# U.P.S. - F.S.I. UPSSITECH

## EXAMEN DE ROBOTIQUE – SRI 2

Décembre 2020 - Durée : 1h30 – Polycopié de cours autorisé

Nom : Prénom :

— Lisez attentivement l'ensemble du sujet avant de composer.
— Une présentation soignée est l'assurance d'une correction plus indulgente...

I/ On considère le robot manipulateur de type PRPRR représenté sur la figure ci-dessous.

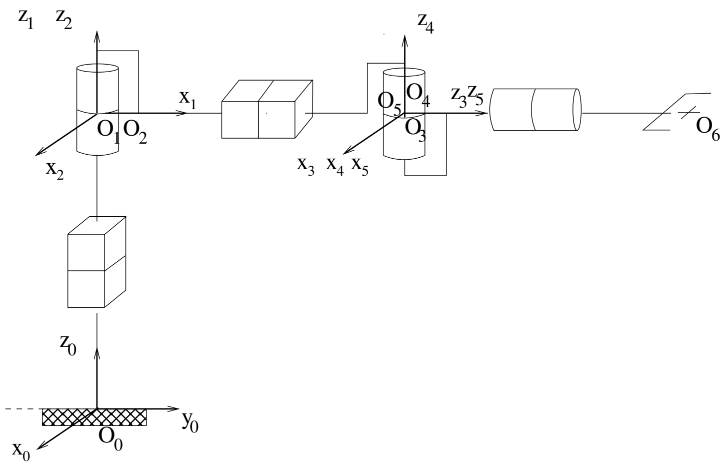


Figure 1 – Robot PRPRR

$\mathcal{R}_0$ ($O_0$, $\vec{x_0}$, $\vec{y_0}$, $\vec{z_0}$) représente le repère de base lié au socle et $\mathcal{R}_5$ désigne le repère liés au corps 5.

Pour un certain placement des repères, les matrices homogènes élémentaires entre les différents repères sont données ci-après :

$$T_{01}(q_1) = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad T_{12}(q_2) = \left(\begin{array}{ccc|c} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad T_{23}(q_3) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$T_{34}(q_4) = \left(\begin{array}{ccc|c} c_4 & -s_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad T_{45}(q_5) = \left(\begin{array}{ccc|c} c_5 & -s_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -s_5 & -c_5 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

1. Calculer la matrice jacobienne préférentielle $J_{3(2)}(q)$ du robot considéré. **Les différents calculs nécessaires devront être détaillés.**
2. Calculer le rang de $J_{3(2)}(q)$ revient à calculer le rang d'un seul mineur d'ordre 5 de $J_{3(2)}(q)$ puisque 2 lignes sont linéairement dépendantes. A quelles conditions le rang de $J_{3(2)}(q)$ est-il égal à 5 ? Pouvez-vous expliquer ce résultat pour le robot considéré ?.

II/ Le modèle différentiel direct d'un robot de type PRR plan s'écrit : $dX = J(\underline{q}).d\underline{q}$ avec $\underline{q}^t = (q_1,\, q_2,\, q_3)$.

Pour $d\underline{q}$ on obtient :

$$dX = \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \\ d_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\sin(q_2) - \sin(q_2+q_3) & -\sin(q_2+q_3) \\ 0 & \cos(q_2) + \cos(q_2+q_3) & \cos(q_2+q_3) \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \end{bmatrix}$$

1. Résoudre le modèle différentiel inverse lorsque $J$ est inversible (ne pas calculer $J^{-1}$).
2. Donner une condition de compatibilité lorsque $J$ n'est pas inversible et calculer le MDI dans ce cas.

III/ Génération de trajectoire

Pour la commande d'un axe de robot entre deux configurations $q_0 = q(0)$ et $q_f = q(t_f)$, on part d'une vitesse initiale non nulle, on passe par une vitesse $V_m$ à $t_2$ avant d'arriver en $q_f$ avec une vitesse non nulle.

Les valeurs de $t_1$, $t_2$ et $t_f$ ainsi que $V_m$ sont imposés par le constructeur du robot et sont connues.

On veut qu'à l'instant $t_1$ la vitesse $\dot{q}(t_1) = \dot{q}_f$.

On impose donc le profil de vitesse $\dot{q}(t)$ de la figure 2.

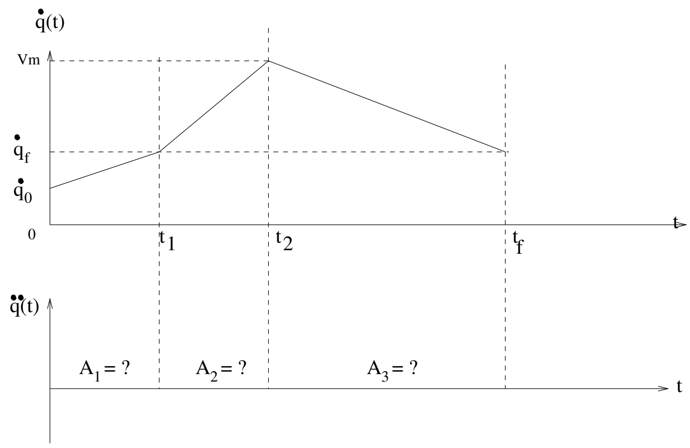


FIGURE 2 – Profils de commande en vitesse et accélération

Sachant qu'on connait : $q_0$, $\dot{q}(0)$, $q_f$, $\dot{q}(t_f)$, $t_1$, $t_2$, $t_f$ et $V_m$

1. Calculer les accélérations : $A_1$ pour $t \in [0, t_1]$, $A_2$ pour $t \in [t_1, t_2]$ et $A_3$ pour $t \in [t_2, t_f]$.
2. Donner les lois de mouvements en $q(t)$, $\dot{q}(t)$ et $\ddot{q}(t)$ dans l'intervalle $[0, t_f]$.

IV/ Robotique mobile

On considère le modèle cinématique d'un robot mobile de type unicycle $\dot{X}(t) = f(v, \omega)$ avec $X = (x, y, \theta)^t$ et on veut réaliser une commande qui contrôle un point $P = (x_p, y_p)^t$ situé à l'avant du robot ($||CP||$ = constante).

A tout instant on connaît la configuration $X$ et la position $P$ dans le repère global $R_0$ (notées $X_0$, $P_0$).

On sait que $\dot{P} = \begin{pmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \end{pmatrix} = A(X). \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix}$ avec $A$ inversible.

On souhaite réaliser une commande pour que le point $P$ atteigne le point $T = (x_T, y_T)_0^t$ qui est fixe dans le repère global $R_0$ (voir figure 3).

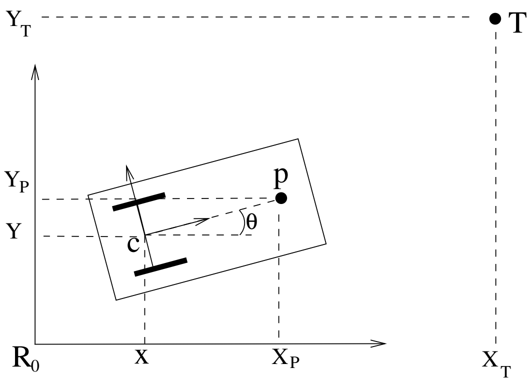


FIGURE 3 – Modèle du robot et de la cible

- Ecrire l'équation de l'erreur $\boldsymbol{\epsilon}(t)$ qu'il faudra annuler dans le repère robot pour que le point $P$ atteigne le point $T$ en fonction des informations disponibles.
- Question bonus : écrire l'équation d'évolution de l'erreur.

Barème : 7pts / 5pts / 6pts / (2+1) pts