

TD1 - Codage des données numériques

1 Entiers relatifs

- On considère le mot code A défini sur 8 bits par : $A = 1111\ 1111$. Quel est l'entier codé en considérant que A représente :
 - un entier naturel, $\mathcal{N}(A)$
 - un entier relatif selon un codage signe et valeur absolue, $\mathcal{S}(A)$
 - un entier relatif selon un codage en complément à 2, $\mathcal{Z}(A)$
 - un entier relatif selon un codage par excédent, $\mathcal{X}_{128}(A)$

$$\begin{aligned}\mathcal{N}(A) &= 255 \\ \mathcal{S}(A) &= -127 \\ \mathcal{Z}(A) &= -1 \\ \mathcal{X}_{128}(A) &= 127\end{aligned}$$

- Donner les représentations en signe et valeur absolue, codage par excédent (ou binaire décalé de 2^{n-1} , n : nombre de bits) et en complément à 2 sur un octet des nombres 0, 1, -1, 127, -128.

x	A tel que $\mathcal{S}(A)=x$	A tel que $\mathcal{X}_{128}(A)=x$	A tel que $\mathcal{Z}(A)=x$
0	0000 0000 1000 0000	1000 0000	0000 0000
1	0000 0001	1000 0001	0000 0001
-1	1000 0001	0111 1111	1111 1111
127	0111 1111	1111 1111	0111 1111
-128	Non codable	0000 0000	1000 0000

- Peut-on en déduire une règle simple de passage du binaire décalé au complément à 2 et inversement ?

Oui, il suffit d'inverser le bit de poids fort pour passer du codage excédent 128 au codage par complément à 2 et inversement.

2 Réels en virgule fixe

On veut coder des nombres réels, selon la technique du complément à 2, en notation virgule fixe sur 16 bits avec partie fractionnaire sur 7 bits. Le mot code A représente le réel noté $\Phi_7(A)$.

- Que représente avec cette convention le mot code $A = F8\ 10$?

$$\Phi_7(A) = -15,875$$

- Déterminez les codes des réels : 12.75, 255.5, -255.5, 256, 1.007.

$$\begin{aligned}\Phi_7(A) = 12,75 &\Rightarrow A = 0000\ 0110\ 0110\ 0000 = 0x0660 \\ \Phi_7(A) = 255,5 &\Rightarrow A = 0111\ 1111\ 1100\ 0000 = 0x7FC0 \\ \Phi_7(A) = -255,5 &\Rightarrow A = 1000\ 0000\ 0100\ 0000 = 0x8040 \\ \Phi_7(A) = 256 &\Rightarrow \text{Non codable} \\ \Phi_7(A) = 1,007 &\Rightarrow A = 0000\ 0000\ 1000\ 0000 \text{ ou } A = 0000\ 0000\ 1000\ 0001\end{aligned}$$

3. Conclure sur les intérêts et les limites du codage virgule fixe.

cf. cours

3 Réels en virgule flottante (format IEEE P754)

1. Exprimer en décimal les nombres réels codés par : $3F\ C0\ 00\ 00$ et $C1\ 56\ 00\ 00$ suivant la norme IEEE P754.

$A=0x3FC00000 \Rightarrow \mathcal{R}(A) = 1,5$
 $A=0xC1560000 \Rightarrow \mathcal{R}(A) = -13,375$

2. Déterminez les codes des nombres réels 256, 0.125, -6.25, 5315.84375 dans la norme IEEE P754.

$\mathcal{R}(A) = 256 \Rightarrow A=0x43800000$
 $\mathcal{R}(A) = 0,125 \Rightarrow A=0x3E000000$
 $\mathcal{R}(A) = -6,25 \Rightarrow A=0xC0C80000$
 $\mathcal{R}(A) = 5315,84375 \Rightarrow A=0x45A61EC0$

4 Complément à la base, dépassement de capacité

1. Calculer en complément à 2 sur un octet la somme des nombres décimaux 96 et 45, 96 et -45, -96 et -45.

Conclure sur le débordement.

$\mathcal{Z}(A)=96$	$A=0110\ 0000$	Il y a débordement (V=1)
$\mathcal{Z}(B)=45$	$B=0010\ 1101$	
$\mathcal{Z}(S)=-115$	$S=1000\ 1101$	
$\mathcal{Z}(A)=96$	$A=0110\ 0000$	Le résultat est correct (V=0)
$\mathcal{Z}(B)=-45$	$B=1101\ 0011$	
$\mathcal{Z}(S)=51$	$S=0011\ 0011$	
$\mathcal{Z}(A)=-96$	$A=1010\ 0000$	Il y a débordement (V=1)
$\mathcal{Z}(B)=-45$	$B=1101\ 0011$	
$\mathcal{Z}(S)=115$	$S=0111\ 0011$	

2. Une unité arithmétique et logique (UAL) est munie de différents indicateurs mis à jour par les opérations arithmétiques et logiques,

C : retenue finale, Z : zéro, N : signe, V : overflow.

Comment sont définis ces indicateurs par rapport aux éléments du registre de sortie de l'UAL et aux retenues ?

Soit A et B les entrées de l'UAL, S sa sortie et R les retenues :

$$C = r_n$$

$$Z = s_{n-1} + s_{n-2} + \dots + s_1 + s_0$$

$$N = s_{n-1}$$

$$V = r_n \oplus r_{n-1}$$