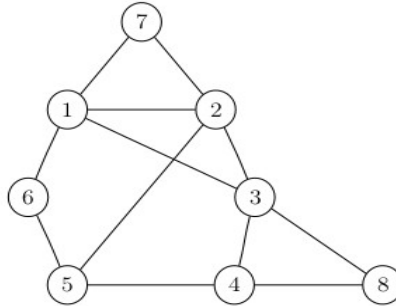


TD 4 graphes : coloration

I. Echauffement

1. Trouver le nombre chromatique $\chi(G)$ du graphe G suivant :



2. Appliquer l'algorithme glouton pour déterminer une coloration. Est-elle minimale ?

II. Gestion de personnel

Le secrétariat d'une entreprise emploie 6 personnes P1, P2, P3, P4, P5 et P6. Dans le tableau suivant, à compléter par symétrie, les croix indiquent les paires de personnes qui ne peuvent pas cohabiter dans un même bureau pour cause d'incompatibilité d'humeur.

	P1	P2	P3	P4	P5	P6
P1		X	X		X	
P2			X	X	X	X
P3					X	X
P4						X
P5						X
P6						

On se propose de déterminer le nombre minimum de bureaux permettant une répartition des 6 personnes qui tienne compte de toutes les incompatibilités d'humeur.

- Justifier du fait qu'une solution du problème est une partition de P (P = l'ensemble des personnes) satisfaisant des conditions à préciser.
- Formulation équivalente du problème à l'aide du graphe des contraintes : le graphe des contraintes est le graphe $G_0=(P,U)$ avec $(P_j,P_k) \in U$ si et seulement si P_j et P_k ne peuvent pas cohabiter dans le même bureau ; représenter G_0 .
- Une partie Π de P est un stable si et seulement si pour tout $P_j,P_k \in \Pi$: $(P_j,P_k) \notin U$. Donner une formulation équivalente du problème en termes de stables dans le graphe des contraintes.
- Déterminer une coloration du graphe en utilisant l'algorithme glouton puis celui de Welsh et Powell.
- La coloration trouvée correspond-elle à la réponse cherchée ? Justifier.

III. Carte

On veut colorier la carte ci-dessous avec un nombre minimum de couleurs. Pour cela :

1. déterminer une représentation sous forme de graphe du problème
2. quel est le nombre chromatique de ce graphe ? (le déterminer en réfléchissant !)
3. trouver une coloration du graphe en utilisant l'algorithme glouton puis celui de Welsh et Powell.

