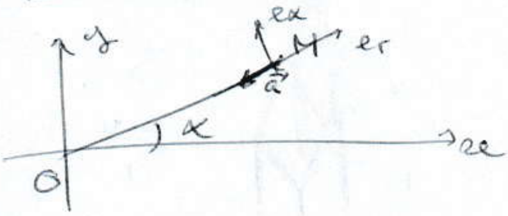
TD2 Mécanique (Cinématique)

Exercice 1 mouvement à accélération centrale



① ~~Comment~~

ne marche pas dans le cas d'un produit vectoriel

$\vec{OM} \wedge \vec{a}(M/R) = \vec{0}$ alors $\Rightarrow \vec{a}(M/R) = \vec{0}$ car $OM \neq 0$

ainsi comme la dérivée de la vitesse correspond à l'accélération alors $\vec{V}(M/R) = \text{cste} \begin{pmatrix} \alpha \\ y \end{pmatrix}_R$ avec $\alpha \neq 0$ et $y \neq 0$

donc $\vec{U} = \vec{OM} \wedge \vec{V}(M/R) = \text{cste}$

Correction ①: Il va falloir dériver l'ensemble et vérifier que $\vec{a} = \vec{0}$

$$\left(\frac{d\vec{U}}{dt}\right)_R = \left(\frac{d\vec{OM}}{dt}\right)_R \wedge \vec{V}(M/R) + \vec{OM} \wedge \left(\frac{d(\vec{V}(M/R))}{dt}\right)_R$$

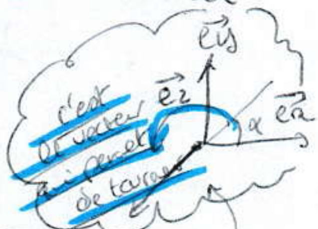
$$= \underbrace{\vec{V}(M/R) \wedge \vec{V}(M/R)}_{=\vec{0} \text{ car vecteurs colinéaires}} + \underbrace{\vec{OM} \wedge \vec{a}(M/R)}_{=\vec{0} \text{ car donné dans le sujet}}$$

$$= \vec{0}$$

$\Rightarrow$ donc $\vec{U} = \vec{OM} \wedge \vec{V}(M/R)$ est constant

② Info : C'est quoi le moment cinétique ?

$$\boxed{\vec{M_C} = \vec{OM} \wedge m\vec{V}(M/R)}$$



$$\vec{OM} = r\vec{e_r}$$

formule du cour

$$\boxed{\vec{V}_{M/R} = \left(\frac{d\vec{OM}}{dt}\right)_R = \dot{r}\vec{e_r} + r\left(\frac{d\vec{e_r}}{dt}\right)_R}$$

vecteur de rotation

$$\left(\frac{d\vec{e_r}}{dt}\right)_R = \cancel{\left(\frac{d\vec{e_r}}{dt}\right)_{R'}}^{\vec{0}} + \underbrace{\vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \vec{e_r}}_{?} = \dot{\alpha}\vec{e_z} \wedge \vec{e_r} = \dot{\alpha}\vec{e_\alpha}$$

Donc $\Rightarrow \dot{r}\vec{e_r} + r\left(\frac{d\vec{e_r}}{dt}\right)_R = \dot{r}\vec{e_r} + r\dot{\alpha}\vec{e_\alpha}$ $\vec{V}_{M/R}$

ainsi : $\boxed{\vec{M_C} = \vec{OM} \wedge m\vec{V}_{M/R}}$

$$= r\vec{e_r} \wedge m(\dot{r}\vec{e_r} + r\dot{\alpha}\vec{e_\alpha})$$

$$= \cancel{r\vec{e_r} \wedge m\dot{r}\vec{e_r}}^{\vec{0}} + r\vec{e_r} \wedge m r\dot{\alpha}\vec{e_\alpha}$$

car colinéaire

$$\Rightarrow \boxed{\vec{M_C} = mr^2\dot{\alpha}\vec{e_z}}$$

③ On sait que le moment cinétique $\vec{M_C} = \text{cste} = mr^2\dot{\alpha}\vec{e_z}$ donc

$$\left(\frac{d\vec{M_C}}{dt}\right)_R = \vec{0} = \left(\frac{d(mr^2\dot{\alpha}\vec{e_z})}{dt}\right)_R = m(2r\dot{r}\dot{\alpha}\vec{e_z} + r^2\ddot{\alpha}\vec{e_z})$$

car on dérive $\dot{\alpha}$ par rapport au temps

Un vecteur est nul si sa norme est nulle donc on a $(2r\dot{r}\dot{\alpha} + r^2\ddot{\alpha}) = 0$

Au final $\boxed{2\dot{r}\dot{\alpha} + r\ddot{\alpha} = 0}$ ← on va s'amuser à résoudre l'éq car bien trop compliqué à la main

$$e_1\bar{e_2}e_4 + \bar{e_3}e_4 + \bar{e_3}e_4e_2$$

SOH
CAH
TOA
$op = \frac{hyp}{\sin}$
$\sin = \frac{op}{hyp}$
$adj = \frac{hyp}{\cos}$