④ Исследовать на экстремум функцию

$$z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x + y - 6 \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = x + 2y - 9$$

$$\begin{cases} 2x + y - 6 = 0 \\ x + 2y - 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad x = -2y + 9 \qquad x = 9 - 8 = 1$$

$$-4y + 18 + y - 6 = 0 \qquad 3y = 12 \quad y = 4$$

$$x = 1 \qquad z(1;4) = 1 + 4 + 16 - 6 - 36 = -21$$
$$y = 4$$

В точке $(1;4)$ имеется минимум -21