

# ANALYSE D'UN ASSERVISSEMENT DE POSITION SUR UN PROCÉDÉ ÉLECTROMÉCANIQUE

## I But de la manipulation

L'objectif de cette manipulation de Travaux Pratiques est d'analyser théoriquement et par l'expérimentation les propriétés d'une boucle d'asservissement de position réalisée sur un procédé électromécanique.

## II Description du matériel

### II.1 Matériel utilisé – Principe de l'asservissement

La platine didactique utilisée est constituée des éléments suivants :

- un *moteur à courant continu*, dont l'axe tourne dans le sens direct ou horaire selon que la tension d'induit  $v_m$  est positive ou négative, respectivement ; la position de l'axe de ce moteur est repérée par la variable  $\theta_m$  ; cet élément est couplé à un système de freinage à courants de Foucault non utilisé ici ;
- un *réducteur de vitesse* reliant l'axe du moteur à un axe secondaire dont la position est repérée par la variable  $\theta_s$  ;
- un *potentiomètre dit de sortie*, permettant de convertir la position  $\theta_s$  en une tension  $v_s$  ;
- une *génératrice tachymétrique*, qui délivre une tension  $v_g$  fonction de la vitesse angulaire  $\dot{\theta}_m$  de l'axe du moteur ;
- un *potentiomètre dit d'entrée*, désolidarisé de cet ensemble électromécanique, permettant de convertir une position  $\theta_e$  en une tension  $v_e$  ;
- un *tachymètre digital*, permettant de lire la vitesse angulaire de l'axe secondaire exprimée en tours par minute.

Ainsi, par l'intermédiaire de platines dédiées à base d'amplificateurs opérationnels, il est immédiatement possible de réaliser un asservissement de la position  $\theta_s$  à une valeur de référence  $\theta_e$ , cf. par exemple la configuration reportée sur la Figure 1.

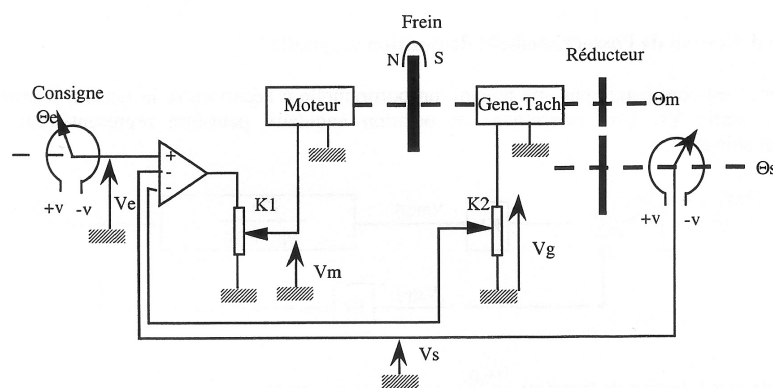


FIGURE 1 – Schéma de principe d'un asservissement de position réalisé autour du procédé électromécanique

## II.2 Modélisation des éléments constitutifs de la maquette

On admet que les potentiomètres d'entrée et de sortie sont des éléments instantanés, et que leur fonctionnement est linéaire. Ils peuvent alors être représentés par des gains  $K_e$  et  $K_s$  tels que

$$v_e(t) = K_e \theta_e(t) \text{ et } v_s(t) = K_s \theta_s(t). \quad (1)$$

En première approximation, la génératrice tachymétrique est supposée délivrer une tension image instantanée de la vitesse de l'axe moteur et proportionnelle à celle-ci. Elle est donc modélisable par un gain  $K_g$  tel que

$$v_g(t) = K_g \omega_m(t), \text{ avec } \omega_m(t) = \dot{\theta}_m(t). \quad (2)$$

Une modélisation de l'ensemble moteur-réducteur peut être obtenue au moyen des considérations suivantes :

- l'application d'une tension  $v_m$  entraîne l'évolution de la vitesse  $\omega_m = \dot{\theta}_m$  de l'axe moteur. Celle-ci peut être décrite en première approximation par l'équation différentielle entrée-sortie

$$T_m \dot{\omega}_m(t) + \omega_m(t) = K_m v_m(t), \quad (3)$$

où les constantes  $K_m$  et  $T_m$  sont respectivement le *gain en vitesse* et la *constante de temps mécanique* du moteur ;

- le réducteur de vitesse est de rapport

$$\frac{\theta_s(t)}{\theta_m(t)} = \frac{1}{9}. \quad (4)$$

Hormis en ce qui concerne le tachymètre digital, les temps seront exprimés en secondes. Les angles seront exprimés en tours et les tensions en Volts.

## III Analyse d'un asservissement de position élémentaire

### III.1 Modélisation et identification des éléments constitutifs de l'asservissement

1. A l'aide de la description précédente et des modèles temporels (1)-(2)-(3)-(4), compléter la représentation par schéma-bloc de la platine dessinée dans la Figure 2, et indiquer à quel sous-système physique correspond chaque bloc. On note  $\Theta_e(p) = \mathcal{L}\{\theta_e(t)\}$ ,  $V_e(p) = \mathcal{L}\{v_e(t)\}$ , etc. On donne  $K_e = K_s = 10$  et  $K_g = 0.105$ .
2. En constatant que le sous-système compris entre les tensions – accessibles à la mesure –  $v_m$  et  $v_g$  est du premier ordre, identifier expérimentalement par une méthode indicielle les coefficients  $K_m$  et  $T_m$  intervenant dans le modèle du moteur.

Indiquer le principe d'une méthode harmonique permettant également leur détermination, sans l'expérimenter sur le procédé.

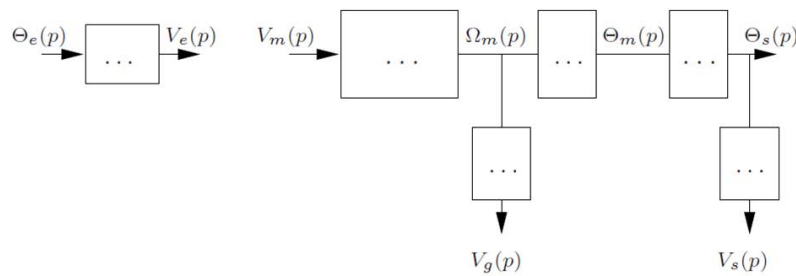


FIGURE 2 – Schéma-bloc de la platine didactique (à compléter)

### III.2 Mise en place d'une commande proportionnelle

On considère l'asservissement de position, présenté Figure 3, dont la grandeur de commande est définie par la relation  $v_m(t) = k_1(v_e(t) - v_s(t))$ , avec  $k_1 > 0$ .

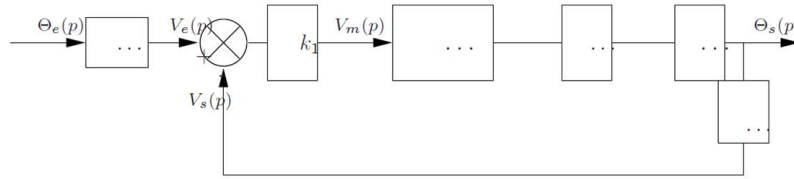


FIGURE 3 – Asservissement de position avec correction proportionnelle

3. Écrire la fonction de transfert  $F(p) = \frac{\Theta_s(p)}{\Theta_e(p)}$  de l'asservissement.
4. Réaliser un tel asservissement sur le procédé physique pour  $k_1 = 1$ , en utilisant la platine PID Controller.

### III.3 Analyse de la stabilité de l'asservissement

5. Établir la fonction de transfert  $T(p)$  de la boucle ouverte à partir de laquelle il est possible de conclure sur la stabilité du système asservi par application du critère du revers, en justifiant pourquoi ce critère peut être invoqué ici.

Tracer sous MATLAB le diagramme de Bode de  $T(p)$  pour  $k_1 = 1$  puis pour  $k_1 = 2.7$ . Conclure sur la stabilité de l'asservissement et mesurer ses marges de gain et de phase.

Comment évoluent ces propriétés sous l'effet d'une modification de  $k_1 > 0$ ?

6.  $k_1$  étant fixé à 1, étudier la stabilité du système asservi directement à partir de sa fonction de transfert sans procéder au calcul explicite de ses pôles.

Déterminer l'ensemble des valeurs de  $k_1$ , *positives ou négatives*, conduisant à une boucle fermée stable.

7. Retrouver ces considérations théoriques liées à la stabilité de  $F(p)$  lorsque  $k_1$  varie, par simulation sous MATLAB-SIMULINK puis par expérimentation sur le procédé.

### III.4 Analyse des performances temporelles de l'asservissement

8. Simuler sous MATLAB-SIMULINK la réponse indicielle de l'asservissement pour  $k_1 = 1$  et  $k_1 = 2.7$ .  
Relever la valeur théorique du temps de montée, du temps de réponse, et, s'il y a lieu, du premier dépassement pour chacune des valeurs de  $k_1$ .
9. Répéter ces mesures sur la réponse indicielle expérimentale.  
Concordent-elles avec leurs valeurs théoriques ? Pourquoi ?
10. On suppose que le gain  $k_1$  est réglé de telle sorte que l'asservissement soit stable. Calculer la transformée de Laplace  $\epsilon(p) = \mathcal{L}\{\epsilon(t)\}$  de l'erreur  $\epsilon(t) = \theta_e(t) - \theta_s(t)$ . En déduire les expressions théoriques de l'erreur de position  $\epsilon_0$  pour une consigne échelon de position de valeur  $e_0$ , et de l'erreur de vitesse  $\epsilon_v$  pour une consigne échelon de vitesse de pente  $e_1$ .  
Indiquer le sens d'évolution de ces erreurs en fonction de  $k_1$ .  
La valeur de  $\epsilon_0$  était-elle prévisible ? Pourquoi ?
11. Retrouver les valeurs de  $\epsilon_0$  et  $\epsilon_v$  par simulation sous MATLAB-SIMULINK, puis par expérimentation sur le procédé.

### III.5 Analyse harmonique de l'asservissement

12. Simuler sous MATLAB-SIMULINK la réponse harmonique de l'asservissement pour  $k_1 = 1$  et  $k_1 = 2.7$ .  
Relever la valeur théorique de la pulsation de coupure, de la pulsation de résonance, et du coefficient de surtension.
13. Relever ces mêmes grandeurs caractéristiques sur le procédé physique.  
Discuter la concordance avec leurs valeurs théoriques.

### III.6 Conclusion

14. Résumer le comportement de l'asservissement selon le choix de la valeur positive de  $k_1$ .

## Réflexion en fin de séance n°1 sur les besoins, les spécifications et le cahier des charges

D'un point de vue de l'Automaticien à l'université :

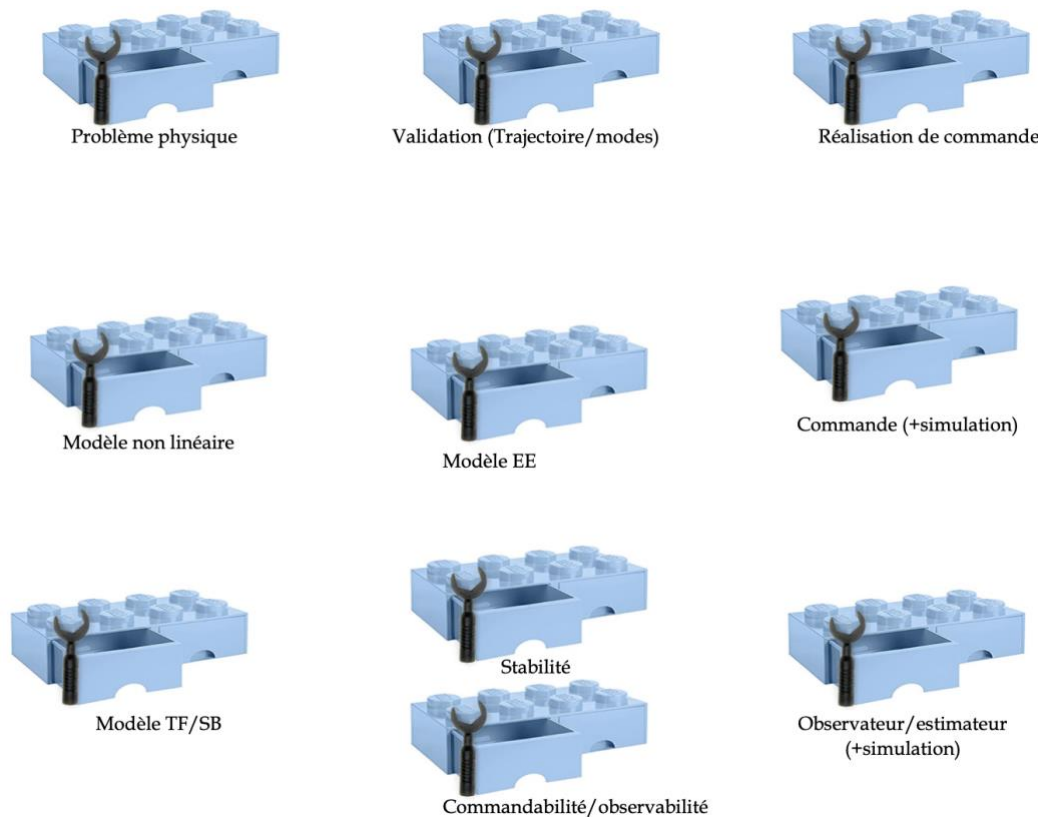


Figure 1 : Le cycle « Lego »

D'un point de vue de l'ingénieur « systèmes » :

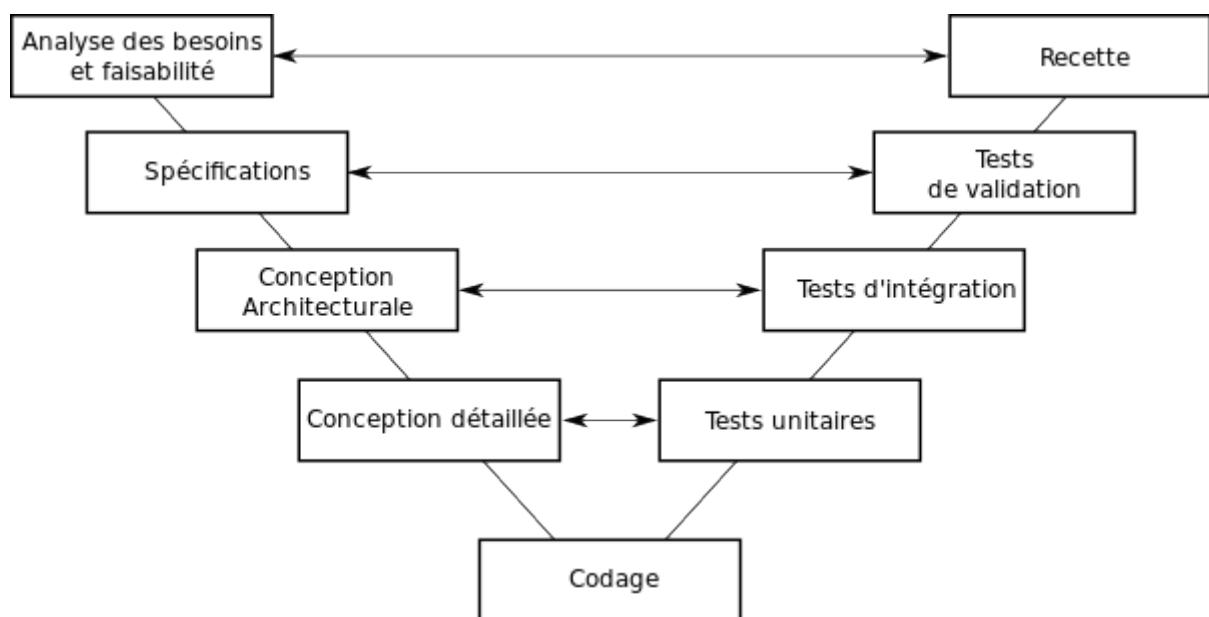


Figure 2 : Le cycle en V

# RÉALISATION D'UN ASSERVISSEMENT DE POSITION SUR UN PROCÉDÉ ÉLECTROMÉCANIQUE

## I But de la manipulation

Cette manipulation concerne la réalisation d'un asservissement de position angulaire autour du procédé électromécanique déjà utilisé en séances de Travaux Pratiques. L'objectif principal est de synthétiser et d'implémenter un correcteur de type avance de phase.

On rappelle le schéma-bloc de l'asservissement lorsqu'un retour proportionnel est utilisé.

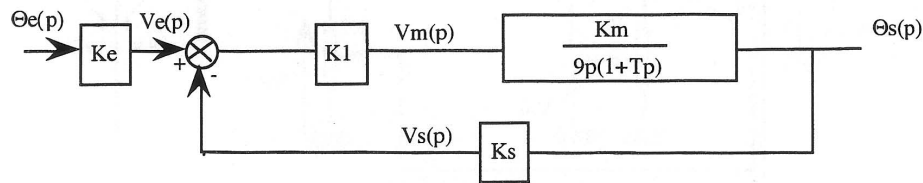


FIGURE 1 – Asservissement de position avec correction proportionnelle

## II Mise en place d'un correcteur à avance de phase

L'asservissement de la position de l'axe secondaire du procédé électromécanique est réalisé au moyen d'une commande proportionnelle de la forme  $v_m(t) = k_1(v_e(t) - v_s(t))$ .

1. Rappeler les propriétés du système asservi selon que  $k_1 = 1$  ou  $k_1 = 2.7$ .

On souhaite que l'asservissement possède la même erreur de traînage que celle obtenue dans le cas où  $k_1 = 2.7$ , mais que sa marge de phase  $M_\phi$  soit de l'ordre de  $+45^\circ$ .

2. Indiquer la raison de ce choix de  $M_\phi$ .
3. Montrer qu'une commande décrite par l'expression algébrique  $V_m(p) = D(p)(V_e(p) - V_s(p))$ , avec  $D(p) = kD_1(p)$  où  $D_1(p) = \frac{1+a\tau p}{1+\tau p}$  et  $a > 1$ , permet d'atteindre ces objectifs.
4. Indiquer pourquoi la valeur de  $k$  doit être déterminée préalablement à  $D_1(p)$ .
5. Établir les valeurs de  $k$ ,  $a$  et  $\tau$ .
6. Vérifier en simulation sous MATLAB-SIMULINK que les propriétés souhaitées sont théoriquement satisfaites.
7. Sachant que le circuit électronique présenté Figure 2 admet pour fonction de transfert  $\frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{1+(R_1+R_2)Cp}{1+R_1p}$  – les signaux  $V_e$  et  $V_s$  définis ici n'ayant aucun rapport direct avec les signaux  $v_e$  et  $v_s$  accessibles sur la platine électromécanique –, câbler le réseau correcteur  $D(p)$  ainsi que l'asservissement.

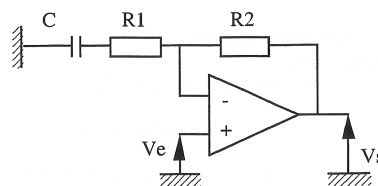


FIGURE 2 – Réalisation électronique d'un réseau avance de phase

8. Étudier en simulation puis sur le procédé les réponses temporelles à un échelon de position d'amplitude  $e_0$  et à un échelon de vitesse de pente  $e_1$ . Comparer les nouvelles caractéristiques avec celles obtenues pour la commande proportionnelle  $v_m(t) = k_1(v_e(t) - v_s(t))$ ,  $k_1 = 1$  : erreurs, temps de montée et de réponse, dépassement,...
- Quelle serait l'influence d'une modification de  $M_\phi$  sur les réponses temporelles observées ?
9. Étudier en simulation puis sur le procédé la réponse harmonique de l'asservissement. Comparer la pulsation de résonance, le coefficient de surtension, et la pulsation de coupure aux valeurs établies pour  $v_m(t) = k_1(v_e(t) - v_s(t))$ ,  $k_1 = 1$ .
10. Pourrait-on réaliser les mêmes objectifs ( $M_\phi = 45^\circ$  et conservation de l'erreur de vitesse) avec un correcteur de type retard de phase? Si oui, donner sa structure et expliquer brièvement comment déterminer ses paramètres.

## Réflexion en fin de séance n°2 sur la commande et son prototypage

D'un point de vue « extérieur » :

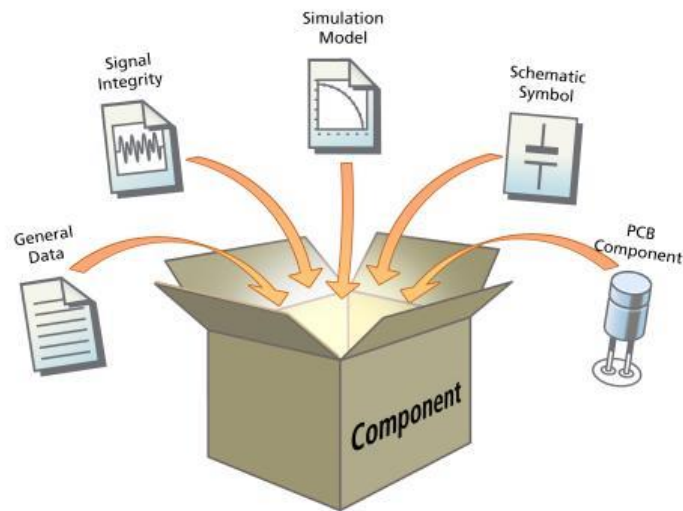


Figure 1 : Des éléments pour le prototypage de commande

D'un point de vue de l'étudiant « designer-tester » :

Lister les éléments nécessaires (matériels et logiciels), proposer un algorithme de prototypage de la commande « avance de phase »

Figure 2 : Liste et algorithme pour le prototypage