TD2 : Compréhension de la commande proportionnelle par le lieu des racines (évolution des racines de l'asservissement)

Exercice I : Analyse en stabilité d'un asservissement (*Compétence : être capable d'assurer un cahier des charges en stabilité à partir d'un lieu d'Evans*)
Dans le plan de Laplace (p), tracer le lieu des racines en fonction de k de chacune des deux équations caractéristiques suivantes :

$$1+\frac{k}{(p+1)(p+2)(p+1-j)(p+1+j)}=0,$$

$$p^3+(k+6)p^2+(6k+11)p+6=0.$$

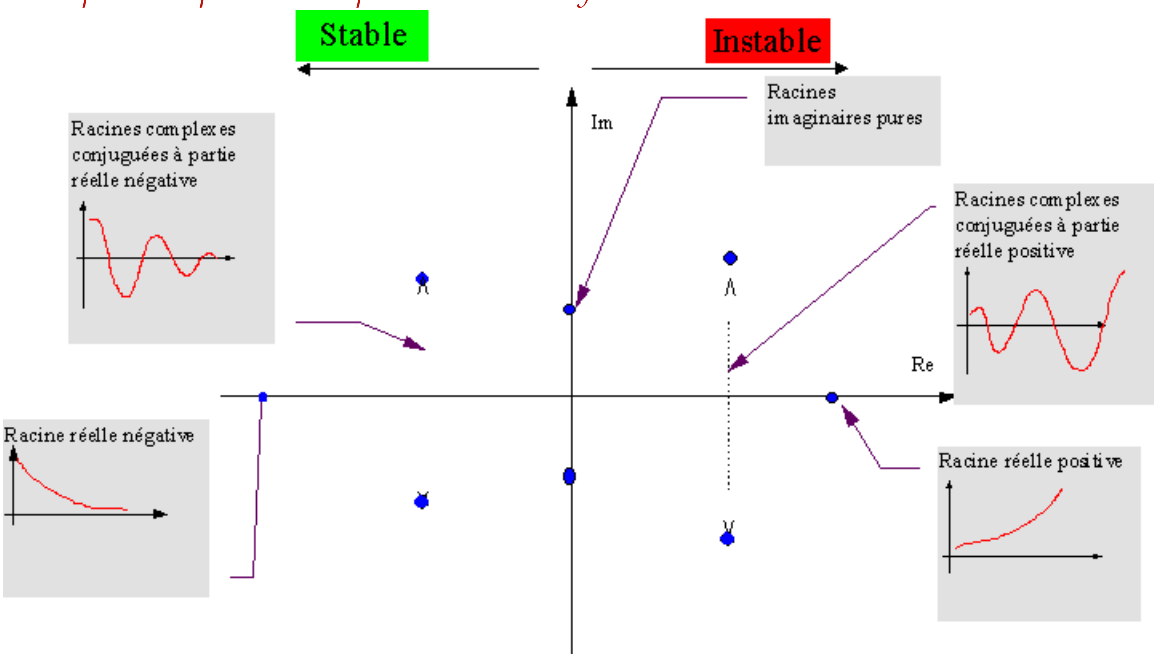
Exercice II: (*Compétence : être capable d'assurer un cahier des charges en stabilité à partir d'un lieu d'Evans*)
Dans le plan complexe, tracer le lieu des racines en fonction de k des systèmes commandés par une loi de commande proportionnelle :

$$G(s)=\frac{s+1}{(s+2)(s+3)} \qquad G(s)=\frac{1}{(s+1)(s+2)(s+6)} \qquad G(s)=\frac{s+3}{s(s+5)(s+6)}$$

Remarque : on rappelle que la variable 's' est souvent utilisée dans les pays anglo-saxons identique à la variable 'p'.

Que peut-on en conclure (en général) par rapport à la commande par retour d'état ?

Annexe du plan complexe et comportement d'un système



Critère de Routh

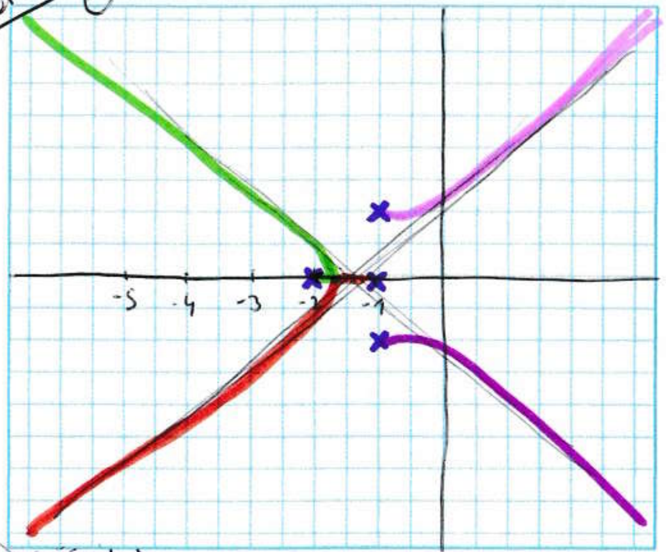
Annexes: tracés TD2, ex 1 et 2

$\dfrac{1}{p^4 + 6p^3 + 4p^2 + 1}$ manque des p exposants instable

Pour appliquer le critère de Routh condition nécessaire : tous les coefs $\neq 0$ ~~et~~

× o

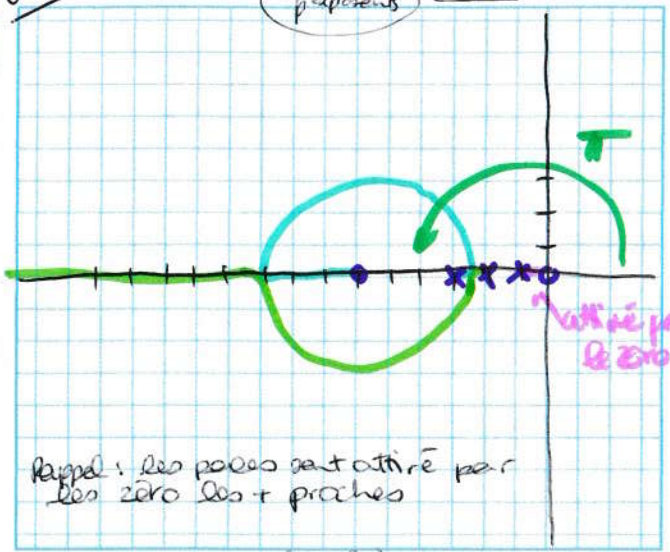
Exercice 1 ⓐ



Critère de Routh applicable

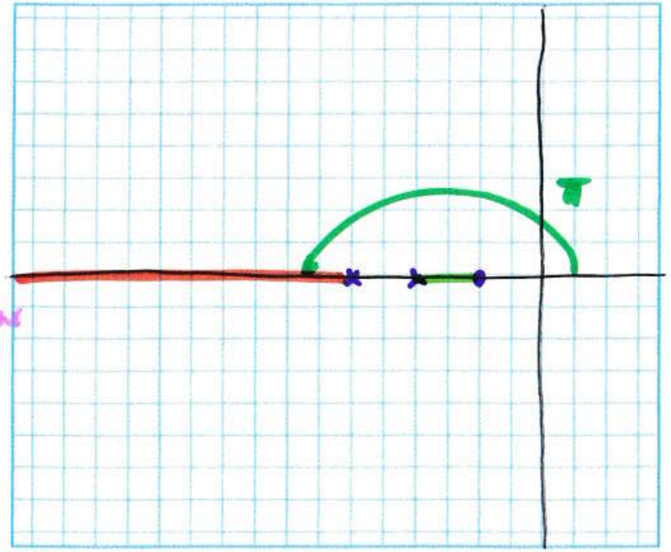
(réécrite) $G(p) = \dfrac{1}{p^4 + 5p^3 + 10p^2 + 10p + 4}$

Exercice 1 ⓐ

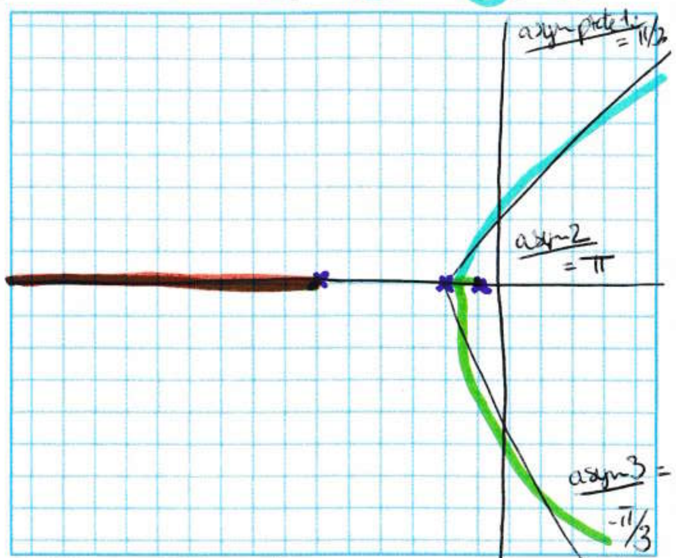


$G(p) = \dfrac{p(p+6)}{(p+1)(p+2)(p+3)}$ (réécrite)

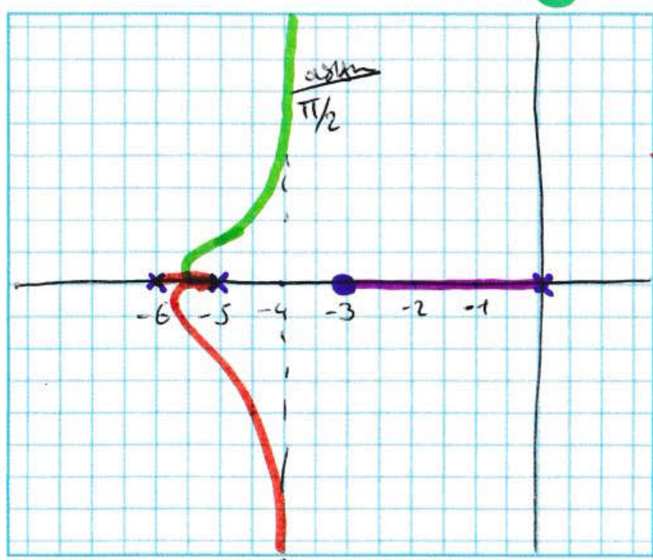
$m = 2 \rightarrow 2$ pt d'arrivé
$n = 3 \Rightarrow n - m = 1$ asymptote
$\lambda = \pi$



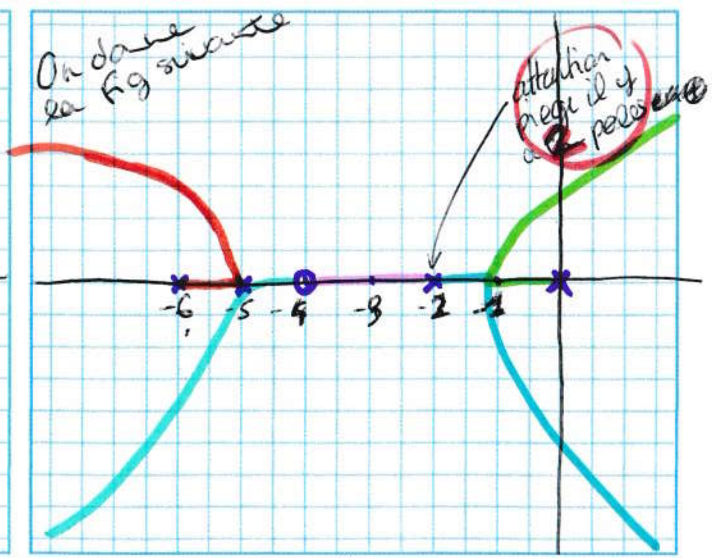
$G(p) = \dfrac{p+1}{p^2 + 5p + 6}$



$G(p) = \dfrac{1}{p^3 + 9p^2 + 20p + 12}$



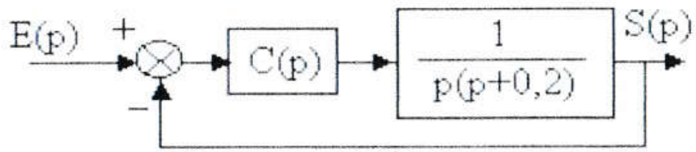
$G(p) = \dfrac{p+3}{p^3 + 4p^2 + 3p}$



$G(p) = \dfrac{p+4}{p(p+2)(p+5)(p+6)}$

Annexes: design de commande fréquentielle

MATLAB
>> G = tf([1], [1 0,2 0])
>> step(G)
>> rlocus(G) } même outils
>> rltool(G) } mais rltool + professionnel

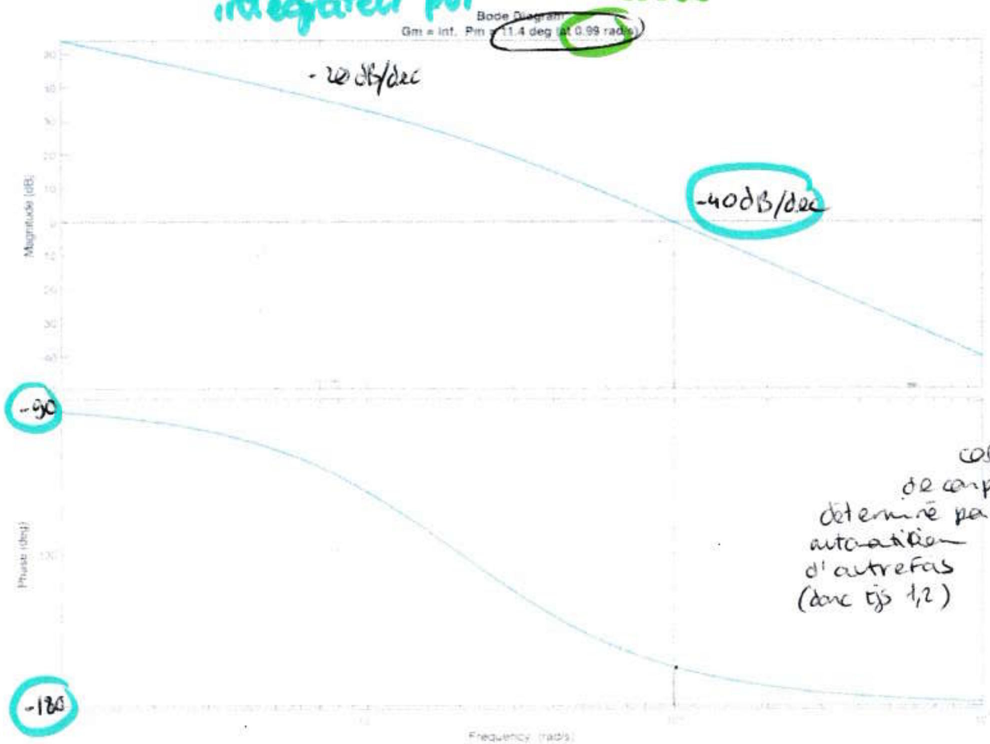


Les informations données sont les suivantes: la boucle ouverte est représentée sur le diagramme de Bode suivant. Le client souhaite le design d'un correcteur avance de phase (les paramètres K, a et τ) pour garantir le cahier des charges suivant : pas d'erreur de position, marge de phase de 55°.

Ma démarche de design de la loi de commande:

$$G(p) = \frac{1}{p(p+0{,}2)}$$

intégrateur pur



Commande : Avance de phase $C(p) = k\,\frac{1+a\tau p}{1+\tau p}$, $a > 1$

Analyse du système seul $\begin{cases} \text{Module} : -40\,dB/dec \\ \varphi : -90° \to -180° \end{cases}$

Besoin du client :

On va chercher dans un premier temps à stabiliser le système

M φ actuelle $11{,}4°$ ⟶ M φ désirée $55°$

coefficient de compensation déterminé par de grands automaticien d'autrefois (donc tjs 1,2)

$\alpha = 1{,}2$ $\quad \Delta\varphi_{max} = \alpha\,(M\varphi_{désirée} - M\varphi_{actuelle}) \approx 52°$

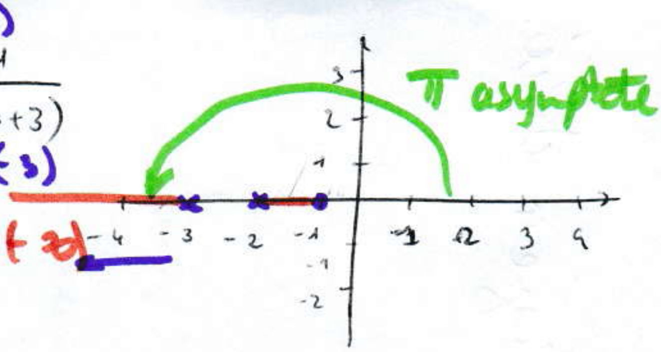
$a = \frac{1+\sin\Delta\varphi_{max}}{1-\sin\Delta\varphi_{max}} \approx 9$ $\qquad \omega_{max} = \frac{1}{\tau\sqrt{a}} \Rightarrow \tau = \frac{\omega_{max}}{\sqrt{a}} \approx 0{,}345$

$k = 1$ (précision déjà obtenue avec l'intégrateur pur de $G(p)$)

zéro (−1)

$$G(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s+3)}$$

pôles (−2) (−3)



Deg(n) = 2 nombre de pôle
↳ dénominateur

Deg(m) = 1 = nombre de zéro
↳ Num

$n - m = 2 - 1 = 1$

point de départ = pôle de BO
point d'arrivée = zéro du BO

Angle $\alpha = \left(\frac{2\lambda + 1}{n - m}\right)\pi$

$\lambda = n - m - 1$

$\lambda = 2 - 1 - 1 = 0$

$\alpha = \frac{2 \times 0 + 1}{2 - 1} = 1\pi$