Partiel Mécanique

1 Exercice 1 // Equilibre statique : pont roulant

1. Quelle est la nature du système ?

Soit 1 articulation et 1 appui plan, $n_i = 2 + 1 = 3$

Soit une barre, $n_e = 3$ équations

$$h = n_i - n_e = 3 - 3 = \boxed{0}$$

Le système est donc Isostatique.

2. Exprimer les efforts de liaison en fonction de l'action mécanique appliquée sur le système F_B et les constantes géo

On applique le PFS soit : $\boxed{\sum \vec{F} = \vec{0}}$

$$\sum \vec{F_i} = y_A\vec{y} + x_A\vec{x} + y_c\vec{y} + F_B\vec{x} - F_B\vec{y} = \vec{0}$$

Si on projette selon les différents axes on a :

- Sur l'axe $\vec{x}$: $x_A + F_B \sin\theta = 0$ donc $\boxed{x_A = -F_B \sin\theta}$
- Sur l'axe $\vec{y}$: $y_A + y_C - F_B \cos\theta = 0$ donc $y_A + y_C = F_B \cos\theta$

On applique ensuite pour les moments $\boxed{\sum \vec{M} = \vec{0}}$ en se plaçant au point A (le point où il y a le plus d'inconnues)

Comme les vecteurs dépendant de l'axe $\vec{x}$ sont colinéaires par rapport à celui-ci leurs moments seront nul.

- Sur l'axe $\vec{y}$ rapporté au point A :

$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{M_{A,\overrightarrow{y_A}}} + \overrightarrow{M_{A,\overrightarrow{y_C}}} + \overrightarrow{M_{A,\overrightarrow{F_B}}} = 0\\
&0 + 2Ly_C\vec{y} - LF_B\vec{y} = 0\\
&2Ly_C - LF_B\cos\theta = 0\\
&\boxed{y_C = +\frac{LF_B\cos\theta}{2L} = \frac{F_B\cos\theta}{2}}\\
&\boxed{y_A = F_B\cos\theta - y_C = F_B\cos\theta - \frac{F_B\cos\theta}{2} = \frac{F_B\cos\theta}{2}}
\end{aligned}$$

3. Procédez aux applications numériques avec $\theta = 30$ et $F_B = 1\ 000\ daN = 10\ 000\ N$

$$\begin{aligned}
&x_A = -F_B\sin\theta = -10\ 000\sin 30 = \boxed{-5000N}\\
&y_A = y_C = \frac{F_B\cos\theta}{2} = \frac{10\ 000\cos 30}{2} = \boxed{4330N}
\end{aligned}$$

2 Exercice 2 // Cinématique : Robot manipulateur

On note les longueurs $L_2 = O_2O_3$, $L_3 = O_3O_4$ et $L_4 = O_4G$

Remarques faites en cours : On calcule tous les vecteurs dans $R_1 = (O_2, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$

1. Exprimez la vitesse du point O_3 en fonction de paramètres spatio-temporels et des constantes du problème.

On sait que $\overrightarrow{O_2O_3} = L_2\overrightarrow{x_2}$ est la position. Partant du principe que la vitesse est à la dérivée de la position on a :

$$\left(\frac{d\overrightarrow{O_2O_3}}{dt}\right)_{R_1} = \overrightarrow{V_{O_3,R_1}}$$

Ou encore :

$$L_2\left(\frac{d\overrightarrow{x_2}}{dt}\right)_{R_1} = \overrightarrow{V_{O_3,R_1}}$$

D'après la formule du cours on sait que :

$$L_2\left(\frac{d\overrightarrow{x_2}}{dt}\right)_{R_1} = L_2\left(\left(\frac{d\overrightarrow{x_2}}{dt}\right)_{R_2} + \overrightarrow{\Omega_{R_1,R_2}} \wedge \overrightarrow{x_2}\right)$$

Sachant que $\left(\frac{d\overrightarrow{x_2}}{dt}\right)_{R_2} = \vec{0}$ et que la différence entre le repère R_1 et le repère R_2 est d'angle θ (noté θ_{12}) on en déduit que :

$$\overrightarrow{\Omega_{R_1,R_2}} = \dot{\theta}_{12}\overrightarrow{y_2}$$

Remarque : $\vec{y} = \overrightarrow{y_1} = \overrightarrow{y_2} = \overrightarrow{y_3} = \overrightarrow{y_4}$

Ainsi en réduisant le tout on arrive à :

$$\overrightarrow{V_{O_3,R_1}} = -L_2\dot{\theta}_{12}\overrightarrow{z_2}$$

Remarque : Le signe " $-$ " provient du produit vectoriel : $\overrightarrow{\Omega_{R_1,R_2}} \wedge \overrightarrow{x_2}$

- Produit vectoriel entre x et y donnera $-z$

2. Exprimez la vitesse du point O_4 en fonction de paramètres spatio-temporels et des constantes du problème.

Remarque : On souhaite rapporter l'ensemble des solutions sur le repère R_1

3. Exprimez la vitesse du point G en fonction de paramètres spatio-temporels et des constantes du problème.

On calcule le vecteur position

$$\overrightarrow{O_2G} = \overrightarrow{O_2O_3} + \overrightarrow{O_3O_4} + \overrightarrow{O_4G} = L_2\overrightarrow{x_2} + L_3\overrightarrow{x_3} + L_4\overrightarrow{x_4}$$

De la même manière pour le vecteir vitess e : (voir photo)

4. Exprimez l'accélération du point G en fonction de paramètres spatio-temporels et des constantes du problème.