TD COMMANDE DE ROBOTS MOBILES
FOCUS SUR LE SUIVI DE CHEMIN

Viviane CADENAT
Enseignant – chercheur à l'UPS
LAAS – CNRS
cadenat@laas.fr

TD Commande des robots mobiles

Suivi de chemin

- But : suivre une courbe $\mathcal{C}$ « sans contrainte de temps »
  - v est supposée connue et ne s'annule jamais
  - On cherche ω permettant de ramener le robot sur le chemin et de le suivre à la vitesse v prédéfinie → Convergence géométrique
- Modélisation du problème

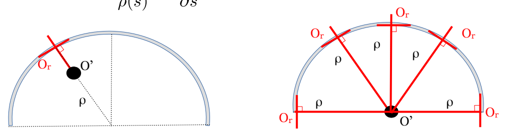
1/ On projette orthogonalement O' sur ($\mathcal{C}$) → O_r
→ **Définition d'un repère de Frenet** → $R_r(O_r, \vec{x}_r, \vec{y}_r)$

2/ Existence et unicité de O_r garantie ssi :

$$\rightarrow \ \| \vec{O_rO'} \| < \rho(s) \quad \forall s \in [0,1] \quad \Leftrightarrow \quad \| \vec{O_rO'} \| . |c(s)| < 1$$

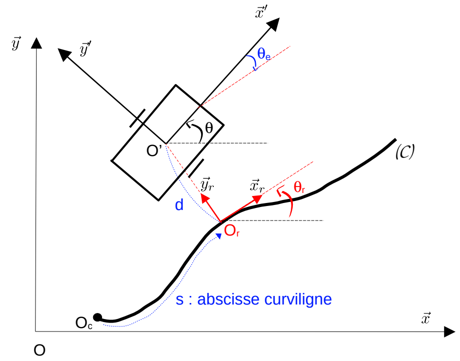
$$\text{avec } c(s) = \frac{1}{\rho(s)} = \frac{\partial \theta_r}{\partial s} \text{ courbure du chemin en s}$$

Cas du cercle



$\| \vec{O_rO'} \| < \rho(s) \rightarrow$ unicité

$\| \vec{O_rO'} \| \geq \rho(s) \rightarrow$ non unicité



TD Commande des robots mobiles

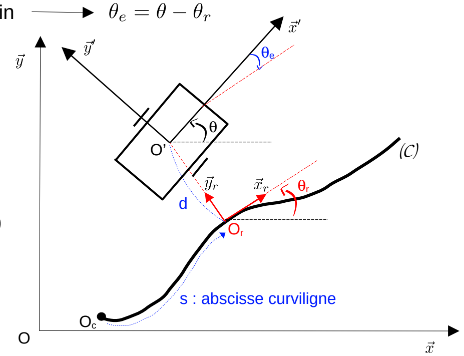
Suivi de chemin

- Formulation du problème
  - Grandeurs caractéristiques du suivi de chemin
    - s : Abscisse curviligne de O_r sur ($\mathcal{C}$)
    - d : distance signée de O_r à O' → $\overrightarrow{O_rO'} = d\vec{y}_r$
    - θ_e : Orientation relative robot/chemin → $\theta_e = \theta - \theta_r$
  - État du système = Erreur exprimée dans le repère de Frenet R_r

$$X_e = \begin{pmatrix} d \\ \theta_e \end{pmatrix}$$

→ Erreur de distance
→ Erreur d'orientation

  - But : trouver ω qui garantit : $\lim_{t \to \infty} X_e = 0$ avec v non nulle et connue.



TD Commande des robots mobiles

Suivi de chemin

- Modélisation du problème
  - Expression de la vitesse du point O'

$$\vec{v}^{(R_r)}_{O'/R} = R_{R_r R'} \vec{v}^{(R')}_{O'/R} = \begin{pmatrix} v\cos\theta_e \\ v\sin\theta_e \\ 0 \end{pmatrix}$$

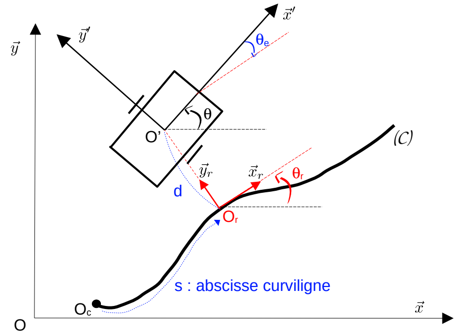
$$\vec{v}^{(R_r)}_{O'/R} = R_{R_r R'} \vec{v}^{(R')}_{O'/R} = \begin{pmatrix} \dot{s}(1 - dc(s)) \\ \dot{d} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{s} = \frac{v\cos\theta_e}{1 - dc(s)} \\ \dot{d} = v\sin\theta_e \end{cases}$$

  - Expression des vitesses de rotation

$$\theta_e = \theta - \theta_r$$

$$\Rightarrow \dot{\theta}_e = \omega - \omega_r = \omega - c(s)\dot{s}$$



➡ Représentation d'état à stabiliser en (0, 0)

$$\dot{X}_e = \begin{pmatrix} \sin\theta_e & 0 \\ -\frac{c(s)\cos\theta_e}{1 - dc(s)} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dot{d} = v\sin\theta_e \\ \dot{\theta}_e = u_1 \end{cases} \quad \text{où} \quad u_1 = \omega - c(s)\frac{v\cos\theta_e}{1 - dc(s)}$$

Commande des robots mobiles

- Suivi de chemin
  - Synthèse de la loi de commande
    - Méthodes non linéaires
    - Linéarisation autour d'un point d'équilibre $X_{eq} = 0$ $\longrightarrow$ $\sin\theta_e \approx \theta_e \quad \cos\theta_e \approx 1$

      → Le robot se trouve initialement près du chemin de référence

      → Représentation d'état linéaire :

$$\dot{X}_e = \begin{pmatrix} 0 & v \\ 0 & 0 \end{pmatrix} X_e + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_1 \text{ avec } u_1 = \omega - \omega_r = \omega - c(s)\dot{s}$$

      – Étude de commandabilité

$$\Lambda = \begin{pmatrix} B & AB \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & v \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

      – Calcul d'un retour d'état de la forme $u_1 = -K X_e$ par des méthodes linéaires (cf. suite du cours). On déduit ensuite ω comme indiqué plus haut.