UNIVERSITÉ PAUL SABATIER **UPSSITECH**

EXAMEN DE COMMANDE DE ROBOTS – 2ASRI

1° session – Lundi 10 Décembre 2018

Durée 1h30 – Tous documents de Cours, TD, TP autorisés

Tablettes et téléphones mobiles interdits

COMMANDE ARTICULAIRE D'UN ROBOT MANIPULATEUR 2R

On considère le robot présenté Figure 1. Celui-ci comporte deux corps, reliés au socle (point 0) et entre eux par l'intermédiaire de deux liaisons rotoïdes. Le but est d'asservir les coordonnées généralisées $q_1(t)$ et $q_2(t)$ à des lois de référence $q_1^\star(t)$ et $q_2^\star(t)$ préalablement définies. Ces consignes vérifient, en désignant par t_0 et t_1 les instants de début et de fin de la tâche,

$$q_1^\star(t_0) = 0\,;\; q_2^\star(t_0) = 0\,;\; q_1^\star(t_1) = \pi\,;\; q_2^\star(t_1) = \pi. \tag{1}$$

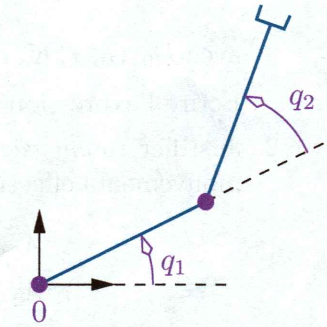

FIGURE 1 – Robot étudié

On envisage *une commande en couple*. On se place dans l'hypothèse où les signaux de commande u_1, u_2 délivrés par le contrôleur sont en fait des courants $i_{m,1}, i_{m,2}$ appliqués aux induits des moteurs reliés aux liaisons. On admet que ces courants causent les couples respectifs $\gamma_{m,1}, \gamma_{m,2}$ au niveau des axes moteurs

$$\gamma_{m,1} = K_c i_{m,1} \text{ et } \gamma_{m,2} = K_c i_{m,2}, \tag{2}$$

avec $K_c = 20$. On note $u = (u_1, u_2)^T$, $i_m = (i_{m,1}, i_{m,2})^T$ et $\gamma_m = (\gamma_{m,1}, \gamma_{m,2})^T$.

Un réducteur de rapport r est placé entre les axes moteurs et les axes des liaisons. Le vecteur $q = (q_1, q_2)^T$ regroupe les positions des liaisons, causées par le vecteur des couples $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2)^T$ transmis à celles-ci via le réducteur. Le vecteur $q_m = (q_{m,1}, q_{m,2})^T$ désigne les positions des axes moteurs. Les équations suivantes sont satisfaites :

$$\gamma = r^{-1}\gamma_m, \tag{3}$$

$$D(q(t))\ddot{q}(t) + B(q(t), \dot{q}(t)) + G(q(t)) = \gamma(t), \text{ Modèle Dynamique Direct} \tag{4}$$

$$q_m = r^{-1}q. \tag{5}$$

Le robot et ses actionneurs peuvent par conséquent être représentés par un schéma-bloc exprimant les relations

$$i_m \xrightarrow{(2)} \gamma_m \xrightarrow{(3)} \gamma \xrightarrow{\text{Modèle Dynamique Direct (4)}} (q, \dot{q}) \xrightarrow{(5)} (q_m, \dot{q}_m)$$

Le modèle complet équivalent se réécrit sous la forme :

$$r^2 D(q(t))\ddot{q}_m(t) + rB(q(t), \dot{q}(t)) + rG(q(t)) = K_c i_m(t). \tag{6}$$

C'est sur cette expression que s'appuie la synthèse du contrôleur.

En outre, le modèle dynamique direct (4) s'écrit (en ommettant les dépendances par rapport à t afin de ne pas surcharger les notations) :

rel

$$D(q) = D_0 + D_1(q), \text{ où } D_0 = \begin{pmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}, \; D_1(q) = \begin{pmatrix} 20\,(\cos q_2 + 1) & 10\,(\cos q_2 + 1) \\ 10\,(\cos q_2 + 1) & 0 \end{pmatrix}; \tag{7}$$

$$B(q, \dot{q}) = \begin{pmatrix} -10\,(2\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\,\dot{q}_2\,\sin q_2 \\ 10\,\dot{q}_1^2\,\sin q_2 \end{pmatrix}; \tag{8}$$

$$G(q) = G_0 + G_1(q), \text{ où } G_0 = \begin{pmatrix} -200 \\ 100 \end{pmatrix}, \; G_1(q) = \begin{pmatrix} 100\,(\cos(q_1+q_2) - 1) \,+\, 300\,(\cos q_1 + 1) \\ 100\,(\cos(q_1+q_2) - 1) \end{pmatrix}. \tag{9}$$

I/ Répondre aux questions suivantes.

1. Montrer que le modèle (6) du système en boucle ouverte complet se réécrit sous la forme équivalente
$$r^2 D_0 \ddot{q}_m(t) + rG_0 + rd(q_m(t), \dot{q}_m(t), \ddot{q}_m(t)) = K_c i_m(t), \tag{10}$$
avec D_0, G_0, r, K_c donnés ci-dessus. réécrire les choses

   Écrire l'expression de d. Que vaut d en la configuration souhaitée à l'instant final t_1 ?

2. Justifier *soigneusement* le fait que si le robot admet des réducteurs importants (r faible) et si les mouvements effectués sont lents, alors (10) peut être simplifié en néglige le rd
$$r^2 A_1\, \underbrace{\ddot{q}_{m,1}(t)}_{\text{sortie}} + rg_1 = K_c \underbrace{i_{m,1}(t)}_{\text{entrée, commande}}, \qquad \text{avec } A_1 = 20,\; g_1 = -200, \tag{11}$$
$$r^2 A_2\, \ddot{q}_{m,2}(t) + rg_2 = K_c i_{m,2}(t), \qquad \text{avec } A_2 = 10,\; g_2 = 100. \tag{12}$$
   Quel est l'intérêt de cette simplification ? à quoi on peut négligé le rd

II/ Pour r faible et à la condition que les mouvements effectués soient lents, on considère chaque axe l indépendamment, $l \in \{1, 2\}$. Sur la base du modèle

entrée

$$r^2 A_l \ddot{q}_{m,l}(t) + rg_l = K_c i_{m,l}(t), \tag{13}$$

sortie = entré i - entré g

et disposant des mesures de la position $q_{m,l}$ et de la vitesse $\omega_{m,l} = \dot{q}_{m,l}$ de l'actionneur l, on se propose de mettre en place un contrôleur de la forme suivante (avec les notations classiques pour les transformées de Laplace de signaux temporels)

comparateur

$$I_{m,l}(p) = K\underbrace{(Q^\star_{m,l}(p) - Q_{m,l}(p))}_{\varepsilon} - K_v \Omega_{m,l}(p), \tag{14}$$

l intégrateur

gain

la consigne la sort

où $\Omega_{m,l}(p)$ désigne la transformée de $\omega_{m,l} = \dot{q}_{m,l}$.

3. Dessiner le schéma-bloc du système (13). On rappelle que son entrée de commande est $i_{m,l}(t)$, $w_l(t) = g_l$ constitue une entrée de perturbation, et $q_{m,l}(t)$ constitue sa sortie.
4. Dessiner le schéma-bloc du contrôleur (14), et interconnecter les deux schémas-blocs.
5. Établir la relation qui unit la consigne $Q^\star_{m,l}(p)$, la perturbation $W_l(p) = \frac{g_l}{p}$ et la sortie $Q_{m,l}(p)$.
6. Déterminer à quelles conditions sur K, K_v la boucle fermée est stable. → cours
7. Sous réserve que la boucle fermée soit stable, calculer les erreurs de position et de vitesse. → cours
8. Proposer une méthode de synthèse des coefficients K, K_v, en argumentant le choix effectué.

III/ On considère un robot tel que $r = 1$. feed forward ou feedback linéarisant

9. Rappeler pourquoi la stratégie ci-dessus ne permet pas de satisfaire les objectifs.
   Proposer une stratégie permettant de réaliser un suivi de consigne variable dans le temps. pourquoi
   Développer les calculs permettant l'obtention du contrôleur aussi loin que possible.
10. Discuter les avantages et inconvénients de la solution proposée.