EXAMEN D'OPTIMISATION NON-LINEAIRE sans contrainte

Avril 2022– 40 mns – Documents autorisés

1. Rechercher les points stationnaires et déterminer leur nature pour les fonctions f suivantes :
   - $f(x, y) = x.y^3 - 3.x^2.y$.
   - $f(x_1, x2, x_3) = m.x_1^3 + \frac{1}{2}.x_1^2 + x_2^2 + 3.x_3^2 - 2.x_2$ (constante $m \in \Re$).

2. Soit $f : \Re^2 \longrightarrow \Re$ définie par $f(x, y) = x^2 + x.y - y^2$. On cherche à minimiser f sur $\Re^2$.

   - En partant du point $X_0 = (2 \quad 1)^t$, à quel point X_1 arrive-t-on si l'on applique une itération en utilisant la méthode de Newton ?
     En combien d'itérations l'algorithme va-t-il converger vers un point critique ? Justifier.
     Caractériser le point critique si possible.
     Que pouvez-vous conclure sur une optimisation basée sur le principe de la méthode de Newton.
   - En partant du même point initial, à quel point arrive-t-on si l'on applique une itération avec un algorithme du gradient à pas optimal (ne calculer pas la formule générale de α_k mais seulement la valeur de α_1).
   - Modéliser la fonction f sous forme quadratique. Pouvez-vous appliquer ici la méthode des gradients conjugués ? Justifier votre réponse.