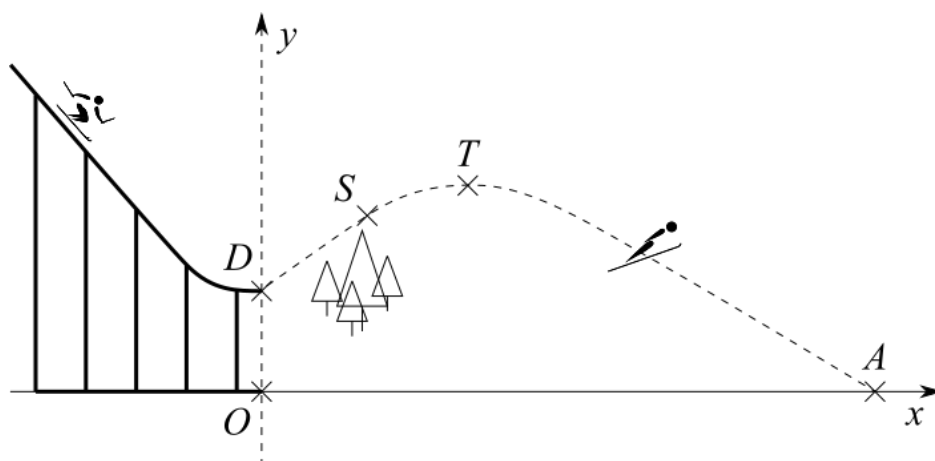


TD 3 – Mécanique

Principe fondamental de la dynamique

Exercice 1 : Saut à ski

Un sauteur à ski s'élance d'un tremplin. Il quitte le tremplin au point D (qui est le Départ de sa trajectoire) de coordonnées $(0, y_D)$. Il doit passer des sapins repérés par le point $S(x_S, y_S)$. Son point d'arrivée est le point A .



Nous savons qu'au point D l'intensité de sa vitesse est $\|\vec{v}_D\| = 27 \text{ m/s}$ et grâce à son impulsion le sauteur oriente sa vitesse d'un angle $\alpha_D = 60^\circ$. Le nez du tremplin est situé à une hauteur $y_D = 50 \text{ m}$.

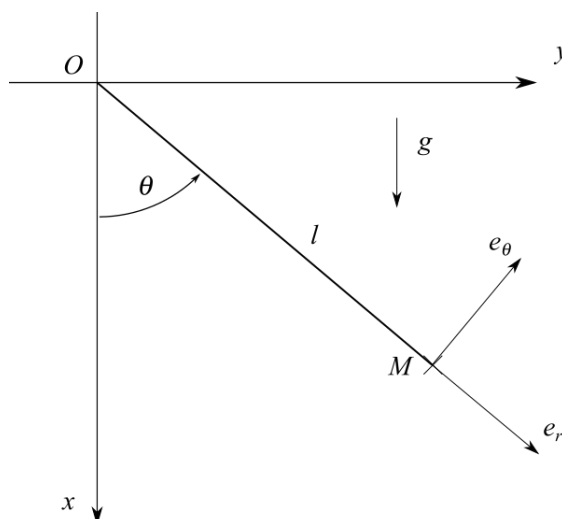
Dans l'exercice on négligera le frottement de l'air sur le sauteur. Ce dernier sera considéré comme un point de masse m .

1. Déterminer les équations horaires du centre d'inertie du sauteur.
2. En déduire la trajectoire du sauteur.
3. Est-ce que le sauteur passe les sapins situés $x_S = 20 \text{ m}$ et $y_S = 40 \text{ m}$?
4. Donnez l'expression de la distance parcourue par le sauteur.

Exercice 2 : Pendule simple

On considère un pendule constitué d'une masse ponctuelle m située au point M . Cette masse est accrochée à un fil inextensible de longueur l (on négligera la masse du fil). A $t = 0$ on lâche la masse qui forme un angle θ_0 avec l'axe des x .

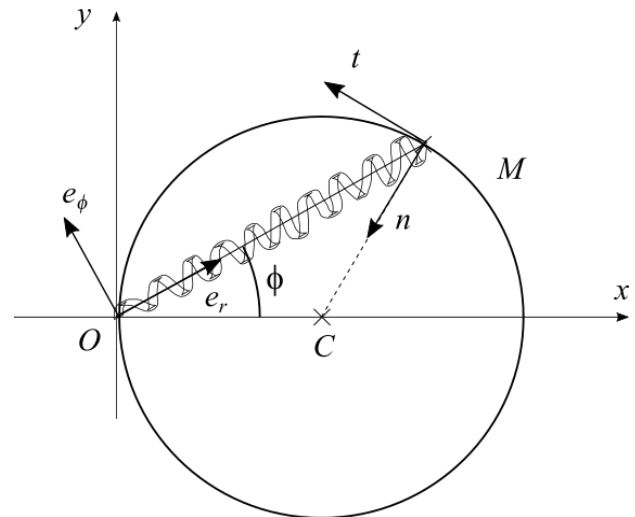
1. Donner l'expression des forces qui s'exercent sur le pendule
2. Calculer la vitesse et l'accélération du point M dans le repère $R(\vec{x}, \vec{y})$ en fonction des vecteurs \vec{e}_r et \vec{e}_θ .



Exercice 3 : Roue attachée par un ressort

On considère une masse ponctuelle située au point M qui se déplace, sans frottement, le long d'un anneau de rayon a . Le point M est relié au point O par un ressort de raideur k . On utilisera les repères $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, $R'(O, \vec{n}, \vec{t}, \vec{z})$ et $R''(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\phi, \vec{z})$. Le point M est soumis à la réaction de l'anneau et au poids tel que $\vec{P} = -mg\vec{y}$.

1. Cinématique
 - a. Déterminez le vecteur position \overrightarrow{OM}
 - b. Calculer la vitesse du point M dans R et définir les vecteurs de base du repère $R'(O, \vec{n}, \vec{t}, \vec{z})$
 - c. Calculer l'accélération du point M dans R
2. Dynamique
 - a. Donnez l'expression des forces qui s'appliquent à M
 - b. En appliquant le principe fondamental de la dynamique, trouver la réaction \vec{R} du support



Exercice 4 : Glissement sur un plan incliné

Une roue, de masse m , de rayon R , dont le centre est situé au point B , est posé sans vitesse initiale sur un tapis roulant animé d'une vitesse $\vec{V}_t = V_0 \vec{x}_1$ (avec $V_0 > 0$). Le tapis roulant est incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale \vec{x} . On suppose que les forces de contact au point A ont pour résultante $\vec{R} = \vec{T} + N\vec{y}_1$ avec $\|\vec{T}\| = \mu N$ où μ est le coefficient de frottement. On notera le vecteur position du point B comme $\overrightarrow{OB} = x_R \vec{x}_1 + R\vec{y}_1$

1. Calculer la vitesse de glissement $\vec{V}(roue/Tapis)$ et en déduire la vitesse de glissement initiale.
2. En appliquant le principe fondamental de la dynamique. Déterminer l'équation d'évolution de \ddot{x}_R et de N .
3. Sachant que l'équilibre du moment cinétique donne $\ddot{\theta} = \frac{2T}{mr}$
En écrivant la dérivée de la vitesse de glissement en fonction de μ , g et α . Que pouvez-vous en conclure ?

