

Grafos

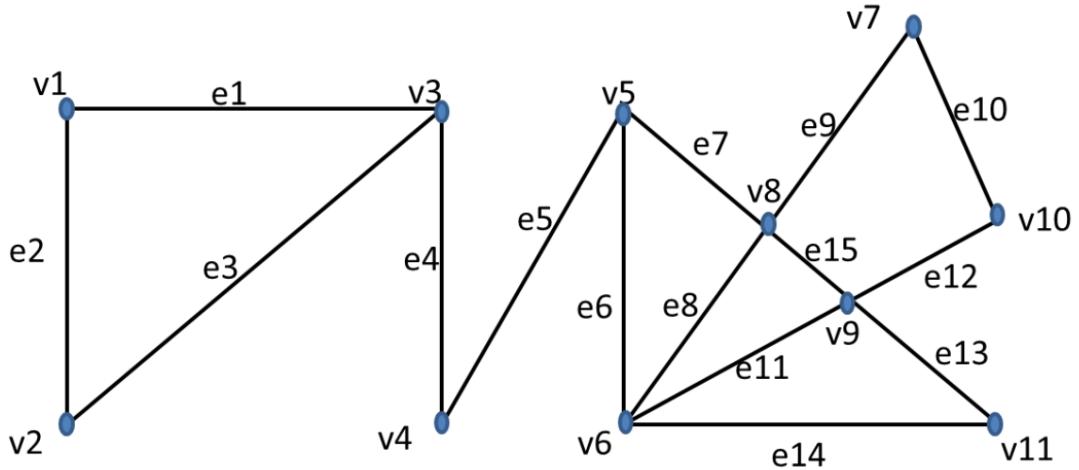
Data	@October 17, 2024
Matéria	ECM306

[IMT-2024-ECM306-Teo-Aula20-TeoriaDosGrafos-Exercícios-ProfCalvetti.pdf](#)

Exercícios sobre Grafos

Conceitos (questão 1 a 22)

Sobre o grafo G (questão 1 a 8)



1. Defina os conjuntos V e E que o constituem.

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}\}$$

$$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}\}$$

2. Há arestas paralelas no Grafo? Justifique.

O grafo G não tem arestas paralelas, pois para as arestas serem paralelas é necessário que duas ou mais arestas tenham os mesmo vértices. Isso não ocorre no grafo G .

3. Há vértices isolados no Grafo? Justifique.

O grafo G não tem vértices isolados, pois para que o vértice seja isolado é necessário que não seja extremidade de qualquer arestas. Isso não ocorre em G , já que todos os vértices não extremidade de alguma arestas.

4. Qual o conjunto vizinhança dos vértices v_6 e v_9 ?



Vértices vizinhos: vértices ligados por alguma aresta

$$N(v_6) = \{v_5, v_8, v_9, v_{11}\}$$

$$N(v_9) = \{v_6, v_8, v_{10}, v_{11}\}$$

5. O grafo G é simples? Justifique.

O grafo G é simples porque ele não tem loops nem arestas paralelas.

6. Defina o grau de todos os vértices do grafo G.



Grau do vértice: número de arestas que são incidentes ao grafo

$$d(v_1) = 2$$

$$d(v_2) = 2$$

$$d(v_3) = 3$$

$$d(v_4) = 2$$

$$d(v_5) = 3$$

$$d(v_6) = 4$$

$$d(v_7) = 2$$

$$d(v_8) = 4$$

$$d(v_9) = 4$$

$$d(v_{10}) = 2$$

$$d(v_{11}) = 2$$

7. Defina a sequência dos Graus do Grafo G.

(2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4)

8. O grafo G é regular? Justifique.

O grafo G não é regular, pois para ser regular todos os vértices precisam ter o mesmo grau. Isso não ocorre no G.

Perguntas diretas 1 (questão 9 a 14)

9. Mostre graficamente, dois grafos G1 e G2 cúbicos.

9. Pode haver um grafo simples com 15 vértices, cada um com grau 5 ?
Justifique.

10. Pode haver um grafo simples com 10 vértices, cada um com grau 3 ?
Justifique.

11. O grafo de intersecção de uma coleção de conjuntos A1, A2, ... , An é o grafo que tem um vértice para cada um dos conjuntos da coleção e tem uma aresta conectando os vértices se esses conjuntos têm uma intersecção não vazia. Construa o grafo de intersecção para a seguinte coleção de conjuntos:

$$\mathbf{A1} = \{ 0, 2, 4, 6, 8 \}$$

$$\mathbf{A2} = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$$

$$\mathbf{A3} = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$$

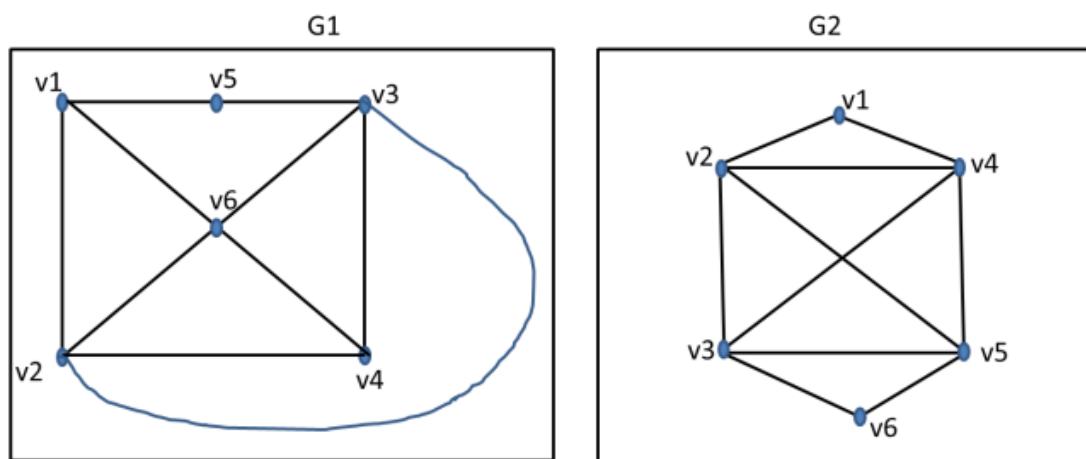
$$\mathbf{A4} = \{ 5, 6, 7, 8, 9 \}$$

$$\mathbf{A5} = \{ 0, 1, 8, 9 \}$$

12. Considere dois grafos G1, com 10 vértices e G2 com 11 vértices. Os grafos G1 e G2 podem ser isomorfos? Justifique.

13. Considere dois grafos G1, com 5 arestas e G2 com 6 arestas. Os grafos G1 e G2 podem ser isomorfos? Justifique.

Sobre os Grafos G1 e G2 (questão 15)

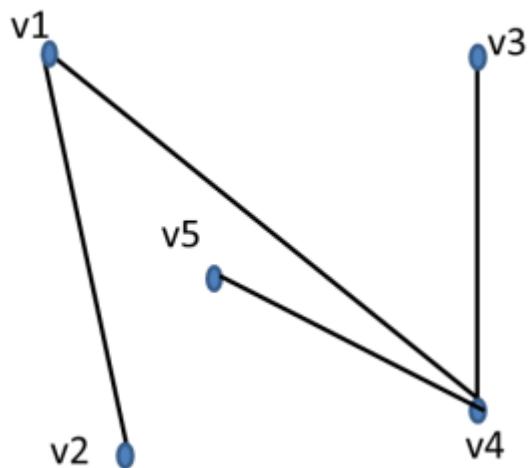


15. G1 e G2 são isomorfos? Justifique.

Perguntas diretas 2 (questão 16 a 19)

16. Quantas arestas tem o grafo K7? Justifique.
17. Quantas arestas tem o grafo K10 ? Justifique.
18. Desenhe o grafo K3,5.
19. Desenhe o grafo K3,4.

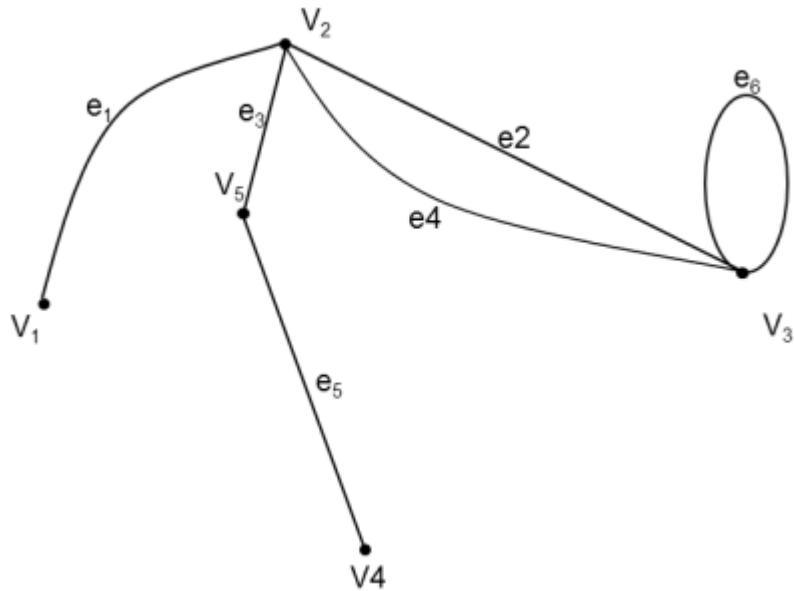
Sobre o Grafo G (questão 20 a 22)



20. G é Bipartido? Justifique.
21. Defina um supergrafo de G.
22. Defina um subgrafo de G.

Passeio, trilha, caminho

Sobre o Grafo G (questão 23 a - f)

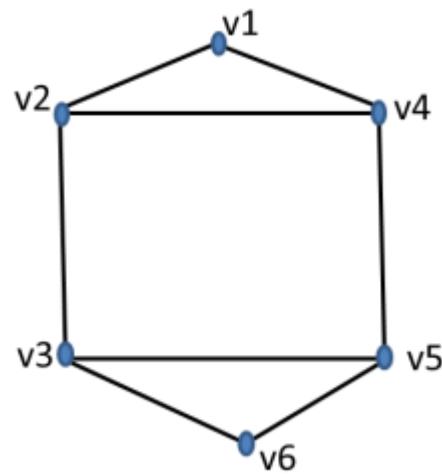


23. Considere o grafo acima:

- Defina, se possível, um passeio aberto no Grafo G;
- Defina, se possível, um passeio fechado no Grafo G;
- Defina, se possível, uma trilha aberta no Grafo G;
- Defina, se possível, um circuito no Grafo G;
- Defina, se possível, um caminho aberto n Grafo G;
- Defina, se possível, um ciclo no Grafo G.

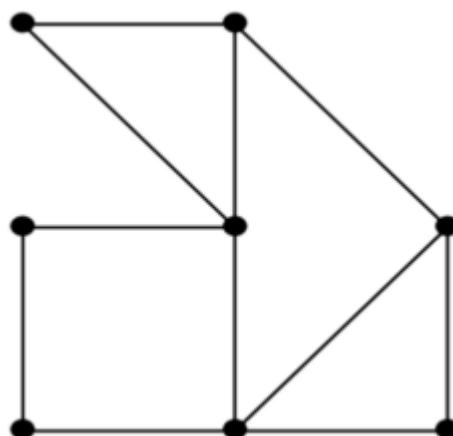
Grafos Eulerianos

Sobre o grafo G (questão 24)



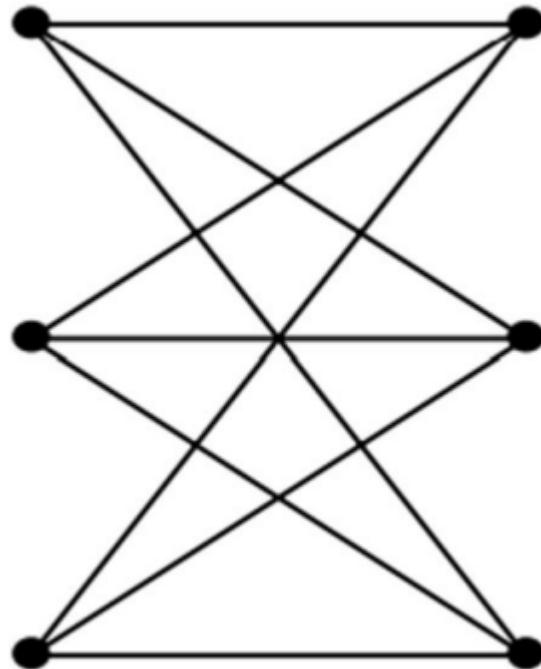
24. O grafo G é Euleriano? Justifique.

Sobre o grafo G (questão 25)



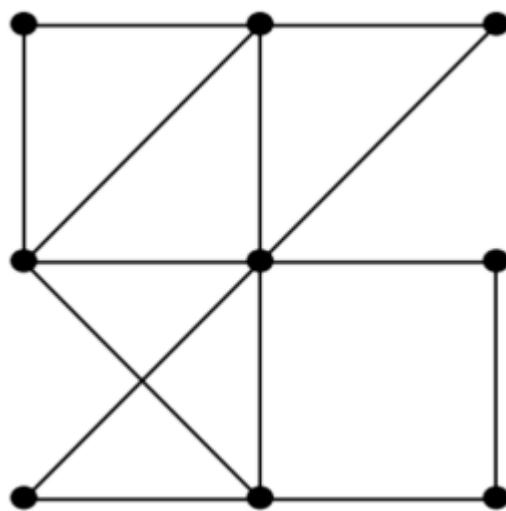
25. O grafo G é Euleriano? Justifique.

Sobre o grafo G (questão 26)



26. O grafo G é Euleriano? Justifique.

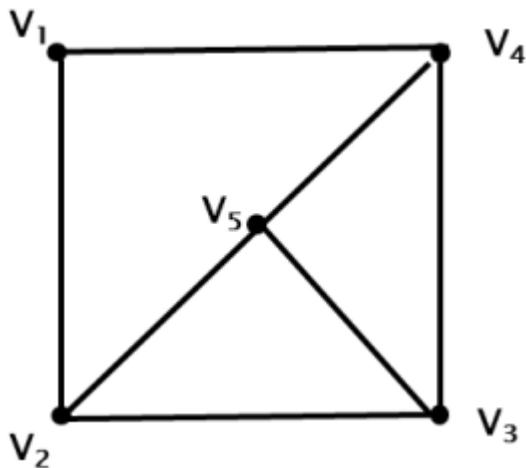
Sobre o grafo G (questão 27)



27. O grafo G é Euleriano? Justifique.

Grafos Halmiltoniano

Sobre o grafo G (questão 28)



28. O grafo G é Hamiltoniano? Justifique.

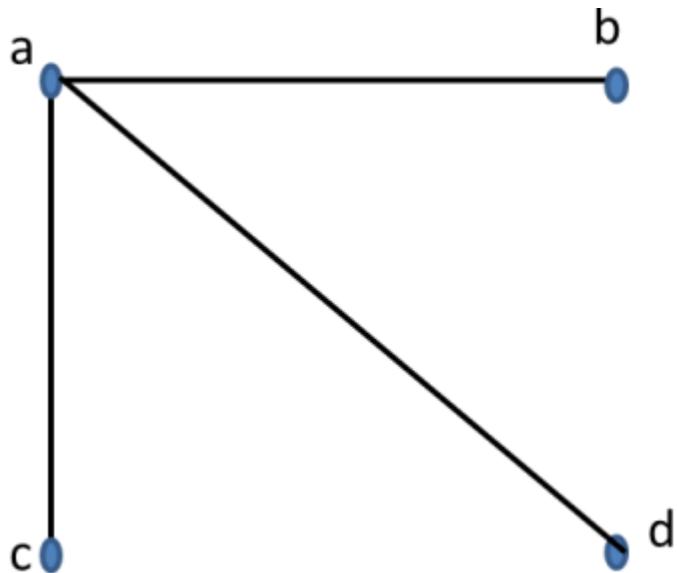
Conceitos 2 (29 a 50)

Perguntas diretas 3 (29 a 39)

29. Quantos vértices e arestas têm o grafo K8? Justifique.
30. Quantos vértices e arestas tem o grafo K6,3? Justifique.
31. Quantos vértices e arestas tem o grafo ciclo C5 ? Justifique.
32. Quantos vértices e arestas tem o grafo Cubo Q5 ? Justifique.
33. Quantos vértices e arestas tem o grafo Roda W4 ? Justifique.
34. Quantas arestas tem um grafo com vértices de Graus 5, 2, 2, 2, 2, 1 ?
Desenhe, se possível, o grafo.
35. Existe um grafo simples com 5 vértices com os seguintes graus: 3, 3, 3, 3, 2
? Desenhe, se possível o grafo.
36. Existe um grafo simples com 5 vértices com os seguintes graus: 1, 2, 3, 4, 5
? Desenhe, se possível o grafo.
37. Existe um grafo simples com 5 vértices com os seguintes graus: 1, 2, 3, 4, 4
? Desenhe, se possível o grafo.
38. Existe um grafo simples com 5 vértices com os seguintes graus: 3, 4, 3, 4, 3 ? Desenhe, se possível o grafo.

39. Quantos subgrafos com pelo menos um vértice tem K_3 ? Justifique.

Sobre o grafo G (questão 40)

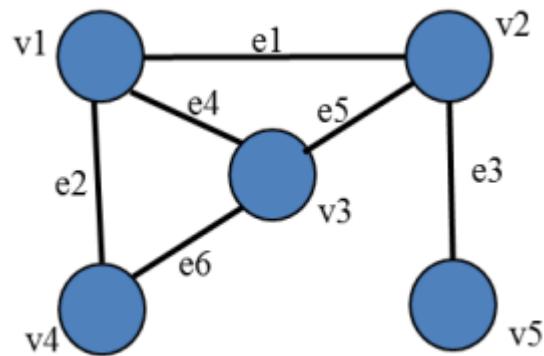


40. Desenhe todos os subgrafos de G.

Perguntas diretas 4 (41 a 46)

41. Para que valores de n , os grafos K_n são regulares? Justifique.
42. Para que valores de n , os grafos C_n são regulares ? Justifique.
43. Para que valores de n , os grafos W_n são regulares ? Justifique.
44. Para que valores de n , os grafos Q_n são regulares ? Justifique.
45. A condição imposta pelo Teorema de Dirac é suficiente ou necessária?
Justifique.
Atividade da Aula 20 – Teoria dos Grafos – Exercícios – Prof. Calvetti 7 / 7
46. A condição imposta pelo Teorema de Ore é suficiente ou necessária?
Justifique.

Sobre o grafo G (questão 47)



47. O grafo G é Hamiltoniano ? Justifique.

O grafo G é Euleriano ? Justifique

Perguntas diretas 5 (questão 48 a 50)

48. O que significa dizer que um problema tem complexidade NP Completo? O que significa dizer que um problema tem complexidade P ?
49. Descreva o Teorema de Berge para o Problema do Emparelhamento de Grafos. Qual a importância deste teorema para o Problema do Emparelhamento de Grafos ?
50. Descreva o Teorema de Hall para o Problema do Emparelhamento de Grafos. Qual a importância deste teorema para o Problema do Emparelhamento de Grafos ?