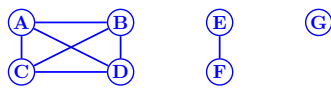


## Évaluation N°1 - 30 Septembre 2019

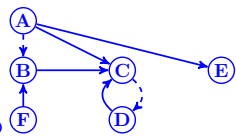
(durée 1H00 - Seul matériel autorisé = 1 feuille A4 Recto-Verso - Barème indicatif)

NOM	Prénom	Filière
-----	--------	---------

1- (1pt) VRAI ou FAUX? Un graphe simple non orienté dont tous les sommets sont de degré 2 est un cycle. Justifiez.	FAUX il peut contenir plusieurs cycles
2- (1pt) Étant donné un graphe simple non orienté $G$ , combien y a-t'il d'arêtes dans un stable à $p$ sommets de $G$ ?	0
3- (1pt) Étant donné un graphe simple non orienté $G$ , combien y a-t'il d'arêtes dans une clique à $p$ sommets de $G$ ?	$p \times (p - 1)/2$
4- (1pt) Dessinez en utilisant le moins d'arêtes possibles un graphe d'ordre 7 dont la plus grande clique soit de taille 4 et le plus grand stable de taille 3. Décrivez la clique et un des stables maximum.	 clique ABCD, stable AEG
5- (1pt) On considère qu'un parcours en profondeur d'abord dans un graphe $G$ a visité un sommet $x$ avec $p$ et $q$ comme dates de pré et post-visite respectives. Donnez l'information la plus précise que l'on peut en déduire sur le nombre de descendants de $x$ dans $G$ .	$ D(x)  \geq (q - p - 1)/2 + 1$ ( $x$ est son propre descendant, il peut y en avoir plus car on les a peut-être déjà vu depuis un sommets visité avant $x$ .)

Soit  $G_1 = (X_1, U_1)$  le graphe orienté dont le dictionnaire des successeurs est :

$x \in X_1$	A	B	C	D	E	F
$\Gamma^+(x)$	B,C,E	C	D	C	/	B

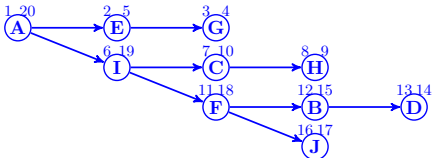
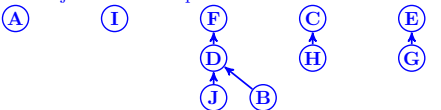
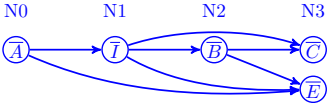
6- (1pt) Donnez tous les cycles élémentaires de $G_1$ s'ils existent.	ABC et CD
7- (1pt) Dessinez un graphe $G'_1$ résultant de la suppression de tous les cycles de $G_1$ en enlevant le minimum d'arcs. Vous choisirez IMPÉRATIVEMENT les arcs à enlever par ordre alphabétique (par exemple (B, D) est avant (C,A)).	 on enlève AB et CD

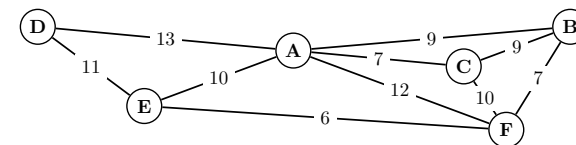
On appelle *centroïde* d'un graphe d'ordre  $n$  un sommet tel qu'en le supprimant les composantes connexes restantes sont toutes de tailles inférieures ou égales à  $n/2$ .

8- (1pt) Donnez tous les centroïdes de $G'_1$ s'ils existent.	C tout seul
---	-------------

On considère le graphe  $G_2$  suivant :

$x$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
$\Gamma^+(x)$	E,G,I	D,E	H	B,H,F	G	B,D,H,J	E	C	C,E,F	D

<b>9- (1pt)</b> Donnez le dictionnaire sommets/prédécesseurs de $G_2$ .	<table><tr><th><math>x</math></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th><th>F</th><th>G</th><th>H</th><th>I</th><th>J</th></tr><tr><th><math>\Gamma^-(x)</math></th><td>/</td><td>D, F</td><td>H, I</td><td>B, F, J</td><td>A, B, G, I</td><td>D, I</td><td>A, E</td><td>C, D, F</td><td>A</td><td>F</td></tr></table>	$x$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	$\Gamma^-(x)$	/	D, F	H, I	B, F, J	A, B, G, I	D, I	A, E	C, D, F	A	F
$x$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J													
$\Gamma^-(x)$	/	D, F	H, I	B, F, J	A, B, G, I	D, I	A, E	C, D, F	A	F													
<b>10- (0.5pt)</b> Peut-on décomposer $G_2$ en niveaux, si oui combien (décrivez-les) sinon pourquoi ?	non il existe des circuits exemple EGE																						
<b>11- (2pts)</b> Dessinez l'arborescence obtenue par un parcours en profondeur d'abord depuis le sommet A (en cas de choix les sommets seront pris IMPÉRATIVEMENT par ordre alphabétique), vous noterez les dates de début (pré-visite) et de fin de traitement (post-visite) des sommets.																							
<b>12- (3pts)</b> Donnez le nombre de composantes f-connexes de $G_2$ et décrivez l'ensemble des sommets de chaque composante.	<p>Kosaraju : liste post-visite décroissante=AIFJBDCEH</p>  <p>5 : {A} {I} {BDFJ} {CH} {EG}</p>																						
<b>13- (1pt)</b> Dessinez le graphe réduit de $G_2$ mis en niveaux.	 <p>7 arcs.</p>																						

On considère le graphe  $G_3$  suivant :

14- (0.5pt) Combien d'arêtes doit avoir un arbre à 6 sommets?	$5 = n - 1$
15- (2.5pts) Listez les arêtes d'un Arbre Couvrant de Poids Minimum (ACPM) de $G_3$ .	(EF)(AC)(BF)(BC)(DE)
16- (0.5pt) Quel est le poids de cet arbre couvrant?	40
17- (1pt) L'arbre couvrant de poids minimum pour $G_3$ est-il unique? Justifiez.	non on aurait pu prendre AB à la place de BC.