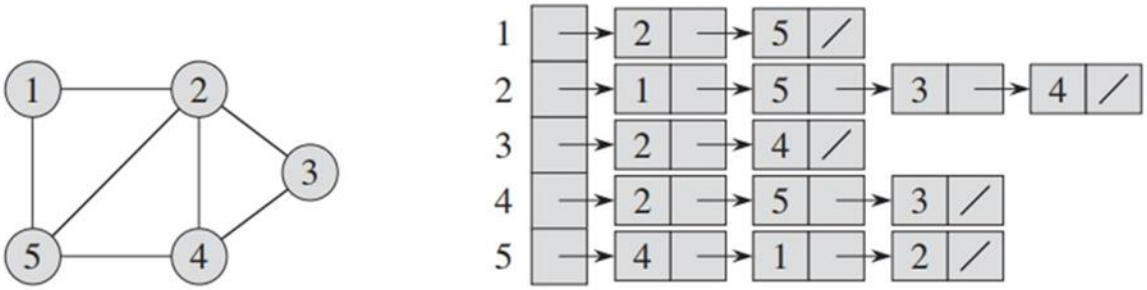
Teoria dos Grafos – Implementação com Listas de Adjacências
Atividade Hands-on em Laboratório – 01
Prof. Calvetti

1. Introdução

Um grafo é uma coleção de vértices e arestas. Pode-se modelar a abstração por meio de uma combinação de três tipos de dados: Vértice, Aresta e Grafo. Um vértice (VERTEX) pode ser representado por um objeto que armazena a informação fornecida pelo usuário, por exemplo, informações de um aeroporto. Uma aresta (EDGE) armazena relacionamentos entre vértices, por exemplo: número do voo, distâncias, custos, etc.

A ADT Graph deve incluir diversos métodos para se operar com grafos, podendo lidar com grafos direcionados ou não direcionados. Uma aresta (u,v) é dita direcionada de u para v se o par (u,v) é ordenado, com u precedendo v. Uma aresta (u,v) é dita não direcionada se o par (u,v) não for ordenado.

A implementação de grafos por meio de Listas de Adjacências fornece uma forma compacta de se representar grafos esparsos – aqueles para os quais |E| é muito menor que |V|2. Assim, essa implementação é usualmente o método mais escolhido. [Cormen]



A representação de um grafo G = (V,E) na forma de Listas de Adjacências consiste de um array Adj de | V| listas, uma para cada vértice em V. Para cada u ϵ V, a lista de adjacência Adj[u] consiste de todos os vértices v tais que haja uma aresta (u,v) u ϵ E. Ou seja, Adj[u] consiste de todos os vértices adjacentes a u em G.

Considerando que a lista de adjacências representa as arestas de um grafo, pode-se representar o grafo G com os atributos: V: conjunto de vértices de G e Adj[u]: conjunto de arestas de G, para todo u ϵ V.

Em um grafo G direcionado, a soma dos nós de todas as listas de adjacências é |E|. Isso ocorre, uma vez que 1 aresta na forma (u,v) é representada uma única vez em Adj[u].

Em um grafo G não-direcionado, a soma dos nós de todas as listas de adjacências é 2 * |E|. Isso ocorre, uma vez que se (u,v) é uma aresta não-direcionada, então u aparece em Adj[u] e vice-versa.

Para grafos direcionados, a representação em listas de adjacências tem a desejável propriedade que a quantidade de memória necessária é Θ (V + E). [Cormen]

Para grafos não-direcionados, a representação em listas de adjacências tem a desejável propriedade que a quantidade de memória necessária é Θ (V + 2*E). [Cormen]

Pode-se facilmente adaptar-se uma lista de adjacências para representar grafos com pesos. Ou seja, grafos para o qual cada aresta tem um peso associado, tipicamente dado por uma função de pesos: w : E → R.

Por exemplo: seja G = (V,E) um grafo com pesos com uma função de pesos w. Pode-se armazenar o valor da função w para uma aresta e ϵ E no nó da lista ajd[u].

Uma potencial desvantagem da representação por Lista de Adjacências é que ela não provê uma forma rápida de se determinar se uma determinada aresta (u,v) está presente no grafo. Assim, será necessário pesquisá-la na Lista de Adjacências.

Neste hands-on, iremos fazer a implementação de grafos não-orientados com o emprego de Listas de Adjacências e com a Linguagem Java.

Para a implementação, vamos criar um Projeto Java na IDE chamado Grafo_AdjList. Em seguida, vamos criar um package denominado br.maua.

2. Implementação da Classe Aresta

No package br.maua, iremos implementar a Classe Aresta que irá abstrair as arestas do Grafo a ser implementado. Uma aresta será formada por um vértice de origem e outro de destino.

Vamos também incluir na Classe Aresta o construtor de Arestas.

A classe será definida por:

```
package br.maua;

public class Aresta {

     Vertice origem;
     Vertice destino;

     public Aresta(Vertice origem, Vertice destino) {

          this.origem = origem;
          this.destino = destino;
     }

}
```

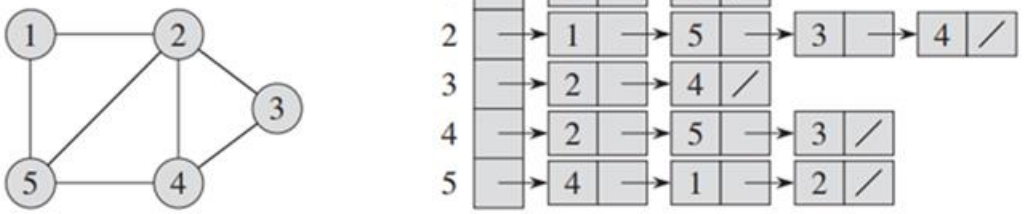
Na implementação da classe Aresta, incluiu-se o construtor de Arestas o qual receberá como parâmetro o vértice de origem e também o vértice de destino.

Estes parâmetros são obrigatórios, uma vez que uma aresta sempre é formada por um par de vértices.

Note que a IDE irá sinalizar erros na definição dos atributos da Aresta, uma vez que ainda não se definiu o objeto Vertice. Após a definição da Classe Vertice, que será feita no próximo item, esses erros serão desmarcados pela IDE.

3. Implementação da Classe Vertice

Vamos implementar agora a Classe Vertice. Neste hands-on iremos considerar a implementação com Listas de Adjacências. Portanto, para cada vértice do grafo estaremos associando uma lista de Arestas correspondentes.



Utilizaremos neste hands-on, a implementação de ArrayList do Framework Collections da Plataforma Java. Em cada vértice do grafo, definiremos um atributo que corresponde a informação a ser armazenada no vértice (String dado) e o endereço da Lista de Arestas correspondente.

Assim, utilizaremos a seguinte definição para a Classe Vertice:

```
package br.maua;

import java.util.ArrayList;

      public class Vertice {

            String dado;
            ArrayList<Aresta> listaArestas;
      }
```

Assim, um objeto da classe Vertice será instanciado com os atributos: dado do tipo String e listaArestas do tipo ArrayList<Aresta>.

Considerando que a classe ArrayList não pertence ao package padrão java.lang, será necessário incluir a diretiva import com o nome do package onde a classe ArrayList está implementada, no caso: java.util.

O atributo listaArestas está sendo definido por um ArrayList de Arestas. Caso o vértice não contenha arestas, este atributo estará com valor null.

4. Implementação dos construtores da Classe Vertice

Vamos considerar na classe Vertice, dois construtores de Vertice. O primeiro construtor deverá receber como parâmetro o dado String a ser armazenado no vértice e o endereço de uma lista de Arestas

```
public Vertice(String dado, ArrayList<Aresta> listaArestas) {
            // Complemente o código aqui
}
```

Complemente o código do construtor, conforme indicado acima. O segundo construtor deverá receber um único parâmetro correspondente ao dado String a ser armazenado no vértice. A lista de arestas correspondentes ao vértice que está sendo instanciado, deverá ser inicializada com null.

```
public Vertice(String dado) {

        // Complemente o código aqui

}
```

Complemente o código do construtor, conforme indicado acima.

5. Implementação dos métodos da Classe Vertice

Vamos agora implementar mais duas funções na classe Vertice.

A primeira dessas funções será responsável pela inclusão de uma nova aresta incidente ao vértice na Lista de Arestas. Vamos chamar essa função de addAresta(Aresta a);

A implementação será definida por:

```
public void addAresta(Aresta a) {

        // Complemente o código aqui

}
```

Complemente o código da função addAresta(Aresta a), conforme indicado acima.

A segunda função será responsável pela remoção de uma aresta incidente ao vértice na Lista de Arestas. Vamos chamar essa função de removeAresta(Aresta a);

A implementação será definida por:

```
public boolean removeAresta(Aresta a) {

        // Complemente o código aqui
}
```

Caso a aresta a ser removida -- e passada como parâmetro à função removeAresta(Aresta a) – não existir, a função deverá retornar false. Caso a aresta passada como parâmetro seja removida, a função deve retornar true.

Complemente o código da função removeAresta(Aresta a), conforme indicado acima.

Dica: Considerando que estamos trabalhando nesta implementação com a classe ArrayList do package java.util é importante que o estudante verifique na documentação da API – Java 8, quais os métodos disponíveis para se inserir objetos no ArrayList, bem como para se remover objetos.

Com isso, terminamos a definição da classe Vertice.

6. Implementação da Classe Grafo

Vamos agora implementar a classe Grafo. Considerando que estamos trabalhando com listas de adjacências, o grafo terá como atributo uma lista de vértices. Utilizaremos na implementação a classe ArrayList do package java.util.

```
package br.maua;

import java.util.ArrayList;

public class Grafo {

      ArrayList<Vertice> listaVertices;

}
```

7. Implementação dos Construtores da Classe Grafo

Vamos considerar na classe Grafo, dois construtores de Grafo.

O primeiro construtor deverá receber como parâmetro uma lista de vértices

```
public Grafo(ArrayList<Vertice> listaVertices) {

          // Complemente o código aqui

}
```

Complemente o código do construtor, conforme indicado acima.

O segundo construtor não deverá ter parâmetros. A lista de vértices correspondentes ao grafo que está sendo instanciado, deverá ser inicializada com null.

```
public Grafo() {

          // Complemente o código aqui

}
```

Complemente o código do construtor, conforme indicado acima.

8. Implementação de funções da Classe Grafo

Agora, vamos implementar funções que permitirão operarmos com a estrutura de dados Grafo implementada com listas de adjacência. Complemente os códigos das funções abaixo que farão parte da classe Grafo.

a) Função addVertice: Adiciona um novo vértice ao grafo

```
public void addVertice(Vertice v) {

        // Complemente o código aqui

}
```

b) Função imprimeArestasDeVertice: Imprime as arestas associadas a um determinado vértice passado como parâmetro. Caso o vértice passado como parâmetro não tenha arestas a ele conectado, a função deverá imprimir a mensagem: "Vertice sem arestas".

Caso o vértice passado como parâmetro não exista no grafo, a função deverá imprimir a mensagem: "Vértice inexistente no Grafo..."

A função deverá imprimir os dados armazenados em todas as arestas associadas ao vértice passado como parâmetro. A função deverá imprimir para cada aresta associada ao vértice, o dado armazenado no vértice de origem e também o dado armazenado no vértice destino.

```
public void imprimeArestasDeVertice(Vertice v) {

        // Complemente o código aqui

    }
```

c) Função imprimeVerticesDoGrafo: Imprime o dado armazenado em cada vértice do grafo.

Caso o grafo não tenha vértice, a função deverá imprimir a mensagem: "Grafo sem vértices..."

```
public void imprimeVerticesDoGrafo() {

        // Complemente o código aqui

    }
```

d) Função retornaGrauVertice: Retorna o grau do vértice passado como parâmetro. Caso a lista de arestas do vértice passado como parâmetro seja nula, a função também deverá retornar null.

```
public Integer retornaGrauVertice(Vertice v) {

        // Complemente o código aqui

}
```

e) Função imprimeGrauVertice: Imprime o grau do vértice passado como parâmetro. Caso o vértice não exista no grafo, a função deverá imprimir a mensagem: “Vértice não existente no Grafo...”.

```
public void imprimeGrauVertice(Vertice v) {

    // Complemente o código aqui

}
```

f) Função removeVertice: A função deverá remover do grafo o vértice passado como parâmetro. Caso a função consiga remover o vértice será retornado true. Caso contrário deverá retornar false. Adicionalmente, em caso de retorno true a função deverá enviar a mensagem “Vértice removido com sucesso”. Adicionalmente, caso o vértice passado como parâmetro não exista no Grafo, a função deverá enviar a mensagem: “Vértice inexistente do Grafo...”.

Observação importante: Todas as arestas associadas a outros vértices também deverão ser removidas.

```
public boolean removeVertice(Vertice v) {

    // Complemente o código aqui

}
```

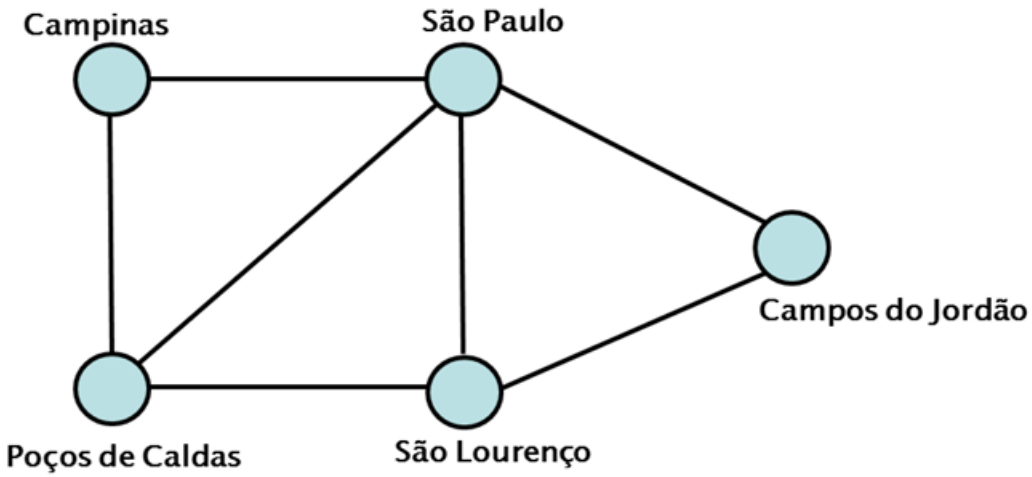
g) Função imprimeGrafo: A função deverá imprimir a informação armazenada em todos os vértices do grafo e de todas as arestas associadas a cada vértice do grafo.

```
public boolean imprimeGrafo() {

    // Complemente o código aqui

}
```

9. Implementação da Classe Teste_Grafo

Vamos agora implementar a classe Teste_Grafo, com a função main para criarmos um grafo e exercitarmos todas as funções criadas na implementação de Grafos com uma Lista de Adjacência.

Considere o seguinte grafo:



Considere os seguintes Vértices:

- V1: Campinas
- V2: São Paulo
- V3: Campos do Jordão
- V4: São Lourenço
- V5: Poços de Caldas

Complementar a classe Teste_Grafo conforme esquema abaixo. Criar todos os vértices do Grafo, implementando as arestas na forma de Listas de Adjacências. Exercitar todas as funções definidas nas classes Grafo, Vertice e Aresta.

```
package br.maua;

public class Teste_Grafo {

    public static void main(String[] args) {

        Grafo g = new Grafo();

        Vertice V1 = new Vertice("Campinas");


        // Complemente o código aqui

}
```