Université Paul Sabatier
2022-23

UPSSITECH
1A SRI

TRAVAUX PRATIQUES : Automatique

L'ensemble des calculs, des analyses et des créations de matrices sera fait sous Matlab. Pour ce faire, on créera un fichier $.m$ qui regroupera l'ensemble des travaux demandés.

1 Analyse spectrale d'une matrice

On considère la matrice dynamique suivante :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

1. Saisir cette matrice sous Matlab.
2. Calculer directement ses valeurs propres et des vecteurs propres associés.
3. Calculer le rang de la famille des vecteurs propres trouvés précédemment et montrer qu'elle forme une base.
4. Créer sous Matlab une matrice diagonale D et une matrice inversible T permettant de représenter la diagonalisation de A.

2 Polynôme caractéristique

Matlab admet une représentation des polynômes sous la forme de vecteur ligne des coefficients sur la base canonique.

1. Calculer le polynôme caractéristique de A.
2. Créer un vecteur contenant toutes les valeurs contenues entre -5 et 2 avec un pas de 0.1.
3. Calculer la valeur prise par le polynôme caractéristique de A en ces points.
4. Tracer ce polynôme sur l'horizon $[-5; 2]$ et afficher le quadrillage.
5. Vérifier que les valeurs propres annulent le polynôme caractéristique de A.
6. Calculer les racines du polynôme caractéristique de A avec la fonction appropriée.
7. Vérifier que A est solution de son polynôme caractéristique.

3 Analyse de commandabilité

Soit un modèle linéaire invariant d'équation dynamique $\dot{X} = AX + BU$. On considère les matrices dynamique ou de commande suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} \qquad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

1. Saisir ces matrices sous Matlab.
2. Quelle est la dimension du vecteur d'état ?
3. Quelle est la dimension du vecteur de commande U si $B = B_1$? Et si $B = [B_1 B_2]$?
4. Pour $B = B_1$, $B = B_2$ ou $B = [B_1 B_2]$, calculer les matrices de commandabilité correspondantes.
5. Pour quelles matrices de commande le modèle est-il commandable ?

4 Analyse d'observabilité

Pour le modèle précédent, on rajoute une équation de sortie $Y = CX$. On considère les deux matrices d'observation suivantes :

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \qquad C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1. Saisir ces matrices sous Matlab.
2. Quelle est la dimension du vecteur de mesure Y si $C = C_1$? Et si $C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}$?
3. Pour $C = C_1$, $C = C_2$ et $C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}$, calculer les matrices d'observabilité correspondantes.
4. Pour quelles matrices d'observation le modèle est-il observable ?

5 Modèle dans l'espace d'état

On considère les 4 modèles linéaires invariants suivants :

$$\left\{\begin{array}{l}\dot{X} = AX + B_1U \\ Y = C_1X\end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l}\dot{X} = AX + B_2U \\ Y = C_1X\end{array}\right.$$

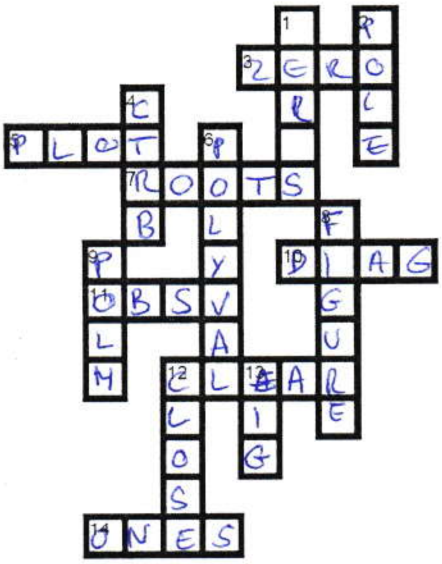
$$\left\{\begin{array}{l}\dot{X} = AX + B_1U \\ Y = C_2X\end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l}\dot{X} = AX + B_2U \\ Y = C_2X\end{array}\right.$$

Ils correspondent à 4 modèles de connaissance d'un même système, sur lequel toutefois certaines choses ont changé.

1. Qu'ont ces 4 modèles en commun ? Quelles sont les hypothèses qui ont été retenues ?
2. Quelles sont les différences entre ces 4 modèles ? Comment interpréter ces différences ?
3. Créer dans Matlab ces 4 modèles linéaires invariants dans l'espace d'état.
4. Calculer les pôles et les zéros de ces modèles.
5. Quels sont les modèles asymptotiquement stables ?

6 Fonction de transfert

1. Créer les 4 fonctions de transfert associées aux 4 modèles précédents.
2. Quels sont les ordres de ces fonctions de transfert ? Comment interpréter ce résultat ?
3. Calculer les pôles et les zéros de ces fonctions de transfert.
4. Quelles sont les fonctions de transfert stables entrée bornée / sortie bornée ?



HORIZONTAL

3 Calcul des zéros
5 Tracer une courbe
7 Racines d'une polynôme
10 Matrice diagonale / diagonale d'une matrice
11 Matrice d'observabilité
12 Effacer des variables
14 Matrice de 1

VERTICAL

1 Matrice de 0
2 Calcul des pôles
4 Matrice de commandabilité
6 Evaluation d'un polynôme
8 Figure graphique
9 Polynôme caractéristique
12 Effacer des figures
13 Valeurs propres