

TD 1 : ALGEBRE DE BOOLE ET TABLEAU DE KARNAUGH

Objectifs :

- **Simplifier** des équations logiques.
- **Représenter** un système logique sous ces différentes formes.

Exercice 1

Simplifier les équations suivantes avec l'algèbre de Boole :

$$Q = (a + b + c).(a + \bar{b} + c).(a + \bar{b} + \bar{c})$$

$$R = a.b.c + a.b.\bar{c} + a.\bar{b}.c$$

$$T = (a + b).(a + c) + (b + c).(b + a) + (c + a).(c + b)$$

Exercice 2

Utiliser les théorèmes de De Morgan pour exprimer les fonctions suivantes uniquement avec au maximum 4 portes NOR

1) $a + b$

2) ab

Utiliser les théorèmes de De Morgan pour exprimer les fonctions suivantes uniquement avec au maximum 4 portes NAND

1) $a + b$

2) ab

3) $a \oplus b$

Exercice 3

Donner les équations à partir des tableaux de Karnaugh (Voir au dos).

Exercice 4

Simplifier les équations suivantes en utilisant les tableaux de Karnaugh et/ou les propriétés de De Morgan :

1) $x = \overline{BCD} + \overline{ABC} + \overline{CBA} + \overline{DBC}$

2) $y = (xy + z).yx = xy + z + yx = 1 + z = 1$

3) $z = \overline{ABC} + \overline{ABC} + \overline{ABC} + \overline{ABC}$

C \ AB	00	01	11	10
0	1	1	0	1
1	1	0	0	0

$$\overline{AC} + \overline{BC} + \overline{AB}$$

Exercice 5

Montrer que la simplification de l'équation suivante est plus simple en utilisant le tableau de Karnaugh qu'en utilisant l'algèbre de BOOLE

$$f = \overline{A}C\overline{E} + \overline{A}D\overline{E} + \overline{C}D\overline{E} + A\overline{C}\overline{E} + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}CE$$

Exercice 6 (A faire à la maison)

Démontrer les équations booléennes suivantes par l'algèbre de Boole :

1) $x.y + y = x + y$

2) $x.y + y.z + z.\bar{x} = x.y + z.\bar{x}$

3) $(x + y)(y + z)(z + \bar{x}) = (x + y)(z + \bar{x})$

Simplifier les équations suivantes avec l'algèbre de Boole et avec les tableaux de Karnaugh

$$P = (a + \bar{b}).(b + \bar{c}).(c + \bar{a}) \quad S = (\bar{a} + b).(a + b + d).\bar{d}$$

$$ab \quad \overline{ab} \quad ab$$

cd \	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	0	1	1	0
10	0	1	1	0

$$M = b + \bar{c}$$

cd \	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	1

$$N = \bar{b}\bar{c} + bd$$

cd \	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	1	1	1
11	1	1	0	0
10	0	0	0	0

$$P = \bar{c}d + \bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}\bar{b}cd$$

cd \	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	0	1	1
11	1	1	1	1
10	0	0	1	0

$$R = ab + cd$$

cd \	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	1	1	0

$$S = b\bar{c} + \bar{b}c$$

cd \	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	1	0	1	1
11	0	1	0	1
10	1	1	1	1

$$T = \bar{c}d + a\bar{b} + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}bc + \bar{c}d\bar{b} + \bar{c}da$$

de \	abc	000	001	011	010	110	111	101	100
00		0	0	0	1	1	1	1	0
01		0	0	0	1	1	1	1	0
11		0	0	0	1	1	1	1	0
10		0	0	0	1	1	1	1	0

$$H = \bar{b}\bar{c}ac$$

de \	abc	000	001	011	010	110	111	101	100
00		0	1	1	0	0	1	1	0
01		0	1	1	0	0	1	1	0
11		0	1	1	0	0	1	1	0
10		0	1	1	0	0	1	1	0

$$J = \bar{a}\bar{b}c + ac$$

de \	abc	000	001	011	010	110	111	101	100
00		1	0	0	1	1	0	0	1
01		0	1	0	0	0	0	1	0
11		0	1	0	0	0	0	1	0
10		1	0	0	1	1	0	0	1

$$K = \bar{b}\bar{c}\bar{e} + \bar{e}b\bar{c} + \bar{a}bce + a\bar{b}ce$$

de \	abc	000	001	011	010	110	111	101	100
00		1	1	1	0	0	1	1	1
01		0	1	1	0	0	1	1	0
11		1	1	1	1	1	1	1	1
10		1	0	0	1	1	0	0	1

$$L = de + \bar{b}\bar{c}\bar{e} + \bar{a}\bar{b}c\bar{d} + ac\bar{d} + d\bar{b}\bar{c}$$