Reporte Actividad 4

Antonio Cota Rodríguez

1 Introducción

En la siguiente práctica utilizamos el software Maxima para construir gráficas de aproximaciones de Taylor de varias funciones. Se presenta la función con su respectiva gráfica y su código utilizado en Maxima.

2 Aproximaciones de Taylor

Se define el polinomio de Taylor de grado n para la funcion f en el punto a, denotado por $P_{n,a}$, como:

$$P_{n,a} = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + ... + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n.$$

El cual cumple que

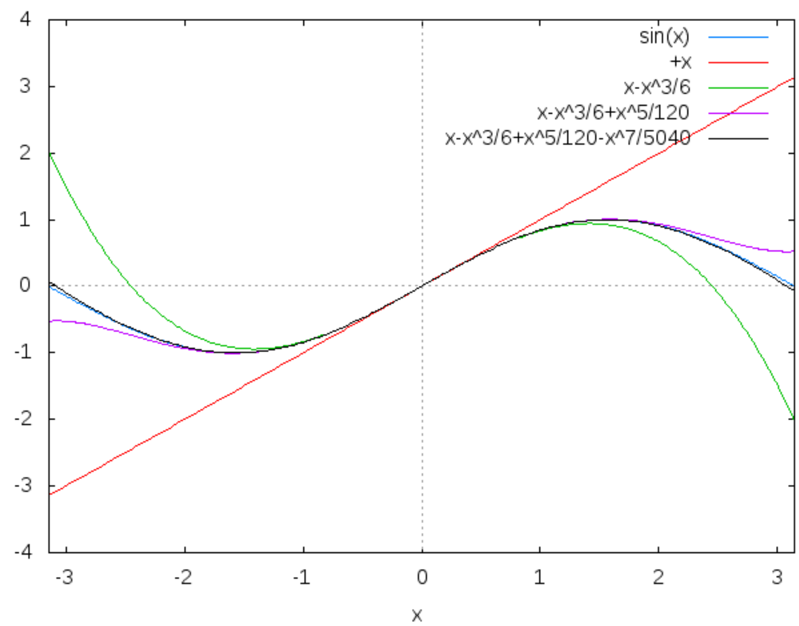
$$\lim_{x \to a} \frac{f(x) - P_{n,a}(x)}{(x-a)^n} = 0$$

lo que indica que la diferencia entre $f(x)$ y $P_{n,a}(x)$ se hace pequeña en comparación con $(x-a)^n$ cuando x tiende a a. Lo cual expresa que se puede utilizar el polinomio de Taylor como una muy buena aproximación a la función cerca del punto a. Al aumentar el orden del polinomio se produce una mejor aproximación.

3 Funciones

3.1 $f(x) = sin(x)$

Aproximación de Taylor de la función sin(x), alrededor del punto x=0, de aproximación 1, 3, 5 y 7.

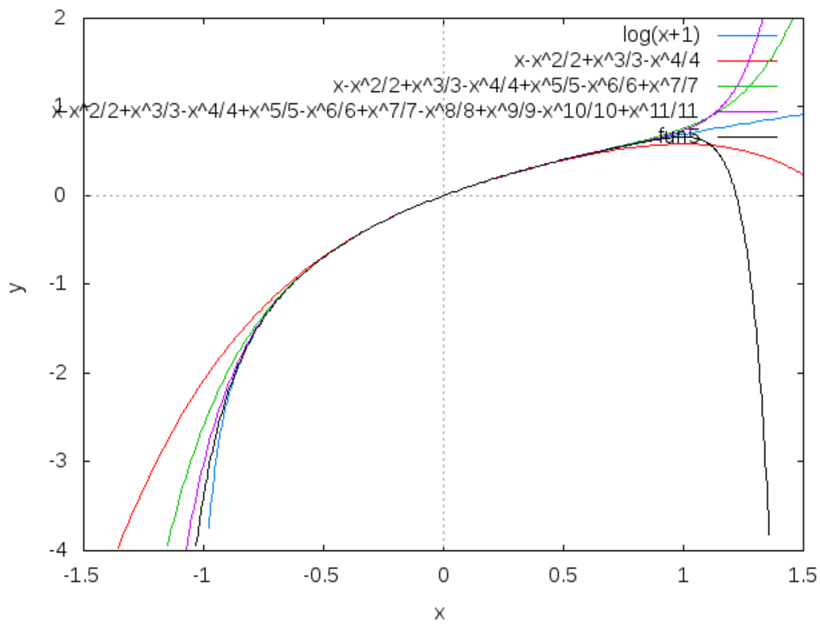



```
/* [wxMaxima batch file version 1] [ DO NOT EDIT BY HAND! ]*/
/* [ Created with http://maxima-online.org ] */

/* [wxMaxima: comment start ]
This solution online http://maxima-online.org/?inc=r-449223125
   [wxMaxima: comment end   ] */

/* [wxMaxima: input   start ] */
f(x):= sin(x);
P1(x):=taylor(f(x), x, 0, 1);
P3(x):=taylor(f(x), x, 0, 3);
P5(x):=taylor(f(x), x, 0, 5);
P7(x):=taylor(f(x), x, 0, 7);
fortran(P1(x));
fortran(P3(x));
fortran(P5(x));
fortran(P7(x));
tex(P1(x));
tex(P3(x));
tex(P5(x));
tex(P7(x));
plot2d ([f(x),P1(x),P3(x),P5(x),P7(x)],
[x, -%pi, %pi],[style, [lines,2]],
[legend, "y=sin(x)", "y=P1", "y=P3", "y=P5", "y=P7"]);
```

```
/* [wxMaxima: input   end   ] */
```

3.2 $f(x) = log(1 + x)$

Aproximación de Taylor de la función log(1+x), alrededor del punto x=0, de aproximación 4, 7, 11, 16.

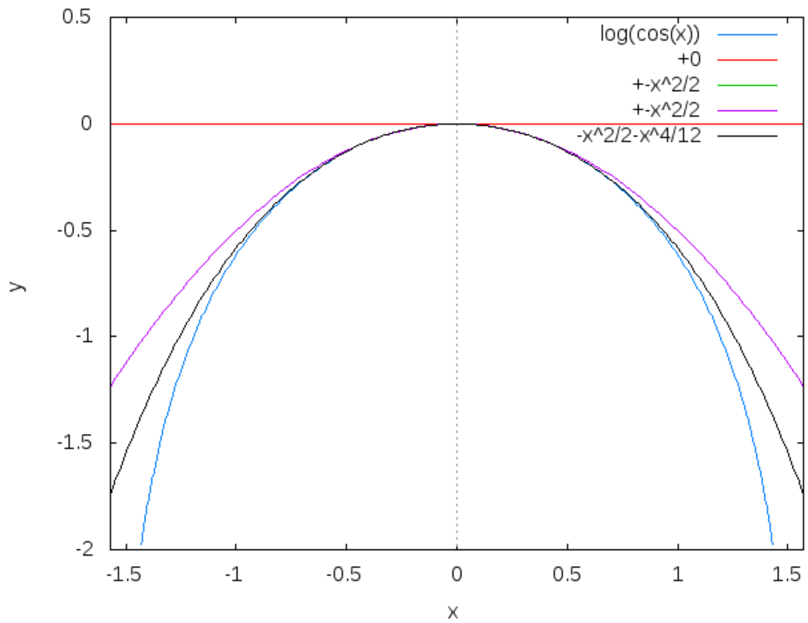



```
/* [wxMaxima batch file version 1] [ DO NOT EDIT BY HAND! ]*/
/* [ Created with http://maxima-online.org ] */

/* [wxMaxima: comment start ]
This solution online http://maxima-online.org/?inc=r-1002504485
   [wxMaxima: comment end   ] */

/* [wxMaxima: input   start ] */
f(x):= log(x+1);
T4(x):=taylor(f(x), x, 0, 4);
T7(x):=taylor(f(x), x, 0, 7);
T11(x):=taylor(f(x), x, 0, 11);
T16(x):=taylor(f(x), x, 0, 16);
fortran(T4(x));
fortran(T7(x));
fortran(T11(x));
```

```
fortran(T16(x));
tex(T4(x));
tex(T7(x));
tex(T11(x));
tex(T16(x));
plot2d ([f(x),T4(x),T7(x),T11(x),T16(x)],
[x, -1.5, 1.5],[y, -4, 2],[legend, "log(1+x)",
 "y=T4", "y=T7", "y=T11", "y=T16"],
 [gnuplot_preamble,"set key left"]);
/* [wxMaxima: input   end   ] */
```

3.3 $f(x) = log(cos(x))$

Aproximación de Taylor de la función log(cos(x)), alrededor del punto x=0, de aproximación 4, 7, 11, 16.

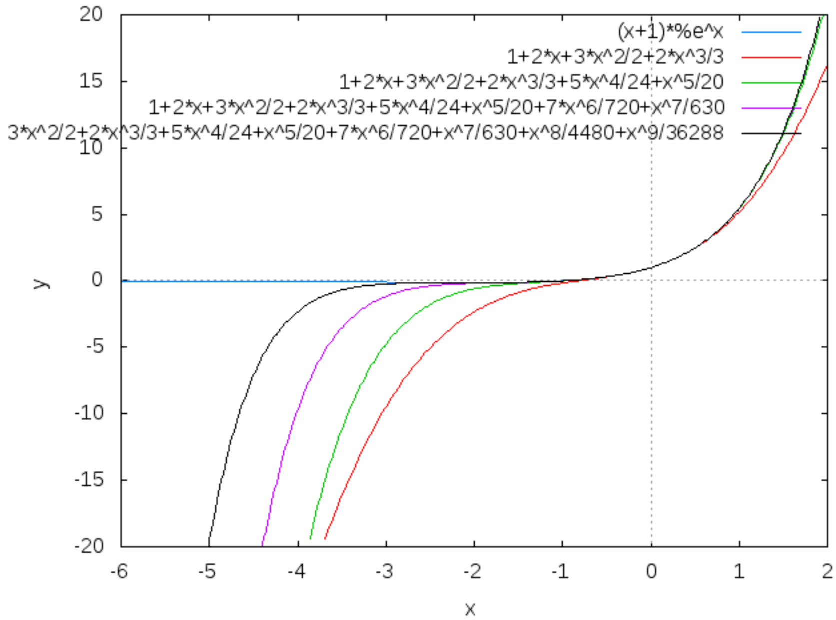



```
/* [wxMaxima batch file version 1] [ DO NOT EDIT BY HAND! ]*/
/* [ Created with http://maxima-online.org ] */

/* [wxMaxima: comment start ]
This solution online http://maxima-online.org/?inc=r-1285007665
   [wxMaxima: comment end   ] */
```

```
/* [wxMaxima: input   start ] */
f(x):= log(cos(x));
T4(x):=taylor(f(x), x, 0, 4);
T7(x):=taylor(f(x), x, 0, 7);
T11(x):=taylor(f(x), x, 0, 11);
T16(x):=taylor(f(x), x, 0, 16);
fortran(T4(x));
fortran(T7(x));
fortran(T11(x));
fortran(T16(x));
tex(T4(x));
tex(T7(x));
tex(T11(x));
tex(T16(x));

plot2d ([f(x),T4(x),T7(x),T11(x),T16(x)],
[x, -%pi/2, %pi/2],[y, -4, 2],
[legend, "log(cos(x))", "T4", "T7", "T11", "T16"],
[style,[lines,2]]);
/* [wxMaxima: input   end   ] */
```

3.4 $f(x) = (1 + x)e^x$

Aproximación de Taylor de la función $(1 + x)e^x$, alrededor del punto x=0, de aproximación 4, 7, 11, 16.

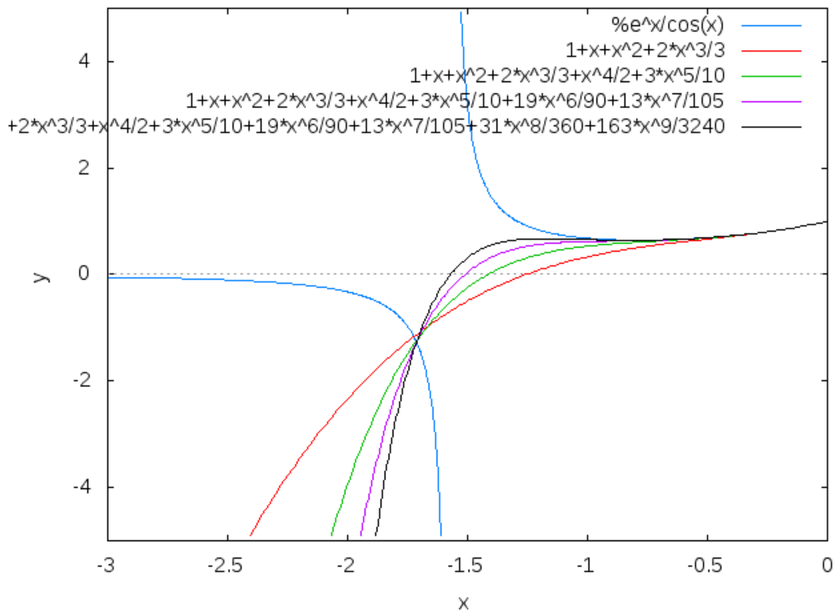



```
/* [wxMaxima batch file version 1] [ DO NOT EDIT BY HAND! ]*/
/* [ Created with http://maxima-online.org ] */

/* [wxMaxima: comment start ]
This solution online http://maxima-online.org/?inc=r-717215049
   [wxMaxima: comment end   ] */

/* [wxMaxima: input   start ] */
f(x):= (1+x)*exp(x);
T4(x):=taylor(f(x), x, 0, 4);
T7(x):=taylor(f(x), x, 0, 7);
T11(x):=taylor(f(x), x, 0, 11);
T16(x):=taylor(f(x), x, 0, 16);
fortran(T4(x));
fortran(T7(x));
fortran(T11(x));
fortran(T16(x));
tex(T4(x));
tex(T7(x));
tex(T11(x));
tex(T16(x));
plot2d ([f(x),T4(x),T7(x),T11(x),T16(x)],[x, -8, 2],
[y, -3, 5],   [gnuplot_preamble, "set key left"],
[legend, "(1+x)*exp(x)", "T4", "T7", "T11", "T16"]);
```

```
/* [wxMaxima: input   end   ] */
```

3.5 $f(x) = \frac{e^x}{cos(x)}$

Aproximación de Taylor de la función $\frac{e^x}{cos(x)}$, alrededor del punto x=0, de aproximación 4, 7, 11, 16.




```
/* [wxMaxima batch file version 1] [ DO NOT EDIT BY HAND! ]*/
/* [ Created with http://maxima-online.org ] */

/* [wxMaxima: comment start ]
This solution online http://maxima-online.org/?inc=r-803283332
   [wxMaxima: comment end   ] */

/* [wxMaxima: input   start ] */
f(x):= exp(x)/cos(x);
T4(x):=taylor(f(x), x, 0, 4);
T7(x):=taylor(f(x), x, 0, 7);
T11(x):=taylor(f(x), x, 0, 11);
T16(x):=taylor(f(x), x, 0, 16);
fortran(T4(x));
fortran(T7(x));
fortran(T11(x));
```

```
fortran(T16(x));
tex(T4(x));
tex(T7(x));
tex(T11(x));
tex(T16(x));
plot2d ([f(x),T4(x),T7(x),T11(x),T16(x)],[x, -3, 2],
[y, -1, 5],[legend, "exp(x)/cos(x)",
"y=T4", "y=T7", "y=T11", "y=T16"]);
/* [wxMaxima: input   end   ] */
```