

Évaluation N°1 - 28 Septembre 2020

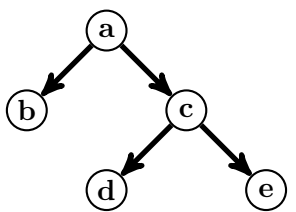
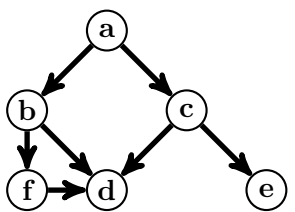
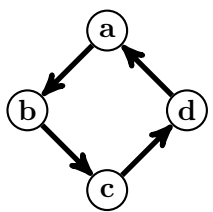
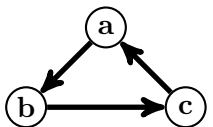
(durée 1H00 - Seul matériel autorisé = 1 feuille A4 Recto-Verso - Barème indicatif)

NOM	Prénom	Filière
-----	--------	---------

On appelle *noyau* d'un graphe orienté $G = (X, U)$ un ensemble N de sommets qui est

- un stable (aucun sommet de N n'est adjacent à un autre sommet de N) ET
- $\forall x \notin N, \exists y \in N$ tel que $(x, y) \in U$ (tout sommet hors du noyau possède un successeur dans le noyau).

1- (4 points) Calculez un noyau pour chacun des graphes G1, G2, G3 et G4 ci-dessous. **Attention, certains graphes n'ont pas de noyau**, dans ce cas vous écrirez : "pas de noyau". D'autres graphes ont plusieurs noyaux possibles, vous en choisirez un.

	G1 :	G2 :	G3 :	G4 :
				
Réponses :	$\{b, d, e\}$	$\{a, d, e\}$	$\{a, c\}$ ou $\{b, d\}$	pas de noyau

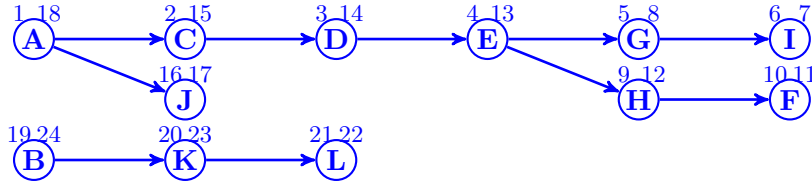
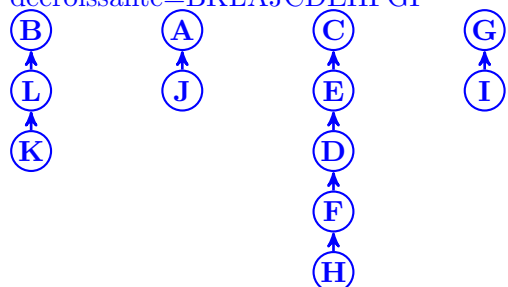
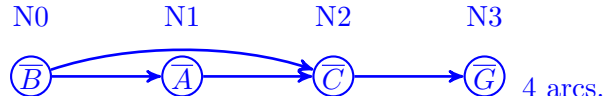
2- (1.5 pts) Les graphes G1, G2, G3, G4 possèdent ils des boucles ? des cycles ? des circuits ? (si oui donnez un exemple à chaque fois, sinon écrivez "non")

	G1 :	G2 :	G3 :	G4 :
Boucle :	non	non	non	non
Cycle :	non	abcd ou bfd ou abfdc	abcd	abc
Circuit :	non	non	abcd	abc

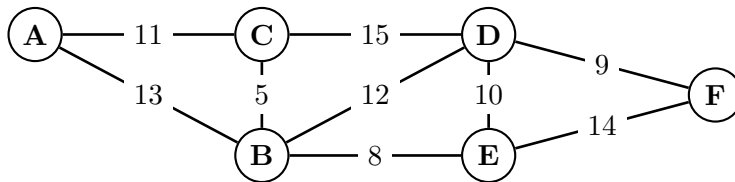
3- (1 pt) VRAI ou FAUX : "Un puits appartient forcément à un Noyau du graphe" ? Justifiez.	VRAI car s'il est hors du noyau il devrait avoir un successeur dedans mais c'est impossible car il n'a pas de successeur
4- (1 pt) VRAI ou FAUX : "Une source appartient forcément à un Noyau du graphe" ? Justifiez.	FAUX exemple $a \rightarrow b$ on peut prendre $N = \{b\}$, a est une source et n'y appartient pas.
5- (0.5 pt) Donnez une relation entre la somme des degrés (soit entrants soit sortants) des sommets du Noyau et le nombre de sommets hors du noyau qui traduit que "tout sommet hors du noyau possède un successeur dans le noyau".	$\sum_{x \in N} d^-(x) \geq X \setminus N $

On considère le graphe G_5 :

x	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
$\Gamma^+(x)$	C,D,J	A,D,F,J,K	D	E,H	C,G,H,I	D	I	F,I	G	A	J,L	B,F

6- (1 pt) Donnez le dictionnaire sommets/prédécesseurs de G_5 .	<table><tr><th>x</th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th><th>F</th><th>G</th><th>H</th><th>I</th><th>J</th><th>K</th><th>L</th></tr><tr><td>$\Gamma^-(x)$</td><td>B,J</td><td>L</td><td>A,E</td><td>A,B C,F</td><td>D</td><td>B,H L</td><td>E,I</td><td>D,E</td><td>E,G H</td><td>A,B K</td><td>B</td><td>K</td></tr></table>	x	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	$\Gamma^-(x)$	B,J	L	A,E	A,B C,F	D	B,H L	E,I	D,E	E,G H	A,B K	B	K
x	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L															
$\Gamma^-(x)$	B,J	L	A,E	A,B C,F	D	B,H L	E,I	D,E	E,G H	A,B K	B	K															
7- (0.5 pt) Peut-on décomposer G_5 en niveaux, si oui combien (décrivez-les) sinon pourquoi ?	non il existe des circuits exemple AJA, IGI																										
8- (2 pts) Dessinez la forêt d'arborescences obtenues par un parcours en profondeur d'abord depuis le sommet A . En cas de choix les sommets seront pris IMPÉRATIVEMENT par ordre alphabétique. Vous recommencerez éventuellement le parcours en profondeur d'abord depuis le premier sommet non atteint (par ordre alphabétique) autant de fois que nécessaire.	<p>Notez les dates de début (pré-visite) et de fin de traitement (post-visite) des sommets.</p> 																										
9- (3 pts) Donnez le nombre de composantes f-connexes de G_5 et décrivez l'ensemble des sommets de chaque composante.	<p>4 $\{B, K, L\}$ $\{A, J\}$ $\{C, D, E, F, H\}$ $\{G, I\}$: Kosaraju : liste post-visite décroissante=BKLAJCDEHFGI</p> 																										
10- (1 pt) Dessinez le graphe réduit de G_5 mis en niveaux.																											

On considère le graphe G_6 suivant :



11- (0.5 pt) Combien d'arêtes doit avoir un arbre à 6 sommets ?	$5 = n - 1$
12- (2.5 pts) Listez les arêtes d'un Arbre Couvrant de Poids Minimum (ACPM) de G_6 .	(CB)(BE)(DF)(DE)(AC)
13- (0.5 pt) Quel est le poids de cet arbre couvrant ?	43
14- (1 pt) L'arbre couvrant de poids minimum pour G_6 est-il unique ? Justifiez.	oui toutes les arêtes ont un poids différent

Évaluation N°1 - 28 Septembre 2020

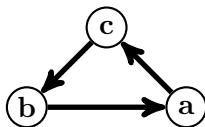
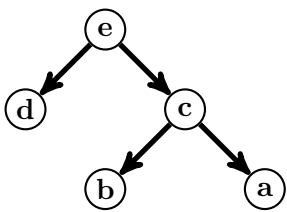
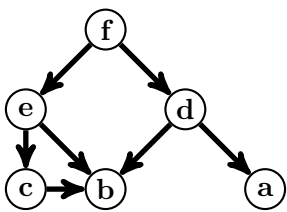
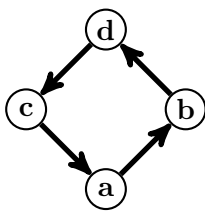
(durée 1H00 - Seul matériel autorisé = 1 feuille A4 Recto-verso - Barème indicatif)

NOM	Prénom	Filière
-----	--------	---------

On appelle *noyau* d'un graphe orienté $G = (X, U)$ un ensemble N de sommets qui est

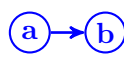
- un stable (aucun sommet de N n'est adjacent à un autre sommet de N) ET
- $\forall x \notin N, \exists y \in N$ tel que $(x, y) \in U$ (tout sommet hors du noyau possède un successeur dans le noyau).

1- (4 points) Calculez un noyau pour chacun des graphes G_1 , G_2 , G_3 et G_4 ci-dessous. **Attention, certains graphes n'ont pas de noyau**, dans ce cas vous écrirez : "pas de noyau". D'autres graphes ont plusieurs noyaux possibles, vous en choisirez un.

	G_1 :	G_2 :	G_3 :	G_4 :
				
Réponses :	pas de noyau	$\{a, b, d\}$	$\{a, b, f\}$	$\{a, d\}$ ou $\{b, c\}$

2- (1.5 pts) Les graphes G_1 , G_2 , G_3 , G_4 possèdent ils des boucles ? des cycles ? des circuits ? (si oui donnez un exemple à chaque fois, sinon écrivez "non")

	G_1 :	G_2 :	G_3 :	G_4 :
Boucle :	non	non	non	non
Cycle :	abc	non	bdef ou bce ou bcefd	abdc
Circuit :	acb	non	non	abdc

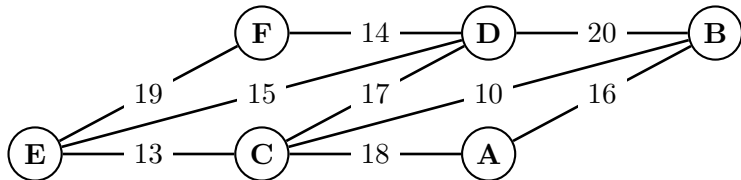
3- (0.5 pt) Donnez une relation entre la somme des degrés (soit entrants soit sortants) des sommets du Noyau et le nombre de sommets hors du noyau qui traduit que "tout sommet hors du noyau possède un successeur dans le noyau".	$\sum_{x \in N} d^-(x) \geq X \setminus N $
4- (1 pt) VRAI ou FAUX : "Une source appartient forcément à un Noyau du graphe" ? Justifiez.	FAUX exemple  on peut prendre $N = \{b\}$, a est une source et n'y appartient pas.
5- (1 pt) VRAI ou FAUX : "Un puits appartient forcément à un Noyau du graphe" ? Justifiez.	VRAI car s'il est hors du noyau il devrait avoir un successeur dedans mais c'est impossible car il n'a pas de successeur

On considère le graphe G_5 :

x	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
$\Gamma^+(x)$	C,E,I,J,L	C	D,G	B,F,G,H	C	H	E,H	F	L	I,K	A,E	B,C,I

6- (1 pt) Donnez le dictionnaire sommets/prédécesseurs de G_5 .	<table><tr><th>x</th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th><th>F</th><th>G</th><th>H</th><th>I</th><th>J</th><th>K</th><th>L</th></tr><tr><td>$\Gamma^-(x)$</td><td>K</td><td>D,L</td><td>A,B E,L</td><td>C</td><td>A,G K</td><td>D,H</td><td>C,D</td><td>D,F G</td><td>A,J L</td><td>A</td><td>J</td><td>A,I</td></tr></table>	x	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	$\Gamma^-(x)$	K	D,L	A,B E,L	C	A,G K	D,H	C,D	D,F G	A,J L	A	J	A,I
x	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L															
$\Gamma^-(x)$	K	D,L	A,B E,L	C	A,G K	D,H	C,D	D,F G	A,J L	A	J	A,I															
7- (0.5 pt) Peut-on décomposer G_5 en niveaux, si oui combien (décrivez-les) sinon pourquoi ?	non il existe des circuits exemple FHF, ILI																										
8- (2 pts) Dessinez la forêt d'arbrescences obtenues par un parcours en profondeur d'abord depuis le sommet A. En cas de choix les sommets seront pris IMPÉRATIVEMENT par ordre alphabétique. Vous recommencerez éventuellement le parcours en profondeur d'abord depuis le premier sommet non atteint (par ordre alphabétique) autant de fois que nécessaire.	<p>Notez les dates de début (pré-visite) et de fin de traitement (post-visite) des sommets.</p>																										
9- (3 pts) Donnez le nombre de composantes f-connexes de G_5 et décrivez l'ensemble des sommets de chaque composante.	<p>4 $\{A, J, K\}$ $\{I, L\}$ $\{B, C, D, E, G\}$ $\{F, H\}$: Kosaraju : liste post-visite décroissante=AJKILCDGEFHDDB</p>																										
10- (1 pt) Dessinez le graphe réduit de G_5 mis en niveaux.																											

On considère le graphe G_6 suivant :



<p>11- (0.5 pt) Combien d'arêtes doit avoir un arbre à 6 sommets ?</p>	<p>$5 = n - 1$</p>
<p>12- (2.5 pts) Listez les arêtes d'un Arbre Couvrant de Poids Minimum (ACPM) de G_6.</p>	<p>(BC)(CE)(DF)(DE)(AB)</p>
<p>13- (0.5 pt) Quel est le poids de cet arbre couvrant ?</p>	<p>68</p>
<p>14- (1 pt) L'arbre couvrant de poids minimum pour G_6 est-il unique ? Justifiez.</p>	<p>oui toutes les arêtes ont un poids différent</p>

Évaluation N°1 - 28 Septembre 2020

(durée 1H00 - Seul matériel autorisé = 1 feuille A4 recto-Verso - Barème indicatif)

NOM	Prénom	Filière
-----	--------	---------

On appelle *noyau* d'un graphe orienté $G = (X, U)$ un ensemble N de sommets qui est

- un stable (aucun sommet de N n'est adjacent à un autre sommet de N) ET
- $\forall x \notin N, \exists y \in N$ tel que $(x, y) \in U$ (tout sommet hors du noyau possède un successeur dans le noyau).

1- (4 points) Calculez un noyau pour chacun des graphes G1, G2, G3 et G4 ci-dessous. **Attention, certains graphes n'ont pas de noyau**, dans ce cas vous écrirez : "pas de noyau". D'autres graphes ont plusieurs noyaux possibles, vous en choisirez un.

	G1 :	G2 :	G3 :	G4 :
Réponses :	{3, 4, 6}	{1, 4} ou {2, 3}	pas de noyau	{1, 3, 5}

2- (1.5 pts) Les graphes G1, G2, G3, G4 possèdent ils des boucles ? des cycles ? des circuits ? (si oui donnez un exemple, sinon écrivez "non")

	G1 :	G2 :	G3 :	G4 :
Boucle :	non	non	non	non
Cycle :	1354 ou 124 ou 12453	1243	123	non
Circuit :	non	1243	123	non

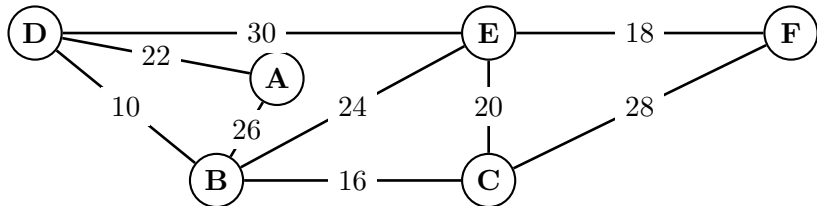
3- (1 pt) VRAI ou FAUX : "Une source appartient forcément à un Noyau du graphe" ? Justifiez.	FAUX exemple on peut prendre $N = \{b\}$, a est une source et n'y appartient pas.
4- (0.5 pt) Donnez une relation entre la somme des degrés (soit entrants soit sortants) des sommets du Noyau et le nombre de sommets hors du noyau qui traduit que "tout sommet hors du noyau possède un successeur dans le noyau".	$\sum_{x \in N} d^-(x) \geq X \setminus N $
5- (1 pt) VRAI ou FAUX : "Un puits appartient forcément à un Noyau du graphe" ? Justifiez.	VRAI car s'il est hors du noyau il devrait avoir un successeur dedans mais c'est impossible car il n'a pas de successeur

On considère le graphe G_5 :

x	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
$\Gamma^+(x)$	C,G	D,E,K	B,E,G,K,L	E	F,I	D,H,I,J	E	J	G,J	H	B	A,K

6- (1 pt) Donnez le dictionnaire sommets/prédécesseurs de G_5 .	<table><tr><th>x</th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th><th>F</th><th>G</th><th>H</th><th>I</th><th>J</th><th>K</th><th>L</th></tr><tr><td>$\Gamma^-(x)$</td><td>L</td><td>C,K</td><td>A</td><td>B,F</td><td>B,C D,G</td><td>E</td><td>C,I A</td><td>F,J</td><td>E,F</td><td>F,H I</td><td>B,C L</td><td>C</td></tr></table>	x	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	$\Gamma^-(x)$	L	C,K	A	B,F	B,C D,G	E	C,I A	F,J	E,F	F,H I	B,C L	C
x	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L															
$\Gamma^-(x)$	L	C,K	A	B,F	B,C D,G	E	C,I A	F,J	E,F	F,H I	B,C L	C															
7- (0.5 pt) Peut-on décomposer G_5 en niveaux, si oui combien (décrivez-les) sinon pourquoi ?	non il existe des circuits exemple BKB, HJH																										
8- (2 pts) Dessinez la forêt d'arborescences obtenues par un parcours en profondeur d'abord depuis le sommet A. En cas de choix les sommets seront pris IMPÉRATIVEMENT par ordre alphabétique. Vous recommencerez éventuellement le parcours en profondeur d'abord depuis le premier sommet non atteint (par ordre alphabétique) autant de fois que nécessaire.	<p>Notez les dates de début (pré-visite) et de fin de traitement (post-visite) des sommets.</p>																										
9- (3 pts) Donnez le nombre de composantes f-connexes de G_5 et décrivez l'ensemble des sommets de chaque composante.	<p>4 $\{B, K, L\}$ $\{A, J\}$ $\{C, D, E, F, H\}$ $\{G, I\}$: Kosaraju : liste post-visite décroissante=ACLBKDEFGHIJ</p>																										
10- (1 pt) Dessinez le graphe réduit de G_5 mis en niveaux.																											

On considère le graphe G_6 suivant :



<p>11- (0.5 pt) Combien d'arêtes doit avoir un arbre à 6 sommets ?</p>	<p>$5 = n - 1$</p>
<p>12- (2.5 pts) Listez les arêtes d'un Arbre Couvrant de Poids Minimum (ACPM) de G_6.</p>	<p>(BD)(BC)(EF)(CE)(AD)</p>
<p>13- (0.5 pt) Quel est le poids de cet arbre couvrant ?</p>	<p>86</p>
<p>14- (1 pt) L'arbre couvrant de poids minimum pour G_6 est-il unique ? Justifiez.</p>	<p>oui toutes les arêtes ont un poids différent</p>