UNIVERSITÉ PAUL SABATIER UPSSITECH

EXAMEN DE ROBOTIQUE – SRI 2^{eme} ANNÉE

Décembre 2021– 1h30 – Polycopiés autorisés.

I/Calcul du Modèle différentiel direct (MDD)

On considère le robot manipulateur représenté sur la Figure 1 pour lequel l'opérateur décrit la tâche à l'aide des coordonnées (cartésiennes) de position du point O_6 dans le repère $\mathcal{R}_0$ et de l'orientation de $\mathcal{R}_5$ par rapport à $\mathcal{R}_0$ (cosinus directeurs partiels).

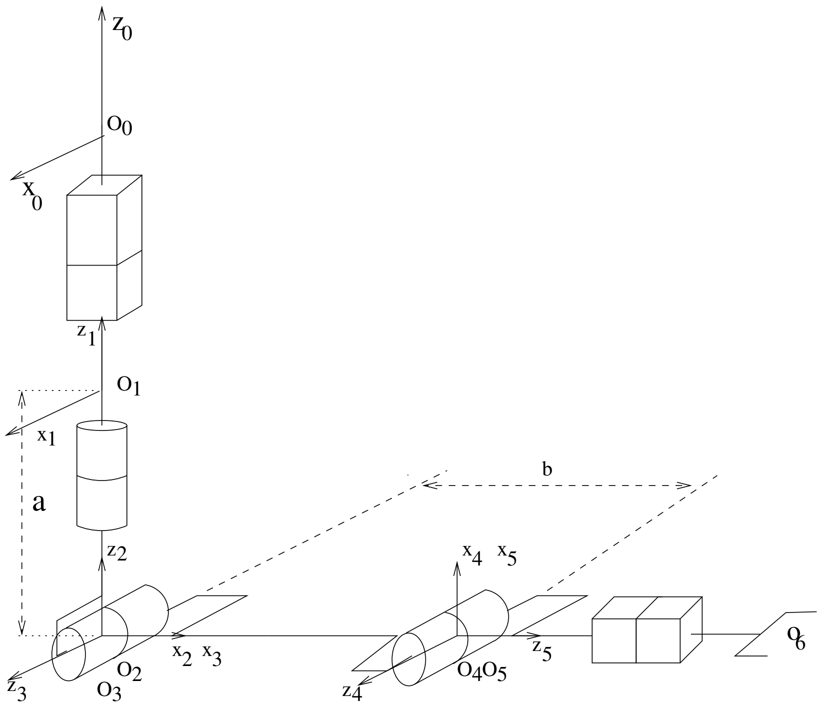

FIGURE 1 – Robot manipulateur PRRRP

La modélisation du robot avec les repères de la figure 1 donne les résultats suivants :

	1	2	3	4	5
σ_i	1	0	0	0	1
a_{i-1}	0	0	0	b	0
α_{i-1}	0	0	$\Pi/2$	0	$\Pi/2$
r_i	q_1	-a	0	0	q_5
θ_i	0	q_2	q_3	q_4	0
$q_i(figure)$	< 0	$\Pi/2$	0	$\Pi/2$	0

$$T_{01} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad T_{12} = \left(\begin{array}{ccc|c} c2 & -s2 & 0 & 0 \\ s2 & c2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -a \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad T_{23} = \left(\begin{array}{ccc|c} c3 & -s3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s3 & c3 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$T_{34} = \left(\begin{array}{ccc|c} c4 & -s4 & 0 & b \\ s4 & c4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad T_{45} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -q_5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

1. Calculer la matrice jacobienne préférentielle $J_{3(2)}$.
2. Pour la configuration de la figure quel est le rang de cette matrice.
3. Donner les conditions pour avoir cette matrice de rang maximal.
4. Le calcul de la jacobienne (géométrique) pour la configuration de la figure est donné par :

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{p}} \\ \boldsymbol{\omega} \end{pmatrix} = J(\mathbf{q}_{\mathbf{figure}}).\dot{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} 1 & -b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \end{pmatrix}$$

(vitesse linéaire et angulaire du repère R_5 en fonction de $\dot{\mathbf{q}}$ pour $\mathbf{q} = \mathbf{q}_{figure}$)
Sans faire le calcul de $J(\mathbf{q})$ et en analysant $J(\mathbf{q}_{figure})$, pouvez-vous trouver les 2 termes $j_{i,j}$ qui sont faux et expliquer pourquoi.

II/ Modèle différentiel Inverse (MDI)
On considère un robot avec quatre liaisons RPRR (3 rotoïdes et une prismatique).
Le modèle différentiel direct de ce robot est donné par :

$$\underline{dX} = \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ d\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\sin(q_1) \\ 1 & 0 & 0 & \cos(q_1) \\ 0 & q_2 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(q_1) & \cos(q_3) & 0 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \end{pmatrix} = J(\underline{q}).\underline{dQ}$$

— Calculer le Modèle différentiel Inverse (ne pas inverser $J(\underline{q})$).
— Pour $q_2 = 0$, on suppose que le rang$(J(\mathbf{q}) = 3$. Donner une condition de compatibilité sur le vecteur $\underline{dX}$ pour pouvoir calculer le modèle différentiel inverse (ne pas calculer le MDI).

III/ Génération de trajectoire
Pour la commande d'un axe de robot entre deux configurations q_1 et q_2, on impose les profils de vitesse $\dot{q}(t)$ et d'accélération $\ddot{q}(t)$ de la figure 2. La décomposition de l'accélération en morceaux permet d'avoir une sollicitation moins brutale au niveau de l'axe et d'imposer les vitesses V_M et V_1.

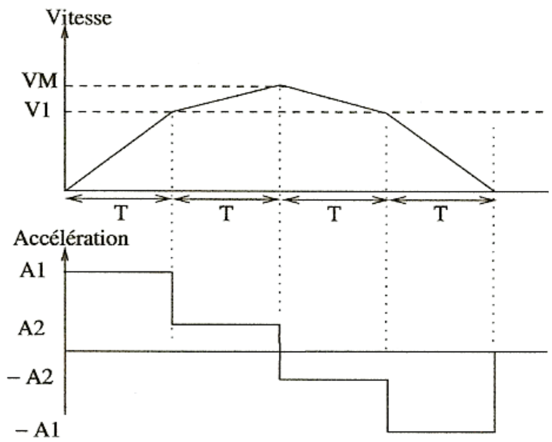

FIGURE 2 – Profils de commande en vitesse et accélération

Sachant qu'on connait : q_1, q_2, A_1 et A_2 et que la durée des différentes phases des profils sont toutes égales à T :
— Calculer T, V_M et V_1.
— calculer $q(t)$ et $\dot{q}(t)$ pour $t \in [0, 3.T]$