RÉPONSES TEMPORELLES ET FRÉQUENTIELLES

La synthèse…

Viviane Cadenat, enseignant – chercheur à l'UPS

Réponse temporelle

$$u(t) \longrightarrow \boxed{\text{Système}} \longrightarrow y(t)$$

- **Définition** : La réponse temporelle est la sortie y(t) délivrée par le système sous l'action de la commande u(t).

- **Méthode de calcul** : dépend du type de modèle
  - Représentation d'état : Calculer la solution de l'équation d'état X(t) puis déduire y(t)
  - Equation différentielle d'ordre n : résoudre l'équation différentielle
  - Fonction de transfert : écrire Y(p) = F(p)U(p) et déduire y(t) à l'aide de tables de transformée de Laplace

- **Deux types de réponses :**
  - *Réponse impulsionnelle* → *$u(t) = \delta(t)$ où δ : impulsion de Dirac*
  - *Réponse indicielle* → $u(t) = u_0\, U(t)$ où U(t) : *échelon unitaire*

Caractéristiques d'une réponse indicielle

- **Temps de montée**
  - Temps que met la réponse indicielle pour passer de 10 à 90% de sa valeur finale
  - Evalue la rapidité de « démarrage du système »
- **Temps de réponse à n%**
  - Temps nécessaire à la réponse indicielle pour atteindre sa valeur finale à ±n % près (n=5 dans la plupart des cas)
  - Evalue la rapidité du système à se stabiliser
- **Premier dépassement**
  - Se mesure lorsque *la réponse indicielle dépasse* sa valeur finale
  - Evalue si le système est oscillatoire
- **Valeur au régime permanent**
  - Valeur y_{RP} de y(t) lorsque le système est stabilisé
  - Nécessite que le système soit stable

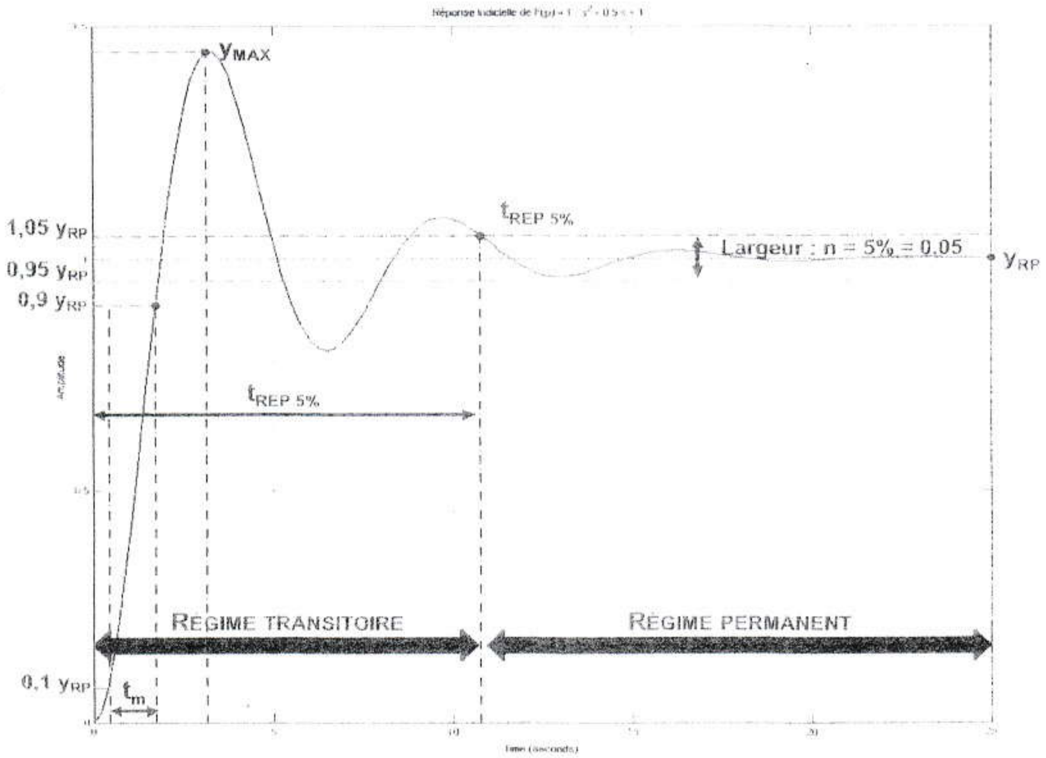
Caractérise le transitoire

Caractérise le régime permanent

Analyser une réponse indicielle

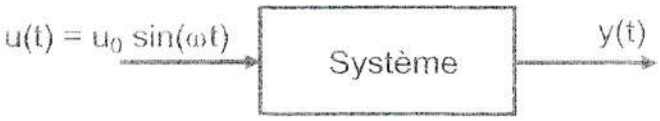
$$D_{1\%} = 100\frac{y_{max} - y_{RP}}{y_{RP}}$$

$$y_{RP} = \lim_{t \to \infty} y(t)$$



Réponse fréquentielle

- La réponse fréquentielle (ou harmonique) suppose que :
  - Le système est excité avec une **entrée sinusoïdale** $u(t) = u_0 \sin(\omega t)$
  - Le système est **stable**
  - La **fonction de transfert** $F(p)$ du système est **connue**



- **Réponse fréquentielle = Régime permanent de la réponse à $u(t) = u_0 \sin(\omega t)$**

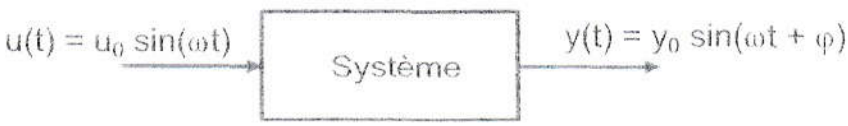
Réponse fréquentielle

- Réponse fréquentielle = **Régime permanent** de la réponse à $u(t) = u_0 \sin(\omega t)$
- On montre que ce régime permanent s'écrit :

$$y(t) = y_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

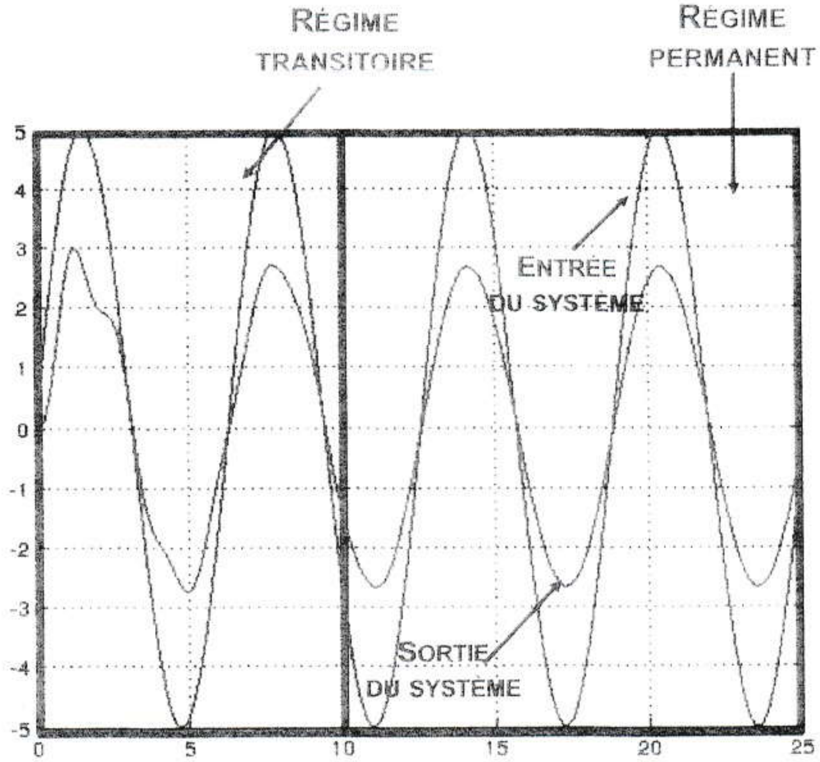
où $y_0 = |F(j\omega)|\, u_0$ et $\varphi = \mathrm{Arg}(F(j\omega))$

➔ L'amplitude y_0 et le décalage φ (appelé phase) dépendent de la pulsation (et donc de la fréquence) du signal d'entrée et des caractéristiques du système



Réponse fréquentielle

- Hypothèses
  - Entrée sinusoïdale
  - Système Linéaire Invariant Stable
- Au régime permanent, la sortie est :
  - Sinusoïdale, de même pulsation que l'entrée
  - Avancée/retardée en fonction de la **phase**
  - Amplifiée/réduite en fonction du **gain**



Réponse fréquentielle

- **Représentation graphique**
  - La réponse fréquentielle dépend de $|F(j\omega)|$ et φ
  - **Diagramme de Bode :**
    - Principe : tracer le gain G (en dB) et la phase φ en fonction de la pulsation ω
      → 2 tracés :
      - **Tracé de $G = 20 \log |F(j\omega)|$ en fonction de la pulsation ω**
      - **Tracé de φ en fonction de la pulsation ω**
    - Le tracé se fait sur du papier à échelle semi-logarithmique (échelle linéaire en ordonnée, échelle logarithmique en abscisse)
    - Ce diagramme est très utilisé pour l'analyse et la commande des systèmes
  - **NB** : Il existe deux autres représentations graphiques :
    - Diagramme de Black : TRACÉ DU GAIN G EN FONCTION DE LA PHASE φ
    - Diagramme de Nyquist : TRACÉ DE LA PARTIE IMAGINAIRE DE $F(j\omega)$ EN FONCTION DE LA PARTIE RÉELLE DE $F(j\omega)$ EN REMARQUANT QUE $F(j\omega) = RE(F(j\omega)) + j\ IM(F(j\omega))$

Caractéristiques d'une réponse fréquentielle

- **Gain statique**
  - *En dB* : $G_{dB}(0) = \lim_{\omega \to 0} G_{dB}(\omega)$
- **Pulsation de coupure à -x dB**
  - Valeur ω_c de ω telle que $G_{db}(\omega_c) = G_{db}(0) - x$
  - Valeurs usuelles en automatique :
    - x = -3 (signal de sortie / √2)
    - x = -6 (signal de sortie / 2)
  - L'intervalle $[0, \omega_c]$ définit la **bande passante** à –x dB → une grande bande passante est le signe d'un système rapide.
- **Pulsation de résonance** : Valeur ω_r de ω telle que $G_{db}(\omega_r)$ est maximum
- **Coefficient de surtension**

  $Q_{dB} = G_{dB}(w_r) - G_{dB}(0)$

> ***Une résonance et un coefficient de surtension sont le signe d'un système oscillant qui comporte donc des pôles complexes conjugués.***

Caractéristiques d'une réponse fréquentielle