

TD 2 – Mécanique

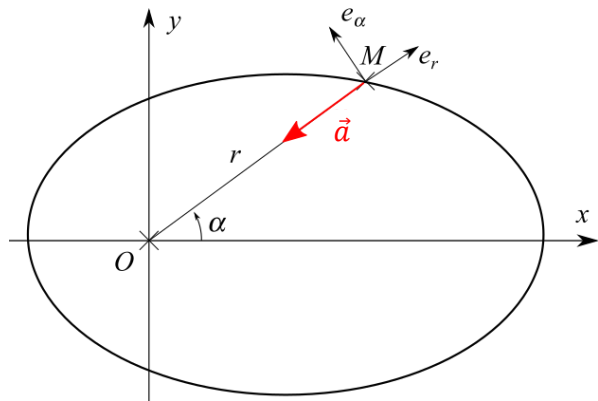
Description des mouvements, composition des vitesses et accélérations,
repère polaire

Exercice 1 : mouvement à accélération centrale

Le mouvement des planètes est un mouvement à accélération centrale. C'est-à-dire que l'accélération est toujours orientée vers un point fixe, ici le point O .

De façon assez immédiate nous en déduisons que pour ce type de mouvement le vecteur accélération est colinéaire au vecteur position donc :

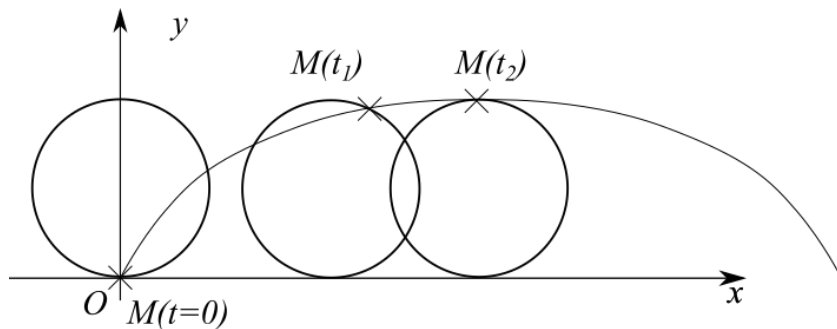
$$\overrightarrow{OM} \wedge \vec{a}(M/R) = \vec{0}$$



1. Montrez que le vecteur $\vec{U} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{V}(M/R)$ est constant.
2. Donnez l'expression du moment cinétique de M par rapport au point O .
3. Quelle est l'équation différentielle qui gouverne ce mouvement

Exercice 2 : La cycloïde

La courbe cycloïde correspond à la trajectoire de la valve d'une roue de vélo.



Nous avons donc un point M qui est situé en O pour $t = 0$. La roue avance sans frottement le long de l'axe \vec{x} . On notera r le rayon de la roue.

1. Déterminez l'expression de la position du point M dans le repère $R(O, \vec{x}, \vec{y})$.
2. Donnez la vitesse du point M dans le repère $R(O, \vec{x}, \vec{y})$.
3. Calculez l'expression de l'accélération du point M dans le repère $R(O, \vec{x}, \vec{y})$.

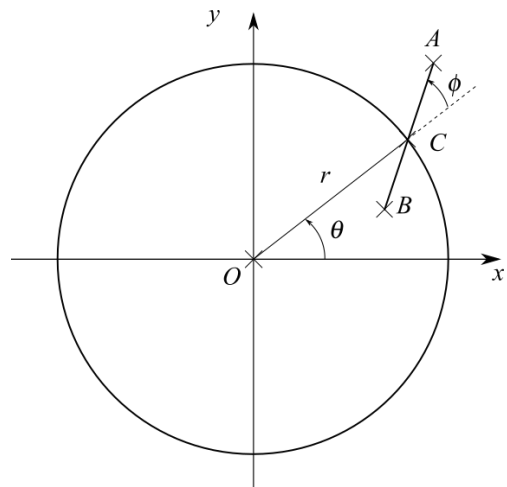
Exercice 3 : Manège

Sur une roue de rayon r nous avons fixé une tige AB (la liaison est un pivot situé au point C). La longueur de la tige sera notée $2l$ et le point C est situé au milieu de la tige. La roue tourne ainsi que la tige. On utilisera les repères suivants :

- Repère principal : $R(\vec{x}, \vec{y})$
- Repère lié à la roue : $R_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$ où \vec{x}_1 est porté par un rayon du cercle
- Repère lié à la tige : $R_2(\vec{x}_2, \vec{y}_2)$ où \vec{x}_2 est porté par la tige

On cherche à caractériser le mouvement de l'extrémité de la tige (on prendra la point A).

1. Donnez l'expression du vecteur position et la vitesse du point A dans le repère $R_2(C, \vec{x}_2, \vec{y}_2)$
2. Mêmes questions dans le repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1)$
3. Mêmes questions dans le repère $R(O, \vec{x}, \vec{y})$



Exercice 4 : Repère de Frenet

On considère une courbe C sur laquelle se déplace un point matériel M . La vitesse de ce point dans le repère $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est noté $\vec{V}(M/R)$. On définit un repère local associé à la trajectoire (on appelle ce repère le repère de Frenet) noté $R'(M, \vec{e}_\tau, \vec{e}_n, \vec{e}_b)$.

1. Comment placeriez-vous ce repère ?
2. Quelle est la relation entre $s(t)$, l'abscisse curviligne, et la vitesse du point M ?
3. En introduisant le rayon de courbure R_c , montrez que l'accélération du point M dans le repère $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est donnée par

$$\vec{\gamma}(R/M) = \frac{dV}{dt} \vec{e}_\tau + \frac{V^2}{R_c} \vec{e}_n$$

