

Good intervals (intervals2)

Una sequenza di numeri $v = [v_1, v_2, \dots, v_k]$ (per $k \geq 1$) viene definita buona se v_i è un multiplo di i per tutti gli i da 1 a k . Per esempio, $v = [1, 4, 9, 8]$ è una sequenza buona, mentre $v = [1, 3, 6, 12]$ non lo è, perché $v_2 = 3$ non è un multiplo di 2. Vengono date Q query offline che forniscono due interi l e r (1 based), viene chiesto quante sequenze buone esistono nell'intervallo $[l, r]$.

Soluzione in $\mathcal{O}(N \log N + Q \log N)$

Iniziamo creando un array LES , che conterrà per ogni indice i , l'indice k più grande tale che $[v_i, \dots, v_k]$ è una sequenza buona.

Claim 0.0.1 Proprietà di LES

Se $LES[i] = k$, la sequenza $[v_i, \dots, v_j]$ non è buona, per ogni $k < j \leq N - 1$.

Se $LES[i] = k$, la sequenza $[v_i, \dots, v_j]$ è buona, per ogni $i \leq j \leq k$.

Se $LES[i] = k$, esistono esattamente $k - i + 1$ sequenze buone che cominciano in i .

Tornando alle query, si può notare che se abbiamo una query del tipo $[l, r]$, allora le sequenze buone che hanno inizio in j , dove $j < l$, non influenzano la risposta. Di conseguenza sarà necessario considerare solo le sequenze che hanno inizio da l in poi.

La struttura dati che ci permette di risolvere questo problema in modo efficiente è un **lazy segment tree**.

Creiamo un ciclo da $N - 1$ a 0. Ad ogni iterazione, facciamo un update al segment tree aggiungendo 1 all'intervallo $[i, LES[i]]$. Processiamo poi una ad una le query che hanno $l = i$, facendo una query al segment tree con l'intervallo $[l, r]$.

Questo funziona perché la risposta ad ogni query $[l, r]$ non è influenzata dalle sequenze buone che partono da $[v_0, v_1, \dots, v_{l-1}]$. Ciò è garantito dall'ordine in cui vengono processate le query e aggiornato l'albero.

Complessivamente l'algoritmo esegue N update, ciascuno di complessità $\mathcal{O}(\log N)$. Vengono poi eseguite Q query al segment tree, anch'esse di complessità $\mathcal{O}(\log N)$. La complessità finale dell'algoritmo sarà quindi $\mathcal{O}(N \log N + Q \log N)$

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
#pragma GCC optimize("Ofast")

struct segtree {
    int n;
    vector<int> st, lazy;

    void init(int _n) {
        this->n = _n;
        st.resize(4 * n, 0);
        lazy.resize(4 * n, 0);
    }

    int query(int start, int ending, int l, int r, int node) {
        if (lazy[node] != 0) {
            st[node] += lazy[node] * (ending - start + 1);
            if (start != ending) {
                lazy[2 * node + 1] += lazy[node];
                lazy[2 * node + 2] += lazy[node];
            }
            lazy[node] = 0;
        }

        if (start > r || ending < l) {
```

```

    return 0;
}

if (start >= 1 && ending <= r) {
    return st[node];
}

int mid = (start + ending) / 2;

int q1 = query(start, mid, 1, r, 2 * node + 1);
int q2 = query(mid + 1, ending, 1, r, 2 * node + 2);

return q1 + q2;
}

void update(int start, int ending, int node, int l, int r, int value) {
    if (lazy[node] != 0) {
        st[node] += lazy[node] * (ending - start + 1);
        if (start != ending) {
            lazy[2 * node + 1] += lazy[node];
            lazy[2 * node + 2] += lazy[node];
        }
        lazy[node] = 0;
    }
    if (start > r || ending < l) {
        return ;
    }

    if (start >= 1 && ending <= r) {
        st[node] += value * (ending - start + 1);
        if (start != ending) {
            lazy[2 * node + 1] += value;
            lazy[2 * node + 2] += value;
        }
        return;
    }

    int mid = (start + ending) / 2;
    update(start, mid, 2 * node + 1, l, r, value);

    update(mid + 1, ending, 2 * node + 2, l, r, value);

    st[node] = st[2 * node + 1] + st[2 * node + 2];

    return;
}

int query(int l, int r) {
    return query(0, n - 1, l, r, 0);
}

void update(int l, int r, int x) {
    update(0, n - 1, 0, l, r, x);
}
};

struct query
{
    int id;
    int l,r;
};

int main()
{
    ios_base::sync_with_stdio(0);
    cin.tie(0);
    cout.tie(0);
}

```

```

int T;
cin >> T;

while(T--)
{
    int N;
    cin >> N;
    vector<long long> A(N);
    for(int i = 0; i < N; i++) cin >> A[i];

    vector<int> les(N, 0);
    unordered_set<int> to_check;
    for(int i = 0; i < N; i++)
    {
        vector<int> tbd;

        if(!to_check.empty())
            for(auto k : to_check)
            {
                long long div = i-k+1;

                if(A[i]%div)
                {
                    les[k] = i-1;
                    tbd.emplace_back(k);
                    continue;
                }
            }
        for(auto k : tbd) to_check.erase(k);
        to_check.insert(i);
    }
    for(auto i : to_check) les[i] = N-1;

    int Q;
    cin >> Q;

    vector<int> queryAnswers(Q, 0);
    vector<vector<query>> queries(N);

    for(int i = 0; i < Q; i++)
    {
        query q;
        cin >> q.l >> q.r;
        q.id = i;
        q.l--;
        q.r--;

        queries[q.l].push_back(q);
    }

    segtree tree;
    tree.init(N);
    for(int i = N-1; i >= 0; i--)
    {
        tree.update(i, les[i], 1);
        for(auto q : queries[i])
        {
            queryAnswers[q.id] = tree.query(q.l, q.r);
        }
    }

    for(auto i : queryAnswers) cout << i << "\n";
}
}

```