

## Commande des robots mobiles Suivi de chemin

On souhaite commander un robot mobile de manière à ce qu'il suive un chemin de référence pré-défini. Ce problème est schématisé sur la figure ci-dessous où :

- ◇  $\mathcal{R}(O, \vec{x}, \vec{y})$  et  $\mathcal{R}'(O', \vec{x}', \vec{y}')$  sont respectivement les repères liés à la scène et au robot,  $\mathcal{R}_r(O_r, \vec{x}_r, \vec{y}_r)$  étant le repère de Frenet dans lequel sont exprimées les erreurs à annuler.
- ◇  $\theta$  est l'orientation du robot dans le repère lié à la scène ;
- ◇  $s$  désigne l'abscisse curviligne sur le chemin ;
- ◇  $d$  désigne l'erreur de position entre le robot et le chemin ;
- ◇  $\theta_e = \theta - \theta_r$  représente l'erreur d'orientation entre le robot et le chemin,  $\theta_r$  étant l'angle entre  $\vec{x}$  et la tangente au chemin  $\vec{x}_r$ .

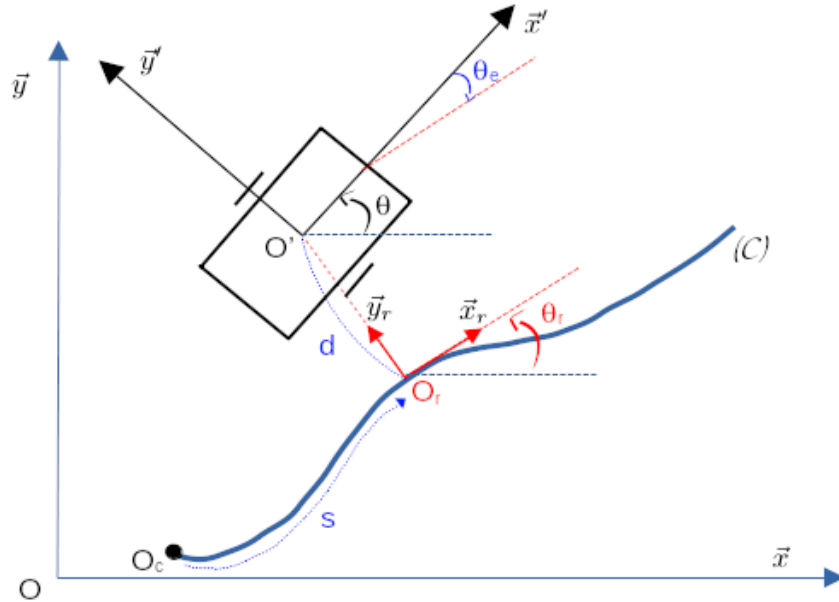


FIGURE 1 – Le problème du suivi de chemin.

On introduit  $\varepsilon = (d \ \theta_e)^T$  l'erreur de position et d'orientation du robot par rapport au chemin. L'objectif de cet exercice est d'analyser et de commander le robot pour que cette erreur s'annule au régime permanent, soit  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = 0$ . Pour cela, il est d'abord nécessaire de modéliser le problème.

1. Montrer que la représentation d'état de l'erreur s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{d} &= v \sin \theta_e \\ \dot{\theta}_e &= \omega - c(s) \frac{v \cos \theta_e}{1 - dc(s)} \end{cases}$$

où  $v$  est la vitesse linéaire du robot (supposée constante et non nulle),  $\omega$  sa vitesse angulaire et  $c(s)$  la courbure du chemin au point  $O_r$ .

2. Montrer que, autour de 0, le système précédent peut être approximé par le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{d} &= v\theta_e \\ \dot{\theta}_e &= \omega - vc(s) \end{cases}$$

3. On pose  $X = \varepsilon = (d \ \theta_e)^T$ . Écrire le système précédent sous la forme d'une équation d'état :  $\dot{X} = AX + Bu$ . On précisera les expressions de  $A$ ,  $B$  et  $u$ .
4. Étudier la stabilité de l'équation d'état déterminée plus haut. La mise en place d'une commande par retour d'état est-elle nécessaire ?
5. Étudier la commandabilité du système.
6. Afin de réaliser le suivi de chemin, on cherche à mettre en place une loi de commande de la forme  $u = -KX$  où le gain de commande  $K = (k_1 \ k_2)$ . On suppose que tout l'état est mesurable. Établir la représentation d'état de l'asservissement.
7. Déterminer le gain  $K$  permettant d'obtenir deux valeurs propres en -0.5.
8. On suppose maintenant que seule la distance est mesurable. Peut-on mettre en place un observateur pour reconstruire  $\theta_e$  ? Pourquoi ?
9. Calculer un observateur minimal de valeur propre -10. Même question avec un observateur identité.