# Temario de programación competitiva

# José Leonidas García Gonzales

### 2018

### Descripción

Algunos temas nivel básico-intermedio de programación competitiva. Los temas señalados están diseñados para ser llevados en 1 o 2 semanas dependiendo de la dificultad y extensión del tema.

# Índice

1. Familiarizandose con C++	3
2. Standard Template Library I	3
3. Standard Template Library II	4
4. Búsqueda Completa (a.k.a Fuerza bruta)	4
5. Repaso y contest por equipos	4
6. Manipulación de bits	4
7. Divide y vencerás	5
8. Recursividad	5
9. Backtracking I	6
10.Repaso y contest por equipos	6
11.Grafos I	6
12.Grafos II	6
13.Algoritmos golosos (a.k.a Greedy)	7
14. Programación Dinámica I (a.k. a $\mathit{DP})$	7
15.Programación Dinámica II	8
16.Repaso y contest por equipos	8
17.Teoría de números I	8
18. Teoría de números II	9
19.Backtracking II	9

20. Teoria de juegos combinatorios I	9
21. Teoría de juegos combinatorios II	10
22.Repaso y contest por equipos	10
23.Combinatoria I	10
24.Disjoint Set Union (a.k.a DSU)	11
25.Fenwick Tree (a.k.a BIT)	11
26.Segment Tree	11
27.Repaso y contest por equipos	11

# 1. Familiarizandose con C++

- (I) Introducción a la programación competitiva
- (II) Hola mundo
- (III) Tipos de datos primitivos
- (IV) Operaciones aritméticas entre datos primitivos
- (v) Estructuras de control y anidamiento de condicionales
- (VI) Estructuras de repetición
- (VII) Funciones y variable scopes
- (VIII) Namespace
- (IX) Funciones de entrada y salida estándar
- (x) Vectores
- (XI) String
- (XII) Funciones built-ins importantes
- (XIII) Problemas Ad Hoc

# 2. Standard Template Library I

- (I) Complejidades
- (II) Vector
- (III) Queue
- (IV) Stack
- (v) Deque
- (VI) List
- (VII) Set
- (VIII) Map
- (IX) Priority queue
- (x) Unordered set
- (XI) Unordered map
- (XII) Multiset
- (XIII) Multimap

# 3. Standard Template Library II

- (I) Struct
- (II) Class
- (III) Templates
- (IV) Paso de valores por asignación y referencia
- (v) Const
- (VI) Operadores
- (VII) Built-in sort
- (VIII) Repasando funciones de entrada y salida
  - a) cin y cout
  - b) scanf, sscanf, getchar, gets
  - c) print, sprintf, puts, putchar
  - d) getline
  - e) String Streams
  - f) strtok
  - g) Fast I/O

# 4. Búsqueda Completa (a.k.a Fuerza bruta)

- (I) Problemas de escaneo lineal
- (II) Problemas de dos loops anidados
- (III) Técnicas de fijar parámetros
- (IV) Propiedades matemáticas más usadas
- (V) Problemas de más de dos loops anidados
- (VI) Análisis de complejidades según el espacio de búsqueda

# 5. Repaso y contest por equipos

Repasar todos los temas anteriores. Despejar dudas de los problemas. Formar equipos de tres de manera aleatoria y dar un contest.

# 6. Manipulación de bits

- (I) Representación binaria de números
- (II) & (and)
- $(III) \mid (or)$
- (IV) ! (not)
- $(v) \wedge (xor)$

- (VI) Corrimiento de bits
- (VII) Chequear el estado del k-simo bit
- (VIII) Prender, apagar y alternar el estado del k-simo bit
- (IX) Two's complement
- (x) Representación en bits de números negativos
- (XI) Bitset
- (XII) Usando máscara de bits para recorrer estados
- (XIII) Funciones built-ins importantes
  - a) \_\_builtin\_popcount
  - b) \_\_builtin\_clz
  - c) \_\_builtin\_ctz
- (XIV) Usando máscara de bits para recorrer todos los subjuntos de un conjunto

# 7. Divide y vencerás

- (I) El teorema maestro
- (II) Idea general del paradigma de divide y vencerás
- (III) Merge sort
- (IV) Búsqueda binaria
- (v) Busqueda ternaria
- (VI) Golden section search

### 8. Recursividad

- (I) Principio de inducción matemática
- (II) Principio de buen orden
- (III) Funciones recursivas
- (IV) Problemas conocidos (Fibonacci, Torres de Hanoi, ...)
- (v) Encontrando formas cerradas de algunas funciones recursivas
- (VI) Estrategias de planteamiento recursivo de soluciones
- (VII) Fractales
- (VIII) Recursión en Python

### 9. Backtracking I

- (I) El problema de las 8 reinas
- (II) Repaso de variables globales y variables locales
- (III) El problema de hallar todas las permutaciones de un array
- (IV) Usando next\_permutation y prev\_permutation en C++
- (v) Usando el módulo itertools en Python
- (VI) Entendiendo el árbol de expansión implícito generado al usar backtracking
- (VII) Heavy pruning

### 10. Repaso y contest por equipos

Repasar todos los temas anteriores. Despejar dudas de los problemas. Formar equipos de tres por afinidad y dar un contest.

#### 11. Grafos I

- (I) Definiciones y propiedades importantes
- (II) Formas de representar grafos
- (III) BFS
  - a) Idea intuitiva
  - b) Coloración de nodos
  - c) Ejemplos y propiedades
- (IV) DFS
  - a) Idea intuitiva
  - b) Coloración de nodos
  - c) Ejemplos y propiedades

#### 12. Grafos II

- 1. Single Source Shortest Paths (SSSP)
  - a) BFS
    - 1) Demostración de que el BFS resuelve el SSSP con ciertas restricciones
    - 2) Encontrando mínimas distancias desde un nodo en un grafo sin pesos o con peso constante
    - 3) Reconstrucción de caminos
  - b) Dijkstra
    - 1) Descripción y restricciones del algoritmo de Dijkstra
    - 2) Demostración de que el algoritmo de Dijkstra resuelve el SSSP con las restricciones dadas
    - 3) Implementación de Dijkstra usando priority\_queue
    - 4) Implementación de Dijkstra usando set
  - c) Bellman Ford

- 1) Descripción y restricciones del algoritm de Bellman Ford
- 2) Demostración de que el algoritmo de Bellman Ford resuelve el SSSP con las restricciones dadas
- 3) Implementacion del algoritmo de Bellman Ford
- 4) Encontrando ciclos negativos
- d) Shortest Path Faster Algorithm (SPFA)
  - 1) Descripción y restricciones del algoritmo del SPFA
  - 2) Desmostración de que el SPFA resuelve el SSSP con las restricciones dadas
  - 3) Implementación del SPFA
- 2. Usando estados no triviales en el SSSP

# 13. Algoritmos golosos (a.k.a Greedy)

- 1. Definición y propiedades de los algoritmos greedy
- 2. Problemas greedy conocidos
  - a) Interval covering
  - b) Load balancing
  - c) Huffman Codes
  - d) Fractional Knapsack
  - e) Job Scheduling problems
- 3. Sort y greedy
- 4. Ejemplos de problemas resueltos con algoritmos greedy no comunes
- 5. Técnicas comunes de demostración de algoritmos greedy

# 14. Programación Dinámica I (a.k.a *DP*)

- 1. Definición y propiedades de los algoritmos DP
- 2. Calculando la secuencia de Fibonnaci
  - a) Analizando su árbol de expansión
  - b) Ilustrando la superposición de problemas
  - c) Ilustrando la memoization
  - d) Resolviendo el problema con un enfoque Top-Down
  - e) Resolviendo el problema con un enfoque Bottom-Up
- 3. Top-Down vs Bottom-Up
- 4. Más ejemplos
- 5. Problemas conocidos de DP
  - a) Máxima suma en rango
    - 1) 1 dimensión
    - 2) 2 dimensiones
    - 3) 3 dimensiones
    - 4) Algoritmo de Kadane

- 6. Subsequencia creciente más larga (a.k.a LIS)
  - a) Resolviéndolo en  $O(n^2)$
  - b) Resolviéndolo en O(nlogn)
  - c) Recontrucción de soluciones
  - d) Demostración de las soluciones
- 7. El problema de la mochila
  - a) Enfoque Bottom-Up
  - b) Enfoque Top-Down
- 8. Coin Change
- 9. Traveling Salesman Problem (a.k.a TSP)

# 15. Programación Dinámica II

- 1. DP + Bitmask
- 2. Técnicas comunes de representación de estados
- 3. Offset technique
- 4. DP sobre dígitos

### 16. Repaso y contest por equipos

Repasar todos los temas anteriores. Despejar dudas de los problemas. Formar equipos de tres por afinidad y dar un contest.

#### 17. Teoría de números I

- 1. Divisibilidad y números primos
- 2. Teorema fundamental de la aritmética
- 3. Test de primabilidad determinista
  - a) En O(n) para un número
  - b) En  $O(\sqrt{n})$  para un número
  - c) En O(nlogn) para los n primeros números usando Criba de Eratóstenes
- 4. Usando la Criba de Eratóstenes para generar números primos < n
- 5. Hallando los factores primos de un número
- 6. Calculando la suma de factores primos de un número
- 7. Calculando el número divisores de un número
- 8. Calculando la suma de divisores de un número
- 9. Calculando la función  $\varphi$  de Euler de un número
- 10. Funciones aritméticas

### 18. Teoría de números II

- 1. Square-free numbers
- 2. Función de Mobioüs  $(\mu)$
- 3. Construyendo Cribas de Eratóstenes modificadas
- 4. Máximo comun divisor (gcd) y Mínimo comun múltiplo (lcd)
- 5. Aritmética modular
- 6. Ecuaciones diofánticas lineales
- 7. Teorema chino del resto
- 8. Test de primabilidad probabilístico
  - a) Test de Fermat
  - b) Test de Miller-Rabin
- 9. Algoritmo de Pollard's rho

# 19. Backtracking II

- 1. Bitmask + Backtracking
- 2. Técnicas más optimas de representación de estados
  - a) El problema de los 8 reinas
  - b) Sudoku
- 3. Más problemas clásicos (Graph coloring, Lights out, ...)
- 4. Transición de Backtracking a DP
- 5. Más sobre Heavy prunning
- 6. Meet in the Middle
- 7. A\*
- 8. IDA\*

# 20. Teoría de juegos combinatorios I

- 1. Clasificación de los juegos combinatorios
- 2. Take-away game
  - a) Hallando los conjuntos de winning positions (N-set) y lossing positions (P-set)
  - b) Resolviendo la versión misère del problema
- 3. Propiedad características de los conjuntos N-set y P-set
- 4. Ejemplos ilustrativos para hallar los conjuntos N-set y P-set
- 5. El árbol de decisiones
- 6. Minimax

- 7. Alpha-beta prunning
- 8. El problema del tic-tac-toe
  - a) Usando solo Minimax
  - b) Usando Alpha-beta prunning

### 21. Teoría de juegos combinatorios II

- 1. Definiendo el nim sum de dos números
- 2. Resolviendo el juego de Nim
- 3. Teorema de Bouton
  - a) Nim normal
  - b) Versión misère
- 4. Staircase Nim
- 5. Usando grafos dirigidos para generalizar la teoría
- 6. La función de Sprague-Grundy
- 7. Suma de juegos combinatorios
- 8. El teorema de Sprague-Grundy

# 22. Repaso y contest por equipos

Repasar todos los temas anteriores. Despejar dudas de los problemas. Formar equipos de tres por afinidad y dar un contest.

#### 23. Combinatoria I

- 1. Técnicas de conteo
- 2. El teorema de Lucas
- 3. Aplicaciones más conocidas de los números de Fibonacci
- 4. Particiones
  - a) Los números de Bell
  - b) Los números de Stirling
- 5. Permutaciones
  - a) Descomposición en ciclos
  - b) Los números de Stirling
- 6. Los números de Catalan
- 7. Conteo y DP
- 8. Principio de inclusión y exclusión (a.k.a PIE)

### 24. Disjoint Set Union (a.k.a DSU)

- 1. Descripcion del problema que queremos resolver
- 2. Operaciones de conjuntos disjuntos
- 3. Usando linked-list para la representación de conjuntos disjuntos
- 4. La función Ackermann
- 5. Implementación y analisis de complejidad del DSU usando heurísticas
- 6. Usando DSU para hallar el número de connected components de un grafo
- 7. Problemas ilustrativos
- 8. DSU en árboles

### 25. Fenwick Tree (a.k.a BIT)

- 1. Descripción del problema que queremos resolver
- 2. Mostrando soluciones con temas anteriores y analizando la complejidad del tiempo de ejecución y memoria
- 3. Descripción y análisis de las operaciones del BIT
- 4. Implementación y análisis de complejidad del BIT
- 5. Usando el BIT para hallar el número de inversiones de una secuencia
- 6. Usando el BIT + búsqueda binaria para hallar el  $k^{th}$  mayor de una secuencia
- 7. Problemas ilustrativos
- 8. BIT multidimensional

# 26. Segment Tree

- 1. Descripción del tipo de problema que queremos resolver
- 2. Descripción y análisis de las operaciones del segment tree
- 3. Problema de suma en rangos con actualizaciones usando segment tree
- 4. Más problemas ilustrativos
- 5. Lazy propagation
- 6. Más problemas ilustrativos
- 7. Segment tree y árboles

# 27. Repaso y contest por equipos

Repasar todos los temas anteriores. Despejar dudas de los problemas. Formar equipos de tres por afinidad y dar un contest.

#### (\*) Sujeto a cambios de acuerdo al avance