Procesamiento de Imágenes:

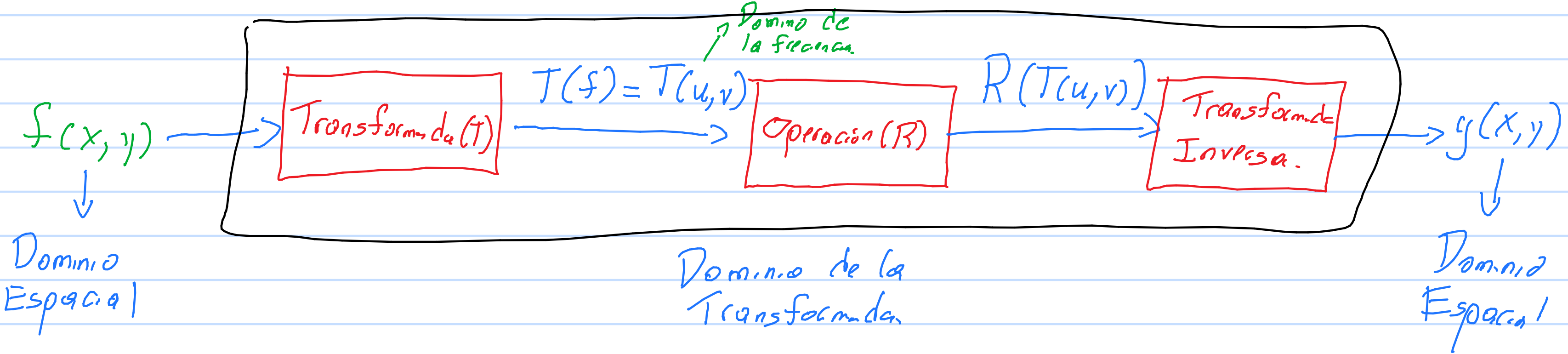
Fecha: 29-Mayo-2020
Inicio: 1:00pm

Filtros en el Dominio de la Frecuencia.

① Dominio Espacial: Sea $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ a escala de grises, el valor de cada pixel $A_{i,j}$, $i \in \{1, \ldots, m\}$, $j \in \{1, \ldots, n\}$, tiene un valor de intensidad en la escala de grises, y diremos que se encuentran en un dominio de valores llamado Dominio Espacial.

Las técnicas vistas hasta el momento en el curso trabajan en el dominio espacial. En esta parte del curso, trabajaremos con diferentes métodos que se utilizan en otro tipo de dominio.

Pasos para trabajar en otro dominio: Sea $f(x,y) = A_{x,y}$, donde $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$.



Transformada Discreta de Fourier de 2D (DFT-2D).

Sea $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ entonces la DFT-2D de la matriz A, es la matriz $F \in \mathbb{C}^{m \times n}$, tal que

$$F_{u,v} = \sum_{x=0}^{m-1} \sum_{y=0}^{n-1} A_{x+1,y+1} \cdot \exp\left(-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{ux}{m} + \frac{vy}{n}\right)\right)$$

donde $j = \sqrt{-1}$, donde $u = 1, \ldots, m$; $v = 1, \ldots, n$.

Inversa de la DFT-2D: Sea $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ y $F \in \mathbb{C}^{m \times n}$, donde F es la DFT-2D, entonces la transforma inversa se define:

$$A_{x,y} = \frac{1}{m \cdot n} \sum_{u=0}^{m-1} \cdot \sum_{v=0}^{n-1} F_{u+1,v+1} \cdot \exp\left(j 2 \pi \left(\frac{ux}{m} + \frac{vy}{n}\right)\right).$$

Notación: $F = \mathcal{F}(A)$ y $A = \mathcal{F}^{-1}(F)$

$\mathcal{F}$: Operador de DFT-2D

$\mathcal{F}^{-1}$: Operador inverso de DFT-2D

Tarea: Implementar $\mathcal{F}^{-1}$.

Sea $x = x_r + i x_i$ un número complejo:

Nota: Amplitud - Magnitud.

$$|x| = \sqrt{x_r^2 + x_i^2}$$

Fase:

$$\phi = \arctan\left[\frac{x_i}{x_r}\right]$$

Propiedades de la DFT-2D:

① Linealidad: $\mathcal{F}[a \cdot f_1(x,y) + b \cdot f_2(x,y)] = a \cdot \mathcal{F}(f_1(x,y)) + b \cdot \mathcal{F}(f_2(x,y))$.

② Traslación: $\mathcal{F}[f(x - x_0, y - y_0)] = \mathcal{F}(f(x,y)) \cdot \exp\left(-j2\pi\left(\frac{u \cdot x_0}{m} + \frac{v \cdot y_0}{n}\right)\right)$.

③ Periodicidad: Sea $F \in \mathbb{C}^{m \times m}$ la DFT-2D de $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Entonces.

$$F_{u,v} = F_{u+m, v+n} //$$