para $p=10, q=0$ e $h=1/10$,

$$\phi(x) = 2 - \frac{1-\frac{1}{400}\cdot 10^2}{x} = 2 - \frac{3}{4x}$$

Como $\operatorname{dom}\phi(x) = \mathbb{R}-\{0\}$, $\phi(x)$ é contínua para $x \in [1;\infty[$. Além disso, $\phi(1) = 2 - \frac{3}{4} = 1,25 > 1$ e

$$\lim_{x\to\infty} \phi(x) = \lim_{x\to\infty} 2 - \frac{3}{4x} = 2 - 0 = 2 > 1$$

Pelo teorema de Bolzano, como $\phi(1) \lim_{x\to\infty}\phi(x) = 2,05$, não há raízes de $\phi(x)$ no intervalo $[1,\infty[$.

Temos também que $\phi(x) < \phi(x+1)$, pois

$\phi(x+1) = 2 - \frac{3}{4(x+1)} = 2 - \frac{3}{4x+4} > 2 - \frac{3}{4x}$. Logo, $\phi(x)$ é estritamentre crescente para $x \in [1;\infty[$.

Com isso, podemos dizer que se $x \in [1;\infty[$, então $\phi(x) \in [1;\infty[$.

Para a diagonal de A_h^*, temos que ela é baseada em μ, tal que $\mu_{i+1} = \phi(\mu_i)$. Ou seja, para $i>2$, $(A_h^*)_{i,i}$ é sempre maior que 1, pois dependem de ϕ.

Para $i=1$, $(A_h^*)_{1,1} = \mu_1 = 2 + \frac{1}{10} 0 = 2 > 1$. Como $\mu_1 > 1$, $\mu_2 > 1$, pois $\phi(x>1) > 1$.

Dessa forma, $(A_h^*)_{i,i} \geq 1$ para $i > 1$ ■

$$\frac{d}{dx}\phi = \frac{d}{dx}\left(2-\frac{3}{4x}\right) \Rightarrow \phi' = \frac{3}{4x^2}$$

Assim, $|\phi'(x)| = \begin{cases} -\frac{3}{4x^2}, \text{ para } x<0 \\ \frac{3}{4x^2}, \text{ para } x>0 \end{cases}$ Como o domínio é $\text{dom}\,\phi'(x) = [1; \infty[$, $|\phi'(x)| = \frac{3}{4x^2}$.

Além disso, $\phi(x+1) = \frac{3}{4(x+1)^2} = \frac{3}{4(x^2+2x+1)} > \frac{3}{4x^2}$, assim, $\phi(x) > \phi(x+1) \Rightarrow \phi'(x)$ é estritamente decrescente $\forall x \in [1; \infty[$. Por isso, pode-se dizer que $\max|\phi'(x)| = \phi(1) \Rightarrow$
$\Rightarrow \phi(x) = \frac{3}{4.1^2} = \frac{3}{4}$. Logo, $\max\limits_{x\in[1;\infty[} |\phi'(x)| \leq \frac{3}{4}$ ■

$$\phi(\alpha) = \alpha \Rightarrow 2-\frac{3}{4\alpha} = \alpha \Leftrightarrow 2-\frac{3}{4\alpha}-\alpha = 0 \Rightarrow f(\alpha) = 0.$$

Dessa forma, se existir raiz de $f(x)$ em $x \in [1;2]$, existe α tal que $\phi(\alpha) = \alpha$.

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = 2-\frac{3}{4.1}-1 = 0{,}25$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = 2-\frac{3}{4.2}-2 = -0{,}375$$

Temos, então, que $f(1).f(2) = 0{,}25.(-0{,}375) = -0{,}09375 \Rightarrow$
$\Rightarrow f(1).f(2) < 0$. Assim, pelo teorema de Bolzano, como $f(1).f(2)<0$, existe raiz de $f(x)$ em $[1;2]$ e, consequentemente, $\alpha \in I = [1,2]$.