TP3 - Synthèse de filtres numériques RIF et démodulation stéréo

1 Présentation du TP

1.1 Pour quelle raison l'utilisation de filtres à réponses impulsionnelle finies est-elle indispensable pour ce type d'application ?

L'utilisation de filtres à réponse impulsionnelle finie (RIF) est indispensable dans ce type d'application car ils présentent des caractéristiques intéressantes pour la manipulation de signaux numériques. En particulier, ils peuvent être conçus pour avoir une réponse en phase linéaire, ce qui permet de préserver la qualité du signal stéréo lors de sa filtration. Les filtres FIR peuvent également être facilement implémentés numériquement et sont robustes face aux erreurs d'arrondi qui peuvent survenir lors des opérations de calcul.

De plus, la méthode de synthèse par troncature de la réponse impulsionnelle d'un filtre numérique idéal permet de concevoir des filtres avec des caractéristiques spécifiques (bande de transition, atténuation maximale, atténuation minimale, etc.) en ajustant l'ordre et les fréquences de coupure du filtre idéal. Cette méthode est couramment utilisée dans la conception de filtres numériques pour des applications de traitement du signal.

1.2 Quel est le temps de propagation de phase, et donc le retard entrée/sortie d'un tel filtre synthétisé par troncature de la réponse impulsionnelle idéale ?

Le temps de propagation de phase d'un filtre RIF dépend de la longueur de sa réponse impulsionnelle tronquée. En général, plus la réponse impulsionnelle est longue, plus le filtre présentera un retard de groupe important. Pour un filtre tronqué, le temps de propagation de phase dépendra de la fréquence de coupure et de la transition du filtre. Pour le gabarit donné, le temps de propagation de phase devrait être raisonnablement court, de l'ordre de quelques dizaines de microsecondes. Cela correspond à un retard d'entrée/sortie de quelques échantillons, ce qui est négligeable pour la plupart des applications.

$$\tau_p(f) = \tau_g(f) = PT_e$$

Où $\tau_p(f)$ est le temps de propagation de phase, $\tau_g(f)$ est le temps de propagation du groupe et P le nombre d'échantillon du groupe.

De plus,

$$\tau_p(f) = -\frac{\arg\{\hat{h}(f)\}}{2\pi f}$$

$$\tau_g(f) = -\frac{1}{2\pi}\frac{d}{df}\arg\{\hat{h}(f)\}$$

Avec $\arg\{\hat{h}(f)\} = cte \times f$

2 Récupération du signal G+D

2.1 Synthèse du filtre passe bas

2.1.1 Précisez la valeur des fréquences définissant le gabarit du filtre passe-bas.

Les fréquences définissant le gabarit du filtre passe-bas sont les suivantes :

- Fréquence d'échantillonnage $F_e = 132300\ Hz$
- Fréquence de coupure : $20\ kHz$
- Fréquence de transition : $2\ kHz$
- Atténuation maximale en bande passante : $1\ dB$
- Atténuation minimale en bande coupée : $40\ dB$

Où f_c est la fréquence de coupure, F_e est la fréquence d'échantillonnage et P est la moitié de la longueur de la réponse impulsionnelle (nombre d'échantillons). En pratique, on ne peut pas utiliser cette réponse impulsionnelle car elle a une durée infinie et requiert une quantité infinie de calculs pour être appliquée.

2.1.2 Calculez la réponse impulsionnelle $h[n]$ du filtre numérique idéal. Pourquoi ne peut-on pas utiliser en pratique cette réponse impulsionnelle ?

La réponse impulsionnelle $h[n]$ du filtre numérique idéal est donnée par :

$$h[n] = \left(\frac{2\mathrm{f_c}}{\mathrm{F_e}}\right)\mathrm{sinc}\left(\frac{2\mathrm{f_c}}{\mathrm{F_e}}(n-P)\right) = \left(\frac{40}{132{,}3}\right)\mathrm{sinc}\left(\frac{40}{132{,}3}(n-P)\right)$$

2.1.3 Quel est l'effet en fréquence de la troncature de cette réponse impulsionnelle (on conserve les indices dans l'intervalle $\{-P, \dots P\}$) ?

La troncature de la réponse impulsionnelle a pour effet de créer des oscillations dans le domaine de la fréquence, appelées lobes. Ces lobes se produisent à la fois dans la bande passante et dans la bande coupée, et leur amplitude est d'autant plus importante que la troncature est sévère. Dans le cas présent, on conserve les indices dans l'intervalle $\{-P, \dots, P\}$, ce qui correspond à une troncature symétrique de la réponse impulsionnelle.

2.1.4 Quel est l'effet en fréquence de la pondération de cette réponse impulsionnelle par les fenêtres rectangulaire et de Hamming ?

La pondération de la réponse impulsionnelle par une fenêtre permet de réduire les lobes et d'améliorer la réponse en fréquence du filtre. La fenêtre rectangulaire, qui correspond à une pondération uniforme de la réponse impulsionnelle, est la plus simple mais entraîne des lobes de Gibbs importants. La fenêtre de Hamming, qui présente une pondération décroissante vers les bords de la réponse impulsionnelle, permet de réduire les lobes de Gibbs tout en conservant une largeur de bande suffisante. Cependant, elle induit également une certaine atténuation de la réponse en fréquence dans la bande passante.

3 Récupération du signal G-D

3.1 Synthèse du filtre passe-bande

3.2 Démodulation du signal

3.2.1 Pour un signal quelconque $y(t)$, soit le signal modulé $y_1(t) = y(t)\cos(2\pi f_1 t)$, puis le signal $y_2(t) = 2y_1(t)\cos(2\pi f_1 t)$. Simplifier l'´ecriture de $y_2(t)$ en fonction de $y(t)$. Illustrer en fréquence le fait qu'un simple filtre passe-bas permet de récupérer le signal $y(t)$ à partir du signal $y_2(t)$ (principe de la démodulation synchrone).

Le signal modulé en amplitude $y_1(t)$ peut-être écrit comme :

$$y_1(t) = y(t) \times \cos(2\pi f_1 t)$$

Le signal $y_2(t)$ est le produit de $y_1(t)$ par $2 \times \cos(2\pi f_1 t)$, donc :

$$y_2(t) = 2 \times y(t) \times cos^2(2\pi f1t)$$

En utilisant l'identité trigonométrique $\cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}$, on peut réécrire $y_2(t)$:

$$y_2(t) = y(t) * (1 + \cos(4\pi f_1 t))$$

Ainsi, le signal $y_2(t)$ contient une composante à la fréquence 0 (partie continue) égale à $y(t)$ et une composante à la fréquence $4f_1$ égale à $y(t) * \cos(4\pi f1t)$.

Pour récupérer le signal $y(t)$ à partir du signal $y_2(t)$, on peut utiliser un filtre passe-bas pour éliminer la composante à la fréquence $4f_1$ et ne conserver que la composante continue.

Le filtre passe-bas doit être conçu avec une fréquence de coupure inférieure à $2f1$ pour garantir l'élimination complète de la composante à $4f1$. En effet, la fréquence de coupure doit être choisie suffisamment basse pour éliminer toutes les fréquences indésirables tout en préservant le signal utile.