TD 1 : ALGEBRE DE BOOLE ET TABLEAU DE KARNAUGH

Objectifs :
- **Simplifier** des équations logiques.
- **Représenter** un système logique sous ces différentes formes.

Exercice 1

Simplifier les équations suivantes avec l'algèbre de Boole :

$Q = (a + b + c).(a + \bar{b} + c).(a + \bar{b} + \bar{c})$

$R = a.b.c + a.b.\bar{c} + a.\bar{b}.c$

$T = (a + b).(a + c) + (b + c).(b + a) + (c + a).(c + b)$

Exercice 2

Utiliser les théorèmes de De Morgan pour exprimer les fonctions suivantes uniquement avec au maximum 4 portes NOR

1) $a + b$
2) ab

Utiliser les théorèmes de De Morgan pour exprimer les fonctions suivantes uniquement avec au maximum 4 portes NAND

1) $a + b$
2) ab
3) $a \oplus b$

Exercice 3

Donner les équations à partir des tableaux de Karnaugh (Voir au dos).

Exercice 4

Simplifier les équations suivantes en utilisant les tableaux de Karnaugh et/ou les propriétés de De Morgan :

1) $x = \bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{C}BA + D\bar{B}C$
2) $y = \overline{\overline{(xy + z)}.yx}$
3) $z = A\overline{BC} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \overline{AB}C$

Exercice 5

Montrer que la simplification de l'équation suivante est plus simple en utilisant le tableau de Karnaugh qu'en utilisant l'algèbre de BOOLE

$$f = \bar{A}\,C\,\bar{E} + \bar{A}\,D\,\bar{E} + \bar{C}\,\bar{D}\,\bar{E} + A\,\bar{C}\,\bar{E} + A\,\bar{B}\,\bar{C} + A\,\bar{B}\,C\,E$$

Exercice 6 (A faire à la maison)

Démontrer les équations booléennes suivantes par l'algèbre de Boole :

1) $x.\bar{y} + y = x + y$
2) $x.y + y.z + z.\bar{x} = x.y + z.\bar{x}$
3) $(x + y)(y + z)(z + \bar{x}) = (x + y)(z + \bar{x})$

Simplifier les équations suivantes avec l'algèbre de Boole et avec les tableaux de Karnaugh

$P = (a + \bar{b}).(b + \bar{c}).(c + \bar{a})$ $S = (\bar{a} + b).(a + b + d).\bar{d}$

Tournez S.V.P.

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	0	1	1	0
10	0	1	1	0

M =

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	1

N =

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	1	1	1
11	1	1	0	0
10	0	0	0	0

P =

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	0	1	1
11	1	1	1	1
10	0	0	1	0

R =

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	1	1	0

S =

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	1	0	1	1
11	0	1	0	1
10	1	1	1	1

T =

de \ abc	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	0	0	1	1	1	1	0
01	0	0	0	1	1	1	1	0
11	0	0	0	1	1	1	1	0
10	0	0	0	1	1	1	1	0

H =

de \ abc	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	1	1	0	0	1	1	0
01	0	1	1	0	0	1	1	0
11	0	1	1	0	0	1	1	0
10	0	1	1	0	0	1	1	0

J =

de \ abc	000	001	011	010	110	111	101	100
00	1	0	0	1	1	0	0	1
01	0	1	0	0	0	0	1	0
11	0	1	0	0	0	0	1	0
10	1	0	0	1	1	0	0	1

K =

de \ abc	000	001	011	010	110	111	101	100
00	1	1	1	0	0	1	1	1
01	0	1	1	0	0	1	1	0
11	1	1	1	1	1	1	1	1
10	1	0	0	1	1	0	0	1

L =