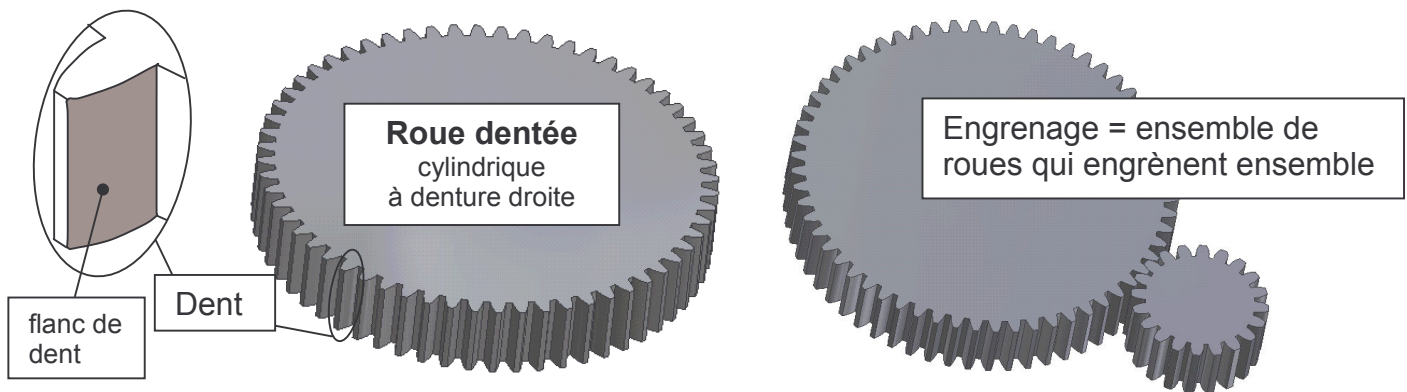
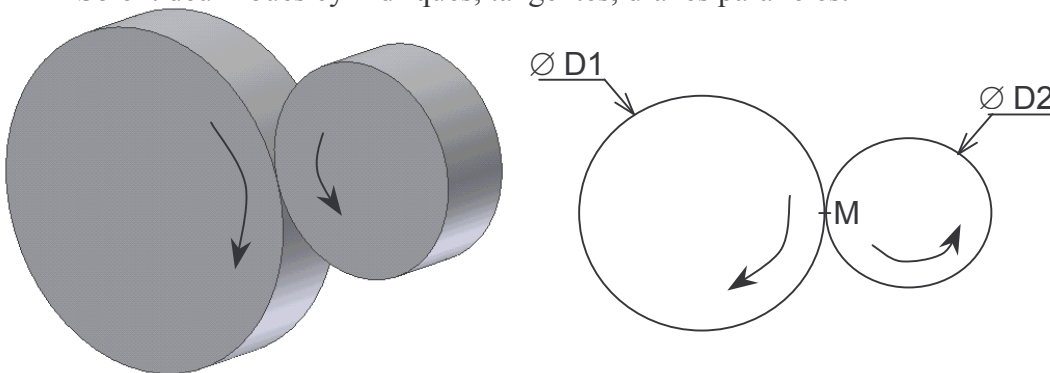


## 1. VOCABULAIRE



## 2. ETUDE PRELIMINAIRE : la transmission par roues de friction

Soient deux roues cylindriques, tangentes, d'axes parallèles.



L'une des roues entraîne l'autre **par adhérence**.

Si l'on suppose qu'il y a **ROULEMENT SANS GLISSEMENT** au point M entre les deux roues :

La roue 1 tourne à une vitesse  $N_1$

La roue 2 tourne en sens inverse à une vitesse  $N_2$

Les vitesses vérifient la relation :  $\frac{N_2}{N_1} = \frac{D_1}{D_2} = r$  (rapport de transmission)

Ce mode de transmission entre deux roues peut être effectivement utilisé, mais cela ne va pas sans poser quelques soucis :

- La transmission par adhérence ne se fait que si un **effort presseur** suffisamment important plaque les deux roues l'une sur l'autre.
- Les roues doivent être faites dans des matériaux ayant ensemble un coefficient d'adhérence convenable, et suffisamment durs pour supporter l'effort presseur (deux propriétés pas forcément compatibles...)
- Le rapport de transmission n'est jamais exact. Il subsiste toujours un glissement relatif.

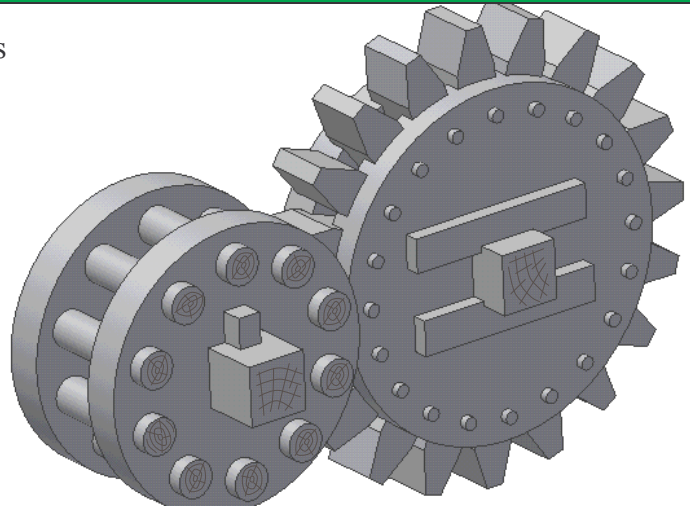
Bref, on ne peut transmettre par des roues de friction que des puissances limitées, à des vitesses imprécises, ceci à cause du principe de fonctionnement par adhérence.

### 3. TRANSMISSION PAR OBSTACLE

Pour pallier aux problèmes posés par les roues de friction, on a pensé depuis déjà longtemps à utiliser le principe de la **transmission par obstacle**.

Ainsi est née l'idée d'engrenages.

Mais si le « bricolage » ci-contre convenait à une transmission dans un moulin à vent, à quelques tours par minutes, la mécanique a vite réclamé des mouvements mieux maîtrisés, pour de hautes vitesses.



**Le but d'une denture d'engrenage est de transmettre le mouvement par obstacle, mais de façon parfaitement continue, comme le feraient deux roues de friction « parfaites », donc sans glissement et sans à-coup.**

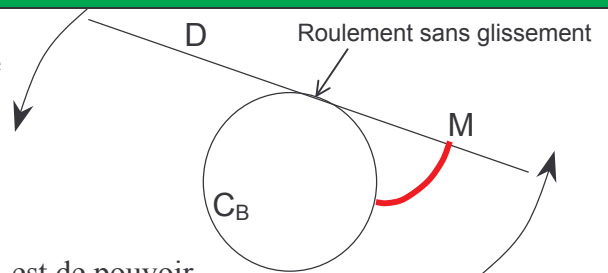
Pour cela, plusieurs profils de denture peuvent convenir, mais le plus largement utilisé est le profil en **développante de cercle**.

### 4. LE PROFIL EN DEVELOPPANTE DE CERCLE

Définition mathématique : La développante d'un cercle est la trajectoire d'un point d'une droite  $D$  qui roule sans glisser sur ce cercle fixe.

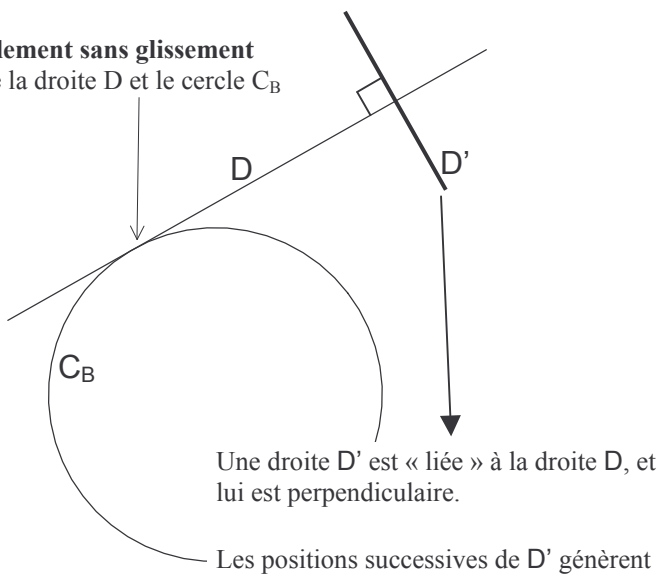
Dans la suite, le cercle  $C_B$  correspondra à ce qu'on appellera cercle de base de la denture

L'avantage de ce profil, qui a généralisé son utilisation, est de pouvoir être usiné à partir d'un outil simple, en utilisant le **taillage par génération**.



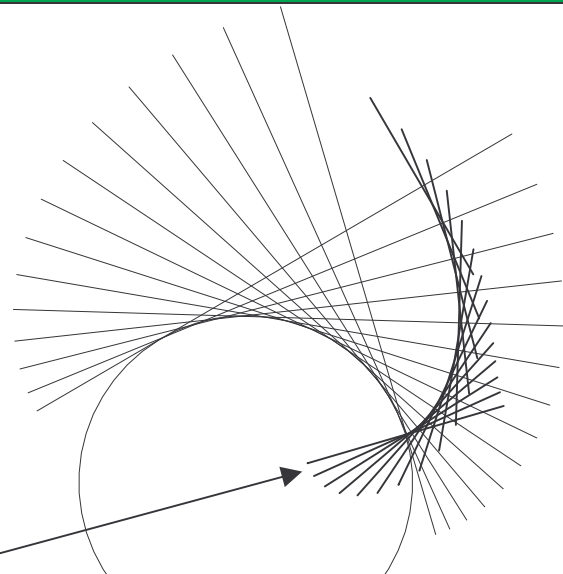
### 5. PRINCIPE DE BASE DU TAILLAGE PAR GENERATION d'une denture

Roulement sans glissement entre la droite  $D$  et le cercle  $C_B$



Une droite  $D'$  est « liée » à la droite  $D$ , et lui est perpendiculaire.

Les positions successives de  $D'$  génèrent la forme en développante de cercle :  **$D'$  n'est pas autre chose que l'arête coupante d'un outil à fabriquer une denture d'engrenage**

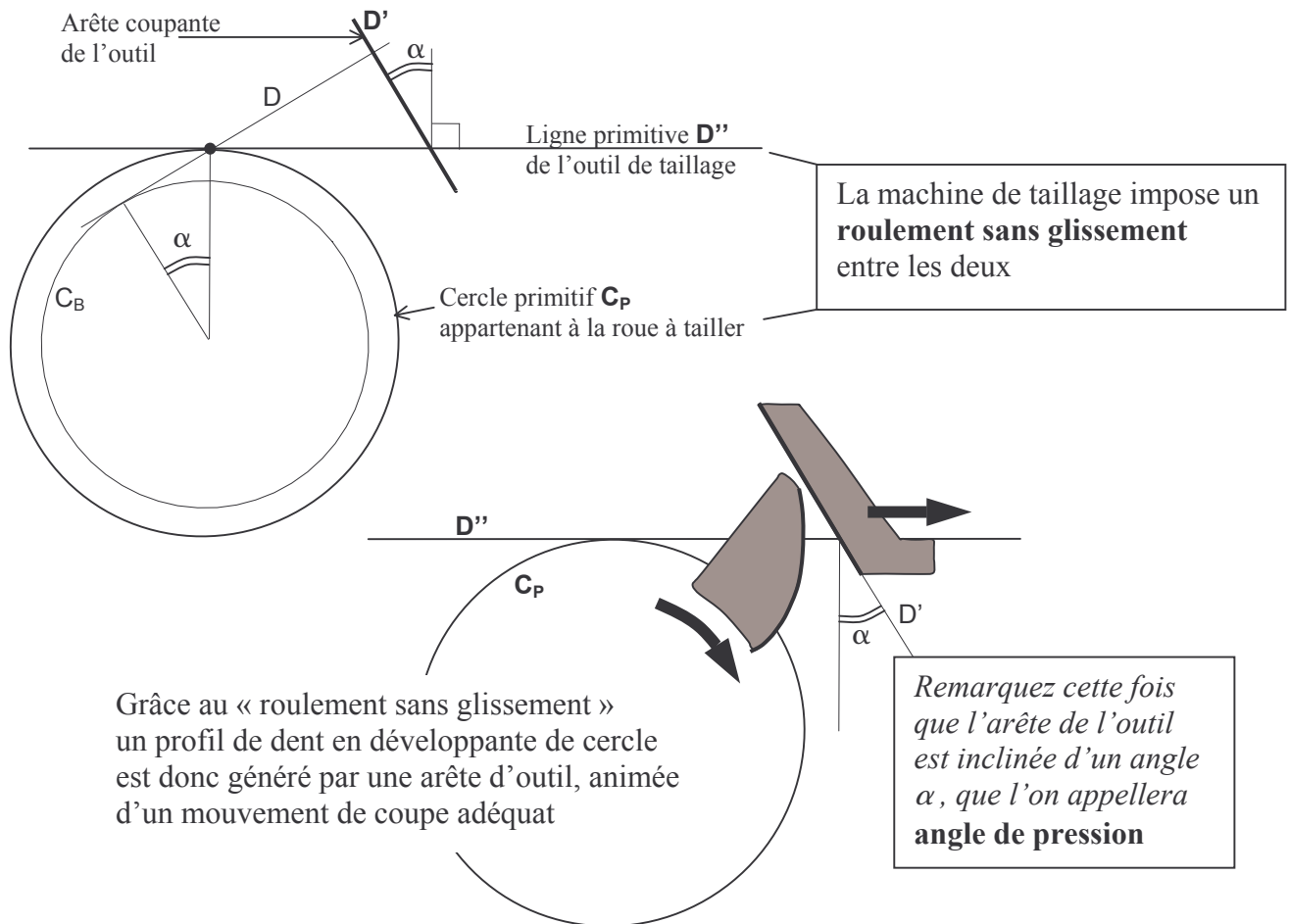


Pour que l'arête coupante  $D'$  crée matériellement le profil généré ci-dessus, il suffit de lui imprimer un mouvement de coupe. Par exemple un mouvement de translation alternatif perpendiculaire à la figure, suffisamment rapide.

## 6. TAILLAGE D'UNE ROUE DENTÉE par génération : l'outil-crémaillère

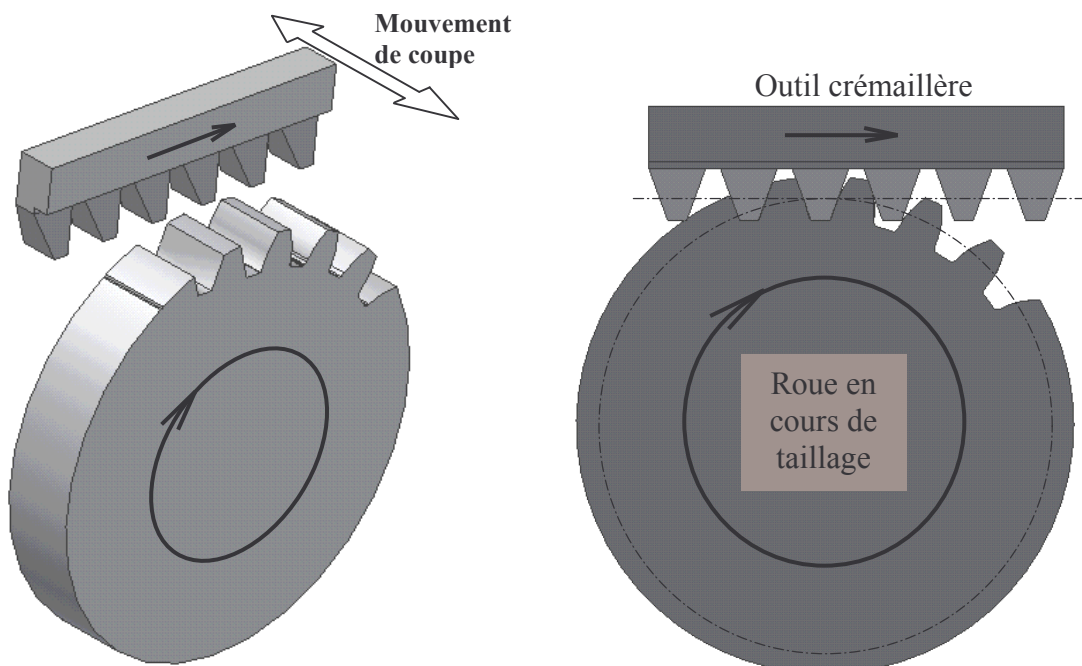
Pour la mise en pratique du principe précédent, une petite mise au point géométrique a été jugée utile :

La machine à fabriquer la roue dentée impose un roulement sans glissement non pas directement entre  $D$  et  $C_B$ , mais entre une autre droite  $D''$ , appelée ligne primitive, et un cercle  $C_P$  appelé cercle primitif. En fait cela ne change rien au mouvement final. On pourrait montrer à partir de la figure ci-dessous que la forme générée (la développante de cercle) est exactement la même.



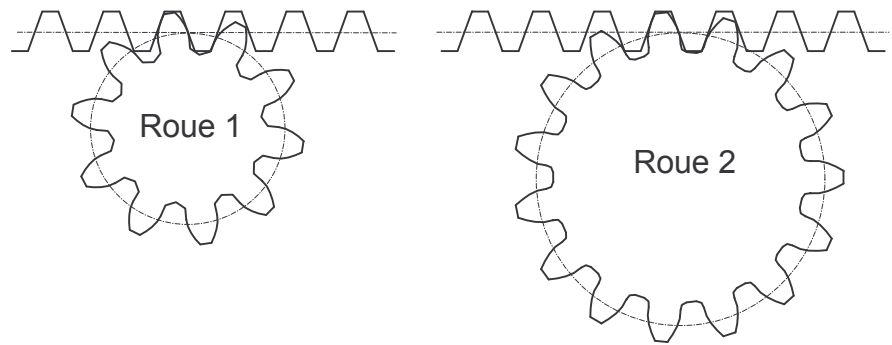
A partir de là, on peut facilement imaginer qu'une deuxième arête coupante sur le même outil façonnera l'autre flanc de la dent, et d'autres arêtes les dents suivantes.

Cela donne l'outil de base pour tailler les engrenages : la crémaillère :

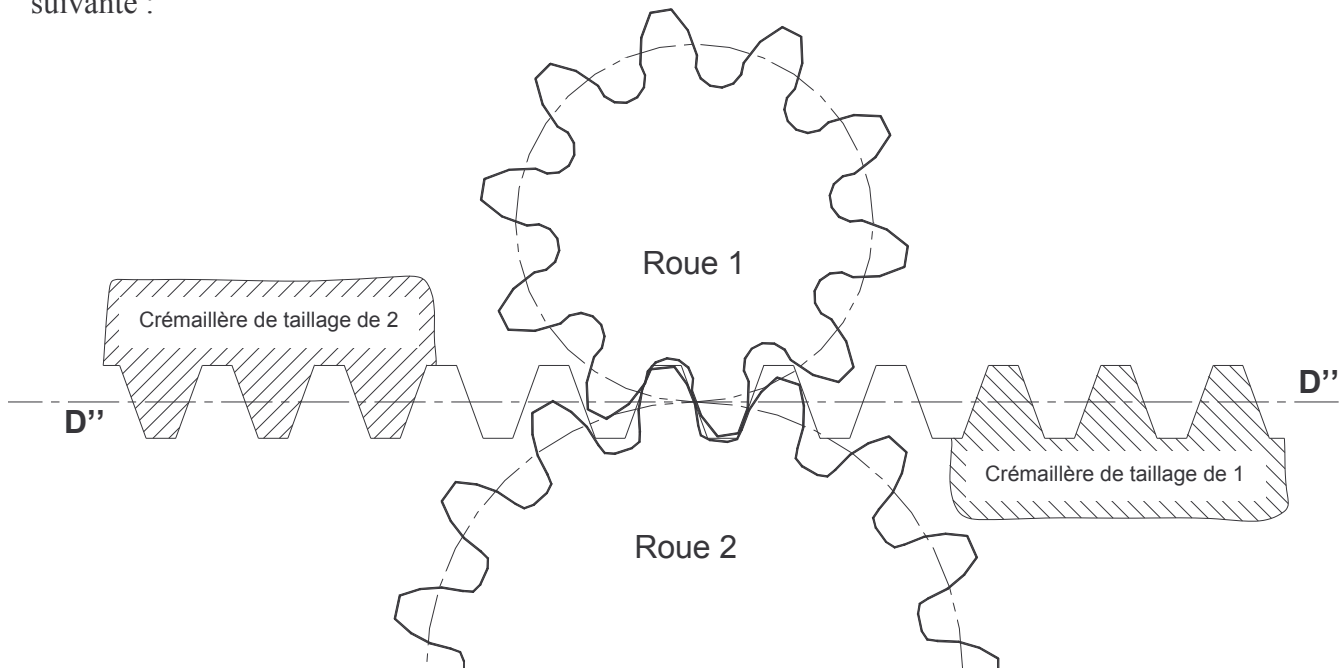


## 7. ENGRENEMENT DE DEUX ROUES DENTEES

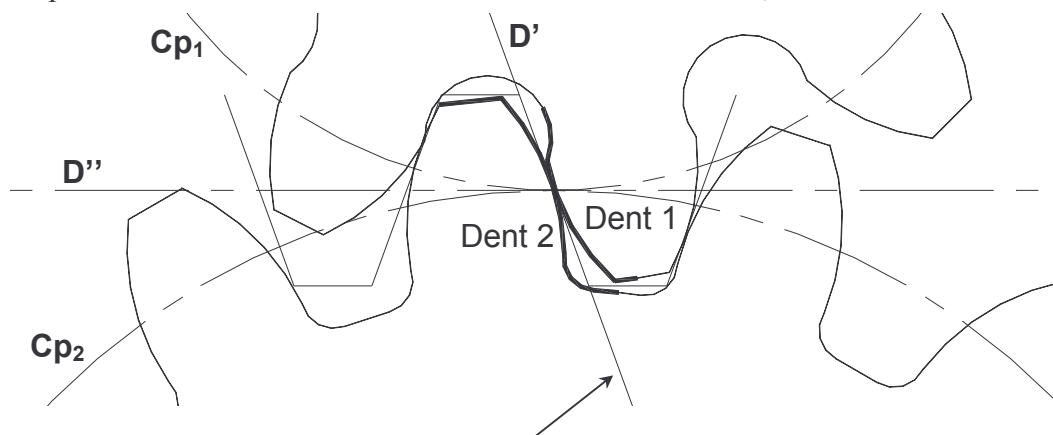
Prenons deux roues qui ont été taillées avec le même outil-crémaillère :



Puisque les dents ont la même taille, nous pouvons évidemment mettre ces deux roues ensemble de la façon suivante :



Examinons ce qui se passe au niveau du contact entre une dent 1 de la roue 1, et une dent 2 de la roue 2 :



On peut d'abord remarquer que c'est la même droite  $D''$  qui a « taillé » la dent 1 et la dent 2, donc ces deux dents sont obligatoirement en contact l'une sur l'autre, de façon continue.

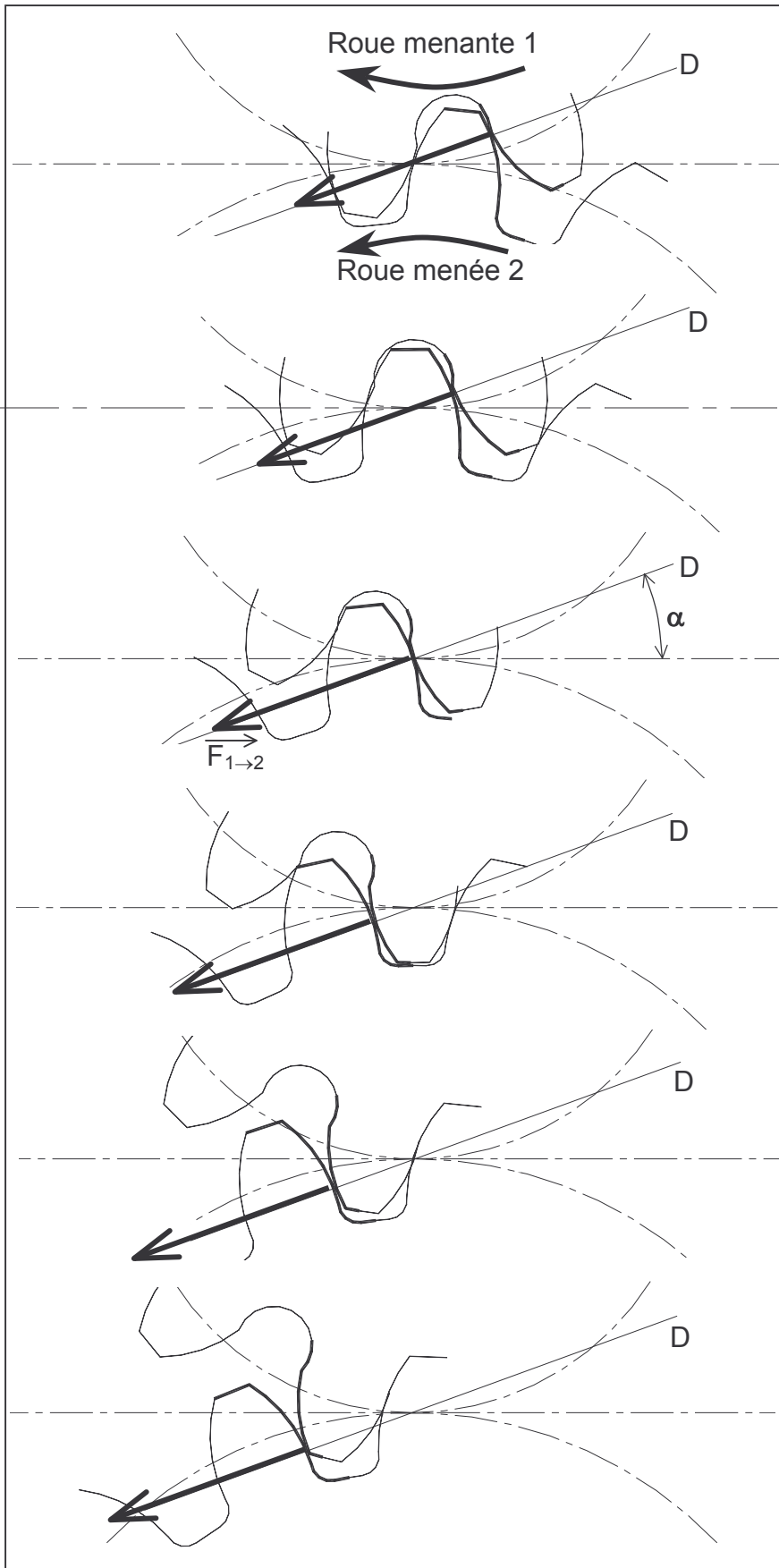
Si l'on pense maintenant à reproduire ici le mouvement de roulement sans glissement qui était imposé lors du taillage :

- Le cercle primitif  $Cp_1$  roule sans glisser sur la droite  $D''$
- Le cercle primitif  $Cp_2$  roule sans glisser sur la droite  $D''$

**Donc les deux cercles primitifs roulent sans glisser l'un sur l'autre**

Or, n'avons nous pas dit précédemment que le but était précisément de reproduire le mouvement de deux roues de frictions ? Voilà qui est fait !

## 8. CONTACT ENTRE DENTS



Les figures ci-contre montrent plusieurs positions successives de deux dents en contact, ainsi que l'allure de l'effort transmis, si l'on considère que celui-ci est une force perpendiculaire au contact (supposé donc sans frottement).

On remarque d'abord que l'ensemble des points de contacts se situe sur une droite D.

Cette droite D est de plus le support de la force transmise entre deux dents.

La droite D est appelée **droite d'action** de l'engrenage.

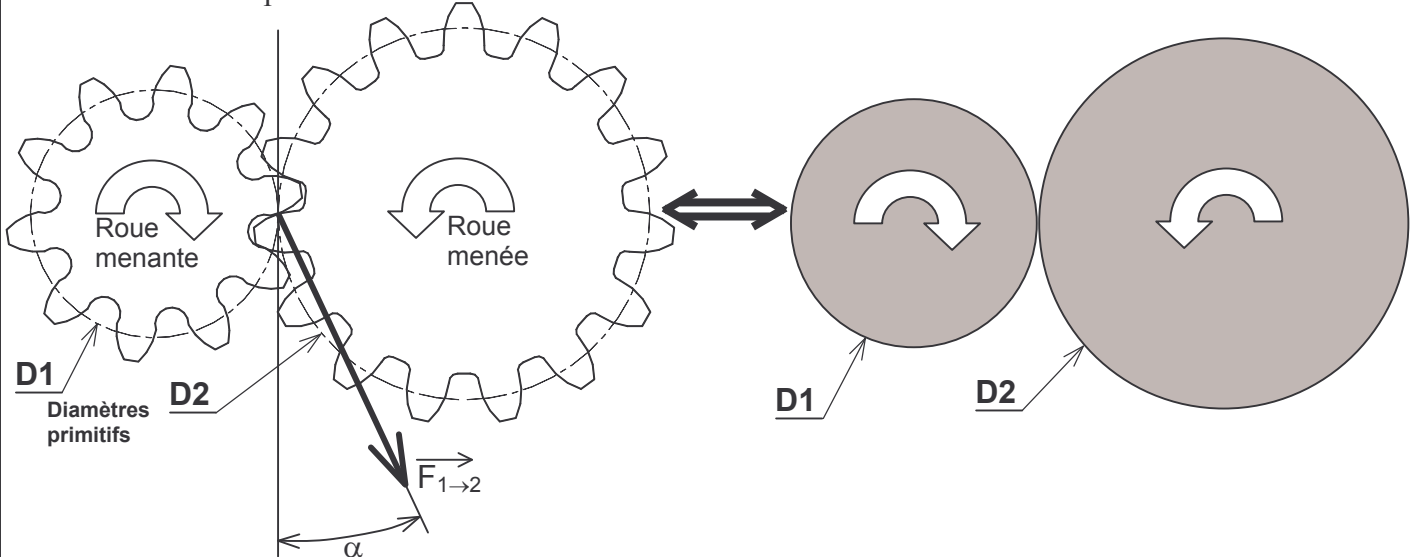
Elle est inclinée par rapport à la tangente d'un angle  $\alpha$ , appelé **angle de pression de la denture**.

Cet angle n'est autre que l'angle d'inclinaison des dents de la crémaillère de taillage

## 9. BILAN sur le comportement des dentures en développante de cercle

D'après l'étude succincte qui vient d'être faite sur une denture taillée en développantes de cercle par une crémaillère, on peut faire la synthèse suivante :

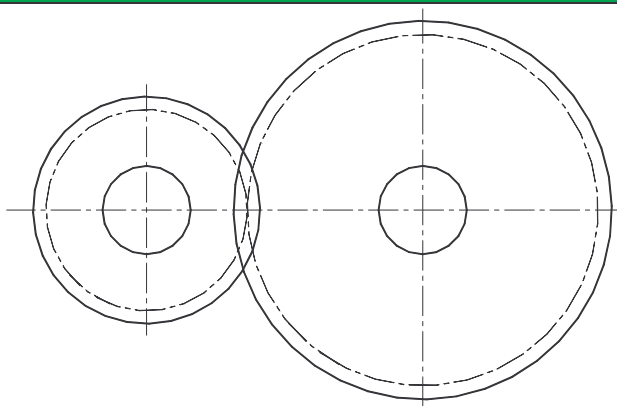
Deux roues dentées qui engrènent ensemble transmettent le mouvement de la même façon que deux roues de fiction, mais sans aucun glissement. Les diamètres des roues de friction correspondraient aux diamètres primitifs des roues dentées :



L'effort transmis entre les deux roues dentées est équivalent à une force appliquée au point de tangence des diamètres primitifs, inclinée de l'angle de pression  $\alpha$  par rapport à la tangente.

Le rapport de transmission vaut :  $r = \frac{N2}{N1} = \frac{D1}{D2}$

## 10. REPRESENTATIONS DES ROUES DENTEES

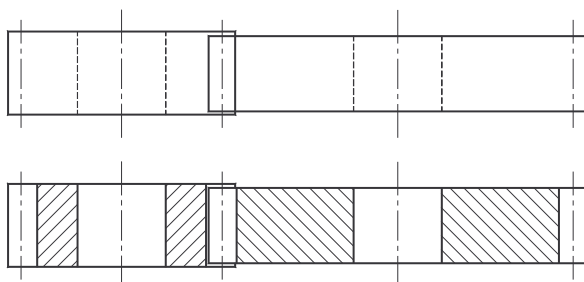


On représente symboliquement :

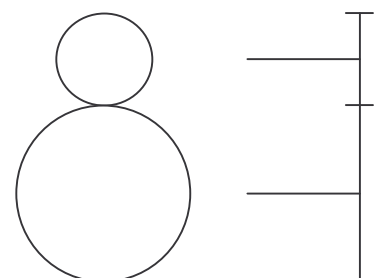
- le diamètre de tête (c'est l'encombrement)
- le diamètre primitif en trait mixte

Ce sont les diamètres primitifs qui sont tangents entre eux.

Vue en coupe :



Symbole cinématique



## 11. MODULE d'une roue dentée

Les outils de taillage ont des dimensions normalisées.

La caractéristique la plus importante est ce qu'on appelle le module. Il n'est pas directement mesurable, mais de lui dépendra la grosseur de la dent.

La relation la plus importante pour une roue dentée est la suivante :

$$D = m \cdot Z$$

Diamètre  
primitif

module

nombre  
de dents

**La seule condition pour que deux roues engrènent ensemble est qu'elles aient le même module**

(sauf problèmes d'interférence pour des nombre de dents inférieurs à 17)

Pour limiter les possibilités au niveau des dimensions des outils, et pour harmoniser les fabrications de dentures, le module doit en principe respecter une liste de valeurs normalisées :

Exemples de modules normalisés  
et taille approximative d'une dent :

$m = 1 \text{ mm}$

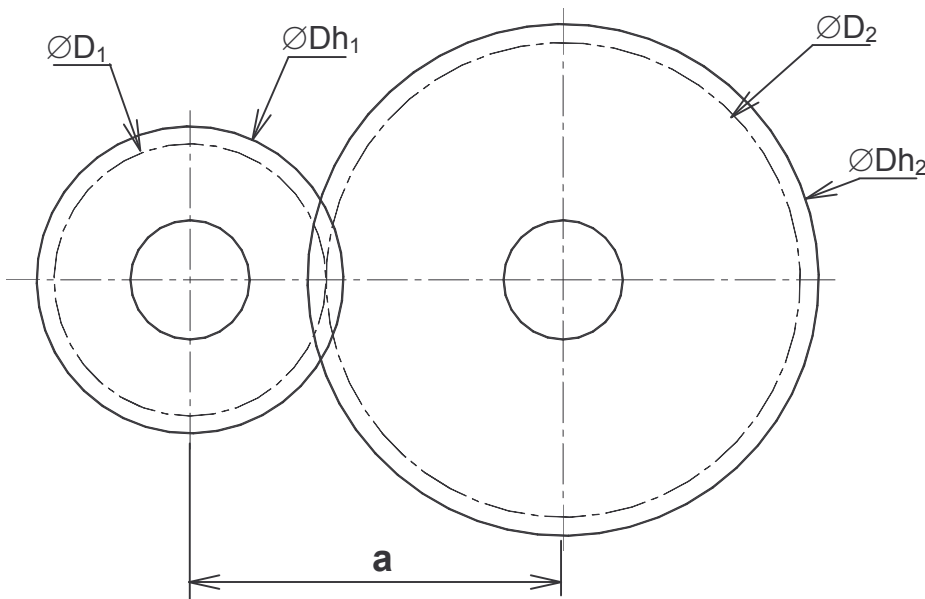
$m = 2 \text{ mm}$

$m = 2,5 \text{ mm}$

$m = 5 \text{ mm}$

$m = 10 \text{ mm}$

## 12. CALCULS de base



Les deux roues engrènent,  
elles ont donc même **module m**

Elles possèdent respectivement  
**Z<sub>1</sub>** et **Z<sub>2</sub>** dents

**C<sub>1</sub>** est le couple sur la roue 1

**C<sub>2</sub>** est le couple sur la roue 2

**N<sub>1</sub>** (ou **ω<sub>1</sub>**) est la vitesse de rotation de 1

**N<sub>2</sub>** (ou **ω<sub>2</sub>**) est la vitesse de rotation de 2

Diamètres primitifs :

$$D_1 = m \cdot Z_1$$

$$D_2 = m \cdot Z_2$$

Diamètres de têtes :

$$D_{h1} = D_1 + 2 \cdot m$$

$$D_{h2} = D_2 + 2 \cdot m$$

$$\text{entraxe : } a = \frac{D_1 + D_2}{2} = m \cdot \frac{Z_1 + Z_2}{2}$$

$$\text{RAPPORT DE TRANSMISSION : } r = \frac{N_2}{N_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$$

$\downarrow$  tr/min       $\downarrow$  rad/s       $\downarrow$  N.m       $\downarrow$  mm       $\downarrow$  dents



## 13. COMPLEMENTS CONCERNANT LA FABRICATION

**Le taillage par génération** est le procédé d'usinage de dentures le plus utilisé. Il nécessite évidemment une machine spéciale, rentabilisée par des fabrications en grandes séries. Les outils utilisés sont :

l'outil crémaillère: voir les paragraphes précédents

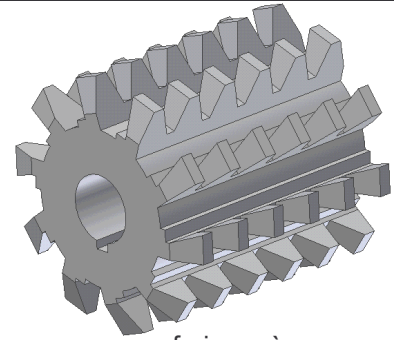
Il ne peut pas tailler en principe moins de 17 dents

l'outil pignon : le principe est le même que l'outil crémaillère, mais l'outil a la forme d'une roue dentée.

Le nombre de dents peut être plus faible (12, voire moins)

la fraise-mère : L'idée est de donner à l'outil crémaillère un mouvement de coupe par rotation, au lieu du mouvement alternatif.

Environ 4 fois plus rapide que l'outil crémaillère.



fraise-mère

**Le fraisage** avec un outil ayant déjà la forme en développante de cercle (dit « fraise au module ») n'est qu'un procédé de fabrication unitaire, ou de dépannage. Le seul avantage est d'utiliser une fraiseuse classique, mais il faut usiner dent par dent. La fraise possède un profil très spécifique qui n'est adapté que pour un module, et surtout un nombre de dents bien définis. (alors qu'un outil crémaillère taille n'importe quel nombre de dents pour un module donné).

**Le moulage** de roues dentées en matières plastiques n'est pas réservé aux jouets ! De plus en plus de réducteurs industriels utilisent ces matériaux.

**Le découpage** (à la presse, au laser, au jet d'eau, ...) dans une tôle peut donner des dentures d'une précision convenable pour certaines applications (jouets, tourne-broche, ...)

## 14. MODELISATION DES ENGRENAGES avec les logiciels de simulation

La simulation d'un mécanisme possédant des roues dentées ne nécessite heureusement pas de représenter systématiquement la forme réelle des dents. Les logiciels de calcul prévoient en général des liaisons de type « roulement sans glissement » que l'on peut appliquer entre deux cercles primitifs (engrenages) ou entre un cercle et une droite (roue + crémaillère).

Pour simuler la présence d'efforts, on a en général prévu la possibilité d'entrer un « angle de pression ». Mais attention à sa direction : elle ne dépend pas du sens de rotation, mais plutôt de quelle dent « pousse » l'autre (sachant qu'il peut s'agir aussi d'un freinage !).

