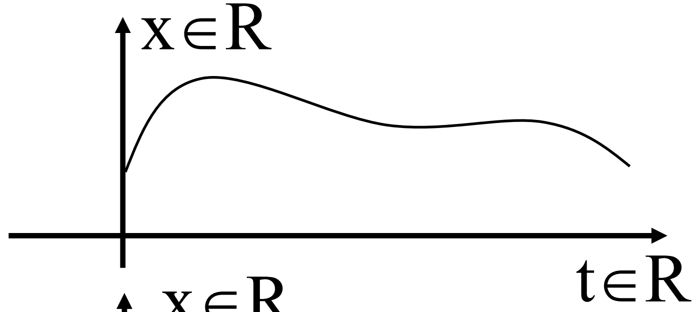
LES RÉSEAUX DE PETRI
INTRODUCTION

Caractérisation de systèmes par rapport aux variables d'état et au temps

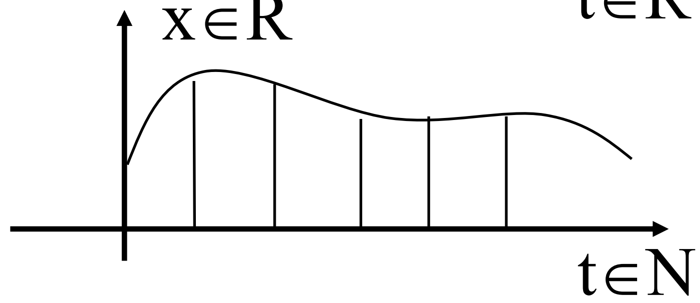
Systèmes continus

variables d'état continues, temps continu



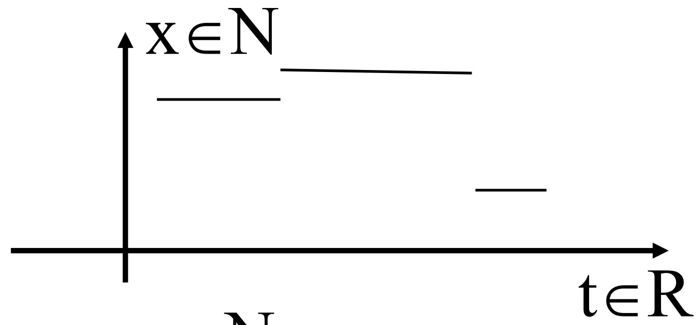
Systèmes échantillonnés

variables d'état continues, temps discret



Systèmes discrets

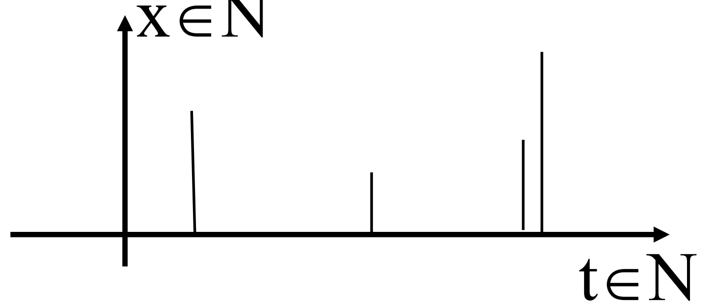
variables d'état discrètes, temps continu



Systèmes à événements discrets

variables d'état discrètes, temps discret

cas particulier $x \in [0,1]$



MODELISATION

Systèmes à variables d’état continues

équations algébriques

équations temporelles

équations algèbro-différentielles

Systèmes à variables d’état discrètes

équations booléennes (combinatoire)

équations booléennes fonction du temps (séquentielle)

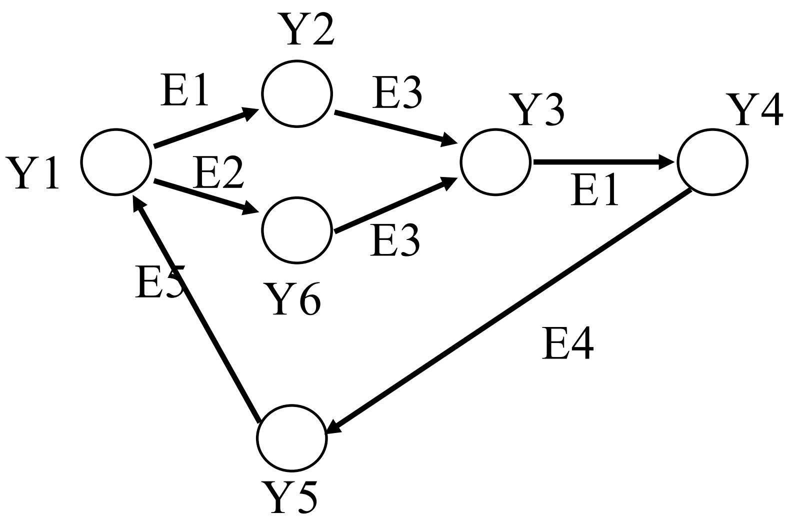
automates finis (système à événements discrets)

AUTOMATES FINIS

Système à événements discrets avec variables dans {0,1}

C'est un triplet (E, Y, F)

- Y : Ensemble fini d'états
- E : Ensemble fini d'entrées
- F : fonction "états suivants", $F : Y \times E \rightarrow Y$



Y = {Y1, Y2, Y3, Y4, Y5, Y6}
E = {E1, E2, E3, E4, E5}

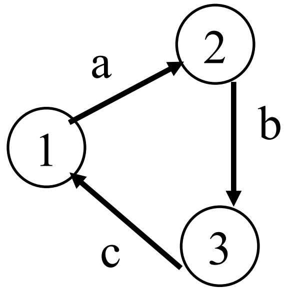
A chaque instant un seul Yi = 1 (état courant)
tous les autre sont = 0

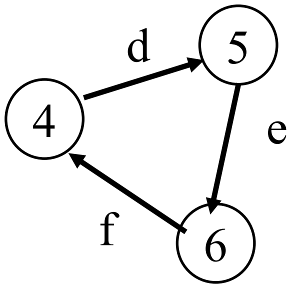
Y2=Y1.E1

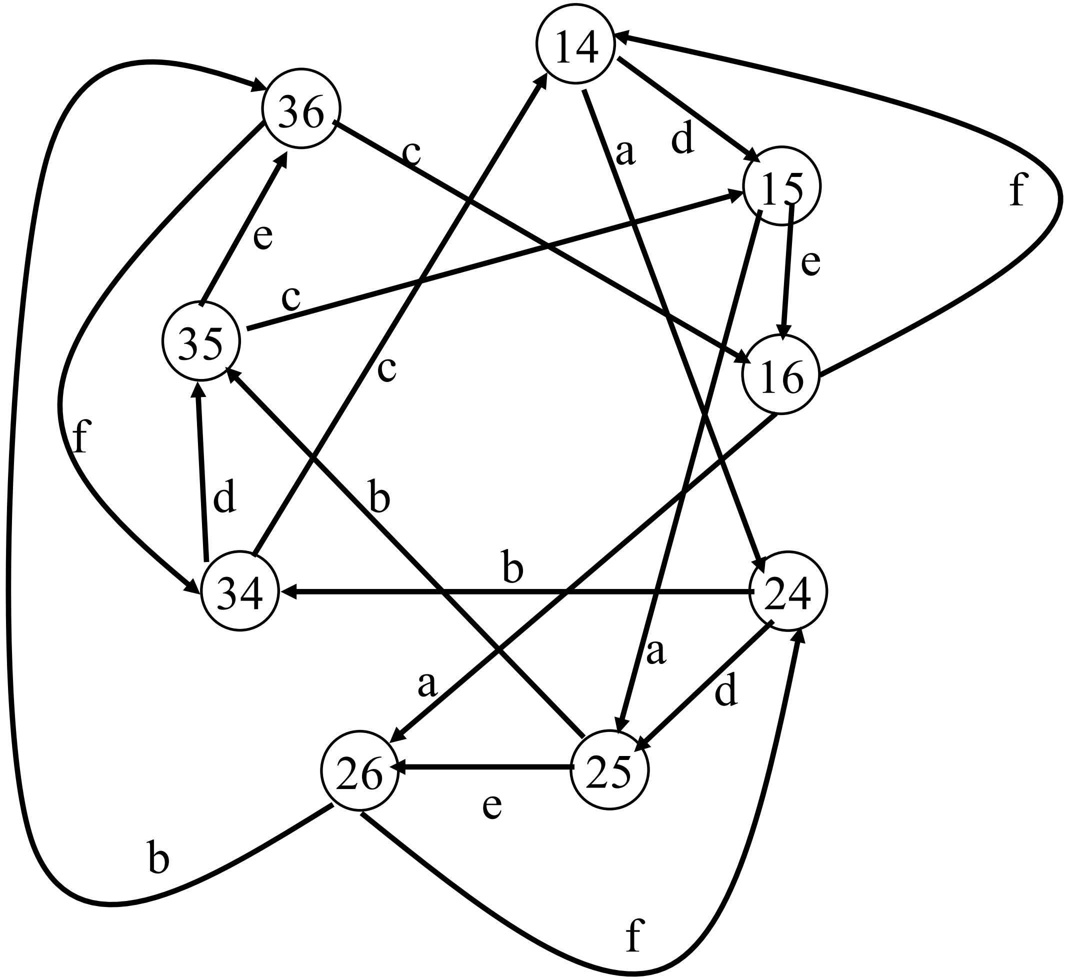
Y6=Y1.E2

Y3=Y2.E3+Y6.E3

AUTOMATES FINIS
décomposition et explosion combinatoire







Evolution vers des systèmes de plus en plus complexes composés de plusieurs entités

parallélisme
coopération
compétition
temps réel

Limite des automates finis
blocage, synchronisation, incohérence des données partagées

Réseaux de Petri

Carl Adam Petri :

Un ensemble d'automates à états finis qui communiquent

Avoir à la fois la représentation des automates

indépendance des évolutions internes

Et celle des communications par les mêmes primitives

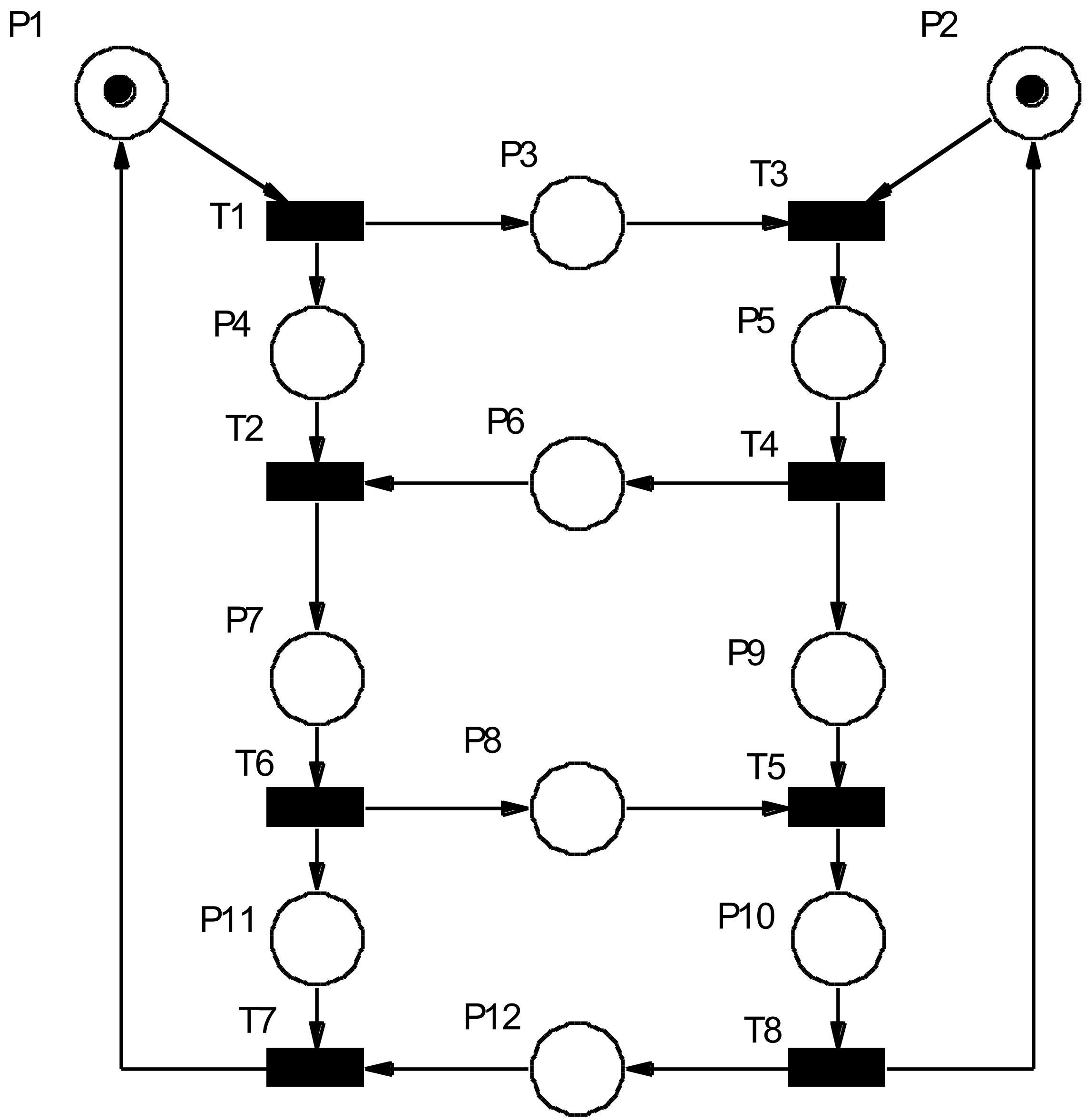
communications asynchrones par échange de messages

communication synchrones par rendez-vous, synchronisations, ressources partagées

Graphes avec 2 types de nœuds "états" et "transitions"

Exemple: protocole du bit alterné

T1: envoie message0
P3: message0 envoyé
T3: réception message0
P5: message0 reçu
T4: envoi Ack0 0
P6: Ack0 envoyé
T2:?
P7:?
T6:?



CONCEPTS DE BASE

Réseau de Petri

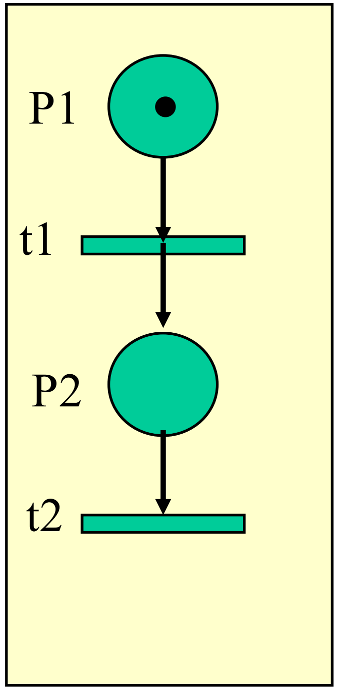
$$R = \langle P, T, Pre, Post \rangle$$

P: ensemble fini de places

T: ensemble fini de transitions

Pre : application incidence avant $P \times T \longrightarrow N$
(places précédentes)

Post : application incidence arrière $P \times T \longrightarrow N$
(places suivantes)



Réseau marqué

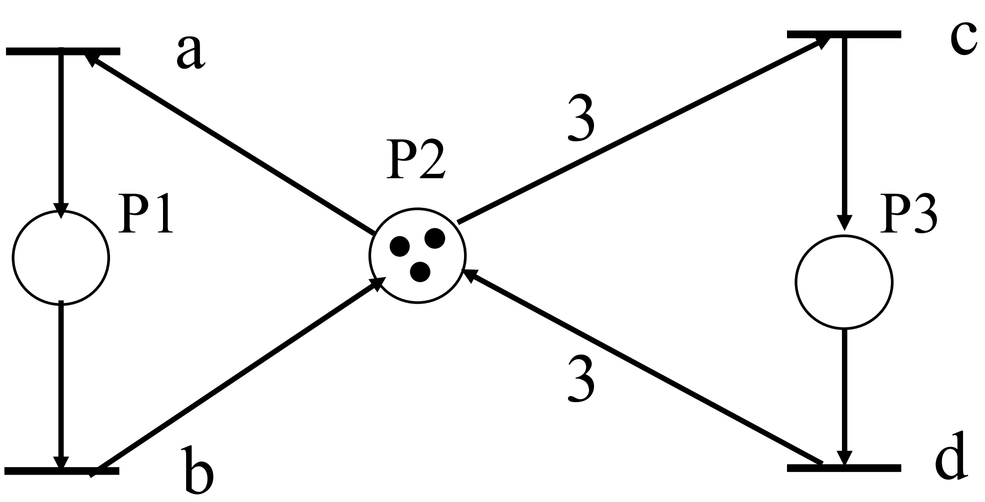
$$N = \langle R, M \rangle$$

M : marquage initial , $M: P \longrightarrow N$,

$M(p_i)$ = marquage de la place P_i

LES RÉSEAUX DE PETRI
CONCEPTS DE BASE

Représentation graphique et matricielle



$$\text{Pré} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{Post} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Transition franchissable:

$t \in T$ est franchissable ssi , $M \geq Pre(.,t)$

Franchissement de t :

$M' = M + Post(.,t) - Pre(.,t)$

$M' = M + C(.,t)$ avec $C = Post - Pre$

Conflit structurel:

t1 et t2 sont en conflit structurel ssi $\exists\ p \in P$ tq

$$Pre(p,t1) * Pre(p,t2) \neq 0$$

praléllisme structurel:

t1 et t2 sont structurellement parallèle ssi

$$Pre(.,t1)^T * Pre(.,t2) = 0$$

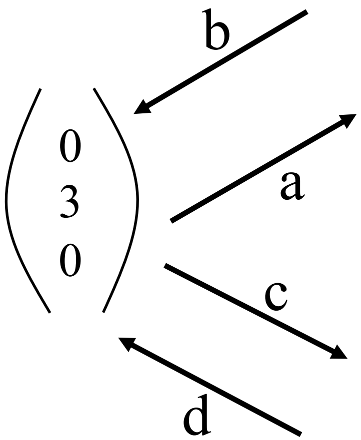
Conflit et parallèlisme effectif: $M \geq Pre(.,t1)$ et $M \geq Pre(.,t2)$

Ensemble des marquages accessibles

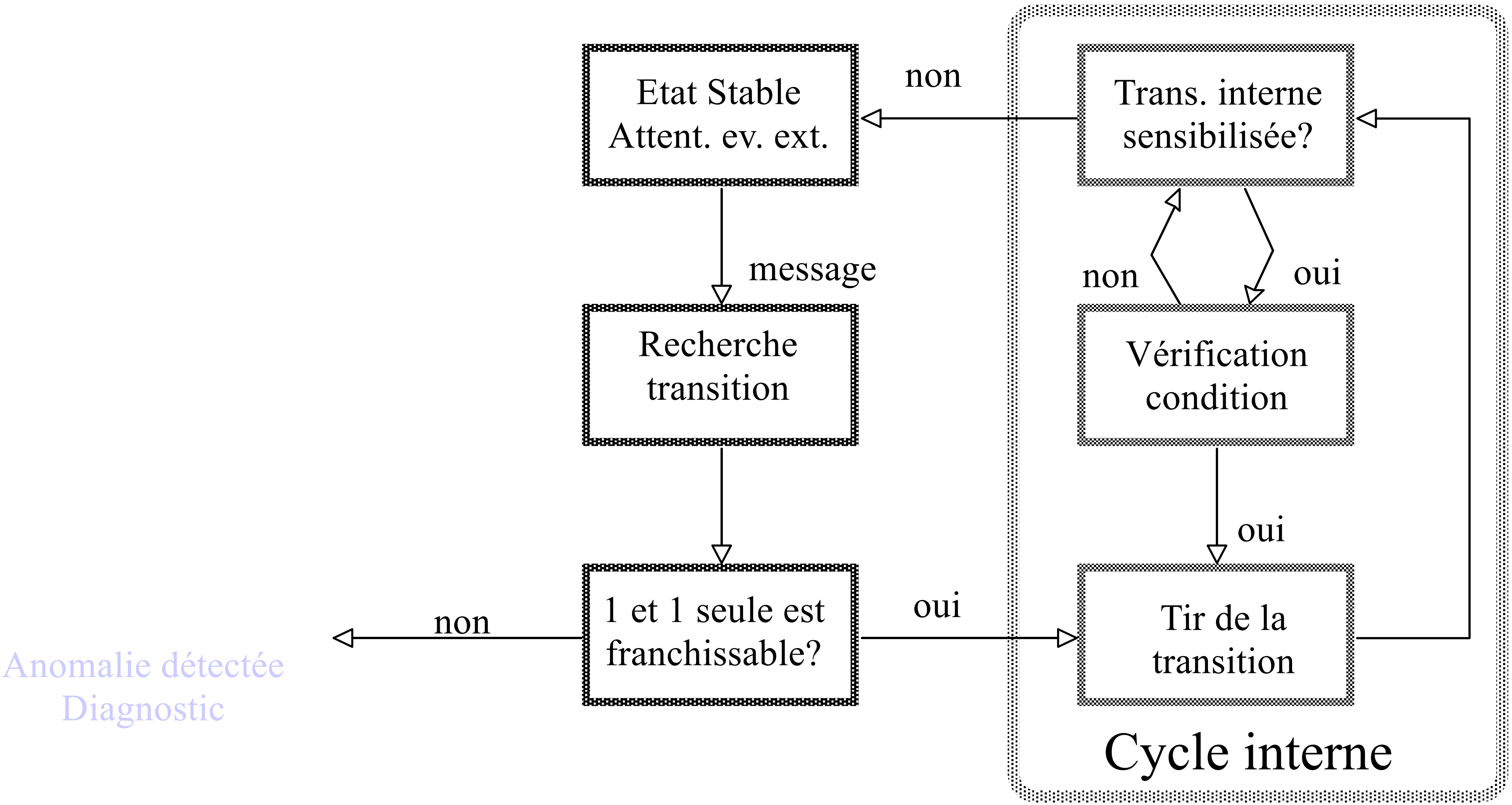
$$A(R;M0) = \{M_i , \exists\ s\ \ M_0 \xrightarrow{s} M_i)$$

Graphe des marquages accessibles : $GA(R;M_0)$;

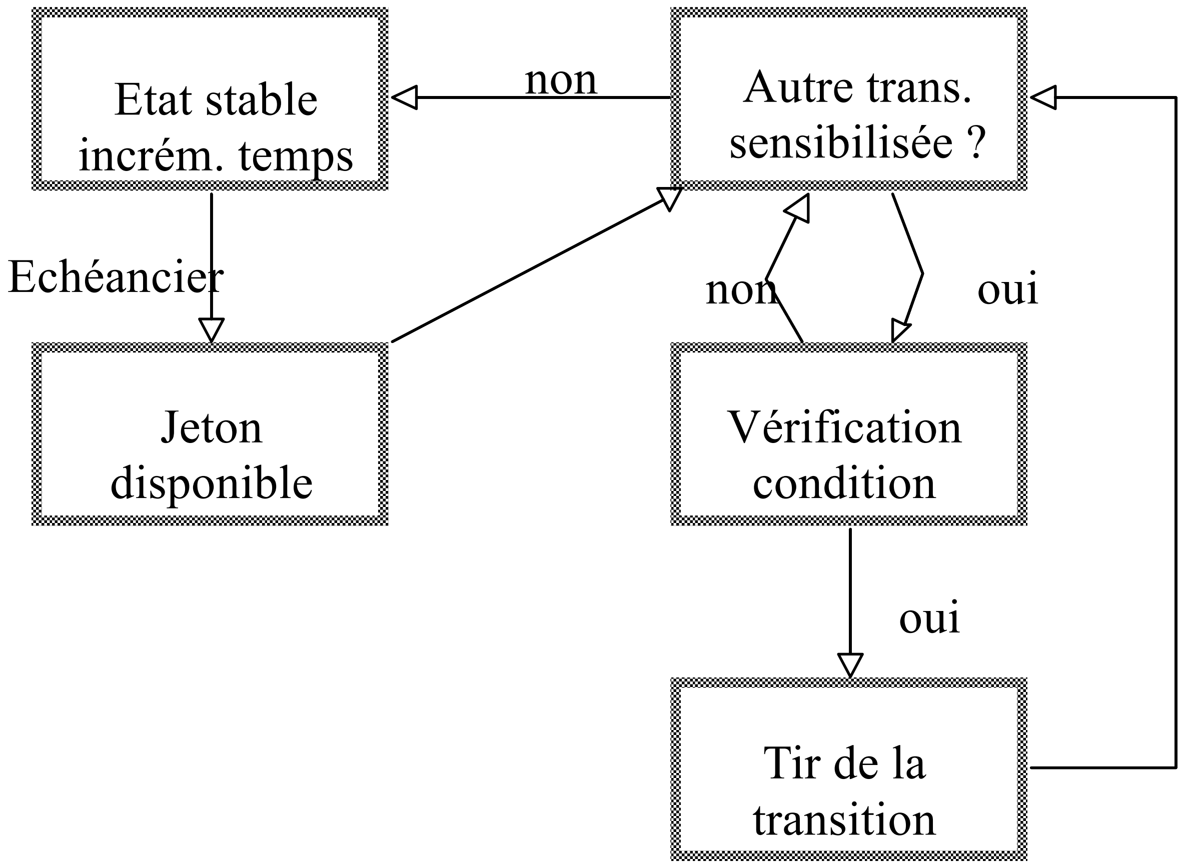
graphe orienté dont les sommets sont tous les Mi $\in A(R;M_0)$
Il existe un arc entre M_i et M_j si $\exists$ une transition t franchissable à partir de M_i et produisant le marquage M_j ($M_i \xrightarrow{t} M_{j)}$



Approche déclarative : Joueur de réseaude Petri



Joueur pour simulation



- Réseaux de Petri temporisés
- Evénement dans l'échéancier :

date de disponibilité des jetons non disponibles

Les réseaux de Petri Temporels

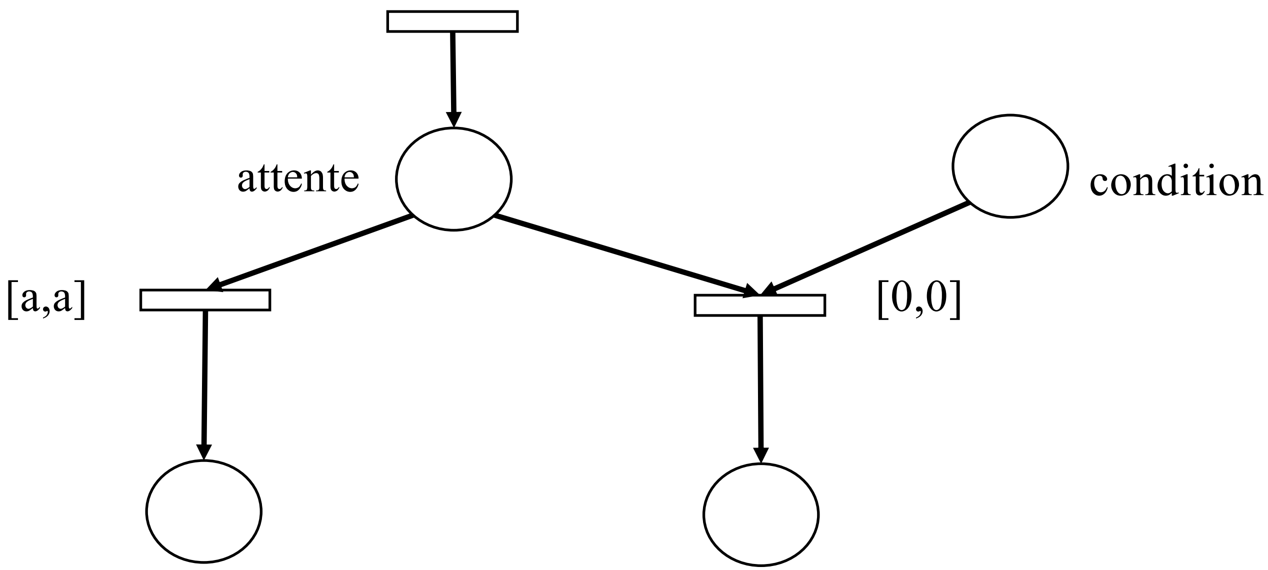
Introduction du temps sous forme d'intervalle de sensibilisation des transitions

Définition

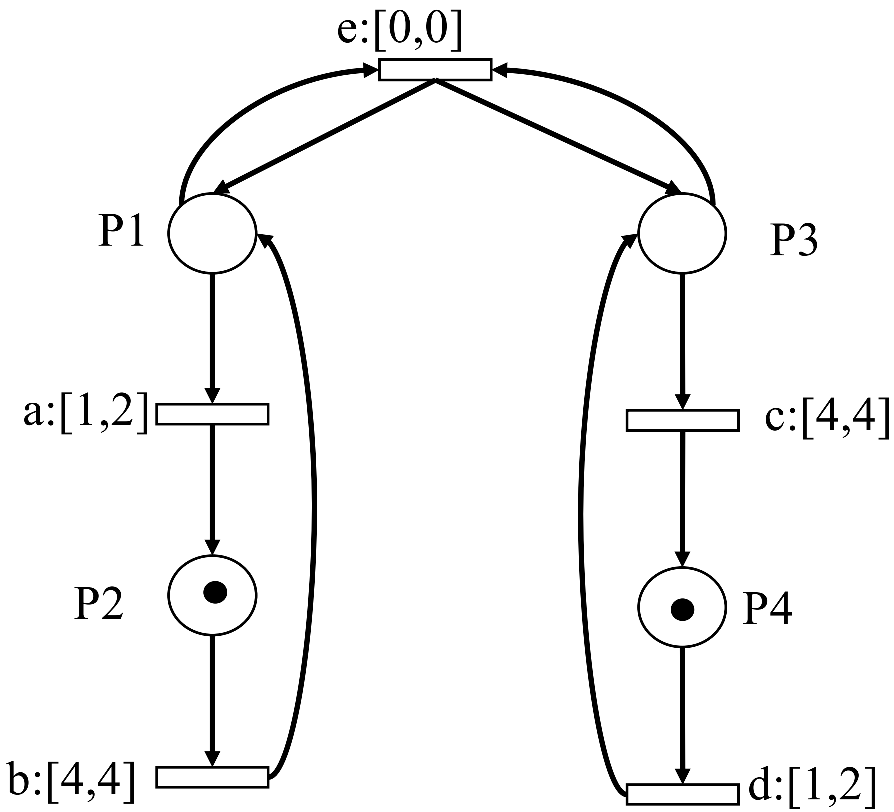
Un réseau de Petri temporel est un tuple (P,T, Pre, Post, M0, I) dans lequel N=<P,T,Pre,Post,M0> est un réseau de Petri et

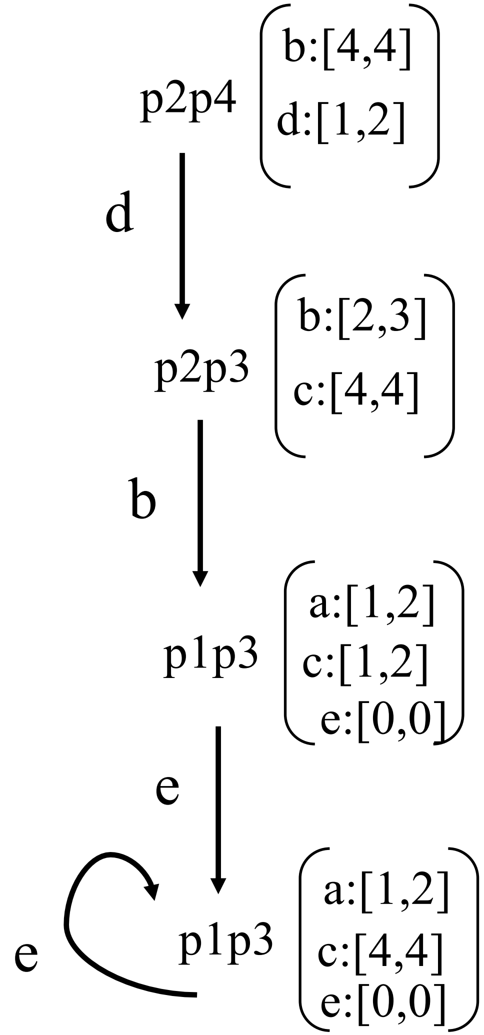
I: T $\longrightarrow$ $Q^+ \times (Q^+ \cup \{\infty\})$ qui à chaque transition du réseau fait correspondre un intervalle à bornes rationnelles I(t) = [min, max]

Exemple : chien de garde



Les réseaux de Petri Temporels





Les réseaux de Petri Stochastiques

Un réseau de Petri (RdP) est défini par (P, T, Pré, Post, M)

- P: Places, représentent des conditions dans le système
- T: Transitions, représentent des événements
- Pré, Post: arcs connectant places et transitions
- M: marquage initial

Réseaux de petri stochastiques:

RdP avec des transitions temporisées exponentiellement distribuées

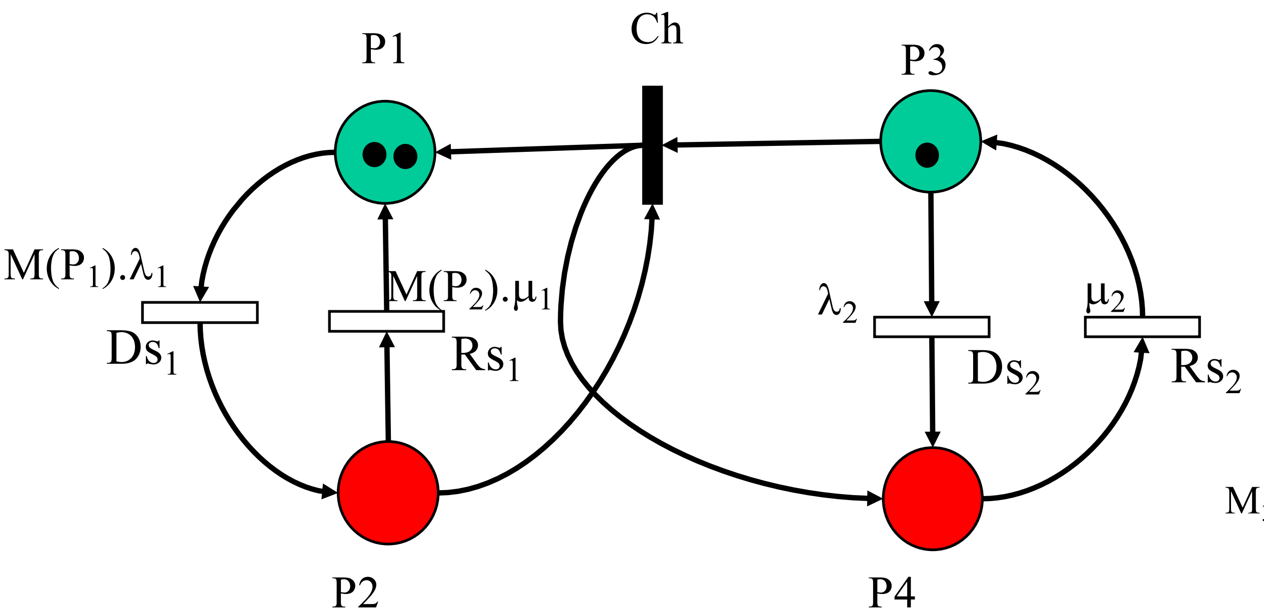
GSPNs (Generalized Stochastic Petri Nets)

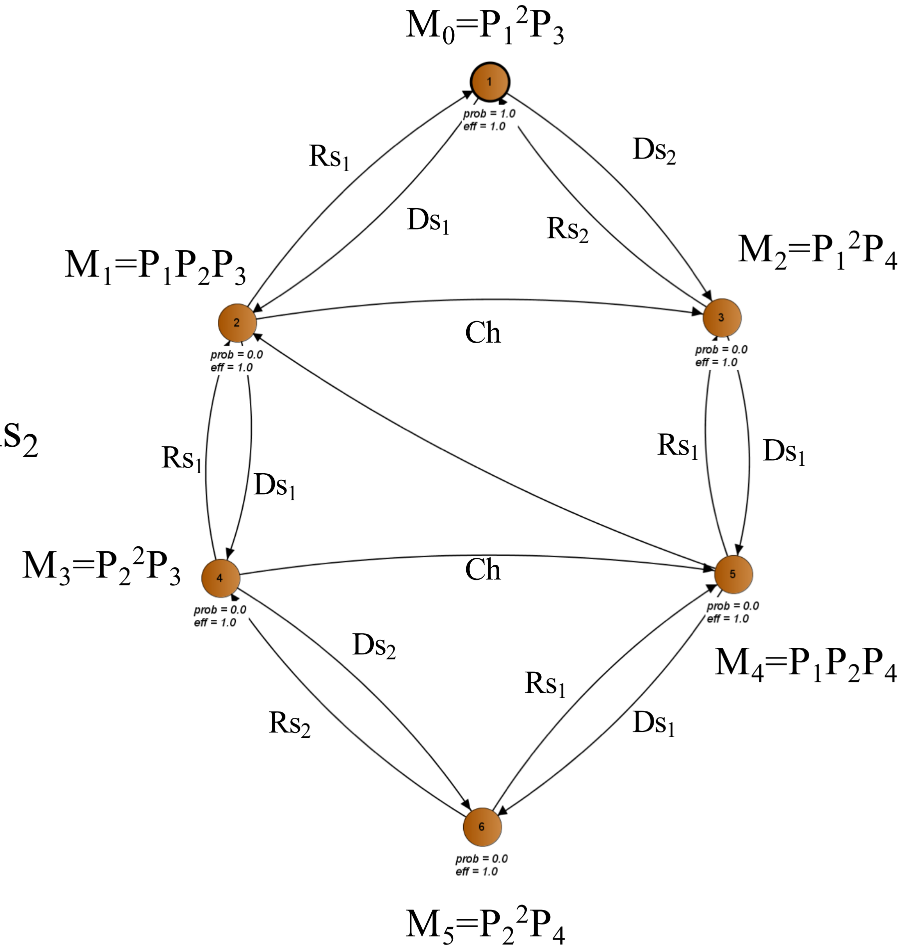
RdP avec transitions temporisées exponentiellement distribuées

et des transitions immédiates

Les réseaux de Petri Stochastiques

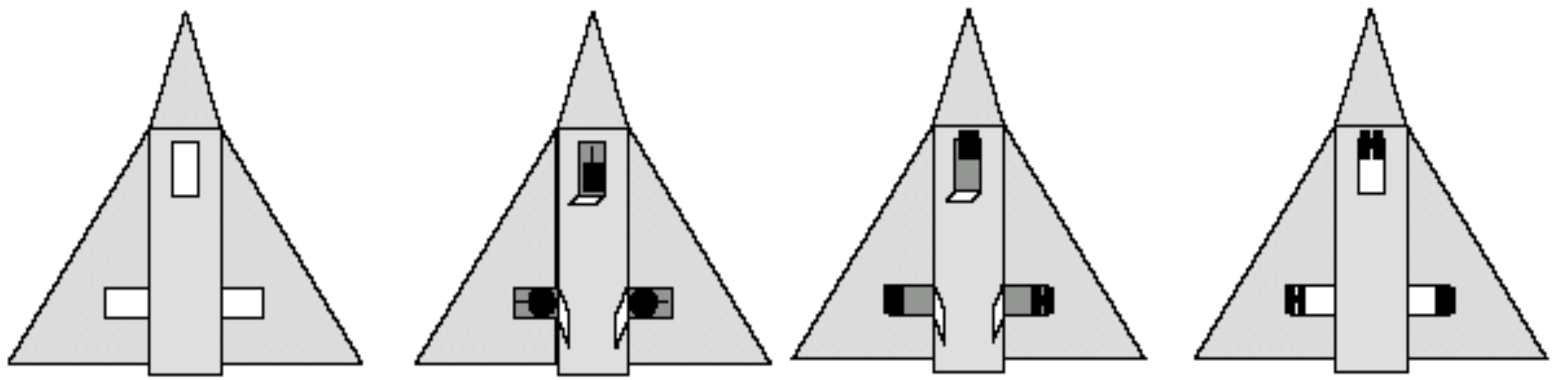
Exemple : Système avec redondance passive





Contrôle de trains d'atterrissage

- Trois commandes (E, R, B)
  - commande *E* réalise en séquence l'ouverture des portes, l'extension des roues et la fermeture des portes.
  - commande *R* réalise en séquence l'ouverture des portes, la rentrée des roues et la fermeture des portes.
  - commande *B* est intermédiaire, dans ce cas les roues sont bloquées dans leur position courante.



1) trappes fermées et trains rentrés

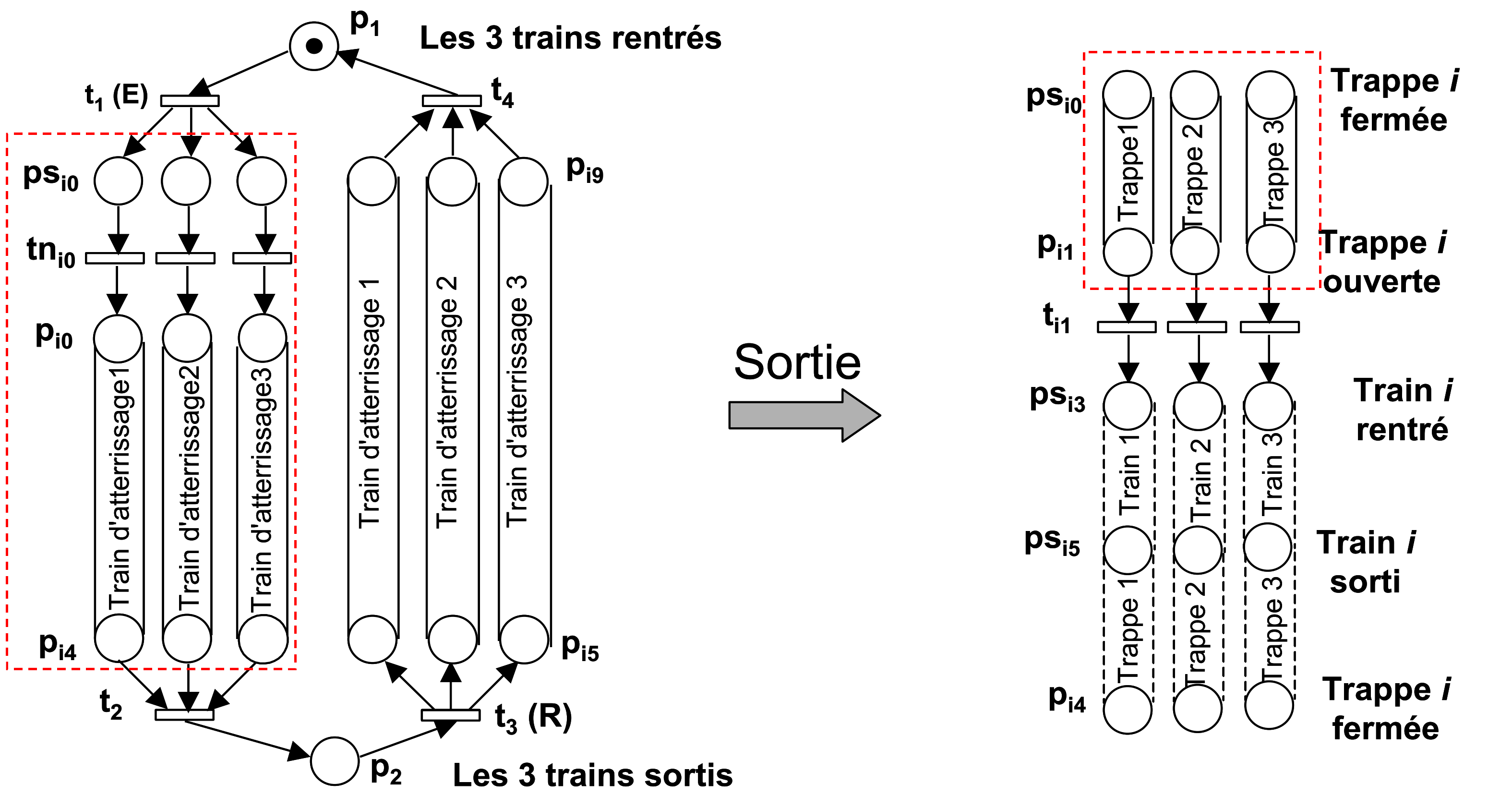
2) trappes ouvertes et trains rentrés

3) trappes ouvertes et trains sortis

4) trappes fermée et trains sortis

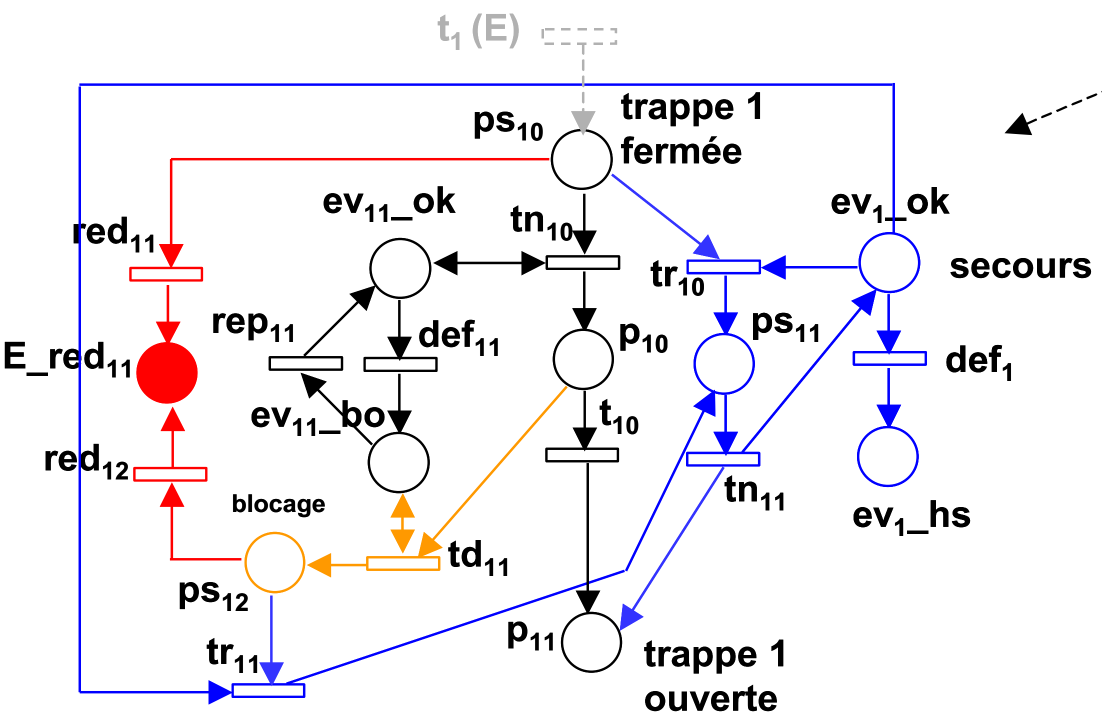
Modélisation

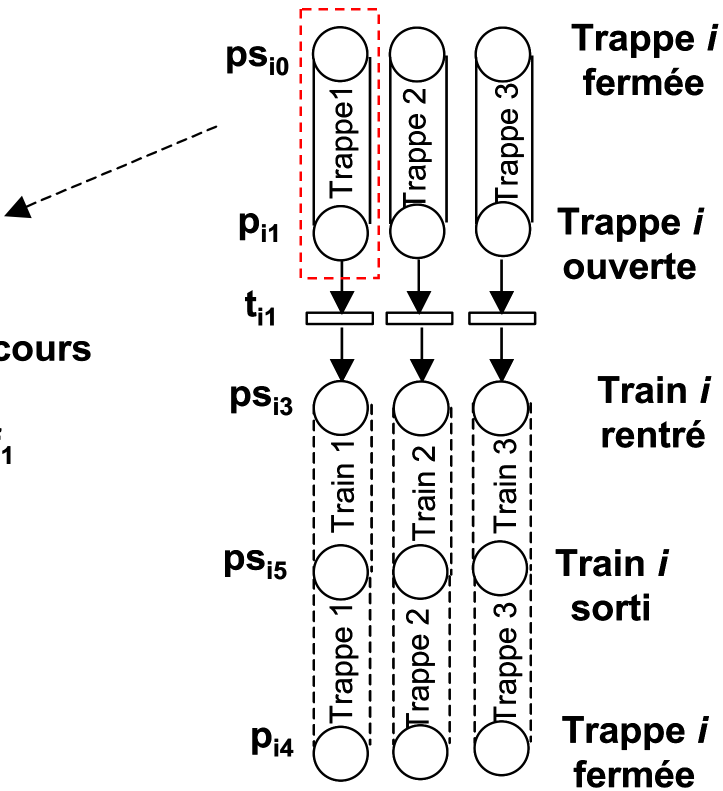
- **Modèle RdP entrée/sortie trains**
  - On ne considère que les défaillances des différentes électrovannes suite à une commande E (sortie) ou R (entrée).



Modélisation

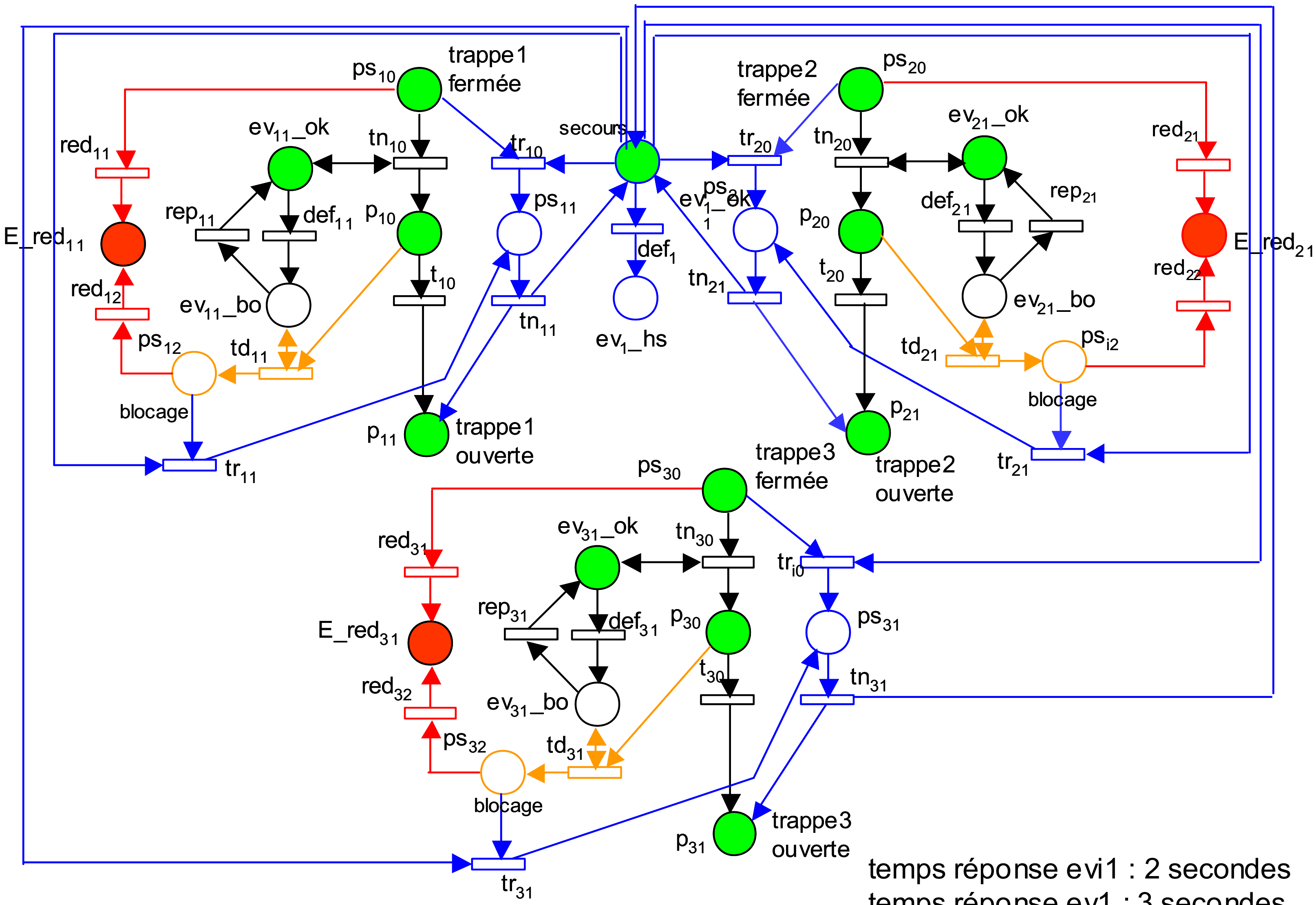
- **Modèle RdP de l'ouverture d'une trappe *i***
  - temps réponse evi1 : 2 secondes
  - temps réponse ev1 : 3 secondes
  - ouverture trappe : 10 secondes





Modélisation

- Modèle RdP des 3 trappes



temps réponse evi1 : 2 secondes
temps réponse ev1 : 3 secondes
ouverture trappe : 10 secondes

Simulation de Monte Carlo

- Définir le comportement des événements: en quantifiant les taux de défaillance, réparation..
- Définir le comportement du système
- Calculer l’état des événements avec des nombres aléatoire tirés au sort
- Faire exécuter l’événement le plus proche
- Répéter depuis le point 3
- Calculer la moyenne des paramètres sur les missions

Réseaux de Petri (C. A. Petri)

1. définir les places (états) et transitions (événements) du système avec leurs caractéristiques.
2. Parmi les transitions franchissables, on simule la transition la plus proche selon leurs caractéristiques avec des nombres aléatoires.
3. On franchit la transition choisie
4. Répéter à partir de 2 pour plusieurs missions
5. Calculer la moyenne des paramètres sur les missions.