

# **PROCURA EM ESPAÇOS DE ESTADOS**

(PARTE 2)

Luís Morgado

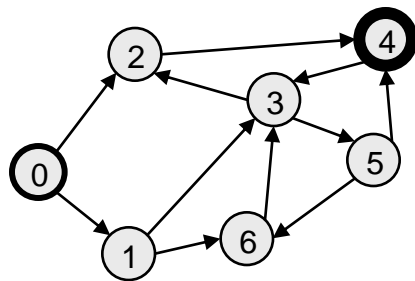
2015

# MÉTODOS DE PROCURA

## Procura em profundidade (*Depth-First Search*)

```
function DEPTH-FIRST-SEARCH(problem) returns a solution, or failure
  GENERAL-SEARCH(problem, ENQUEUE-AT-FRONT)
```

[Russel & Norvig, 2003]



Grafo do  
Espaço de Estados

Fronteira de exploração [ ]

[0]

0 [ ]

[1, 2]

1 [2]

[3, 6, 2]

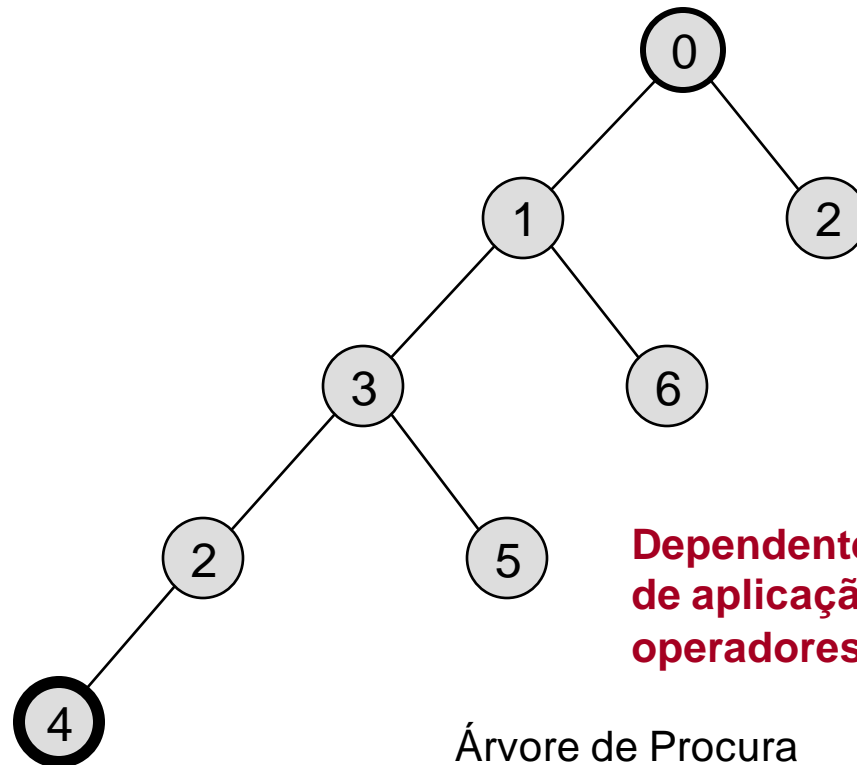
3 [6, 2]

[2, 5, 6, 2]

2 [5, 6, 2]

[4, 5, 6, 2]

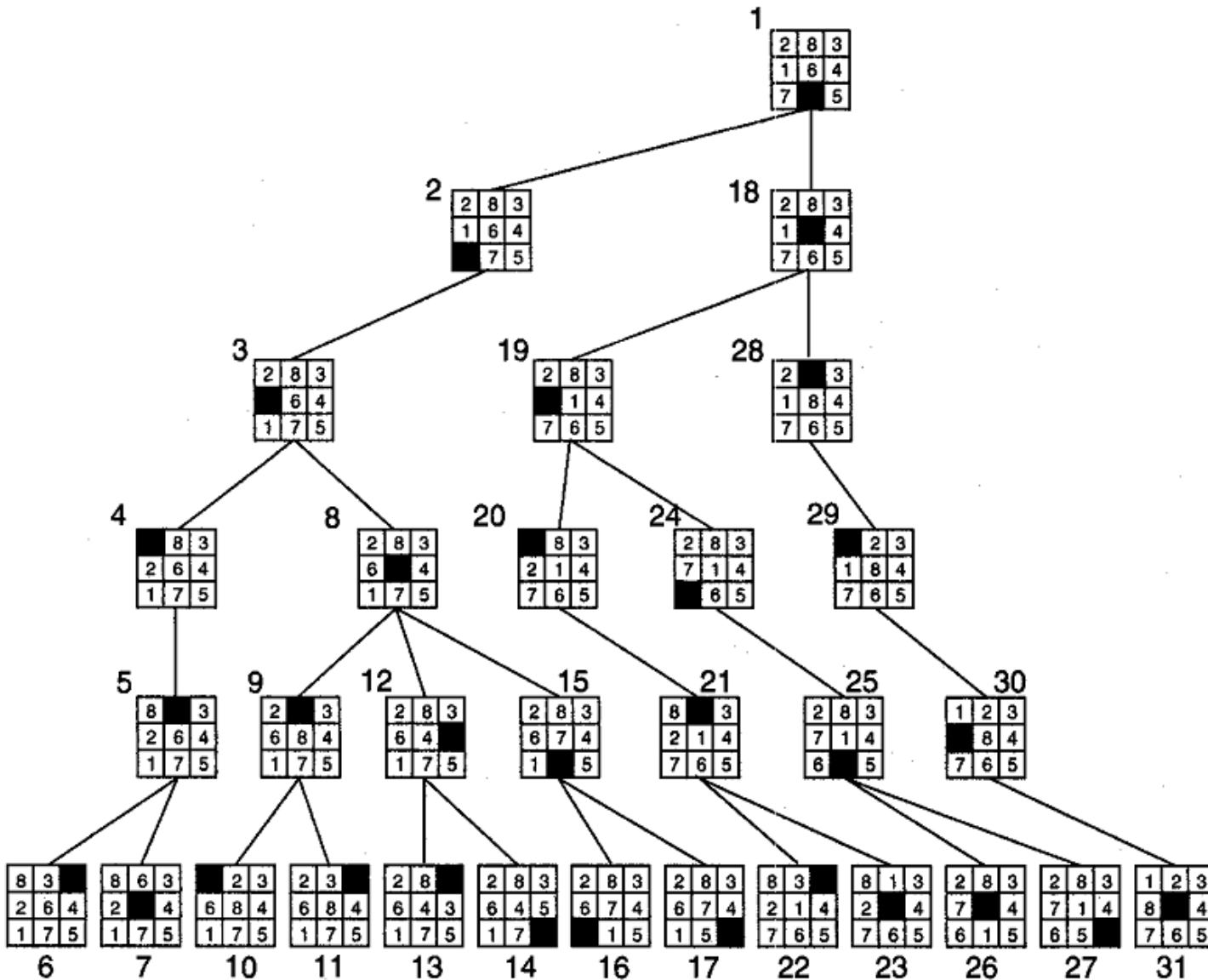
4 [5, 6, 2]



Dependente da ordem  
de aplicação dos  
operadores

Árvore de Procura

# PROCURA EM PROFUNDIDADE



# MÉTODOS DE PROCURA

## Procura em largura (*Breadth-First Search*)

```
function BREADTH-FIRST-SEARCH(problem) returns a solution or failure
  return GENERAL-SEARCH(problem, ENQUEUE-AT-END)
```

[Russel & Norvig, 2003]

Fronteira de exploração [ ]

[0]

0 [ ]

[1, 2]

1 [2]

[2, 3, 6]

2 [3,6]

[3, 6, 4]

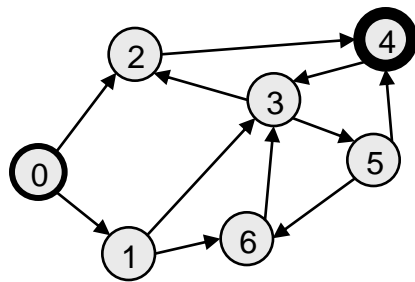
3 [6,4]

[6,4,2,5]

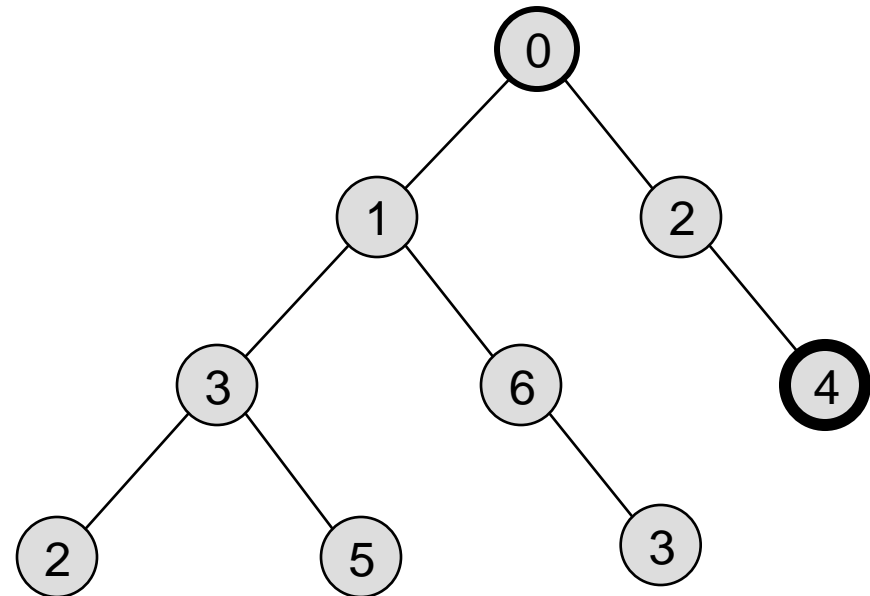
6 [4,2,5]

[4,2,5,3]

4 [2,5,3]

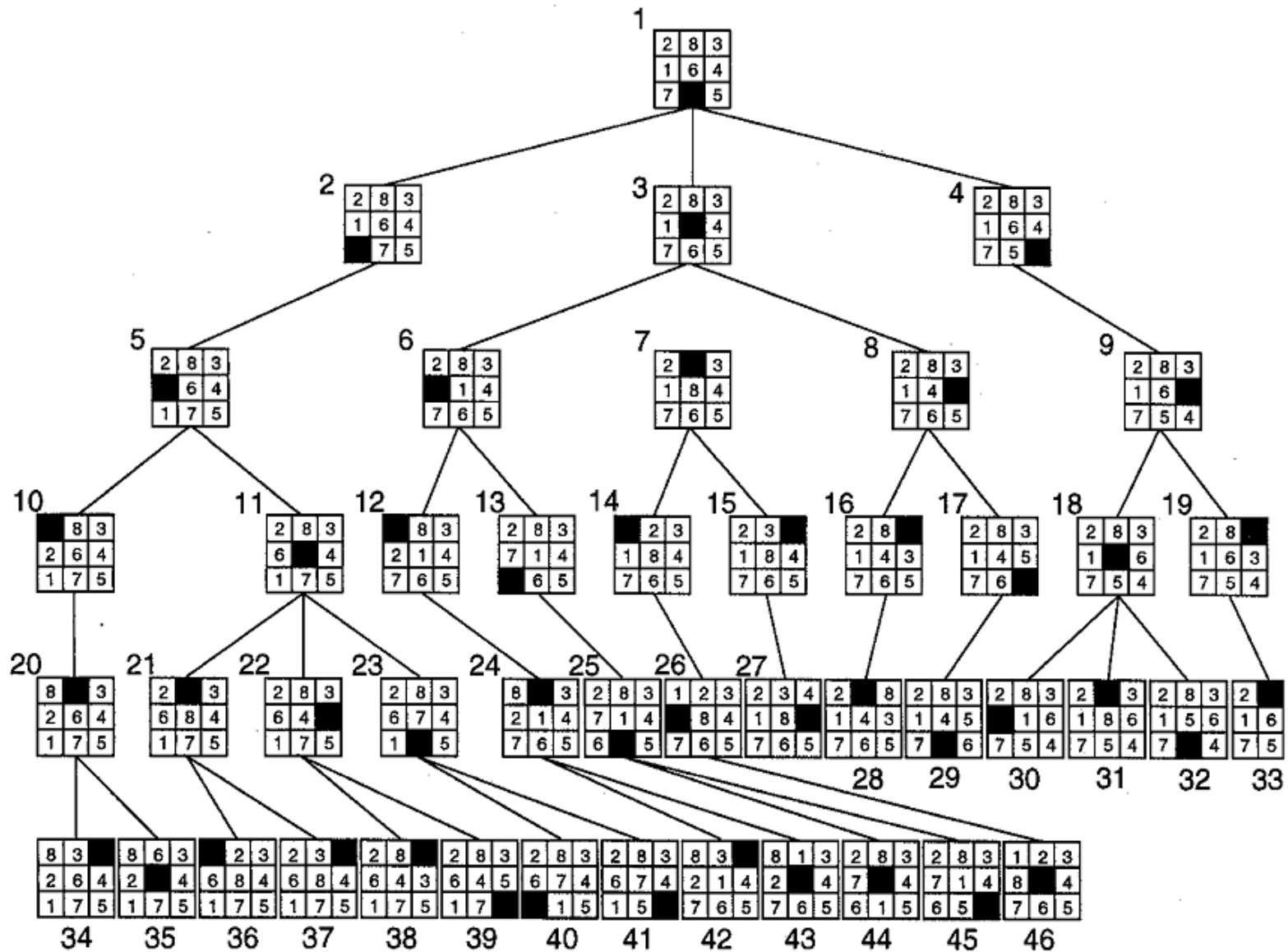


Grafo do  
Espaço de Estados



Árvore de Procura

# PROCURA EM LARGURA



# CRITÉRIOS DE EXPLORAÇÃO DO GRAFO DE ESPAÇO DE ESTADOS

## PROCURA EM PROFUNDIDADE

- Explorar primeiro nós com **maior profundidade**

## PROCURA EM LARGURA

- Explorar primeiro nós com **menor profundidade**

# MÉTODOS DE PROCURA

## QUAL O MELHOR MÉTODO DE PROCURA ?

- Aspectos a considerar num método de procura
  - **COMPLETO**
    - O método de procura garante que, caso exista solução, esta será encontrada
  - **ÓPTIMO**
    - O método de procura garante que, existindo várias soluções, a solução encontrada é a melhor
  - **COMPLEXIDADE**
    - **TEMPO** (complexidade temporal)
      - **Tempo necessário** para encontrar uma solução
    - **ESPAÇO** (complexidade espacial)
      - **Memória necessária** para encontrar uma solução

# MÉTODOS DE PROCURA

- Parâmetros de caracterização de um método de procura:
  - **FACTOR DE RAMIFICAÇÃO** - *b*
    - Número máximo de sucessores para um qualquer estado
  - **PROFUNDIDADE DA PROCURA** - *d*
    - Profundidade do nó objectivo menos profundo na árvore de procura
    - Dimensão do percurso entre o estado inicial e o estado objectivo

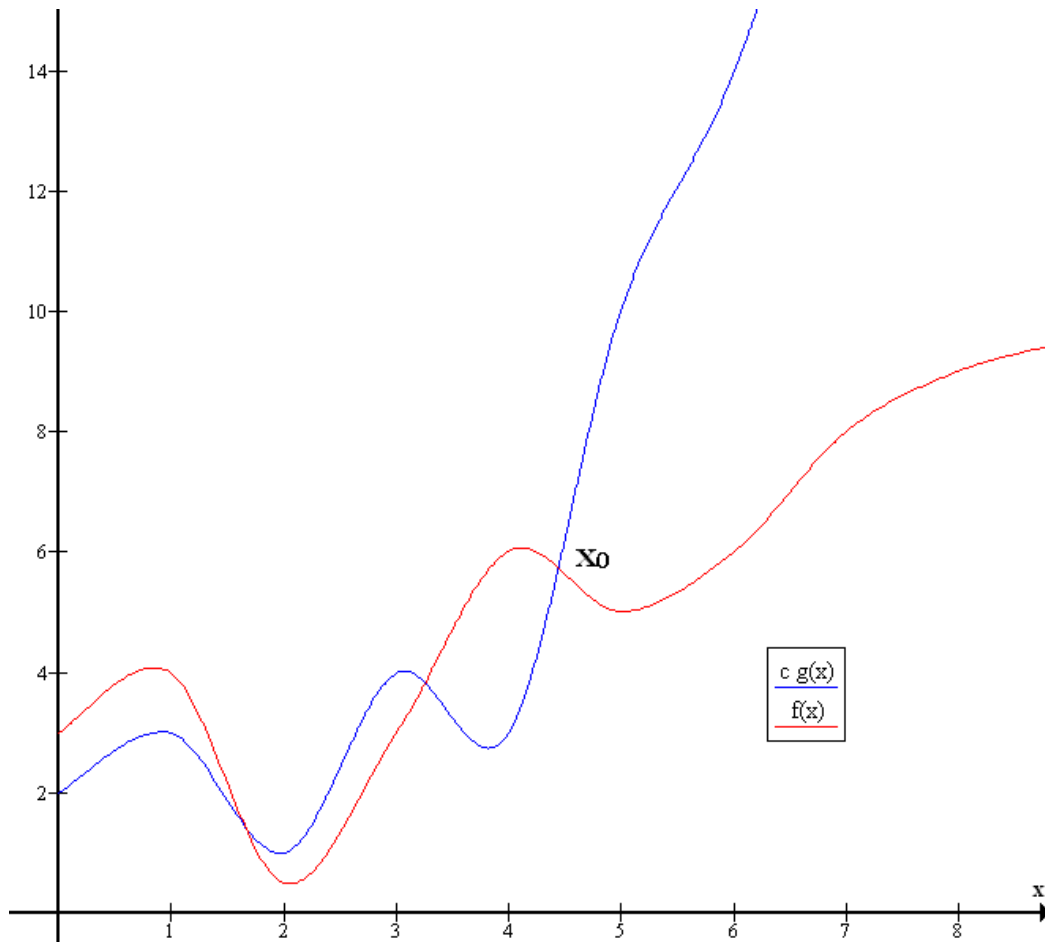


# COMPORTAMENTO LIMITE DE UMA FUNÇÃO

## Notação $f = O(g)$

$f(x)$  é de ordem  $O(g(x))$  se existirem duas constantes positivas  $x_0$  e  $c$  tal que:

$$(x > x_0) : f(x) \leq cg(x)$$



# COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL

## PROCURA EM LARGURA

Factor de ramificação (*branching factor*): ***b***

Número de nós a expandir para encontrar uma solução de dimensão ***d***

$1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^d \longrightarrow$  Complexidade espacial:  **$O(b^d)$**   
Complexidade temporal:  **$O(b^d)$**

**UTILIZAÇÃO EXTENSIVA DE MEMÓRIA**

## PROCURA EM PROFUNDIDADE

Número de nós a expandir para explorar até uma profundidade ***m***

Complexidade espacial:  **$O(bm)$**

Complexidade temporal:  **$O(b^m)$**

**PODE NÃO ENCONTRAR  
SOLUÇÃO**

# COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL

Método de Procura	Tempo	Espaço	Óptimo	Completo
Profundidade	$O(b^m)$	$O(bm)$	Não	Não
Largura	$O(b^d)$	$O(b^d)$	Sim	Sim

$b$  – factor de ramificação

$d$  – dimensão da solução

$m$  – profundidade da árvore de procura

$C^*$  – Custo da solução óptima

$\varepsilon$  – Custo mínimo de uma transição de estado ( $\varepsilon > 0$ )

# MÉTODOS DE PROCURA

## PROCURA EM PROFUNDIDADE LIMITADA (*Depth-Limited Search*)

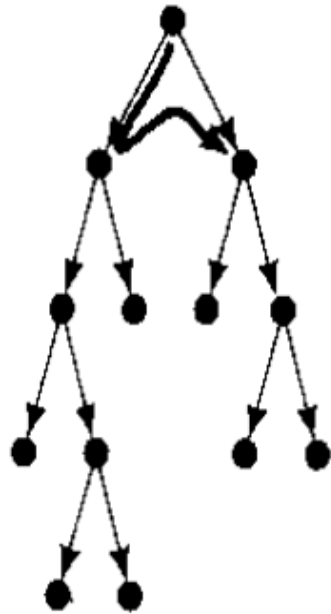
- Limitar procura a uma profundidade máxima

## PROCURA EM PROFUNDIDADE ITERATIVA (*Iterative Deepening Search*)

```
function ITERATIVE-DEEPENING-SEARCH(problem) returns a solution, or failure  
  inputs: problem, a problem  
  
  for depth  $\leftarrow 0$  to  $\infty$  do  
    result  $\leftarrow$  DEPTH-LIMITED-SEARCH(problem, depth)  
    if result  $\neq$  cutoff then return result
```

[Russel & Norvig, 2003]

# PROCURA EM PROFUNDIDADE ITERATIVA



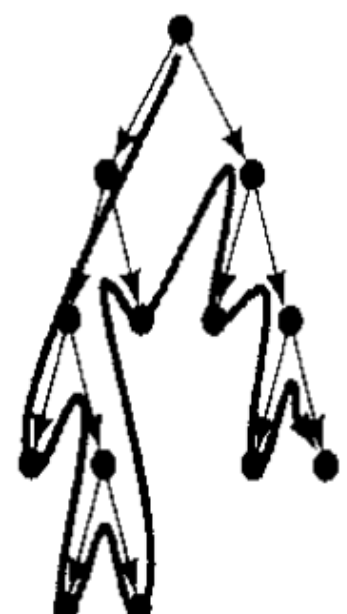
Depth bound = 1



Depth bound = 2



Depth bound = 3



Depth bound = 4

[Nilsson, 1998]

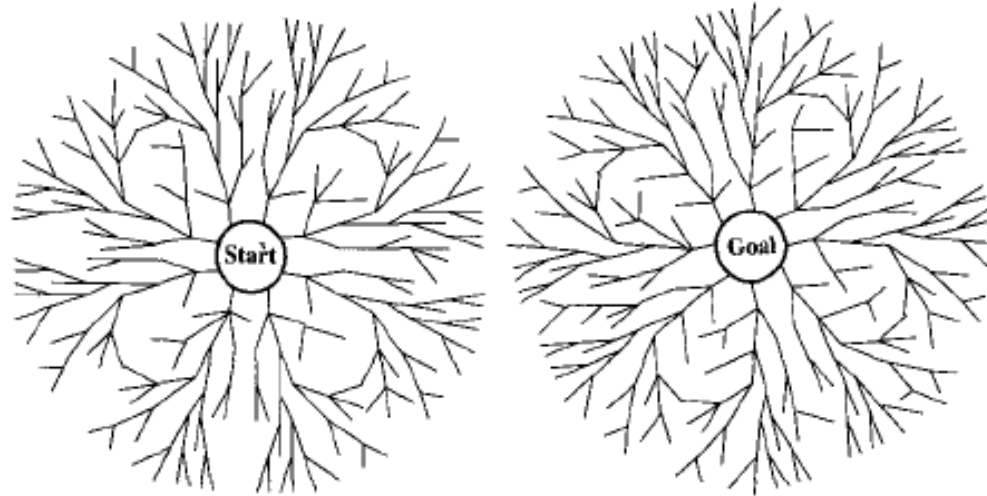
Número de nós a expandir para encontrar  
uma solução de dimensão  **$d$**

$$(d+1) + (d)b + (d-1)b^2 + \dots + 2b^{d-1} + 1b^d$$

Complexidade espacial:  **$O(bd)$**

Complexidade temporal:  **$O(b^d)$**

# PROCURA BIDIRECCIONAL



**Figure 3.17** A schematic view of a bidirectional breadth-first search that is about to succeed, when a branch from the start node meets a branch from the goal node.

[Russel & Norvig, 2003]

# BIBLIOGRAFIA

[Russel & Norvig, 2009]

S. Russell, P. Norvig, *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, 3rd Edition, Prentice Hall, 2009

[Nilsson, 1998]

N. Nilsson , *Artificial Intelligence: A New Synthesis*, Morgan Kaufmann 1998

[Luger, 2009]

G. Luger , *Artificial Intelligence: Structures and Strategies for Complex Problem Solving* , Addison-Wesley, 2009

[Jaeger & Hamprecht, 2010]

M. Jaeger, F. Hamprecht, *Automatic Process Control for Laser Welding*, Heidelberg Collaboratory for Image Processing (HCI) , 2000