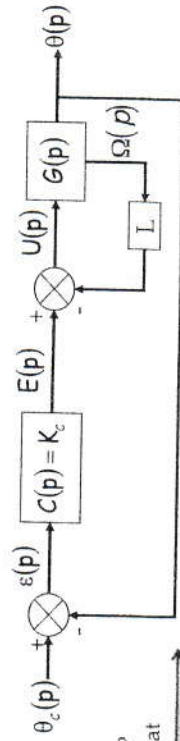


Actions usuelles

Action Tachymétrique
Correcteur tachymétrique

Cf cours 1A



Action Tachymétrique + P
Correcteur par retour d'état

$$U(p) = K_c \theta_c(p) - K_c \theta(p) - L \Omega(p)$$

Accès à une composante dérivée de la sortie ou mise en place d'une action dérivée
(Risque de dégradation)

Action proportionnelle
Correcteur par retour de sortie statique

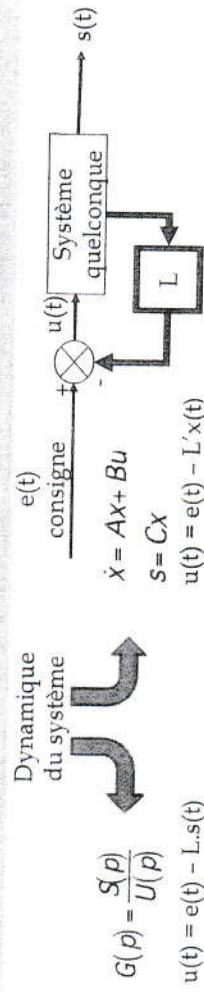
-> Définition de « statique » et « dynamique »

2022-2023

YL 1A SRI

25

2ème Réponse à la problématique de la boucle fermée



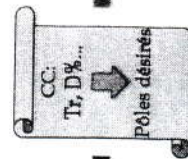
$$G(p) = \frac{S(p)}{U(p)}$$

$$u(t) = e(t) - L \cdot s(t)$$

$$F(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{G(p)}{1 + G(p)L}$$

$$F(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = C(pI - (A - BL))^{-1} B + D$$

Loi de commande
proportionnelle à savoir
calculer analytiquement et
graphiquement (1A)



Loi de commande
par retour d'état à savoir
calculer analytiquement (2A)



2022-2023

YL 1A SRI

27

Actions usuelles (2A)

Mise en place d'une commande par rétro-action:

- à partir du vecteur d'état du modèle (s'il peut être mesuré ou observé): cette première hypothèse nécessite une synthèse dans l'espace d'état;
- à partir du vecteur de sortie du système: la synthèse peut alors se faire dans le domaine fréquentiel ou dans le domaine temporel.

Commande par rétro-action de type:

- statique: on exploite de simples combinaisons linéaires des sorties ou des composantes du vecteur d'état;
- dynamique: la rétroaction est elle-même linéaire (multi)variable, variant dans le temps.

- > retour statique d'état ;
- > retour statique de sortie ;
- > retour dynamique de sortie (cas de l'observateur)

2022-2023

YL 1A SRI

26

Correction proportionnelle: simple mais « limitée »



$$m\dot{v} + bv = u$$

$$\begin{cases} \dot{v} = \dot{x} \\ a = \dot{v} = \ddot{x} \end{cases}$$

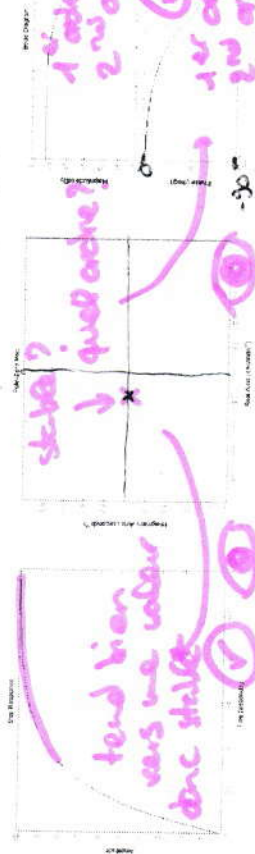
(m) masse du véhicule 1000 kg
(b) coefficient d'amortissement 50 N.s/m
(u) force 500 N

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} v \\ -\frac{b}{m}v + \frac{1}{m}u \end{bmatrix}$$

Matlab
>> m = 1000;
>> b = 50;
>> t = 0:0.1:10;
>> u = 500*ones(size(t));

>> A = [-b/m];
>> B = [1/m];
>> C = [1];
>> D = [0];
>> sys = ss(A, B, C, D);

espectre d'état



2022-2023

YL 1A SRI

28

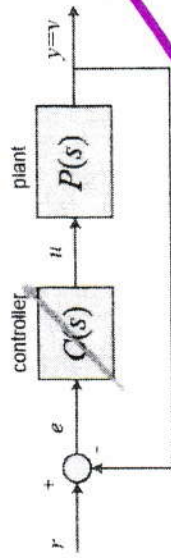
Correction proportionnelle: simple mais « limitée »

Cas général:

$$P(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

$$e(t) = C(r(t) - y(t))$$

$$F(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)}$$



Loi de commande proportionnelle (Faire varier C)

Lieu des pôles (aussi lieu des racines ou lieu d'Evans)

$$\text{Equation caractéristique: } 1 + C(s)P(s) = 0$$

Correspond aux pôles de la boucle fermée

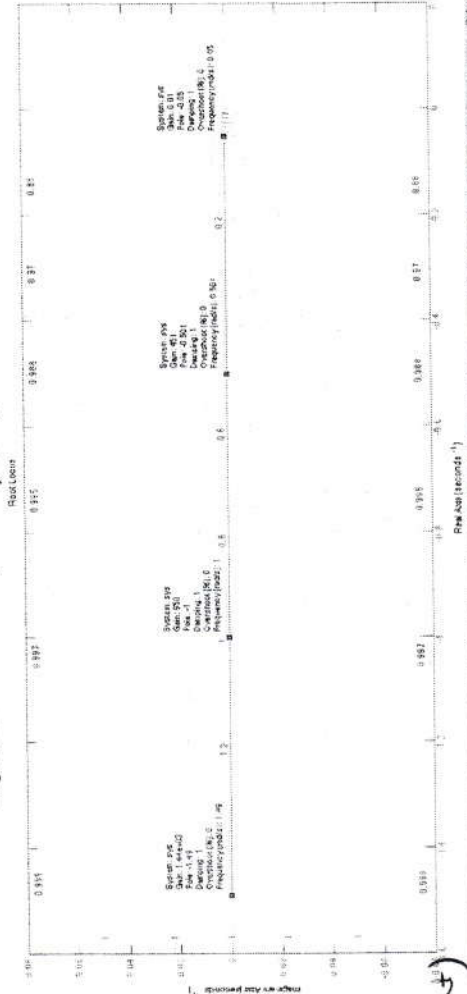
(Cahier des charges client)



$$v = \dot{x}$$

$$\text{Equation caractéristique: } 1 + \mathcal{L}(s)P(s) = 0$$

si $C(s) = k > 0$



Correction proportionnelle: simple mais « limitée »

Le lieu des racines

Système + capteurs:

$$G(p) = \frac{\prod_{i=1}^m (p - z_i)}{\prod_{i=1}^n (p - p_i)}$$

où m : nombre de zéros et n : nombre de pôles

$$\text{Equation caractéristique de la boucle fermée } F(p) : 1 + KG(p) = 0$$

$KG(p)$: Boucle ouverte

$G(p)$ peut s'écrire avec 2 polynômes Num(p) et Den(p) tels que: $1 + KN(p)/D(p) = 0$

Les pôles de $F(p)$ sont les racines de $D(p) + KN(p) = 0$.

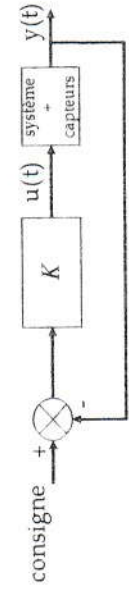
2 règles importantes:

Les points de départ des branches sont les pôles de la BO. Quand $K=0$ les pôles de $F(p)$ sont les pôles de $G(p)$.

Les points d'arrivée des branches sont les zéros de la BO. Quand $k \rightarrow +\infty$, les pôles de $F(p)$ sont les racines de $N(p) = 0$ (zéros de $G(p)$).

Correction proportionnelle: simple mais « limitée »

On peut se satisfaire de la commande proportionnelle.



Comment « bien » choisir la valeur de K?

Mise en place d'une technique automatique du tracé des pôles de la BF.

Le lieu des racines (appelé également lieu d'Evans) est le nom donné au tracé, dans le plan complexe, de l'évolution des pôles de la boucle fermée en fonction d'un gain K variant de 0 à $+\infty$.

$$\text{exemple } G(p) = \frac{1}{(p+1)(p+2)(p+6)}$$

- Degrés 0 = Denominateur $\rightarrow 3$
- Degrés 0 = Numérateur $\rightarrow 0$
- Nombre de branches = 3
- $\hookrightarrow \text{deg}(n) = 3$
- $(-1, -2, -6)$
- Point de départ = pôle de la BO

Correction proportionnelle: simple mais « limitée »

Le lieu des racines

Système + capteurs:

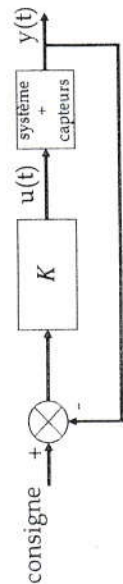
$$G(p) = \frac{\prod_{i=1}^m (p - z_i)}{\prod_{j=1}^n (p - p_j)}$$

où m : nombre de zéros et n : nombre de pôles

Ensemble des règles : complément en TD



Ce qui est important: on ne peut pas placer les pôles où l'on veut dans le plan complexe (notion de commande « limitée ») et les uns par rapport aux autres. Par contre, il est facile de définir un gain K ayant de « bonnes » performances (régime transitoire, stabilité, précision).



Exercice sur la Correction proportionnelle (exemple TD)

$$G(p) = \frac{1}{(p+1)(p+2)(p+6)}$$

Pôles?

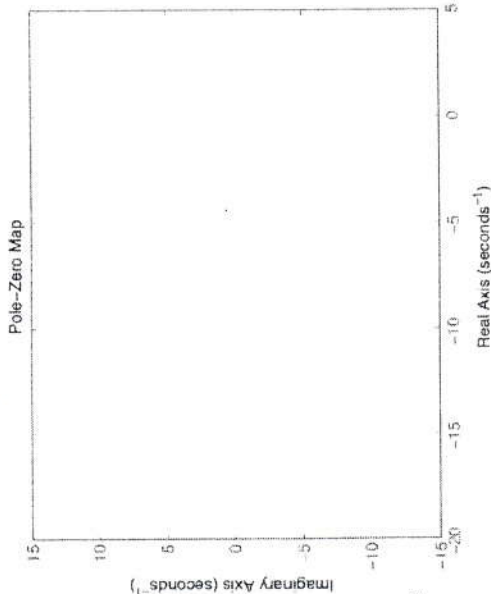
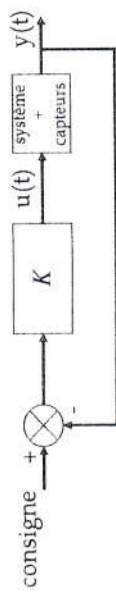
Zéros?

Nbre de branches?

Points de départ?

Points d'arrivée?

Placer les points d'arrivée et de départ sur la figure ci-contre



Exercice sur la Correction proportionnelle (exemple TD)

Jouez sans savoir?

Système + capteurs:

$$G(p) = \frac{\prod_{i=1}^m (p - z_i)}{\prod_{j=1}^n (p - p_j)}$$

où m : nombre de zéros et n : nombre de pôles

EXEMPLE

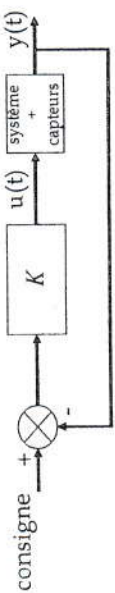
$$G(p) = \frac{1}{(p+1)(p+2)(p+6)}$$

Premier éléments de réponse:

FTBO:

FTBF:

$n=3$ $m=0$ $n-m=3-0=3$
Nb de branche des asymptotes
Angle des asymptotes
 $\alpha = \left(\frac{2l+1}{n-m}\right)\pi$ $l=0 \rightarrow n-1$

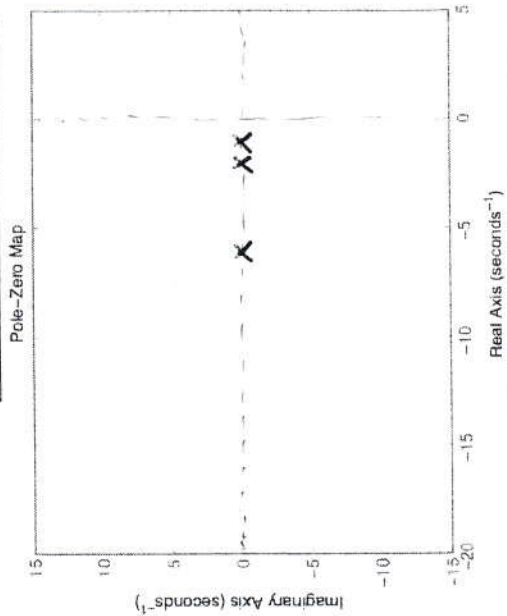
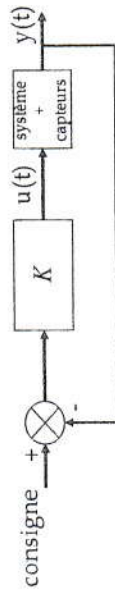


Exercice sur la Correction proportionnelle (exemple TD)

$$G(p) = \frac{1}{(p+1)(p+2)(p+6)}$$

Intersection des asymptotes sur l'axe réel?

Placer le point d'intersection des asymptotes sur l'axe réel

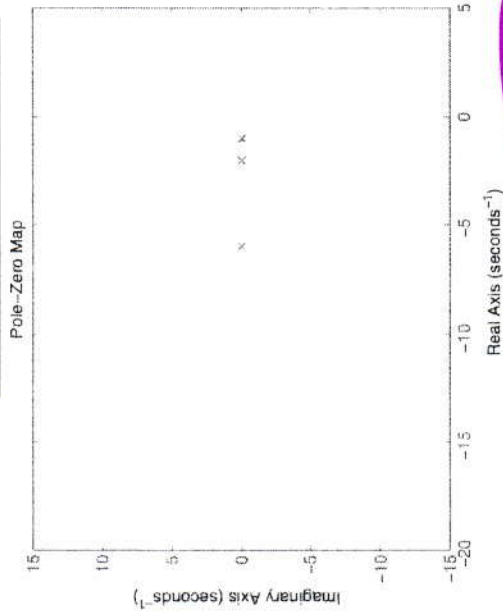
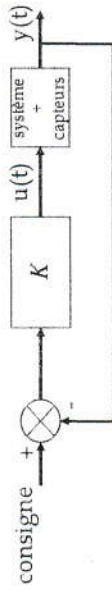


Exercice sur la Correction proportionnelle (exemple TD)

$$G(p) = \frac{1}{(p+1)(p+2)(p+6)}$$

Parcours de l'étudiant?
(partie de l'axe réel
« accessible »)

Placer les parties accessibles
de l'axe réel



2022-2023

YL LA SKI

41

Correction proportionnelle: simple mais « limitée »

Le lieu des racines

>> [K, pp]=rlocfind(G)

K =

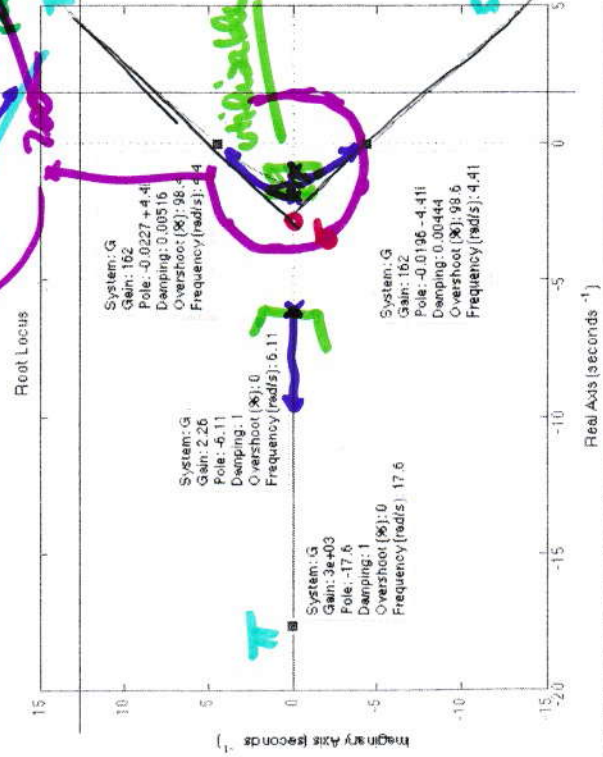
1.1310

pp =

-6.0552

-1.4724 + 0.0236i

-1.4724 - 0.0236i



2022-2023

YL LA SKI

41

Correction proportionnelle: simple mais « limitée »

Le lieu des racines

avec Matlab :

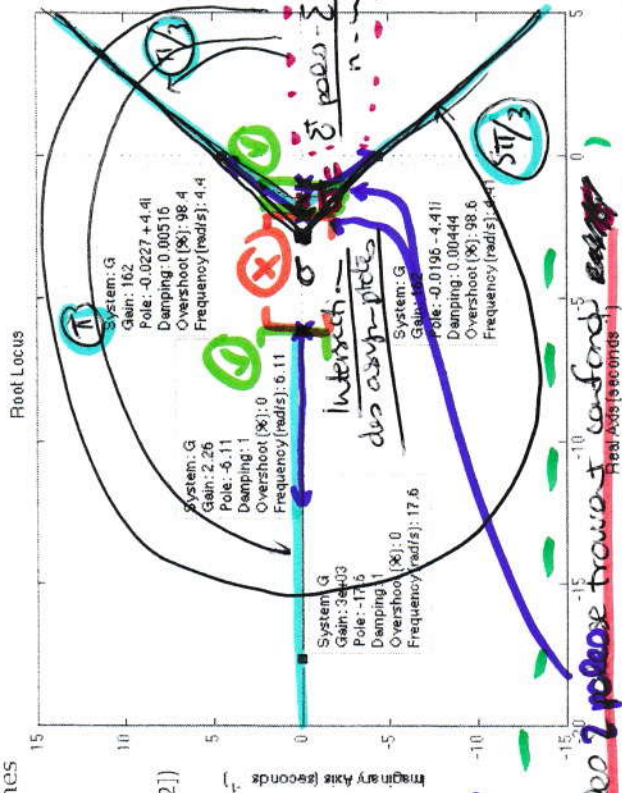
>> G=tf(1,[1 9 20 12])

>> rlocus(G)

ne br2
de poles
c-veur

k0 -> 2

le meilleur
dix de pole
c'est charge 200 2 pousse traver



2022-2023

YL LA SKI

42

Correction proportionnelle: simple mais « limitée »

Le lieu des racines

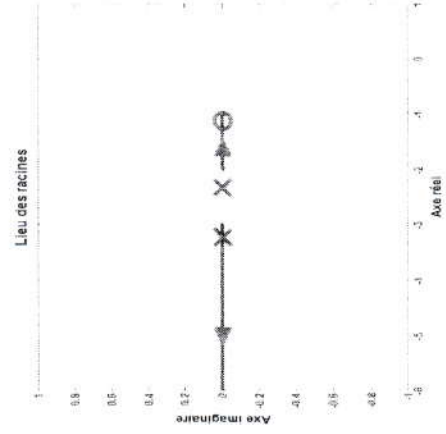
$$G(p) = \frac{p+1}{(p+2)(p+3)}$$

avec Matlab :

>> G=tf([1 1],[1 5 6])

>> zpkk(G)

>> rlocus(G)



Attention à ne pas demander n'importe
quoi en terme de pôles désirés (tout le
cahier des charges ne sera pas réalisable)

2022-2023

YL LA SKI

44