Université Toulouse 3 - Paul Sabatier
UPSSITECH

SRI 1ère année
25 avril 202

Examen terminal de l'unité d'enseignement
Traitement du signal

Seuls les documents personnels de cours, TD et TP sont autorisés.

Calculatrices, téléphones portables et ordinateurs non autorisés.

Durée 2 heures.

Exercice 1 : Un drôle de système

Soit un système à temps discret dont la relation entrée/sortie s'écrit : $s[n] = (-1)^n e[n]$. Nous allons étudier se système ainsi que son utilisation.

I. Étude du système

I.1 Montrer, **en détaillant les calculs**, que la relation entrée/sortie du système donne dans le domaine fréquentiel : $\widehat{s}(f) = \widehat{e}(f + F_e/2)$. On peut utiliser pour cela le fait que : $-1 = e^{j\pi}$. **Si vous n'arrivez pas à démontrer cette propriété, vous pouvez tout de même l'exploiter dans la suite de l'exercice...**

I.2 Le système est-il stable ? **Justifier votre réponse...**

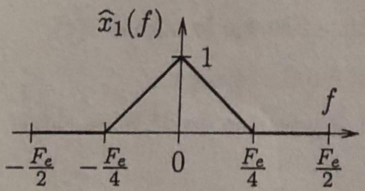
I.3 Le système est-il linéaire ? **Justifier votre réponse...**

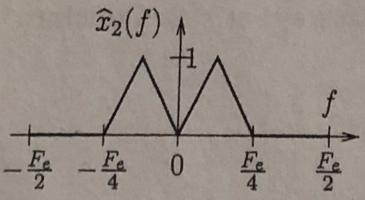
I.4 Le système est-il invariant ? **Justifier votre réponse...**

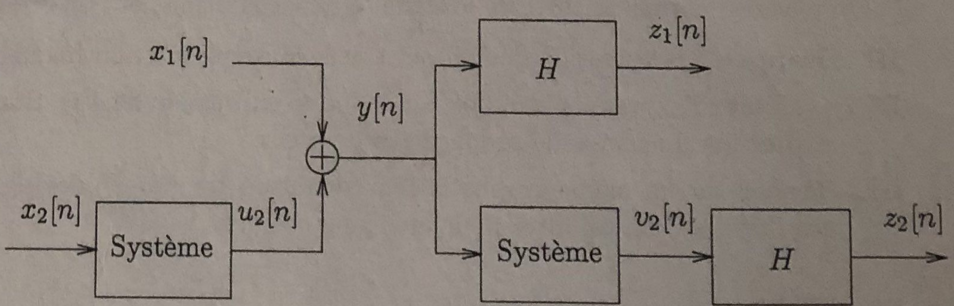
I.5 Le système est-il un filtre ? **Justifier votre réponse...**

II. Utilisation du système

On va utiliser ce système dans le schéma ci-dessous ou H est un filtre numérique de réponse en fréquence (périodique de période F_e) $\widehat{h}(f) = \begin{cases} 1 \text{ si } |f| < F_e/4, \\ 0 \text{ sinon.} \end{cases}$ On place en entrée de ce schéma les signaux $x_1[n]$ et $x_2[n]$ dont les spectres sont représentés ci dessous.







II.1 **Tracer** la représentation fréquentielle du signal $u_2[n]$.

II.2 **En déduire** la représentation fréquentielle du signal $y[n]$.

II.3 **Tracer** la représentation fréquentielle du signal $z_1[n]$.

II.4 **Tracer** la représentation fréquentielle du signal $v_2[n]$.

II.5 **En déduire** la représentation fréquentielle du signal $z_2[n]$.

II.6 **Conclure** sur l'utilité d'un tel schéma...

Exercice 2 : un filtre spécial...

Dans cette exercice, on étudie le filtre analogique H de réponse en fréquence $\widehat{h}(f) = -j \cdot \mathrm{sign}(f)$, où la fonction signe est définie par $\mathrm{sign}(f) = \begin{cases} 1 \text{ si } f \geq 0, \\ \text{-1 si } f < 0. \end{cases}$ Il est difficile de montrer que sa réponse impulsionnelle est $h(t) = \dfrac{1}{\pi t}$ et cela sera admis dans cet exercice.

Les trois parties sont indépendantes.

I. Étude du filtre

I.1 **Tracer** la réponse en fréquence de ce filtre, **en module et en phase.**

I.2 **Calculer** le temps de propagation de phase de ce filtre.

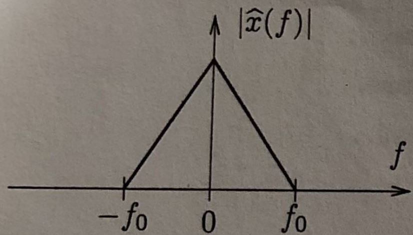
I.3 Ce filtre est-il stable ? **Justifier votre réponse...**

I.4 Ce filtre est-il causal ? **Justifier votre réponse...**

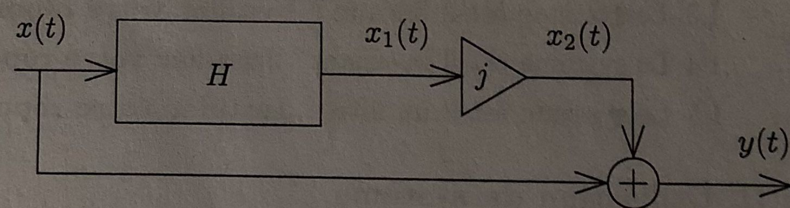
II. Utilisation du filtre

On fait subir à un signal $x(t)$, dont le spectre est représenté ci-dessous, les transformations décrites dans le schéma ci-dessous où le symbole triangulaire signifie la multiplication par le nombre complexe j (qui est une constante). **Attention, au vu de cette transformation, même pour un signal d'entrée x(t) à valeurs réelles, les signaux considérés peuvent être à valeur complexes.**

Spectre du signal $x(t)$



Transformations du signal $x(t)$



II.1 **Calculer** l'expression de $\widehat{x}_1(f)$ et $\widehat{x}_2(f)$. **En déduire** l'expression de $\widehat{y}(f)$.

II.2 Tracer l'allure du spectre du signal $y(t)$.

III. Filtrage d'un signal sinusoïdal

On place en entrée du filtre H le signal $e(t) = \cos(2\pi f_0 t)$ et l'on obtient en sortie le signal $s(t)$.

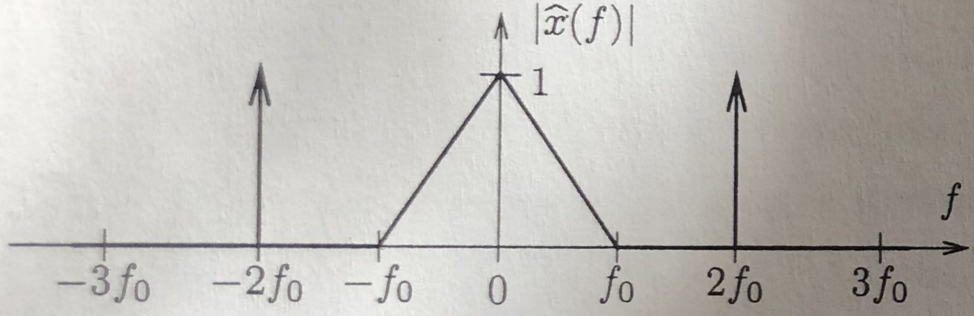
III.1 **Rappeler** l'expression de $\widehat{e}(f)$, et tracer la représentation fréquentielle de ce signal.

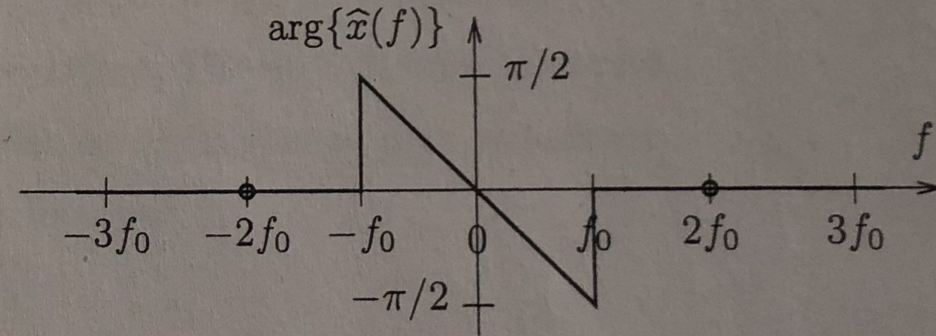
III.2 **Calculer** l'expression de $\widehat{s}(f)$. En déduire l'expression de $s(t)$. Était-il possible de déduire cette expression du temps de propagation de phase ?

III.3 **Tracer** sur un même graphe la représentation temporelle des signaux $e(t)$ et $s(t)$. **Conclure** sur l'utilité d'un tel filtre pour un signal cosinus...

Exercice 3 : Échantillonnage et reconstruction d'un signal

Soit un signal $x(t) = a(t) + b(t)$, dont le spectre $\widehat{x}(f)$ est représenté sur les Figures ci-dessous (en module et en phase). Le signal $a(t)$ est un signal non périodique d'énergie finie dont le spectre correspond à la partie continue de $\widehat{x}(f)$ (spectre de support borné dans $[-f_0, f_0]$.)





1. **Donner** l'expression de $b(t)$.
2. Soit $y[n]$ correspondant au signal $x(t)$ échantillonné à la fréquence $F_e = 3f_0$: **représenter** le spectre $\widehat{y}(f)$ du signal échantillonné.
3. Soit $z(t)$ correspondant au filtrage du signal $y[n]$ par le filtre passe-bas idéal de fréquence de coupure $3f_0/2$ (reconstruction du signal) : **représenter** le spectre $\widehat{z}(f)$ du signal ainsi reconstruit.
4. **Exprimer** $z(t)$ en fonction de $a(t)$. Expliquer brièvement ce qu'il s'est passé...