

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Campus Divinópolis
Graduação em Engenharia Mecatrônica

Álan Crístopher e Sousa

Implementação de controlador MPC em um sistema a parâmetros distribuídos via
subsistemas interconectados



Divinópolis
2018

Álan Crístopher e Sousa

Implementação de controlador MPC em um sistema a parâmetros distribuídos via
subsistemas interconectados

Monografia de Trabalho de Conclusão de Curso
apresentada ao Colegiado de Graduação em Engenharia Mecatrônica como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Engenheiro Mecatrônico.

Eixo de Formação: Modelagem e Controle de Processos.

Orientador: Prof.Dr.Valter Júnior de Souza Leite



Divinópolis

2018

Resumo

Resumo

Observadores permitem que o estado do sistema seja estimado dada sua saída. Sistemas a parâmetros distribuídos (SPD) podem ser utilizados com observadores para recuperar informações ao longo do processo. Assim pode-se, por exemplo, medir-se a temperatura na extremidade de um sólido e, através desta, recuperar-se a temperatura em algum ponto no meio do sólido. Controle preditivo baseado em modelo (MPC — *model predictive control*) é uma técnica avançada de controle que lida com restrições. Ela já está estabelecida em indústrias que lidam com processos multi-variáveis de dinâmica lenta, especialmente na indústria petro-química. Ao combinar as duas técnicas é possível não apenas controlar uma variável em um ponto diferente daquele sendo medida, como também usar esta como uma restrição física no controle de outro ponto. Isto permite o controle de variáveis que são difíceis ou inviáveis de serem medidas diretamente. Embora ambas técnicas sejam bem discutidas isoladamente, há poucos artigos onde as duas são usadas em conjunto, o que sugere a existência de um campo a ser explorado. Assim propõe-se o desenvolvimento e a implementação de um controlador MPC que utilize SPD para realizar o controle de uma variável estimada em um ponto intermediário. Para isso será utilizada a planta presente no laboratório de sinais e sistemas. O modelo SPD utilizado será o desenvolvido por Barroso (2017). A implementação será feita utilizando os softwares *Moirai* e *Lachesis*, desenvolvidos *in loco*, o que irá requerer modificações nos mesmos para funcionarem com as especificidades da planta. Também será feita alteração na microeletrônica da planta, com a finalidade de prover um meio alternativo para acionamento do forno. As modificações de hardware e software, em conjunto, permitirão maior flexibilidade no uso da planta, além de maior facilidade de uso. Pretende-se com este trabalho, que envolve principalmente as

áreas de controle e computação, aprofundar os estudos do grupo de modelagem e controle de processos em SPD com a metodologia de controle proposta, bem como facilitar futuros trabalhos na planta utilizada através do melhor desenvolvimento e teste da plataforma de controle.

Palavras-chave: Controle preditivo por modelo, sistema a parâmetros distribuídos, observador de Kalman

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Definição do Problema	1
1.2	Objetivos	2
1.3	Motivação	3
1.4	Estado da arte	4
2	Revisão da literatura	5
3	Metodologia	7
4	Resultados Esperados	9
5	Recursos Necessários	11
6	Cronograma	13
	Bibliografia	15

Lista de figuras

Figura 1 – Sensores da planta	2
---	---

Lista de tabelas

Tabela 1 – Cronograma de atividades	14
---	----

Lista de acrônimos e notações

DMC Dynamic Matrix Control

IMC Internal Mode Control

MPC Model Predictive Control

SPC Sistema a Parâmetros Concentrados

SPD Sistema a Parâmetros Distribuídos

Introdução

MPC é uma técnica de controle avançada que utiliza o modelo do sistema para prever a saída em momentos futuros e, com isso, gerar uma estratégia de controle. Para isso é utilizado o conceito de controle por horizonte recessivo, onde a o sinal de controle ótimo é planejado para os próximos N_c instantes, mas apenas o primeiro é utilizado, recalculando-se toda a estratégia no instante seguinte, de forma a possibilitar a reação à possíveis distúrbios (WANG, 2009).

Normalmente utiliza-se sistemas a parâmetros concentrados (SPC) para modelar sistemas físicos. Nesses sistemas as variáveis de interesse se alteram apenas no domínio do tempo. Em sistemas a parâmetros distribuídos (SPD), no entanto, a variável de interesse também depende do espaço. Tais sistemas são normalmente representados por equações diferenciais parciais (BARROSO, 2017).

O observador é um sistema que estima os estados de um modelo baseado nas entradas e saídas do mesmo. O observador de Kalman, também conhecido como filtro de Kalman, é uma formulação que permite estimar o modelo de forma precisa mesmo na presença de ruídos, seja na leitura da saída ou dos próprios estados (WANG, 2009).

1.1 Definição do Problema

A Figura 1 mostra os sensores do forno presente no Laboratório de Sinais e Sistemas. Nela podemos ver os sensores S_1 a S_5 e o fluxo de ar quente q . Imagine que queiramos controlar a temperatura na posição onde encontra-se o sensor S_3 , mas que apenas o sensor S_5 esteja funcionando. Com um modelo SPD podemos ter dois modelos SPC: um que

modele o fluxo de temperatura até o sensor S_3 e um outro que modele de S_3 até S_5 , ambos interconectados. Desta forma podemos utilizar um observador e a leitura do sensor S_5 para estimar a temperatura no sensor S_3 , e controlá-la mesmo sem fazer sua medição direta.

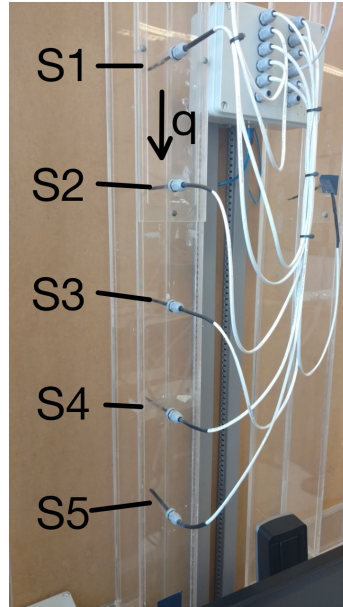


Figura 1 – Sensores da planta

Propõe-se o desenvolvimento de controladores MPC que utilizem os modelos SPD gerados pelo Barroso (2017) para controlar o processo do forno conforme descrito acima. Além disso, os mesmos devem ser implementados de forma a serem executados na plataforma desenvolvida pelo autor em sua iniciação científica, utilizando esta oportunidade para corrigir problemas encontrados e dar continuidade ao desenvolvimento da mesma.

1.2 Objetivos

Desenvolver um controlador do tipo MPC com restrições com modelo SPD utilizando observadores do tipo Kalman e implementá-lo utilizando e adaptando a plataforma de controle desenvolvida pelo proponente para uso no forno do laboratório de sinais e sistemas. O objetivo pode ser assim dividido:

- modificar a eletrônica da planta: instalar circuitos microprocessados com o intuito de controlar o acionamento do forno, fornecendo um caminho alternativo ao acionamento que já está implementado e permitindo a integração com a plataforma de controle;

- modificar a plataforma de controle: desenvolver driver específico para o forno, de forma a tornar o acionamento dos atuadores e a leitura dos sensores mais simples e direto para os futuros usuários;
- desenvolver o controlador MPC: utilizar o modelo SPD desenvolvido pelo Barroso (2017) para desenvolver um controlador MPC com restrições na entrada e saída de forma a controlar a temperatura em um ponto diferente daquele onde está fisicamente instalado o sensor;
- implementar o controlador: utilizar a linguagem Python e a plataforma de controle para implementar o controlador e executar o controle da planta;
- comparar o desempenho do controlador: usar índices de desempenho para comparar o desempenho do controlador MPC com controladores PI a serem desenvolvidos utilizando as técnicas de Clarke (1984) e Martins (2005);
- realizar melhorias na plataforma: ao utilizar a plataforma como usuário, espera-se encontrar dificuldades, erros e novas ideias que serão ser corrigidos/implementadas, como, por exemplo, recuperação de mensagens de erro salvas no banco de dados e exibição para o usuário e verificação de sintaxe de código digitado pelo usuário.

1.3 Motivação

A principal motivação para o trabalho é poder fazer o controle de um processo sem medir diretamente a variável controlada. Isto é interessante pois nem sempre é possível medir diretamente a grandeza que se deseja controlar, seja por restrições físicas (como colocar um sensor no centro de um alto-forno?) ou por questões financeiras.

O controlador MPC se tornou interessante por ser uma técnica avançada de controle que ainda não é estudada no *campus V*. Assim, além da possibilidade de estudar uma técnica avançada, este trabalho contribui por ser o primeiro trabalho a utilizar tal controlador no Grupo de Controle e Modelagem de Sistemas Mecatrônicos.

1.4 Estado da arte

O uso de controladores MPC com modelos SPD não é novo. Sua maior aplicação, no entanto, continua sendo na área da química e fabricação de aço. Ele foi desenvolvido inicialmente para controle de processos químicos, onde o equipamento é caro, o processo é lento e contém várias entradas e saídas que devem ser restringidas arbitrariamente (CAIRANO, 2012).

Este cenário está mudando e outras indústrias — com modelos com poucas entradas e saídas, custo mais baixo e dinâmica mais rápida — estão adotando os controladores MPC. No entanto isso apresenta alguns desafios no desenvolvimento de controladores, pois o *framework* MPC não foi desenvolvido para tais sistemas e possui limitações como, por exemplo, o alto custo computacional. Trabalhos já estão sendo desenvolvidos para minimizar ou sanir tais problemas.

Em ambientes industriais é comum o uso de computadores lógicos programáveis para fazer a interface com o hardware. No meio acadêmico, no entanto, utiliza-se softwares como o *MATLAB* e *LabVIEW* para a prototipagem rápida. Isto requer que o pesquisador recrie a interface gráfica e controle a aquisição de dados manualmente, o que consome tempo que poderia ser gasto com a pesquisa.

Assim, uma plataforma que faça a interface com o hardware e possibilite a execução de um controlador de forma transparente permite que o pesquisador se concentre nestes estudos e não se preocupe com detalhes da implementação da aquisição dos dados. Tal ferramenta também permitiria ao pesquisador interagir com CLPs, desenvolvendo e testando controladores de forma fácil em uma linguagem simples (Python) sem se preocupar com todas as nuances das linguagens LADDER utilizadas nos CLPs, podendo implementar seu controlador nesta linguagem limitada apenas ao final, quando este tiver sido devidamente testado e otimizado.

A aplicação de uma plataforma para controle em todas as plantas do laboratório permite que os usuários possam migrar de uma planta para outra sem dificuldades. Também permite que controladores e observadores desenvolvidos sejam testados em diferentes plantas com poucas modificações, já que as interfaces seriam as mesmas em todas elas.

Revisão da literatura

A malha fechada foi formalizada matematicamente em 1868 por Maxwell. Em 1927 Black (1927) demonstrou a utilidade da realimentação negativa nos laboratórios da Bell onde aplicou a malha fechada com realimentação negativa nos amplificadores das linhas de transmissão.

No entanto, ao ampliar o sinal, foi ampliado também o ruído. Para resolver este problema iniciaram-se estudos para utilizar técnicas descritas por Laplace, Fourier e Cauchy, que propunham o uso do domínio da frequência para modelar sistemas dinâmicos. O problema passou a ser filtrar as frequências desejadas de forma a não aplicar o ganho da malha fechada no ruído (JR. ARTHUR E. BRYSON, 1975).

Nyquist e Bode (1940) criaram ferramentas na década de 1930 que permitem quantizar a estabilidade de um sistema em malha fechada. O uso de tais ferramentas facilitou o desenvolvimento de controladores que alteram a dinâmica do sistema para uma dinâmica desejada. A adição de ferramentas estocásticas permitiu também o desenvolvimento de filtros ótimos.

Com estas técnicas estabeleceu-se o que chamamos de controle clássico. Este é caracterizado pelo desenvolvimento no domínio da frequência e pelo uso de técnicas projetadas para que seus cálculos fossem feitos à mão, ou no máximo com o uso de tabelas (DORF; BISHOP, 2010).

Embora o uso da análise no domínio da frequência tenha sido útil principalmente para sua época, começaram a aparecer sistemas mais complexos, com várias entradas e saídas, ordem elevada e não lineares, que não eram bem descritos no domínio da frequência. Nesta época, estudos no domínio do tempo, utilizando as equações diferenciais, começaram a

aparecer, principalmente para resolver problemas da indústria aeroespacial (LYAPUNOV, 1907).

Várias técnicas foram desenvolvidas nesta época. Uma se destaca: DMC — *Dynamic Matrix Control*. Ela visa resolver os problemas de controle multivariável com restrições, típico nas indústrias química e petroquímica. Antes do desenvolvimento desta técnica o controle era feito por várias malhas em cascata (CUTLER; RAMAKER, 1980).

Seu impacto na indústria foi gigante. Provavelmente não há nenhuma empresa extratora de petróleo que não utilize esta técnica ou uma derivada. O desenvolvimento inicial do MPC se deu como uma tentativa de entender o DMC, que parecia desafiar a análise teórica tradicional por ser formulado de maneira não convencional. Por exemplo, outra técnica, a IMC — *Internal Mode Control* — falhou em explicar o funcionamento da DMC mas acabou ajudando no desenvolvimento do controle robusto (MORARI; LEE, 1999).

Hoje em dia o controle preditivo é formulado sempre em espaço de estados, mesmo que seja possível sua formulação por, por exemplo, funções de transferência. O controle preditivo por modelo é uma das formas de controle desenvolvidas com a ideia de buscar a trajetória ótima de controle, que observa-se sempre existir em sistemas dinâmicos. Para isso é utilizada a otimização custo, normalmente uma função de energia (MORARI; LEE, 1999; JR. ARTHUR E. BRYSON, 1975).

O grande problema destes controladores hoje é o custo computacional quando se necessita de um controlador *on-line*, o que normalmente é o que se deseja, pois estes retornam resultados melhores na presença de restrições. Os estudos atuais seguem duas linhas: melhorar os *solvers* de forma a melhorar a performance ou encontrar maneiras de pré-processar as restrições, para que apenas multiplicações matriciais sejam realizadas *on-line*. A primeira linha de pesquisa é a mais explorada hoje em dia (WANG, 2009; ZHANG, 2016).

Metodologia

Para que a plataforma de controle possa se comunicar com o forno do laboratório de sinais e sistemas será necessário modificar o circuito de acionamento da mesma. Para isso serão utilizados circuitos microcontrolados que irão se comunicar com o circuito de acionamento e sensoramento presente na mesma. Um estudo da forma como isso é feito hoje será realizado com a finalidade de inserir um circuito paralelo ao atual, de forma que o usuário possa escolher qual circuito de acionamento e aquisição de dados será utilizado.

Esse novo circuito será programado para se comunicar com a plataforma de controle. Um *driver* será escrito para a mesma para permitir o controle dos atuadores e leitura dos sensores de forma transparente e específica para este sistema. O *driver* irá abstrair a interface com o hardware de forma que o usuário não tenha que se preocupar com detalhes da implementação, como número de porta e pino, tensões de operação, etc.

Para que se possa trabalhar com a planta também será necessário calibrar todos os sensores e atuadores, além de se fazer uma conferência dos circuitos elétricos, para certificar que estes ainda funcionam de forma correta. Todo este procedimento será feito usando-se a plataforma de controle para a aquisição de dados. Para isso será necessário estudar os trabalhos de Barroso (2015) e Silva (2014). Como prova de conceito, também será utilizado um computador portátil de baixo custo para o controle da planta.

Os modelos levantados por Barroso (2017) serão validados no sistema físico. Isto é necessário para verificar que não houve alterações significativas no sistema desde o seu desenvolvimento. Para o uso destes modelos será necessário estudar sobre sistemas a parâmetros distribuídos e observadores de Kalman.

O controlador MPC será discreto no tempo e baseado em modelo em espaço de esta-

dos, logo será necessário estudar sobre controle digital e modelagem em espaço de estados, além da própria técnica de controle. Para isto serão utilizados, principalmente, os livros do Dorf e Bishop (2010), do Ogata (2009), do Wang (2009) e as notas de aula do Professor Patwardhan (2014).

Para o desenvolvimento do controlador será utilizado o modelo SPD e serão determinadas restrições do sinal de controle. Os estados utilizados no controlador serão os provenientes do observador do tipo Kalman utilizado pelo Barroso (2017).

Para comparar o desempenho do controlador MPC serão desenvolvidos controladores PI utilizando as técnicas descritas por Clarke (1984) e Martins (2005). Serão utilizados os índices IAE e IVx para realizar uma comparação quantitativa dos controladores.

Todos os controladores serão implementados utilizando a plataforma de controle e a linguagem de programação Python, assim como todos os testes que requeiram acionamento do forno e/ou medição de seus termômetros. Desta forma serão corrigidos na plataforma todos os problemas percebidos na mesma do ponto de vista de usuário. Também serão implementadas as funcionalidades que se mostrem necessárias e/ou desejadas, visando seu aperfeiçoamento.

Resultados Esperados

Espera-se, com esse Trabalho de Conclusão de Curso, obter os seguintes resultados para o TCC1:

1. modificação da eletrônica da planta;
2. modificação da plataforma de controle;
3. verificação da eletrônica da planta;
4. calibração dos sensores e atuadores;
5. teste em malha aberta dos modelos SPD; e
6. teste em malha fechada com controlador PI ou PID dos modelos SPD;

e para o TCC2:

1. desenvolvimento do controlador MPC com restrições;
2. implementação do controlador e execução na plataforma de controle;
3. desenvolvimento do controlador PI para comparação de índices de desempenho; e
4. implementação de melhorias e correção de erros na plataforma de controle;

Recursos Necessários

Para o novo circuito de acionamento, que será inserido paralelo ao existente, serão necessários circuitos microcontrolados capazes de medir os valores de tensão existentes no circuito atual e de se comunicar com um computador. Por isso optou-se por utilizar placas Arduíno, pois são acessíveis e atendem aos requisitos.

Também optou-se por utilizar um computador portátil de baixo custo como prova de conceito, pois a plataforma de controle foi pensada de forma a executar bem o controlador em um computador com recursos limitados. Para isto escolheu-se utilizar um *Raspberry Pi*. A comunicação entre o *Raspberry* e os Arduínos se dará por cabo USB (porta serial emulada), enquanto a comunicação do *Raspberry* com o exterior se dará por cabo de rede.

Com isso, necessitasse dos seguintes componentes:

- 1 Raspberry Pi
- 2 Arduínos
- *jumpers*
- Cabos USB
- Cabo de rede

Todo software utilizado será *open-source*, como: linguagem Python, plataforma de controle (Lachesis e Moirai), sistema operacional Raspbian, banco de dados Mongo DB, ambiente de virtualização Docker, suítes SciPy e biblioteca Control.

Cronograma

A seguir está apresentado o cronograma de atividades a serem executadas.

1. Estudos teóricos

- 1.1. MPC — será estudado o desenvolvimento e implementação do controlador preditivo discreto no tempo com restrições;
- 1.2. SPD — será estudado o trabalho do Barroso (2017), visando replicar seus resultados na plataforma;
- 1.3. Modelagem térmica — serão estudados os trabalhos de conclusão de curso do Barroso (2015) e Silva (2014), que fizeram a construção física e modelagem do forno;

2. Modificação do hardware e implantação da plataforma

- 2.1. Implementação de um circuito de acionamento do forno paralelo ao existente atualmente;
- 2.2. Implantação de um Raspberry Pi para comunicação com os Arduínos;
- 2.3. Instalação da plataforma no Raspberry Pi e modificação da plataforma e do Arduíno para possibilitar a comunicação e controle da planta;

3. Calibrações, testes e certificações

- 3.1. Certificação do funcionamento da parte elétrica do forno;
- 3.2. Calibração dos sensores e atuadores;
- 3.3. Validação dos modelos SPD;

4. Desenvolvimento do controlador

- 4.1. Desenvolvimento de um controlador MPC discreto no tempo com restrições baseado no modelo SPD com atraso nos estados;
- 4.2. Desenvolvimento de um controlador PI para comparação;
- 4.3. Implementação do controlador na plataforma utilizando a linguagem Python;
- 4.4. Comparação dos controladores MPC e PI utilizando os índices IAE e IVx;
- 4.5. Aplicação de melhorias na plataforma de controle com base na experiência adquirida durante seu uso;

5. Relatório

- 5.1. Escrita do relatório final de TCC1.
- 5.2. Defesa do TCC1
- 5.3. Escrita do relatório final de TCC2.
- 5.4. Defesa do TCC2

Tabela 1 – Cronograma de atividades

Atividade (↓) Mês.(→)	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov
1.1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
1.2	✓	✓							
1.3	✓	✓							
2.1	✓	✓							
2.2	✓	✓							
2.3	✓	✓							
3.1		✓	✓						
3.2		✓	✓						
3.3		✓	✓						
4.1				✓	✓	✓			
4.2				✓	✓	✓			
4.3				✓	✓	✓			
4.4						✓			
4.5				✓	✓	✓			
5.1	✓	✓	✓	✓					
5.2				✓					
5.3				✓	✓	✓	✓	✓	
5.4									✓

Bibliografia

BARROSO, N. F. **Estratégia de monitoramento de sistemas distribuídos baseada em observadores do tipo Kalman**. 2017. Diss. (Mestrado) – CEFET-MG. Disponível em: <<https://goo.gl/oDYCdB>>.

_____. **Instrumentação Virtual Aplicada à Automação de um Sistema Térmico para Experimentação Via Web**. [S.l.: s.n.], 2015. Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Mecatrônica no CEFET-MG. Disponível em: <<https://goo.gl/uff757>>.

BLACK, H. S. Stabilized Feedback Amplifiers. **Bell System Technical Journal**, v. 13, n. 1, p. 1–18, 1927. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1934.tb00652.x.

BODE, H. W. Feedback Amplifier Design. **Bell System Technical Journal**, v. 19, n. 1, p. 42, 1940.

CAIRANO, S. Di. An Industry Perspective on MPC in Large Volumes Applications: Potential Benefits and Open Challenges, 2012. Disponível em: <<https://goo.gl/txgjKv>>.

CLARKE, D.W. PID algorithms and their computer implementation. **Transactions of the Institute of Measurement and Control**, v. 6, p. 305–316, 1984. Disponível em: <<https://goo.gl/m3Eanq>>.

CUTLER, C. R.; RAMAKER, B. L. Dynamic matrix control - a computer control algorithm. **Joint Automatic Control Conference**, v. 1, 1980.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Modern Control Systems**. [S.l.]: Pearson, 2010. Disponível em: <<https://goo.gl/kKU1vj>>.

- JR. ARTHUR E. BRYSON, Yu-Chi Ho. **Applied Optimal Control: Optimization, Estimation and Control**. Revised. [S.l.]: Taylor e Francis, 1975. ISBN 0891162283,9780891162285.
- LYAPUNOV, A. Problème général de la stabilité du mouvement. fre. **Annales de la Faculté des sciences de Toulouse : Mathématiques**, GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-EDITEUR ; ED. PRIVAT, IMPRIMEUR-LIBRAIRE, v. 9, p. 203–474, 1907. Tradução do artigo original publicado em 1892 an Comm. Soc. Math. Kharkow e reimpresso como Vol. 17 em Ann. Math Studies, Princeton University Press, Princeton, N.J., 1949. Disponível em: <<http://eudml.org/doc/72801>>.
- MARTINS, F G. Tuning PID Controllers using the ITAE Criterion. **IJEE**, v. 21, n. 3, p. 867–873, 2005. Disponível em: <<https://goo.gl/dY72Bj>>.
- MORARI, Manfred; LEE, Jay H. Model predictive control: past, present and future. **Computers & Chemical Engineering**, v. 23, n. 4, p. 667–682, 1999. ISSN 0098-1354. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0098-1354\(98\)00301-9](https://doi.org/10.1016/S0098-1354(98)00301-9). Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0098135498003019>>.
- OGATA, K. **Modern Control Engineering**. [S.l.]: Pearson, 2009. Disponível em: <<https://goo.gl/rZZDmx>>.
- PATWARDHAN, S. C. **A Gentle Introduction to Model Predictive Control (MPC) Formulations based on Discrete Linear State Space Models**. [S.l.: s.n.], 2014. Disponível em: <<https://goo.gl/FPJkKo>>.
- SILVA, J. V. Valle. **Modelagem Matemática a parâmetros distribuídos e Controle em Malha Fechada de um sistema de aquecimento de ar**. [S.l.: s.n.], 2014. Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Mecatrônica no CEFET-MG. Disponível em: <<https://goo.gl/LTFRw8>>.
- WANG, L. **Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB®**. 1. ed. [S.l.]: Springer-Verlag London, 2009. (Advances in Industrial Control). Disponível em: <<https://goo.gl/czFKuq>>.
- ZHANG, Xi. **Fast MPC Solvers for Systems with Hard Real-Time Constraints**. [S.l.: s.n.], 2016. p. 86.