11337} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 10264} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3}$
71	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 12516}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 11337} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
72	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 13810} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2} \oplus (\mathbb{Z}/2^3)^{\oplus 2}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 12516}$
73	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 15223} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 13810} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2} \oplus (\mathbb{Z}/2^3)^{\oplus 2}$
74	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 16769}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 15223} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$
75	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 18470}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 16769}$
76	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 20313} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 18470}$
77	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 22330} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 20313} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$
78	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 24544}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 22330} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2}$
79	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 26948}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 24544}$
80	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 29561} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3} \oplus \mathbb{Z}/2^4$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 26948}$
81	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 32428} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 4}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 29561} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3} \oplus \mathbb{Z}/2^4$
82	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 35540} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 32428} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 4}$
83	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 38928}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 35540} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
84	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 42618} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 4}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 38928}$
85	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 46626} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 42618} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 4}$
86	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 50982}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 46626} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3}$
87	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 55727}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 50982}$
88	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 60860} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2} \oplus \mathbb{Z}/2^3$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 55727}$
89	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 66435} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3} \oplus \mathbb{Z}/2^3$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 60860} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 2} \oplus \mathbb{Z}/2^3$
90	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 72502} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 66435} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3} \oplus \mathbb{Z}/2^3$
91	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 79060}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 72502} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
92	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 86163} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 5}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 79060}$
93	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 93881} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 6}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 86163} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 5}$
94	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 102224} \oplus \mathbb{Z}/2^2$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 93881} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 6}$
95	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 111251}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 102224} \oplus \mathbb{Z}/2^2$
96	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 121028} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3} \oplus \mathbb{Z}/2^3 \oplus \mathbb{Z}/2^5$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 111251}$

*to be continued on the next page*

$n$	$H_n(-, \mathbb{Z})$	$H^n(-, \mathbb{Z})$
97	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 131592} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3} \oplus \mathbb{Z}/2^3$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 121028} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3} \oplus \mathbb{Z}/2^3 \oplus \mathbb{Z}/2^5$
98	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 143008}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 131592} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 3} \oplus \mathbb{Z}/2^3$
99	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 155365}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 143008}$
100	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 167714} \oplus (\mathbb{Z}/2^2)^{\oplus 4}$	$(\mathbb{Z}/2)^{\oplus 155365}$

### Generators involved in the calculus.

Degree	Genus	Generator
3	1	$(\sigma^3, \sigma^2\psi_2)$
5	2	$(\beta_2\varphi_2\sigma^2, \varphi_2\sigma^2)$
6	3	$(\beta_2\sigma\varphi_2\psi_2, \sigma\varphi_2\psi_2)$
9	2	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2\sigma^2, \varphi_2\gamma_2\sigma^2)$
10	3	$(\beta_2\sigma\varphi_2\gamma_2\psi_2, \sigma\varphi_2\gamma_2\psi_2)$
13	3	$(\beta_2\varphi_2^2\psi_2, \varphi_2^2\psi_2)$
17	2	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2^2\sigma^2, \varphi_2\gamma_2^2\sigma^2)$
18	3	$(\beta_2\sigma\varphi_2\gamma_2^2\psi_2, \sigma\varphi_2\gamma_2^2\psi_2)$
21	3	$(\beta_2\varphi_2^2\gamma_2\psi_2, \varphi_2^2\gamma_2\psi_2)$
25	3	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2\varphi_2\psi_2, \varphi_2\gamma_2\varphi_2\psi_2)$
33	2	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2^3\sigma^2, \varphi_2\gamma_2^3\sigma^2)$
34	3	$(\beta_2\sigma\varphi_2\gamma_2^3\psi_2, \sigma\varphi_2\gamma_2^3\psi_2)$
37	3	$(\beta_2\varphi_2^2\gamma_2^2\psi_2, \varphi_2^2\gamma_2^2\psi_2)$
41	3	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2\varphi_2\gamma_2\psi_2, \varphi_2\gamma_2\varphi_2\gamma_2\psi_2)$
49	3	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2^2\varphi_2\psi_2, \varphi_2\gamma_2^2\varphi_2\psi_2)$
65	2	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2^4\sigma^2, \varphi_2\gamma_2^4\sigma^2)$
66	3	$(\beta_2\sigma\varphi_2\gamma_2^4\psi_2, \sigma\varphi_2\gamma_2^4\psi_2)$
69	3	$(\beta_2\varphi_2^2\gamma_2^3\psi_2, \varphi_2^2\gamma_2^3\psi_2)$
73	3	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2\varphi_2\gamma_2^2\psi_2, \varphi_2\gamma_2\varphi_2\gamma_2^2\psi_2)$
81	3	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2^2\varphi_2\gamma_2\psi_2, \varphi_2\gamma_2^2\varphi_2\gamma_2\psi_2)$
97	3	$(\beta_2\varphi_2\gamma_2^3\varphi_2\psi_2, \varphi_2\gamma_2^3\varphi_2\psi_2)$