

EXAMEN D'OPTIMISATION avec contraintes – SRI 2 A

Avril 2022– 40 mns – Documents autorisés

1. Le gérant d'une brasserie souhaite améliorer le rendement de son entreprise en fabriquant deux types de bière (blonde et brune). Il vend le litre de bière blonde 10 euros tandis que la bière brune est vendue 30% plus chère.

Il ne veut pas travailler plus de 14 heures par jour. La fabrication de 10 litres de bière blonde lui demande 2 heure de travail tandis que 10 litres de bière brune nécessitent 3 heures de travail (principalement dû à l'étape de brûlage du malt).

Le brasseur dispose d'une cuve de 600 litres d'eau qu'il remplit une fois par jour. Il faut 5 litres d'eau pour fabriquer un litre de bière blonde et 6 litres pour un litre de bière brune. La brasserie est approvisionnée quotidiennement de 15 Kg de malt. Le brassage de 100 litres de bière blonde nécessite 10 Kg de malt et pour le brassage de la bière brune 15 Kg de malt sont nécessaires. Chaque jour, l'eau et le malt non utilisés sont jetés. Il vend ses bières en bouteille de 1 litre et pour des problèmes de logistique il ne veut pas vendre plus de 70 bouteilles par jour et toutes les bières fabriquées sont vendues.

- Formuler le problème sous forme de programmation linéaire (sans le résoudre).
- Il produit actuellement 70 litres de bière blonde par jour. Cette production est-elle optimale? Justifiez. votre réponse.

2. Résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\min f(x) = f(x_1, x_2) = 2x_1 - x_2 \text{ avec } x \in \mathbb{R}^2$$

$$\text{sous les contraintes : } x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0 \text{ et } x_1 + x_2 + 1 = 0$$