

# MODULE “Introduction à l’imagerie”

Documents autorisés

## 1 Problème

On désire effectuer des mesures sur objets plans sur une ligne de production afin d’en vérifier la conformité. Le système d’inspection est construit autour d’un micro-ordinateur de type PC équipé d’une caméra vidéo DFW-V500 dont les caractéristiques sont dans la documentation technique jointe. Cette caméra est fixée à 5 cm au dessus du plan supportant les objets à contrôler. Les objets de dimensions  $6 \times 5$  mm ont une orientation quelconque.

1. La caméra est CCD. Rappeler le principe de cette technologie CCD ? Les pixels sont carrés (**square pixel**). Expliquer. Est-ce important dans le contexte applicatif ?
2. Plusieurs modes d’échantillonnage et de résolution sont proposés dans les spécifications. Quel est l’intérêt de cet échantillonnage ? Comment obtenir des images *RVB* à la résolution initiale ?
3. On souhaite effectuer une balance des blancs sur cette image *RVB*. Le principe est de calculer trois LUTs à partir de trois gains notés  $k_R$ ,  $k_V$ ,  $k_B$  (coefficients de Von Kries) tels que :

$$k_R = \frac{White_R}{R_{avgw}}, k_V = \frac{White_V}{V_{avgw}}, k_B = \frac{White_B}{B_{avgw}}$$

où  $White_R$ ,  $White_G$ ,  $White_B$  est le blanc de référence d’une région image supposée blanche et de moyenne ( $R_{avgw}$ ,  $G_{avgw}$ ,  $B_{avgw}$ ) sur les trois canaux *RVB*. Expliquer la démarche. Considérer plusieurs régions serait-il utile ici ? Justifier.

4. Calculer la focale. En déduire la profondeur de champ minimale.
5. Pour contrôler la pièce, il faut au préalable calculer la position puis l’orientation des pièces dans l’image. On s’appuie ici sur l’image de luminance. Comment obtenir une image de luminance à partir du signal vidéo délivré par le capteur ?
6. Soit l’image de luminance suivante  $\mathcal{I}$  de résolution  $6 \times 6$  pixels correspondant à une région d’intérêt incluant la pièce à contrôler.

3	3	4	4	3	4
4	4	5	10	4	5
3	5	10	11	10	7
3	12	10	12	4	5
5	5	10	7	6	6
4	6	6	5	5	5

Binariser l’image en justifiant le seuil utilisé. La position image de la pièce est définie par son barycentre de coordonnées  $(x_g, y_g)^t$ . Celle-ci peut se calculer à l’aide des moments  $M_{pq}$  d’ordre  $p, q$  donnés par :

$$M_{pq} = \sum_{x=0}^{L-1} \sum_{y=0}^{C-1} f(x, y) \cdot x^p \cdot y^q$$

$f(x, y)$  est la valeur du pixel  $(x, y)$  dans l’image binarisée tandis que  $L$  et  $C$  sont les dimensions de l’image. Justifier les relations :

$$aire = M_{00}, M_{01} = M_{00} \cdot y_g, M_{10} = M_{00} \cdot x_g$$

Faire l’application numérique pour l’image  $\mathcal{I}$  binarisée.

7. L'orientation  $\theta$  de l'objet (par rapport à l'axe horizontal de l'image) peut se déduire de la matrice d'inertie  $M = \begin{pmatrix} \mu_{20} & \mu_{11} \\ \mu_{11} & \mu_{02} \end{pmatrix}$  où  $\mu_{pq}$  sont les moments centrés d'ordre  $p, q$  donnés par :

$$\mu_{pq} = \sum_{x=0}^{L-1} \sum_{y=0}^{C-1} f(x, y) \cdot (x - x_g)^p \cdot (y - y_g)^q$$

La direction  $\theta$  est donnée par le vecteur propre correspondant à la plus grande valeur propre de  $M$ . Montrer que les valeurs propres  $\lambda$  vérifient la relation :

$$\lambda = F(\theta) = \mu_{20} \cdot \cos^2(\theta) + 2 \cdot \mu_{11} \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) + \mu_{02} \cdot \sin^2(\theta)$$

Déduire, en posant  $\alpha = 2 \cdot \theta$ , que :  $\alpha = \arctg \frac{2 \cdot \mu_{11}}{\mu_{20} - \mu_{02}}$ ,  $\alpha \in ] \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2} [$

Faire l'application numérique pour l'image  $\mathcal{I}$  binarisée.

8. Pour améliorer la précision des mesures effectuées sur les objets par le système d'inspection proposé, on suggère d'utiliser la caméra DFW-VL500. Justifier. Proposer une autre alternative pour résoudre le problème.
9. On désire ici appliquer une égalisation d'histogramme à l'image  $\mathcal{I}$ . On souhaite que l'histogramme cumulé noté  $H_{exp}(n_k)$  en chaque niveau  $n_k$  de l'image égalisée soit proche d'une loi exponentielle, soit :

$n_k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$H_{exp}(n_k)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	5	13	36

Effectuer cette égalisation. Cette opération est-elle pertinente ici ? Une loi logarithmique sur l'histogramme cumulé  $H_{ln}(n_k)$  permet par contre de mieux séparer les deux modes dans l'image et donc facilite la segmentation. Justifier. De façon générale, quel serait l'effet d'une égalisation d'histogramme sur l'image égalisée ?

# CORRECTION DU SUJET (version courte)

## 1 Problème

1. Mécanisme de transfert de charges par des registres à décalage. Les pixels sont carrés donc pas de déformation de l'image. Ceci est indispensable car on veut faire de la métrologie...
2. L'intérêt est la compression des images. On passe de l'espace  $YUV$  à l'espace  $RVB$  par une matrice de passage. Pour conserver la même résolution, on utilise une technique de moyennage ou d'interpolation bilinéaire qui est plus juste mais plus coûteuse.
3. On calcule trois LUTs :  $R_a = k_R.R$ ,  $V_a = k_V.V$ ,  $B_a = k_B.B$ . Oui on pourrait faire des LUTs par partie et donc la correction est plus précise. Une alternative est de permettre un moyennage sur plusieurs fenêtres.
4. L'orientation de l'objet est a priori quelconque. On place donc la diagonale de l'objet ( $7.81 \text{ mm}$ ) dans les  $3.6 \text{ mm}$  de la rétine. Application numérique : On a donc :  $G_t = \frac{3.6}{7.81} = \frac{p_1}{p_0}$  et on déduit :  $p_1 \sim 23 \text{ mm}$ . La relation de conjugaison donne alors :  $f = 15.75 \text{ mm}$ .  
On calcule la profondeur de champ avec :  $a_i = \frac{3.6}{480} = \frac{4.8}{640} = 0.0075$ ,  $f = 15.75 \text{ mm}$ ,  $(n.o) = 1.2$ ,  $P_0 = 50 \text{ mm}$ .  $(n.o) = 1.2$  correspond à l'ouverture maximale *i.e.* le  $(n.o)$  minimal puisque on mesure la sensibilité minimale. Application numérique :  $PdC = 0.128 \text{ mm}$ .
5. Il faut un espace colorimétrique découplant luminance et chrominance. Le capteur délivre ici un signal vidéo en  $(Y, U, V)$  donc on récupère la composante  $Y$ .
6. On trace l'histogramme  $h(n_k)$  pour chaque niveau  $n_k$  de l'image  $\mathcal{I}$ , soit :

$n_k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$h(n_k)$	0	0	0	5	8	9	4	2	0	0	5	1	2	0	0	0

On binarise l'image  $\mathcal{I}$  avec un seuil de 8, soit :

0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0

$M_{00}$  est la somme des pixels à 1 dans l'image binarisée.  $x_g$  et  $y_g$  sont les moyennes resp. en ligne et colonne des pixels à 1. Application numérique avec l'origine en  $(0,0)$  :  $x_g = 2.5$ ,  $y_g = 2.5$ .

7. On part de la relation :

$$\begin{pmatrix} \mu_{20} & \mu_{11} \\ \mu_{11} & \mu_{02} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}$$

On obtient le système :

$$\begin{cases} \mu_{20} \cos \theta + \mu_{11} \sin \theta = \lambda \cos \theta \\ \mu_{11} \cos \theta + \mu_{02} \sin \theta = \lambda \sin \theta \end{cases}$$

On multiplie la première équation par  $\cos \theta$  et la seconde par  $\sin \theta$  puis on les additionne. On pose  $\alpha = 2\theta$  soit :  $\sin \alpha = 2 \cos \theta \sin \theta$ ,  $\cos \alpha = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 1 - 2 \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1$ . Donc :  $\cos^2 \theta = \frac{\cos \alpha + 1}{2}$ ,  $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$ .

$$\lambda = \mu_{20} \cos^2 \theta + \mu_{02} \sin^2 \theta + \mu_{11} \sin \alpha$$

$$\lambda = \mu_{20} \left( \frac{\cos \alpha + 1}{2} \right) + \mu_{02} \left( \frac{1 - \cos \alpha}{2} \right) + \mu_{11} \sin \alpha$$

$$\lambda = F(\alpha) = \frac{1}{2} [\mu_{20} + \mu_{02} + (\mu_{20} - \mu_{02}) \cos \alpha + 2\mu_{11} \sin \alpha]$$

En dérivant par rapport à  $\alpha$ , on déduit la relation demandée.

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} = -(\mu_{20} - \mu_{02}) \sin \alpha + 2\mu_{11} \cos \alpha = 0$$

Application numérique :  $\theta = 45^\circ$ .

8. Oui car elle est équipée d'un zoom. L'autre solution est d'augmenter la résolution du capteur.
9. On calcule l'histogramme cumulé  $H(n_k)$  pour chaque niveau  $n_k$  de l'image  $\mathcal{I}$ , soit :

$n_k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$H(n_k)$	0	0	0	5	13	22	26	28	28	28	33	34	36	36	36	36

On applique l'égalisation. On constate que le niveau 3 devient 13, 4 devient 14, 5 devient 14, 6 devient 15,... Cette égalisation est néfaste car elle rend impossible la segmentation de la pièce. Pour une loi logarithmique, on pose :  $H_{ln}(n_k) = \frac{\ln(n_k)}{\ln(15)} \cdot 36$  et  $H_{ln}(0) = 0$ , soit :

$n_k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$H_{ln}(n_k)$	0	0	9	15	18	21	24	26	28	29	31	32	33	33	35	36

On applique l'égalisation : le niveau 3 devient 2, 4 devient 3, 5 devient 5, 6 devient 7, 7 devient 8, 8 reste 8, 9 devient 8, 9 devient 8, 10 devient 12, 11 devient 12, 12 devient 15. On constate que le contraste entre l'objet et le fond augmente : on passe de 3 à 4 niveaux de différence. Une égalisation sur l'image égalisée n'aurait aucun effet...

# CORRECTION DU SUJET (version longue)

## 1 Problème

1. Mécanisme de transfert de charges par des registres à décalage. Les pixels sont carrés donc pas de déformation de l'image. Ceci est indispensable car on veut faire de la métrologie...
2. L'intérêt est la compression des images. On passe de l'espace  $YUV$  à l'espace  $RVB$  par une matrice de passage. Pour conserver la même résolution, on utilise une technique de moyennage ou d'interpolation bilinéaire qui est plus juste mais plus coûteuse.
3. On calcule trois LUTs :  $R_a = k_R.R$ ,  $V_a = k_V.V$ ,  $B_a = k_B.B$ . Oui on pourrait faire des LUTs par partie et donc la correction est plus précise. Une alternative est de permettre un moyennage sur plusieurs fenêtres.
4. L'orientation de l'objet est a priori quelconque. On place donc la diagonale de l'objet ( $7.81 \text{ mm}$ ) dans les  $3.6 \text{ mm}$  de la rétine. On a donc :  $G_t = \frac{3.6}{7.81} = \frac{p_1}{p_0}$  et on déduit :  $p_1 \sim 23 \text{ mm}$ . La relation de conjugaison donne alors :

$$f = \frac{p_1 \cdot p_0}{p_1 + p_0} = \frac{23 \cdot 50}{23 + 50} = 15.75 \text{ mm}$$

On calcule la profondeur de champ avec :  $a_i = \frac{3.6}{480} = \frac{4.8}{640} = 0.0075$ ,  $f = 15.75 \text{ mm}$ ,  $(n.o) = 1.2$ ,  $P_0 = 50 \text{ mm}$ .  $(n.o) = 1.2$  correspond à l'ouverture maximale *i.e.* le  $(n.o)$  minimal puisque on mesure la sensibilité minimale. Application numérique :

$$PdC = 2 \cdot (0.0075) \cdot (1.2) \cdot \frac{50^2}{18.75^2} = 0.128 \text{ mm}$$

5. Il faut un espace colorimétrique découplant luminance et chrominance. Le capteur délivre ici un signal vidéo en  $(Y, U, V)$  donc on récupère la composante  $Y$ .
6. On trace l'histogramme  $h(n_k)$  pour chaque niveau  $n_k$  de l'image  $\mathcal{I}$ , soit :

$n_k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$h(n_k)$	0	0	0	5	8	9	4	2	0	0	5	1	12	0	0	0

On binarise l'image  $\mathcal{I}$  avec un seuil de 8, soit :

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

$M_{00}$  est la somme des pixels à 1 dans l'image binarisée.  $x_g$  et  $y_g$  sont les moyennes resp. en ligne et colonne des pixels à 1. Avec l'origine en  $(0,0)$ , on calcule :  $M_{00} = 8$ ,  $M_{01} = 20$ ,  $M_{10} = 20$  et donc :  $x_g = 2.5$ ,  $y_g = 2.5$ .

7. On part de la relation :

$$\begin{pmatrix} \mu_{20} & \mu_{11} \\ \mu_{11} & \mu_{02} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}$$

On obtient le système :

$$\begin{cases} \mu_{20} \cos \theta + \mu_{11} \sin \theta = \lambda \cos \theta \\ \mu_{11} \cos \theta + \mu_{02} \sin \theta = \lambda \sin \theta \end{cases}$$

On multiplie la première équation par  $\cos \theta$  et la seconde par  $\sin \theta$  puis on les additionne. On pose  $\alpha = 2\theta$  soit :  $\sin \alpha = 2 \cos \theta \sin \theta$ ,  $\cos \alpha = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 1 - 2 \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1$ . Donc :  $\cos^2 \theta = \frac{\cos \alpha + 1}{2}$ ,  $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$ .

$$\lambda = \mu_{20} \cos^2 \theta + \mu_{02} \sin^2 \theta + \mu_{11} \sin \alpha$$

$$\lambda = \mu_{20} \left( \frac{\cos \alpha + 1}{2} \right) + \mu_{02} \left( \frac{1 - \cos \alpha}{2} \right) + \mu_{11} \sin \alpha$$

$$\lambda = F(\alpha) = \frac{1}{2} [\mu_{20} + \mu_{02} + (\mu_{20} - \mu_{02}) \cos \alpha + 2\mu_{11} \sin \alpha]$$

En dérivant sur  $\alpha$ , on déduit la relation demandée

sachant que :

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} = -(\mu_{20} - \mu_{02}) \sin \alpha + 2\mu_{11} \cos \alpha = 0$$

Application numérique :  $\theta = 45^\circ$ .

8. Oui car elle est équipée d'un zoom. L'autre solution est d'augmenter la résolution du capteur.

9. On calcule l'histogramme cumulé  $H(n_k)$  pour chaque niveau  $n_k$  de l'image  $\mathcal{I}$ , soit :

$n_k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$H(n_k)$	0	0	0	5	13	22	26	28	28	28	33	34	36	36	36	36

On applique l'égalisation. On constate que le niveau 3 devient 13, 4 devient 14, 5 devient 14, 6 devient 15,... Cette égalisation est néfaste car elle rend impossible la segmentation de la pièce.

13	13	14	14	13	14
14	14	14	15	14	14
13	14	15	15	15	15
13	15	15	15	14	14
14	14	15	15	15	15
15	15	15	14	14	14

Pour une loi logarithmique, on pose :  $H_{ln}(n_k) = \frac{\ln(n_k)}{\ln(15)} \cdot 36$  et  $H_{ln}(0) = 0$ , soit :

$n_k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$H_{ln}(n_k)$	0	0	9	15	18	21	24	26	28	29	31	32	33	33	35	36

On applique l'égalisation : le niveau 3 devient 2, 4 devient 3, 5 devient 5, 6 devient 7, 7 devient 8, 8 reste 8, 9 devient 8, 9 devient 8, 10 devient 12, 11 devient 12, 12 devient 15. On constate que le contraste entre l'objet et le fond augmente : on passe de 3 à 4 niveaux de différence.

2	2	3	3	2	3
3	3	5	12	3	5
2	5	12	12	12	8
2	15	12	15	3	5
5	5	12	8	7	7
3	7	7	5	5	5

Une égalisation sur l'image égalisée n'aurait aucun effet...