

Physique – Mécanique

Durée : 1h

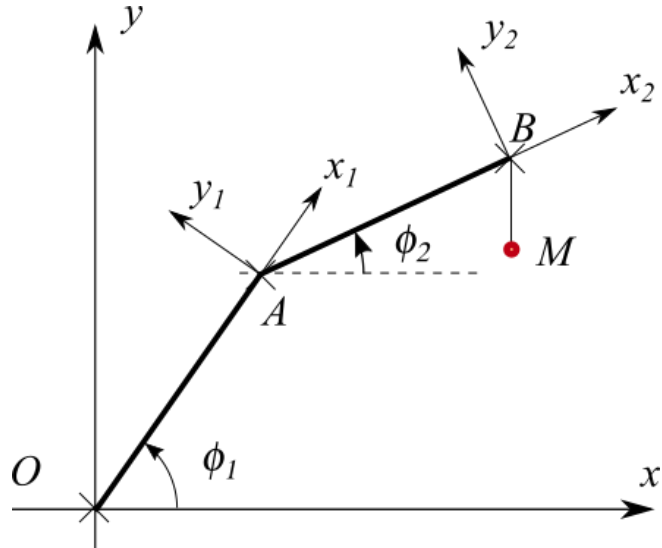
Les réponses doivent être argumentées et justifiées

On s'intéresse à un système servant à soulever une masse m située au point M et que l'on supposera ponctuelle. Le système est constitué de deux « bras » : le segment $\|\vec{OA}\|$ de longueur fixe notée a et le segment $\|\vec{AB}\|$ de longueur variable au cours du temps notée $b(t)$. La masse est suspendue (par l'effet de la gravité) à l'extrémité du système par un fil inextensible de longueur l . En résumé :

$$\|\vec{OA}\| = a$$

$$\|\vec{AB}\| = b(t)$$

$$\|\vec{BM}\| = l$$



Après les mouvements du système, la masse ponctuelle se met à osciller. Le problème est traité en deux parties indépendantes l'une de l'autre.

PARTIE 1 : Etude du mouvement du bras (vous pouvez exprimer vos réponses avec n'importe quels vecteurs de base)

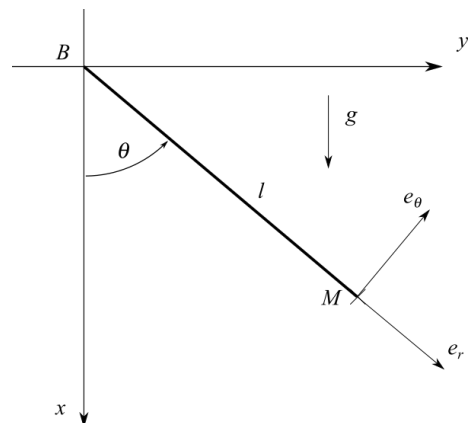
Question 1. Etablissez l'expression du vecteur position du point M

Question 2. Donnez l'expression du vecteur vitesse du point M dans le repère (\vec{x}_1, \vec{y}_1)

Question 3. Donnez l'expression du vecteur vitesse du point M dans le repère (\vec{x}, \vec{y})

PARTIE 2 : Etude des oscillations de la masse

A présent, on se place en face du système et nous observons la masse se « balancer » de droite à gauche. Afin de simplifier le problème on place le repère $R(B, \vec{x}, \vec{y})$ comme indiqué sur le schéma ci-contre. On rappelle que la masse est accrochée à un fil inextensible de longueur l (on négligera la masse du fil). Le début de l'analyse est à $t = 0$ où la masse forme un angle θ_0 avec l'axe des \vec{x} . On notera \vec{T} la tension du fil.



Question 4. Faites un schéma en faisant apparaître les forces qui s'exercent sur le point M .

Question 5. Donner l'expression du vecteur position du point M en utilisant les vecteurs \vec{e}_r et \vec{e}_θ .

Question 6. Donner l'expression du vecteur accélération du point M dans le repère $R(O, \vec{x}, \vec{y})$ en fonction des vecteurs \vec{e}_r et \vec{e}_θ (pour cette question vous ne devez pas utiliser le principe fondamental de la dynamique)

Question 7. A présent, appliquez le principe fondamental de la dynamique pour montrer que sur l'axe \vec{e}_θ , nous avons

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

FORMULAIRE**Dérivation d'un vecteur**

$$\left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_R = \left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_{R'} + \vec{\Omega}(R'/R) \times \vec{A}$$

Où $\vec{\Omega}(R'/R)$ est le vecteur rotation de R' par rapport à R .