Systèmes asservis à temps continu

- Bâtir un cahier des charges
  - Qu'est-ce qu'un « bon asservissement » ?
    - **DYNAMIQUE :** Un système en BF stable avec des oscillations maîtrisées pour un « bon » temps de réponse
    - **RÉGIME PERMANENT :** Une précision répondant aux besoins
  - Le cahier des charges peut se penser
    - **« En fréquentiel » :** L'amortissement et le temps de réponse imposent la marge de phase
      - Marge de phase 45 – 60 degrés,
      - Marge de gain : 10 – 15dB
      - Introduction d'un intégrateur ou non selon les besoins en précision
    - **« En temporel » :** L'amortissement et le temps de réponse imposent les pôles désirés

      → On s'appuie sur la réponse indicielle d'un 2nd ordre sans zéro à pôles dominants et sur la position des pôles dans le plan complexe

Systèmes asservis à temps continu

- Du cahier des charges aux pôles
  - Réponse indicielle d'un second ordre sans zéro $F(p) = \dfrac{K\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}$
    - Pôles
      $$Si\ \xi \geq 1\ :\ p_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}$$
      $$Si\ \xi < 1\ :\ p_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \xi^2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_p$$
    - Réponses
      $$y(t) = \alpha + \beta e^{p_1 t} + \gamma e^{p_2 t}\ si\ \xi > 1$$
      $$y(t) = \alpha + (\beta + \gamma t)e^{p_1 t}\ si\ \xi = 1$$
      $$y(t) = \alpha + \beta e^{-\xi\omega_n t}\sin(\omega_p t + \varphi)\ si\ \xi < 1$$
    - A retenir
      - **Oscillations seulement si les pôles sont complexes conjugués**

        → + ξ ↗, + les oscillations ↘ et inversement.
      - **ω_p donne la pulsation des oscillations (s'il y en a).** NB : Fréquence : $f_p = \omega_p / 2\pi$

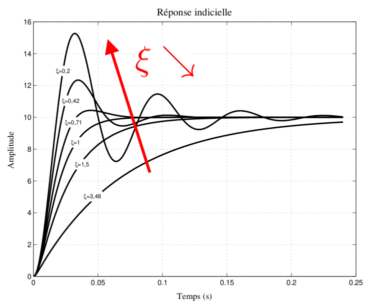
        → + ω_p ↗, + le système oscille avec une fréquence élevée.

        → Si ξ= 0 oscillations entretenues à la pulsation ω_p
      - **Stabilité et rapidité liées à la partie réelle des pôles**

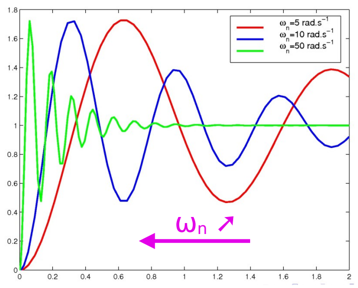
        → + Re(p) < 0, + le pôle est rapide

Systèmes asservis à temps continu

- Du cahier des charges aux pôles
  - Réponse indicielle d'un second ordre sans zéro $F(p) = \dfrac{K\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}$



Effet de ξ pour ω_n donné : + ξ augmente, + D_1 augmente
NB : ξ = 0.7 → meilleur compromis entre amortissement et rapidité → On impose souvent des pôles complexes conjugués.



Effet de ω_n pour ξ donné : + ω_n augmente, + la fréquence des oscillations augmente

Systèmes asservis à temps continu

- Du cahier des charges aux pôles
  - Réponse indicielle d'un second ordre sans zéro $F(p) = \dfrac{K\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}$
    - **Lorsque les pôles sont réels :**
      - Pas d'oscillation
      - Temps de réponse à 5 % : 3 $|\tau_1|$ où $\tau_1 = 1/|p_1|$, τ_1 est la constante de temps associée au pôle p_1 qui est le pôle le plus < 0
    - **Lorsque les pôles sont complexes conjugués :**
      - Oscillations
      - Premier dépassement : $D_1 = e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}}$
      - Temps de réponse à 5 % : $t_{rep} \simeq \dfrac{3}{\xi\omega_n} = \dfrac{3}{|Re(p_1)|}$ →

A retenir

+ ξ ↗, + D_1 ↘
+ $\xi\omega_n$ ↗, + t_{rep} ↘
+ ω_n ↗, + t_m ↘

Connaissant t_{rep} et D_1 , on peut déterminer ξ et ω_n et de là les pôles désirés pour l'asservissement.

Systèmes asservis à temps continu

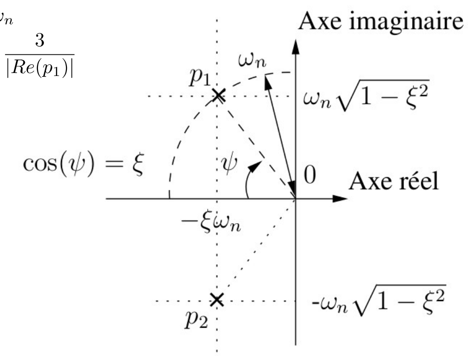
- Du cahier des charges aux pôles
  - Réponse indicielle d'un second ordre sans zéro $F(p) = \dfrac{K\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}$
    - Et s'il y a plus de deux pôles ?
      - On impose comme précédemment les deux pôles p_1 et p_2 via ξ et ω_n
      - On choisit les autres pôles réels et beaucoup plus rapides que p_1 et p_2
        - → 10 fois plus rapide au moins
        - → « on ne voit ainsi » que très peu leur effet dans la réponse temporelle
      - Vocabulaire :
        - **Les pôles p_1 et p_2 sont dits 'pôles dominants'**
        - **Les autres pôles sont dits 'pôles rapides' ou 'pôles non dominants'**

Systèmes asservis à temps continu

- Du cahier des charges aux pôles
  - Réponse indicielle d'un second ordre sans zéro $F(p) = \dfrac{K\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}$
    - Positionnement des pôles et réponse temporelle

$|p_1| = |p_2| = \omega_n$

$t_{rep} \simeq \dfrac{3}{\xi\omega_n} = \dfrac{3}{|Re(p_1)|}$



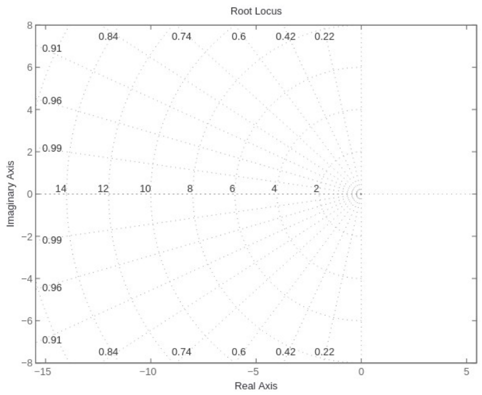
Au bilan

- Les pôles d'un 2nd ordre se situent à l'intersection d'une demi-droite définissant l'amortissement du système et d'un cercle définissant la pulsation naturelle.

- Les systèmes de même temps de réponse ont leurs pôles complexes conjugués sur une même droite verticale.

Systèmes asservis à temps continu

- Du cahier des charges aux pôles
  - Réponse indicielle d'un second ordre sans zéro $F(p) = \dfrac{K\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}$
    - Positionnement des pôles et réponse temporelle



Courbes iso-amortissement et iso-pulsation

- Courbes iso-pulsation → cercle centré sur l'origine de rayon ω_n
  → tous les pôles sur un même cercle conduisent à la même pulsation ω_n

- Courbes iso-amortissement → demi-droites définies par l'angle ψ
  → tous les pôles sur une même demi-droite conduisent au même amortissement ξ

→ **Facilitent le placement de pôles**