

## Évaluation N°1 - 30 Septembre 2019

(durée 1H00 - Seul matériel autorisé = 1 feuille A4 Recto-Verso - Barème indicatif)

NOM		Prénom		Filière	
-----	--	--------	--	---------	--

<b>1- (1pt)</b> VRAI ou FAUX ? Un graphe simple non orienté dont tous les sommets sont de degré 2 est un cycle. Justifiez.	
<b>2- (1pt)</b> Étant donné un graphe simple non orienté $G$ , combien y a-t'il d'arêtes dans un stable à $p$ sommets de $G$ ?	
<b>3- (1pt)</b> Étant donné un graphe simple non orienté $G$ , combien y a-t'il d'arêtes dans une clique à $p$ sommets de $G$ ?	
<b>4- (1pt)</b> Dessinez en utilisant le moins d'arêtes possibles un graphe d'ordre 7 dont la plus grande clique soit de taille 4 et le plus grand stable de taille 3. Décrivez la clique et un des stables maximum.	
<b>5- (1pt)</b> On considère qu'un parcours en profondeur d'abord dans un graphe $G$ a visité un sommet $x$ avec $p$ et $q$ comme dates de pré et post-visite respectives. Donnez l'information la plus précise que l'on peut en déduire sur le nombre de descendants de $x$ dans $G$ .	

Soit  $G_1 = (X_1, U_1)$  le graphe orienté dont le dictionnaire des successeurs est :

$x \in X_1$	A	B	C	D	E	F
$\Gamma^+(x)$	B,C,E	C	D	C	/	B

<b>6- (1pt)</b> Donnez tous les cycles élémentaires de $G_1$ s'ils existent.	
<b>7- (1pt)</b> Dessinez un graphe $G'_1$ résultant de la suppression de tous les cycles de $G_1$ en enlevant le minimum d'arcs. Vous choisirez IMPERATIVEMENT les arcs à enlever par ordre alphabétique (par exemple (B, D) est avant (C,A)).	

On appelle *centroïde* d'un graphe d'ordre  $n$  un sommet tel qu'en le supprimant les composantes connexes restantes sont toutes de tailles inférieures ou égales à  $n/2$ .

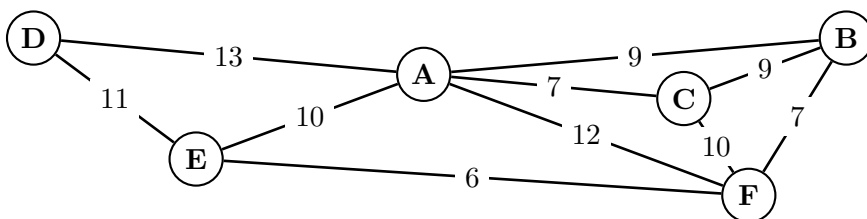
<b>8- (1pt)</b> Donnez tous les centroïdes de $G'_1$ s'ils existent.	
--	--

On considère le graphe  $G_2$  suivant :

$x$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
$\Gamma^+(x)$	E,G,I	D,E	H	B,H,F	G	B,D,H,J	E	C	C,E,F	D

<b>9- (1pt)</b> Donnez le dictionnaire sommets/prédécesseurs de $G_2$ .	
<b>10- (0.5pt)</b> Peut-on décomposer $G_2$ en niveaux, si oui combien (décrivez-les) sinon pourquoi ?	
<b>11- (2pts)</b> Dessinez l'arborescence obtenue par un parcours en profondeur d'abord depuis le sommet $A$ (en cas de choix les sommets seront pris IMPÉRATIVEMENT par ordre alphabétique), vous noterez les dates de début (pré-visite) et de fin de traitement (post-visite) des sommets.	
<b>12- (3pts)</b> Donnez le nombre de composantes f-connexes de $G_2$ et décrivez l'ensemble des sommets de chaque composante.	
<b>13- (1pt)</b> Dessinez le graphe réduit de $G_2$ mis en niveaux.	

On considère le graphe  $G_3$  suivant :



<b>14- (0.5pt)</b> Combien d'arêtes doit avoir un arbre à 6 sommets ?	
<b>15- (2.5pts)</b> Listez les arêtes d'un Arbre Couvrant de Poids Minimum (ACPM) de $G_3$ .	
<b>16- (0.5pt)</b> Quel est le poids de cet arbre couvrant ?	
<b>17- (1pt)</b> L'arbre couvrant de poids minimum pour $G_3$ est-il unique ? Justifiez.	