

ТЕМА 6 "Понятие о производной"

① Найти производную выражения

$$a) (\sin(x) \cdot \cos(x))' = \cos(x)' \cdot \sin(x) + \cos(x) \cdot \sin(x)' = \\ = -\sin(x) \cdot \sin(x) + \cos(x) \cdot \cos(x) = \underline{\underline{\cos^2(x) - \sin^2(x)}}$$

$$b) (\ln(2x+1)^3)' = 3\ln(2x+1)^2 \cdot \ln(2x+1)' = 3\ln(2x+1)^2 \cdot \\ \cdot \frac{1}{2x+1} \cdot (2x+1)' = 3\ln(2x+1)^2 \cdot \frac{1}{2x+1} \cdot 2 = \underline{\underline{\frac{6\ln(2x+1)^2}{2x+1}}}$$

$$c) \sqrt{\sin^2(\ln(x^3))}' = \\ 1. \sqrt{\sin^2(\ln(x^3))}' = \frac{1}{2\sqrt{\sin^2(\ln(x^3))}} \cdot (\sin^2(\ln(x^3)))' = \frac{3\cos(\ln(x^3))}{x\sqrt{\sin^2(\ln(x^3))}} \\ 2. \sin^2(\ln(x^3))' = 2\sin(\ln(x^3)) \cdot \sin(\ln(x^3))' = 6 \cdot \sin(\ln(x^3)) \cdot \frac{\cos(\ln(x^3))}{x \cdot \sin(\ln(x^3))} \\ 3. \sin(\ln(x^3))' = \cos(\ln(x^3)) \cdot \ln(x^3)' = 3 \cdot \frac{\cos(\ln(x^3))}{x} \\ 4. \ln(x^3)' = \frac{1}{x^3} \cdot (x^3)' = \frac{3}{x} \\ 5. (x^3)' = 3x^2$$

$$d) \left(\frac{x^4}{\ln(x)} \right)' = \frac{(x^4)' \cdot \ln(x) - x^4 \cdot \ln(x)'}{\ln(x)^2} = \frac{4x^3 \cdot \ln(x) - x^4 \cdot \frac{1}{x}}{\ln(x)^2} = \\ = \underline{\underline{\frac{x^3}{\ln(x)} - \frac{x^3}{\ln(x)^2}}}$$

② Найти выражение производной функции и её значение в точке

$$f(x) = \cos(x^2 + 3x), \quad x_0 = \sqrt{\pi}$$

$$\cos(x^2 + 3x)' = -\sin(x^2 + 3x) \cdot (2x + 3)$$

$$f'(\sqrt{\pi}) = -\sin(\pi) \cdot (2\sqrt{\pi} + 3) = -\sin(\pi + 3\sqrt{\pi}) \cdot (2\sqrt{\pi} + 3) =$$

$$\underline{\underline{\approx -5.383}} \quad (?)$$

④ Найти угол наклона касательной к графику функции в точке

$$f(x) = \sqrt{3x} \cdot \ln(x), \quad x_0 = 1$$

$$f'(x) = \sqrt{3x}' \cdot \ln(x) + \sqrt{3x} \cdot \ln(x)' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \ln(x) + \sqrt{x} \cdot \frac{1}{x}$$

$$f'(x_0) = f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} \cdot \ln(1) + \sqrt{1} \cdot \frac{1}{1} = 0 + 1$$

$$\underline{\underline{\tan \alpha = 1}} \quad \underline{\underline{\alpha = 45^\circ \left(\frac{\pi}{4} \right)}}$$