

## EXAMEN DE COMMANDE DE ROBOTS – 2ASRI

1<sup>o</sup> session – Lundi 7 Décembre 2020

Durée 1h30 – Tous documents de Cours, TD, TP autorisés

Tablettes et téléphones mobiles interdits

— Une copie soignée est l'assurance d'une correction bienveillante —

— Les questions 1,2,3 sont indépendantes —

## – COMMANDE ARTICULAIRE D'UN ROBOT MANIPULATEUR 2R –

On considère le robot plan 2R vertical présenté Figure 1. Celui-ci comporte deux corps C1 et C2, respectivement caractérisés par des longueurs et masses constantes  $l_1, m_1$  et  $l_2, m_2$ . Le corps C1 est relié au bâti (non représenté) par une liaison rotoïde L1 dont l'angle relativement à l'horizontale est noté  $q_1$ . L'angle de la liaison L2 qui unit C1 et C2 (relativement à la perpendiculaire commune à L1 et L2) est noté  $q_2$ . À la configuration  $(q_1, q_2)$  le robot fait correspondre la position  $(x, y)$  de l'organe terminal. La constante de gravitation (selon la direction verticale) est désignée par  $g$ .

Le modèle suivant – différent de celui vu en cours – du robot et de ses actionneurs sera exploité en vue de synthétiser une loi de commande permettant d'asservir les signaux  $q_1(t)$  et  $q_2(t)$  aux signaux de consigne  $q_1^*(t)$  et  $q_2^*(t)$ .

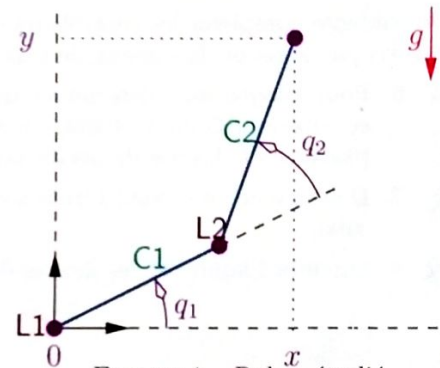
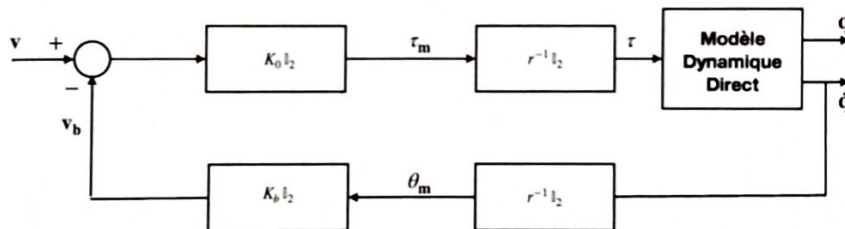


FIGURE 1 – Robot étudié



Ci-dessus,  $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$  désigne le vecteur des deux commandes des actionneurs. De plus,  $\tau = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{pmatrix}$ ,  $q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ ,  $\dot{q} = \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix}$ ,  $\ddot{q} = \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$   $K_0 > 0$ ,  $K_b > 0$  (force contre-électromotrice),  $r \in [0; 1]$  (rapport de réduction), et le modèle dynamique direct du robot s'écrit

$$\tau(t) = D(q(t))\ddot{q}(t) + B(q(t), \dot{q}(t)) + G(q(t)), \quad (1)$$

$$\text{où } D(q) = \begin{pmatrix} (m_1+m_2)l_1^2 + m_2l_2^2 + 2m_2l_1l_2 \cos(q_2) & m_2l_2^2 + m_2l_1l_2 \cos(q_2) \\ m_2l_2^2 + m_2l_1l_2 \cos(q_2) & m_2l_2^2 \end{pmatrix}, \quad B(q, \dot{q}) = \begin{pmatrix} -m_2l_1l_2(2\dot{q}_1\dot{q}_2 + \dot{q}_2^2) \sin q_2 \\ m_2l_1l_2\dot{q}_1^2 \sin q_2 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$G(q) = \begin{pmatrix} (m_1+m_2)gl_1 \cos(q_1) + m_2gl_2 \cos(q_1+q_2) \\ m_2gl_2 \cos(q_1+q_2) \end{pmatrix}, \quad m_1, m_2, l_1, l_2 > 0. \quad (3)$$

On note  $d_{ij}(q)$  l'élément situé à la  $i^{\text{ème}}$  ligne et  $j^{\text{ème}}$  colonne de  $D(q)$ .  $b_i(q, \dot{q})$ ,  $g_i(q)$  désignent les éléments situés à la  $i^{\text{ème}}$  ligne des vecteurs  $B(q, \dot{q})$ ,  $G(q)$ .

Question préliminaire.

1. Montrer que (1)–(2)–(3) se réécrit en

×

$$D(q(t))\ddot{q}(t) + [B(q(t), \dot{q}(t)) + K_0 K_b r^{-2} \dot{q}(t)] + G(q(t)) = K_0 r^{-1} v(t). \quad (4)$$

Les signaux de consigne sont des constantes  $q_1^*$  et  $q_2^*$ .

2. Proposer une approximation de (4) qui s'écrit comme le modèle linéaire découplé

$$J_1 \ddot{q}_1(t) + B_1 \dot{q}_1(t) = K_1 v_1(t) + w_1(t); \quad J_2 \ddot{q}_2(t) + B_2 \dot{q}_2(t) = K_2 v_2(t) + w_2(t), \quad (5)$$

où  $J_1, B_1, K_1, J_2, B_2, K_2$  sont des constantes positives dont on précisera la valeur, et  $w_1(t), w_2(t)$  sont des signaux de perturbation dont on montrera qu'ils peuvent être considérés comme constants si le robot est à l'arrêt.

3. Sur la base de (5), proposer une méthode de synthèse d'un schéma de commande décentralisée de type Proportionnel Dérivé (PD) avec les mêmes coefficients pour les deux liaisons ayant pour objectif de réguler  $q_1(t)$  et  $q_2(t)$  aux constantes  $q_1^*$  et  $q_2^*$  avec une dynamique stable sans dépassement transitoire.
4. Déterminer le régime permanent de l'asservissement.
5. Donner quelques exemples de choix de consignes  $q_1^*$  et  $q_2^*$  pour lesquelles l'asservissement ne présente pas d'erreur de position.

On souhaite compléter les contrôleurs élaborés ci-dessus par un terme feedforward centralisé en vue d'obtenir le suivi par le robot de signaux de consignes  $q_1^*(t), q_2^*(t)$  variantes dans le temps.

6. Pour chaque axe, déterminer un contrôleur feedforward indépendant qui, appliqué conjointement au contrôleur PD en feedback sur modèle linéaire établi dans la section précédente, permettrait un suivi parfait en l'absence de perturbation.
7. Déterminer un second terme feedforward centralisé permettant l'obtention de meilleures propriétés de suivi.
8. Discuter l'intérêt et les limites d'une telle stratégie de commande.