

## Évaluation N°1 - 28 Septembre 2020

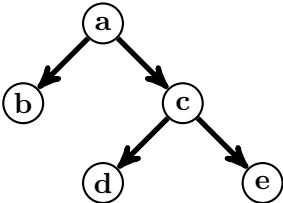
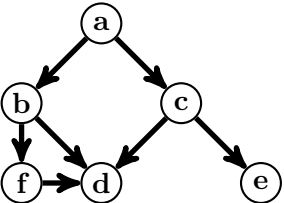
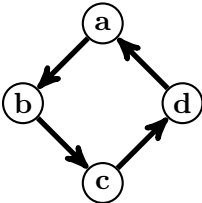
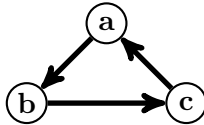
(durée 1H00 - Seul matériel autorisé = 1 feuille A4 Recto-Verso - Barème indicatif)

NOM	Prénom	Filière
-----	--------	---------

On appelle *noyau* d'un graphe orienté  $G = (X, U)$  un ensemble  $N$  de sommets qui est

- un stable (aucun sommet de  $N$  n'est adjacent à un autre sommet de  $N$ ) ET
- $\forall x \notin N, \exists y \in N$  tel que  $(x, y) \in U$  (tout sommet hors du noyau possède un successeur dans le noyau).

**1- (4 points)** Calculez un noyau pour chacun des graphes  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$  et  $G_4$  ci-dessous. **Attention, certains graphes n'ont pas de noyau**, dans ce cas vous écrirez : "pas de noyau". D'autres graphes ont plusieurs noyaux possibles, vous en choisirez un.

	G1 :	G2 :	G3 :	G4 :
				
Réponses :				

**2- (1.5 pts)** Les graphes  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$ ,  $G_4$  possèdent ils des boucles ? des cycles ? des circuits ? (si oui donnez un exemple à chaque fois, sinon écrivez "non")

	G1 :	G2 :	G3 :	G4 :
Boucle :				
Cycle :				
Circuit :				

<b>3- (1 pt)</b> VRAI ou FAUX : "Un puits appartient forcément à un Noyau du graphe" ? Justifiez.	
<b>4- (1 pt)</b> VRAI ou FAUX : "Une source appartient forcément à un Noyau du graphe" ? Justifiez.	
<b>5- (0.5 pt)</b> Donnez une relation entre la somme des degrés (soit entrants soit sortants) des sommets du Noyau et le nombre de sommets hors du noyau qui traduit que "tout sommet hors du noyau possède un successeur dans le noyau".	

On considère le graphe  $G_5$  :

$x$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
$\Gamma^+(x)$	C,D,J	A,D,F,J,K	D	E,H	C,G,H,I	D	I	F,I	G	A	J,L	B,F

<b>6- (1 pt)</b> Donnez le dictionnaire sommets/prédécesseurs de $G_5$ .	$x$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
	$\Gamma^-(x)$												

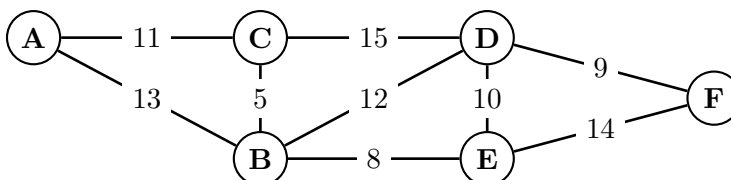
<b>7- (0.5 pt)</b> Peut-on décomposer $G_5$ en niveaux, si oui combien (décrivez-les) sinon pourquoi ?	
--	--

<b>8- (2 pts)</b> Dessinez la forêt d'arborescences obtenues par un parcours en profondeur d'abord depuis le sommet $A$ . En cas de choix les sommets seront pris IMPÉRATIVEMENT par ordre alphabétique. Vous recommencerez éventuellement le parcours en profondeur d'abord depuis le premier sommet non atteint (par ordre alphabétique) autant de fois que nécessaire.	Notez les dates de début (pré-visite) et de fin de traitement (post-visite) des sommets.
---	--

<b>9- (3 pts)</b> Donnez le nombre de composantes f—connexes de $G_5$ et décrivez l'ensemble des sommets de chaque composante.	
--	--

<b>10- (1 pt)</b> Dessinez le graphe réduit de $G_5$ mis en niveaux.	
--	--

On considère le graphe  $G_6$  suivant :



<b>11- (0.5 pt)</b> Combien d'arêtes doit avoir un arbre à 6 sommets ?	
<b>12- (2.5 pts)</b> Listez les arêtes d'un Arbre Couvrant de Poids Minimum (ACPM) de $G_6$ .	
<b>13- (0.5 pt)</b> Quel est le poids de cet arbre couvrant ?	
<b>14- (1 pt)</b> L'arbre couvrant de poids minimum pour $G_6$ est-il unique ? Justifiez.	