

Reporte 6

Antonio Cota Rodríguez

Introducción

En éste reporte estudiaremos los efectos que tiene la resistencia del aire para movimientos parabólicos donde también actúa la fuerza de gravedad y se desprecian alguna otra fuerza externa que afecte en nuestro análisis. Se calculará la diferencia entre el alcance máximo de un tiro parabólico con resistencia y el otro sin ésta. Se brindará apoyo gráfico para ilustrar mejor la diferencia entre los tiros.

Teoría

Usualmente se asume que los efectos de la resistencia del aire son despreciables. Cuando se omite la resistencia del aire, la única fuerza actuando sobre un proyectil de masa m es igual a su peso, por lo que la componente de la aceleración en el eje X es cero.

Sin embargo, la resistencia del aire (fuerza de arrastre) tiene un mayor efecto sobre el movimiento de diversos objetos. Cuando ésta se incluye en el cálculo, la fuerza de arrastre es aproximadamente proporcional al cuadrado de la rapidez relativa del proyectil respecto al aire:

$$f = Dv^2,$$

donde D es una constante que depende de la densidad del aire ρ , el coeficiente de arrastre del proyectil C y su sección transversal A del objeto

$$D = \frac{\rho CA}{2}.$$

Para bolas esféricas el valor del coeficiente de arrastre es $C \approx 0.47$. Ahora, considerando la fuerza causada por la resistencia del aire y la gravedad, los componentes de la aceleración del proyectil son:

$$a_x = -(D/m)vv_x, \quad a_y = -g - (D/m)vv_y,$$

. Debido a esto, la velocidad en x tampoco es constante. Las componentes de la velocidad a cada instante de tiempo son

$$v_x + \Delta v_x = v_x + a_x \Delta t, \quad v_y + \Delta v_y = v_y + a_y \Delta t,$$

y finalmente, las coordenadas en cada instante de tiempo se calculan con las ecuaciones

$$x + \Delta x = x + v_x \Delta t + \frac{1}{2} a_x (\Delta t)^2, \quad y + \Delta y = y + v_y \Delta t + \frac{1}{2} a_y (\Delta t)^2.$$

Código en Fortran

A continuación se mostrará el código que se utilizó en Fortran y un screenshot de éste en ejecución.

```
Subroutine POSICION(x1,y1,vx,vy,axi,ayi,dti,x2,y2)
Implicit None
real :: x1,y1,vx,vy,axi,ayi,dti,x2,y2

x2= x1 + vx*dti + 0.5*axi*dti*dti

y2= y1 + vy*dti + 0.5*ayi*dti*dti

End Subroutine POSICION

!-----

Subroutine ARRASTRE(g,Di,mi,vx,vy,axi,ayi)
Implicit None
real :: g,Di,mi,vx,vy,axi,ayi

axi = -(Di/mi) * vx * vx
ayi = -g - (Di/mi)*vy*vy

End Subroutine ARRASTRE

!-----

program projectile_drag
implicit none

! DECLARACION DE VARIABLES
real :: u, a, t_max, a_grados, D, rho, C, At
real :: x0, y0, vx0, vy0, ax, ay, m,r
real :: xi,xii,yi,yii,yi2
real :: x(1000),y(1000)
integer :: i = 0
real :: t=0, dt=0.05

! DECLARACION DE CONSTANTES
real, parameter :: pi = 4.0*atan(1.0)
real, parameter :: g = 9.81

write(*,*) 'Densidad del fluido: '
read *, rho
write(*,*) 'Radio de la esfera: '
read *, r
write(*,*) 'Masa:'
```

```

read *, m

C=0.47
At= pi*r*r
D = rho*C*At/2.0

write(*,*) 'Angulo inicial:'
read *, a_grados
write(*,*) 'Velocidad inicial:'
read *, u
write(*,*) 'Posicion inicial x:'
read *, x0
write(*,*) 'Posicion inicial y:'
read *, y0

!CONVERTIR ANGULO A RADIANTES
a = a_grados*pi/180.0

!COMPONENTES DE VELOCIDAD
vx0 = u*cos(a)
vy0 = u*sin(a)

!!!!
t_max= 2000*dt
xi=x0
yi=y0

!ABRIR ARCHIVO .DAT
open(1, file='drag.dat')

!CALCULO DE LA TRAYECTORIA CON RESISTENCIA DEL AIRE
do
    call  ARRASTRE(g,D,m,vx0,vy0,ax,ay)
    call  POSICION(xi,yi,vx0,vy0,ax,ay,dt,xii,yii)
    if (yi<0) then
        exit
    end if
!ESCRIBIR CON FORMATO
write(1,1000) xi, yi
1000 format (2f8.2)
!REDEFINIR VARIABLES
vx0 = vx0 + ax*dt
vy0 = vy0 + ay*dt
xi=xii
yi=yii
end do
close(1)

```

```

!CALCULO DE LA TRAYECTORIA SIN RESISTENCIA DEL AIRE
!(SE CONSIDERA D=0 Y SE TOMAN VALORES INICIALES x(0), y(0), u)

      vx0 = u*cos(a)
      vy0 = u*sin(a)
      xi=x0
      yi2=y0
      dt=0.1

      open(1, file='nodrag.dat')

      do
        call  ARRASTRE(g,0.0,m,vx0,vy0,ax,ay)
        call  POSICION(xi,yi2,vx0,vy0,ax,ay,dt,xii,yii)

        if (yi2 < 0 ) then
          exit
        end if
!ESCRIBIR CON FORMATO
        write(1,1001) xi, yi2
1001 format (2f8.2)
!REDEFINIR VARIABLES
        vx0 = vx0 + ax*dt
        vy0 = vy0 + ay*dt
        xi=xii
        yi2=yii
      end do

      close(1)

end program projectile_drag

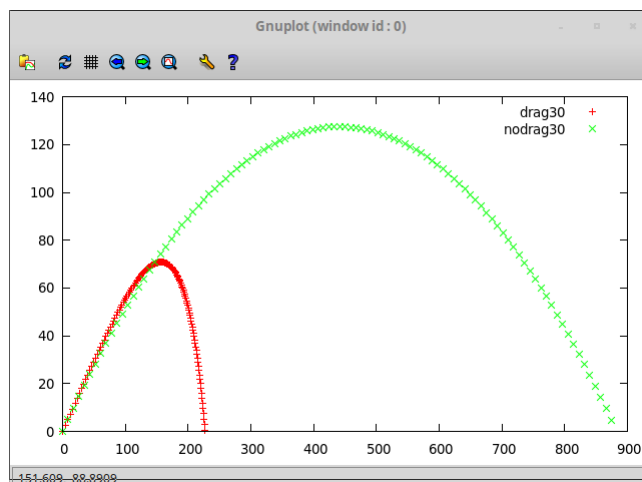
```

```
[Reporte6.pdf] Fortran - antoniocotar93... Terminal [Producto6 - Gestor de ... 08 may, 09:52
Archivo Editar Ver Terminal Pestañas Ayuda
acota@ltsp26:~$ cd ProgFortran/ProgramacionF/Producto6
acota@ltsp26:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto6$ ls
Codigo  Reporte6.aux  Reporte6.pdf  Reporte6.tex
Imagenes Reporte6.log  Reporte6.synctex.gz  xdtata
acota@ltsp26:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto6$ cd Codigo
acota@ltsp26:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto6/Codigo$ ls
ProgDrag  ProgDrag.f90
acota@ltsp26:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto6/Codigo$ ./ProgDrag
Densidad del fluido:
1
Radio de la esfera:
0.05
Masa:
0.25
Angulo inicial:
45
Velocidad inicial:
100
Posicion inicial x:
0
Posicion inicial y:
0
acota@ltsp26:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto6/Codigo$
```

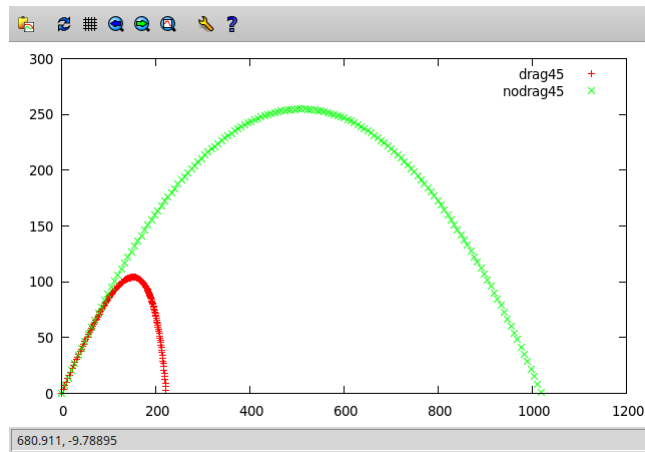
Gráficas

En esta sección utilizamos el programa "gnuplot" para graficar los datos obtenidos por el programa que ejecutamos para diversos ángulos (30,45,60 grados)

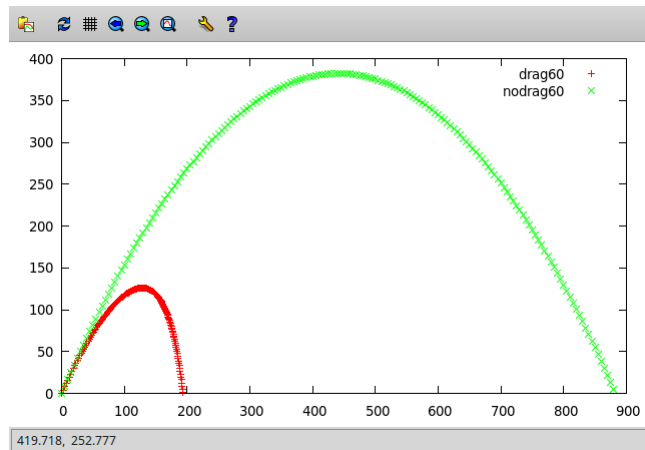
- 30 grados



- 45 grados



- 60 grados



Diferencia y Error Porcentual

- Ángulo de 30 grados

Alcance máximo con arrastre = 227.31

Alcance máximo sin arrastre = 874.79

Diferencia = 647.48

error porcentual = 385%

- Ángulo de 45 grados

Alcance máximo con arrastre = 221.63

Alcance máximo sin arrastre = 1118.23

Diferencia = 896.6

error porcentual = 505%

- Ángulo de 60 grados

Alcance máximo con arrastre = 193.10

Alcance máximo sin arrastre = 880.00

Diferencia = 686.9

error porcentual = 455%