

## Évaluation N°1 - 27 Septembre 2021

(durée 1H00 - Seul matériel autorisé = 1 feuille A4 Recto-Verso - Barème indicatif)

NOM	Prénom	Filière
-----	--------	---------

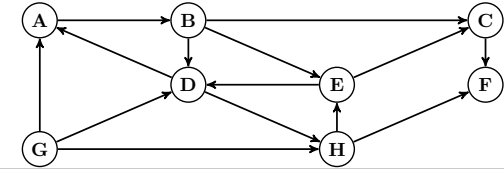
Un graphe  $G$  est dit *quasi f-connexe* si, pour toute paire de sommets DISTINCTS  $x$  et  $y$  de  $G$  on peut trouver un sommet  $z$  qui est à la fois ascendant de  $x$  et ascendant de  $y$ .

1- (1.5 points) Pour les graphes  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$  et  $G_4$  ci-dessous. Répondez par oui ou par non aux trois questions suivantes.

	$G_1$ :	$G_2$ :	$G_3$ :	$G_4$ :
Le graphe possède au moins une racine :	oui	non	oui	oui
Le graphe est fortement connexe :	non	non	non	oui
Le graphe est quasi f-connexe :	oui	non	oui	oui

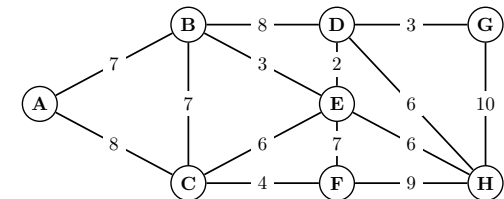
2- (1.5 pts) VRAI ou FAUX : "Un graphe quasi f-connexe ne peut pas avoir plus d'un sommet source" ? Justifiez.	VRAI car si $x$ et $y$ sont deux sources distinctes alors il doit exister un chemin de $z$ vers $x$ ou $z = x$ et $z$ vers $y$ ou $z = y$ mais comme $x \neq y$ alors il faudrait un arc entrant en $x$ ou en $y$
3- (1.5 pts) VRAI ou FAUX : "Un graphe quasi f-connexe est fortement connexe" ? Justifiez.	FAUX : $G_1$ ou $G_3$
4- (1.5 pts) VRAI ou FAUX : "Un graphe fortement connexe est quasi f-connexe" ? Justifiez.	VRAI : il existe un chemin entre deux sommets quelconques $x, y$ donc pour toute paire $x, y$ il existe $z$ par exemple $z = x$ t.q chemin de $z$ à $y$ .
5- (1.5 pts) VRAI ou FAUX : "Si un graphe possède au moins une racine alors il est quasi f-connexe" ? Justifiez.	VRAI : pour tout couple de sommet on peut prendre la racine comme sommet $z$
6- (0.5 pt) VRAI ou FAUX : "Si un graphe est quasi f-connexe alors il possède au moins une racine" ? Justifiez.	VRAI : en classant les sommets de 1 à $n$ , on sait qu'il existe un sommet $i_1$ ascendant de 1 et 2, on peut ensuite trouver un sommet $i_3$ ascendant de $i_2$ et 3, etc, et terminer par un sommet $i_n$ ascendant de $i_{n-1}$ et $n$ . $i_n$ est donc racine du graphe.

On considère le graphe  $G_5$  suivant :



7- (1 pt) Peut-on décomposer $G_5$ en niveaux, si oui combien (les décrire) sinon pourquoi ?	(1 point) non il existe des circuits exemple ABDA
8- (2 pts) Dessinez la forêt d'arborescences obtenue par un parcours en profondeur d'abord des successeurs depuis le sommet A. En cas de choix les sommets seront pris IMPÉRATIVEMENT par ordre alphabétique. Vous recommencerez éventuellement le parcours en profondeur d'abord depuis le premier sommet non atteint (par ordre alphabétique) autant de fois que nécessaire.	Notez les dates de début (pré-visite) et de fin de traitement (post-visite) des sommets. A[1;14]-B[2;13]-C[3;6]-F[4;5] .....-D[7;12]-H[8;11]-E[9;10] G[15;16]
9- (3 pts) Donnez le nombre de composantes f-connexes de $G_5$ et décrivez-les (en donnant l'ensemble des sommets dans chaque composante).	4 : {G} {ABDEH} {C} {F}
10- (1 pt) Dessinez le graphe réduit de $G_5$ mis en niveaux.	4 niveaux $N_0, \dots, N_3$ , 4 arcs 

On considère le graphe  $G_6$  suivant :



11- (0.5 pt) Combien d'arêtes doit avoir un arbre à 8 sommets ?	$7 = n - 1$
12- (3 pts) Listez les arêtes d'un Arbre Couvrant de Poids Minimum (ACPM) de $G_6$ .	(DE)(BE)(DG)(CF)(CE)(DH)[ou EH](AB)
13- (0.5 pt) Quel est le poids de cet arbre couvrant ?	31
14- (1 pt) L'arbre couvrant de poids minimum pour $G_6$ est-il unique ? Justifiez.	non cycle DEHD avec DH et EH même poids, on aurait pu prendre EH à la place de DH.