4. Représentation fréquentielle des fonctions de transfert

1. Introduction

Une fonction de transfert d'un système étant définie par H(p), les représentations fréquentielles ont pour but de caractériser le nombre complexe H(j.ω) obtenu en posant p = j.ω.
A partir de ce nombre complexe, on détermine le gain G de H(j.ω) exprimé en décibel (dB) et la phase φ de H(j.ω) exprimée en degré ou en radians :

Gain : $G = 20.\log_{10}|H(j.\omega)|$

Phase : $\varphi = \arg(H(j.\omega))$

<u>Trois types de représentation sont couramment utilisés :</u>

- les lieux de **Bode** : deux courbes dans le plan semi-logarithmique :
  G_{dB} en fonction de ω (rd/s) et φ (°) en fonction de ω (rd/s),
- le lieu de **Nyquist** : courbe dans le plan complexe :
  Im[H(jω)] en fonction de Re[H(jω)]
- le lieu de **Black :** courbe dans le plan cartésien :
  G_{dB} en fonction de φ (°)

2. Rappels sur les complexes

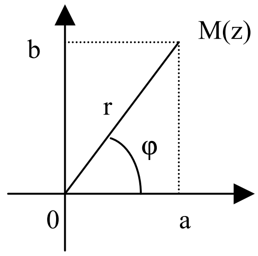
$\boxed{z = a + i.b}$ a : partie réelle de z
b : partie imaginaire de z

$\boxed{z = r.e^{i.\varphi}}$ r : module de z
φ : argument

- conjugué de z : $\bar{z} = a - i.b$ $\bar{z} = r.e^{-i.\varphi}$
- module de z : $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$, $|z| = |\bar{z}|$ $|z| = r$
- module de z² : $|z|^2 = z.\bar{z}$ $|z|^2 = r^2$

- argument de z : $\varphi = \arg(z) = \arctan(\frac{b}{a})$ $\qquad\qquad \varphi = \arg(z)$

- rationnel : $Z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 . \overline{z_2}}{|z_2|^2}$,



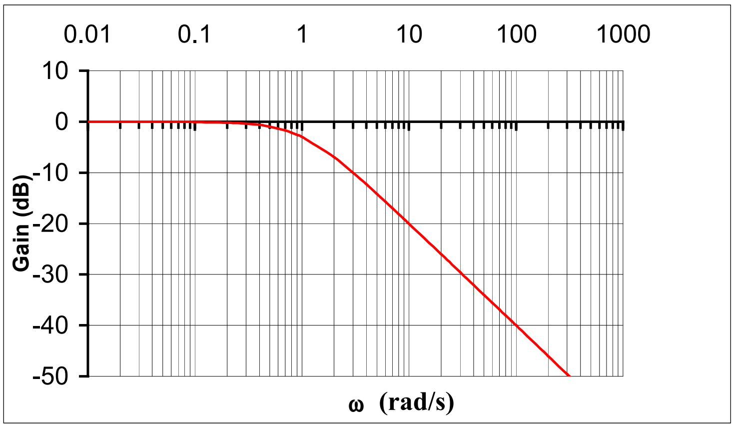
module : $|Z| = \left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$,

argument : $\arg(Z) = \arg(z_1) - \arg(z_2)$

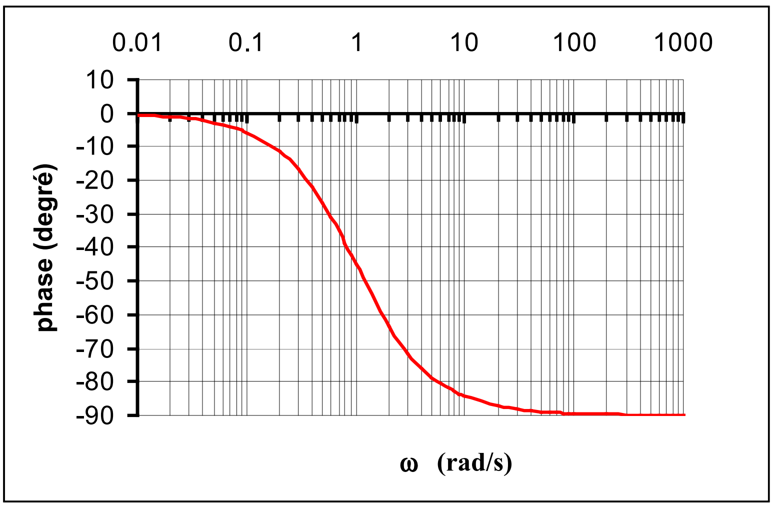
3. Lieux de Bode

Le gain G et la phase φ sont décrits de façon paramétrique en fonction de ω, exprimé en échelle semi-logarithmique. Le plan de Bode consiste donc à tracer deux diagrammes, un de phase et un de module en fonction de la pulsation ω ou de la fréquence f (ω=2.π.f).

Courbe de Gain



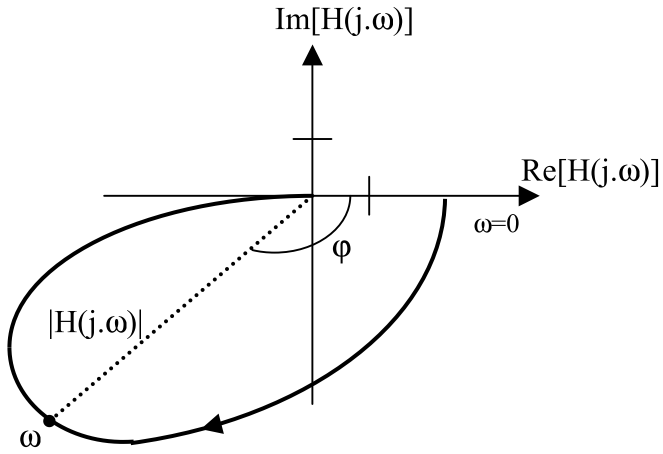
Courbe de phase



4. Lieu de Nyquist

Le diagramme de Nyquist représente l'évolution en coordonnées polaires du nombre complexe H(j.ω) pour ω variant de 0 à +∞.

Le lieu de Nyquist consiste donc à tracer la courbe représentant l'extrémité d'un vecteur dont la longueur est le module de H(j.ω) et dont l'angle est la phase de H(j.ω) lorsque ω variant de 0 à +∞. On trace donc, pour tout ω réel positif la partie imaginaire de H(j.ω) en fonction de la partie réelle de H(j.ω)



5. Lieu de Black

Le lieu de Black de F(p) est une représentation cartésienne de F(j.ω) avec la phase en degré en abscisse et le gain en dB en ordonnée. Le lieu de Black est généralement gradué avec les valeurs du paramètres ω.

On utilise en général un abaque de Black/Nichols (appelé aussi abaque de Black) comportant une série de courbes equi-modules et équi-phases (cf. étude en boucle fermée).