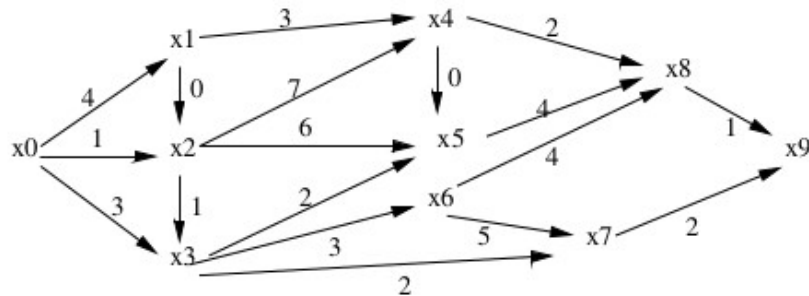


# TD 5 graphes : plus courts chemins

## I. Exercice 1

1. Déterminer le chemin de valeur minimale allant de  $x_0$  à  $x_9$  en utilisant l'algorithme de Dijkstra



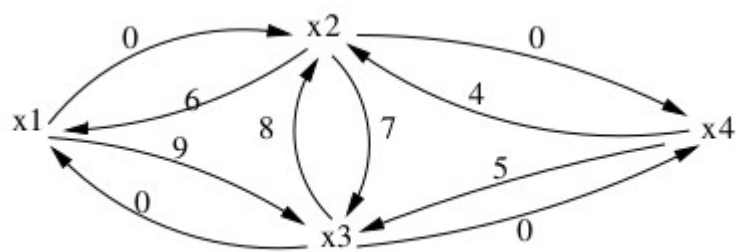
2. Montrer à l'aide d'un contre-exemple que cet algorithme n'est pas applicable lorsque certaines valuations sont négatives.

3. Appliquer l'algorithme de Bellman-Ford sur le même graphe, en ordonnant les arcs de gauche à droite et de haut en bas. Puis recommencer en ordonnant les arcs de droite à gauche et de haut en bas. Noter la différence sur le nb d'itérations si on s'arrête quand rien ne change plus.

4. Comment peut-on décider de l'ordre de parcours des arcs pour avoir une exécution la plus rapide possible de l'algorithme de Bellman-Ford ?

## II. Exercice 2

Appliquer l'algorithme de Bellman-Ford sur le graphe suivant



## III. Arbre de chemins minimaux

Soit  $G = (X = \{1..8\}, U, \lambda)$  le graphe dont le dictionnaire est le suivant, valué comme indiqué :

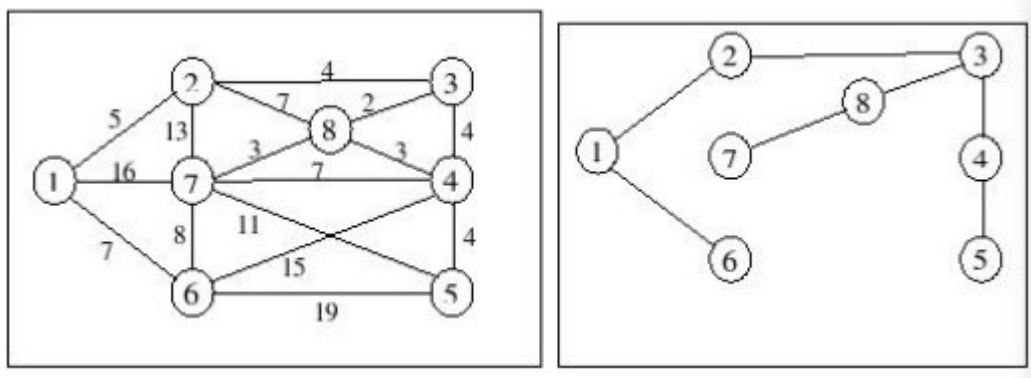
i	1	2	3	4	5	6	7	8
$\Gamma^+(i)$	2 6 7	3 7 8	4 5 6 7	5	3 4	2 5	2 8	4
$\lambda(i, j), j \in \Gamma^+(i)$	1 3 4	0 2 4	2 4 1 3	1	1 1	1 3	0 2	0

1. Appliquer l'algorithme de recherche en profondeur des descendants du sommet 1 dans G. Soit  $H=(X,V)$  l'arborescence de racine 1 mise en évidence à l'issue de cette application.
2. Appliquer l'algorithme de Dijkstra pour calculer, pour tout  $i$  de  $\{2..8\}$ , la longueur  $\lambda_i$  de tout chemin 1i-minimal de G et mettre en évidence une arborescence de chemins 1i-minimaux de G. Vérifier que H n'est pas une arborescence de chemins 1i-minimaux de G.

#### IV. Chaînes minimales

Soit  $G = (X, U, \lambda)$  un graphe non orienté connexe,  $X = \{1..n\}$ , valué par  $\lambda : U \rightarrow \mathbb{R}$ . Une plus courte chaîne entre deux sommets  $i$  et  $j$  est appelée  $ij$ -minimale.

Vérifier que l'application de l'algorithme de Dijkstra au graphe  $G_1=(\{1..8\},U_1)$  valué positivement de la figure 1, à partir du sommet 1, fournit l'arbre de chaînes 1i-minimales de la figure 2.



#### V. Un problème de gestion de stock

Reprendre le problème de gestion de stock énoncé lors du TD 1 et le résoudre.