Calcul de $T_{3,6}(q_4, q_5, q_6)$

- Du MGD, il vient :

$$T_{46} = \left(\begin{array}{ccc|c} \overset{D_1}{\boxed{c_5c_6}} & \times & s_5 & 0 \\ s_6 & \times & 0 & 0 \\ \underset{D_2}{\boxed{-s_5c_6}} & \times & c_5 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad T_{36} = \left(\begin{array}{ccc|c} \overset{D_3}{\boxed{c_4c_5c_6 - s_4s_6}} & \times & \overset{D_4}{\boxed{c_4s_5}} & 0 \\ \underset{D_5}{\boxed{s_4c_5c_6 + c_4s_6}} & \times & \underset{D_6}{\boxed{s_4s_5}} & 0 \\ \underset{D_2}{\boxed{-s_5c_6}} & \times & c_5 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Aucun calcul à effectuer

Calcul de $T_{3,6}(q_1, q_2, q_3)$ - 1

$$T_{16} = T_{10}(q_1)T_{06}(x) = \left(\begin{array}{ccc|c} c_1t_{11}+s_1t_{21} & \times & c_1t_{13}+s_1t_{23} & c_1t_{14}+s_1t_{24} \\ -s_1t_{11}+c_1t_{21} & \times & -s_1t_{13}+c_1t_{23} & -s_1t_{14}+c_1t_{24} \\ t_{31} & \times & t_{33} & t_{34} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$T_{26} = \left(\begin{array}{ccc|c} c_2(c_1t_{11}+s_1t_{21})+s_2t_{31} & \times & c_2(c_1t_{13}+s_1t_{23})+s_2t_{33} & c_2(c_1t_{14}+s_1t_{24})+s_2t_{34} \\ -s_2(c_1t_{11}+s_1t_{21})+c_2t_{31} & \times & -s_2(c_1t_{13}+s_1t_{23})+c_2t_{33} & -s_2(c_1t_{14}+s_1t_{24})+c_2t_{34} \\ s_1t_{11}-c_1t_{21} & \times & s_1t_{13}-c_1t_{23} & s_1t_{14}-c_1t_{24} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Calcul de $T_{3,6}(q_1, q_2, q_3)$ - 2

$$T_{36} = \left(\begin{array}{ccc|c} c_2(c_1t_{11}+s_1t_{21})+s_2t_{31} & \times & c_2(c_1t_{13}+s_1t_{23})+s_2t_{33} & c_2(c_1t_{14}+s_1t_{24})+s_2t_{34} \\ s_1t_{11}-c_1t_{21} & \times & s_1t_{13}-c_1t_{23} & s_1t_{14}-c_1t_{24} \\ s_2(c_1t_{11}+s_1t_{21})-c_2t_{31} & \times & s_2(c_1t_{13}+s_1t_{23})-c_2t_{33} & s_2(c_1t_{14}+s_1t_{24})-c_2t_{34}-q_3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Ecriture du système non linéaire

__Principe :__ Identifier les deux matrices suivantes :

$$T_{36} = \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{c_4c_5c_6 - s_4s_6} & \times & \boxed{c_4s_5} & 0 \\ s_4c_5c_6 + c_4s_6 & \times & s_4s_5 & 0 \\ -s_5c_6 & \times & c_5 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$T_{36} = \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{c_2(c_1t_{11} + s_1t_{21}) + s_2t_{31}} & \times & \boxed{c_2(c_1t_{13} + s_1t_{23}) + s_2t_{33}} & c_2(c_1t_{14} + s_1t_{24}) + s_2t_{34} \\ s_1t_{11} - c_1t_{21} & \times & s_1t_{13} - c_1t_{23} & s_1t_{14} - c_1t_{24} \\ s_2(c_1t_{11} + s_1t_{21}) - c_2t_{31} & \times & s_2(c_1t_{13} + s_1t_{23}) - c_2t_{33} & s_2(c_1t_{14} + s_1t_{24}) - c_2t_{34} - q_3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Système non linéaire à résoudre

$$
\left\{
\begin{array}{rcll}
c_2(c_1t_{11} + s_1t_{21}) + s_2t_{31} & = & c_4c_5c_6 - s_4s_6 & (1) \\
c_2(c_1t_{13} + s_1t_{23}) + s_2t_{33} & = & c_4s_5 & (2) \\
s_1t_{11} - c_1t_{21} & = & s_4c_5c_6 + c_4s_6 & (3) \\
s_1t_{13} - c_1t_{23} & = & s_4s_5 & (4) \\
s_2(c_1t_{11} + s_1t_{21}) - c_2t_{31} & = & -s_5c_6 & (5) \\
s_2(c_1t_{13} + s_1t_{23}) - c_2t_{33} & = & c_5 & (6) \\
c_2(c_1t_{14} + s_1t_{24}) + s_2t_{34} & = & 0 & (7) \\
s_1t_{14} - c_1t_{24} & = & 0 & (8) \\
s_2(c_1t_{14} + s_1t_{24}) - c_2t_{34} - q_3 & = & 0 & (9)
\end{array}
\right.
$$

3 inconnues q_1, q_2, q_3

3 inconnues q_4, q_5, q_6

Système non linéaire à résoudre

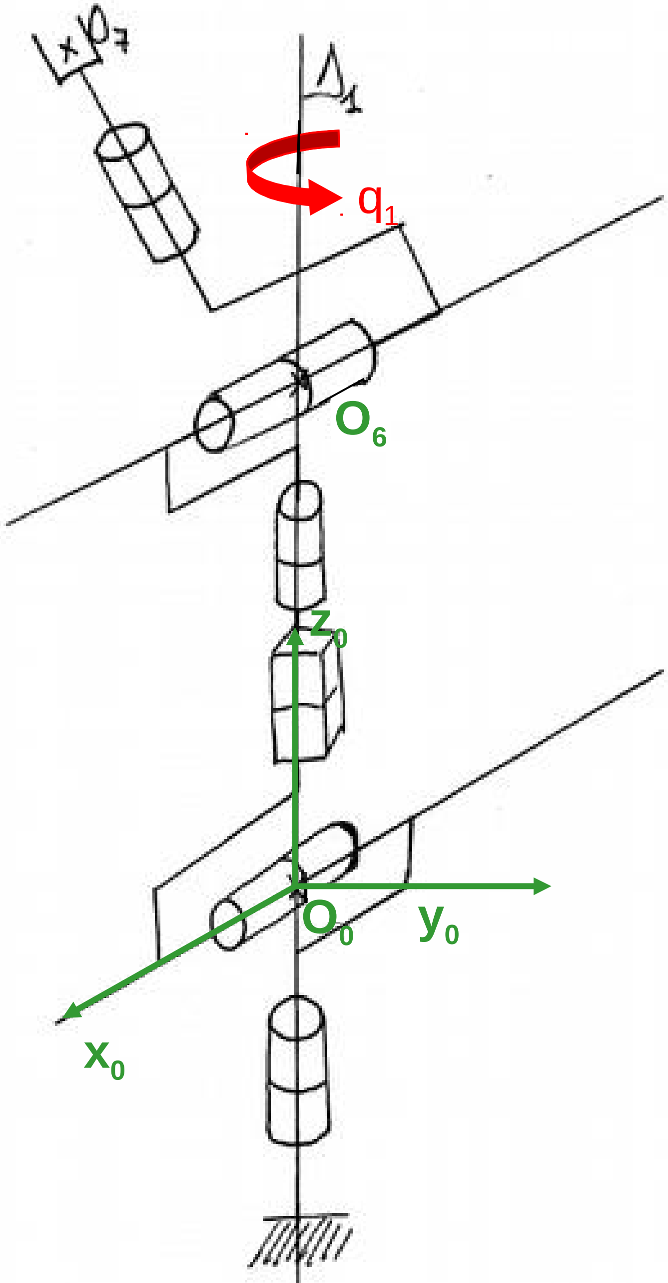
$$
\left\{
\begin{array}{rcll}
A_1 \rightarrow \boxed{c_2(c_1t_{11}+s_1t_{21})+s_2t_{31}} & = & c_4c_5c_6 - s_4s_6 & (1)\\
A_2 \rightarrow \boxed{c_2(c_1t_{13}+s_1t_{23})+s_2t_{33}} & = & c_4s_5 & (2)\\
A_3 \rightarrow \boxed{s_1t_{11}-c_1t_{21}} & = & s_4c_5c_6 + c_4s_6 & (3)\\
A_4 \rightarrow \boxed{s_1t_{13}-c_1t_{23}} & = & s_4s_5 & (4)\\
A_5 \rightarrow \boxed{s_2(c_1t_{11}+s_1t_{21})-c_2t_{31}} & = & -s_5c_6 & (5)\\
A_6 \rightarrow \boxed{s_2(c_1t_{13}+s_1t_{23})-c_2t_{33}} & = & c_5 & (6)\\
c_2(c_1t_{14}+s_1t_{24})+s_2t_{34} & = & 0 & (7)\\
s_1t_{14}-c_1t_{24} & = & 0 & (8)\\
s_2(c_1t_{14}+s_1t_{24})-c_2t_{34}-q_3 & = & 0 & (9)
\end{array}
\right.
$$

Singularité géométrique sur q_1

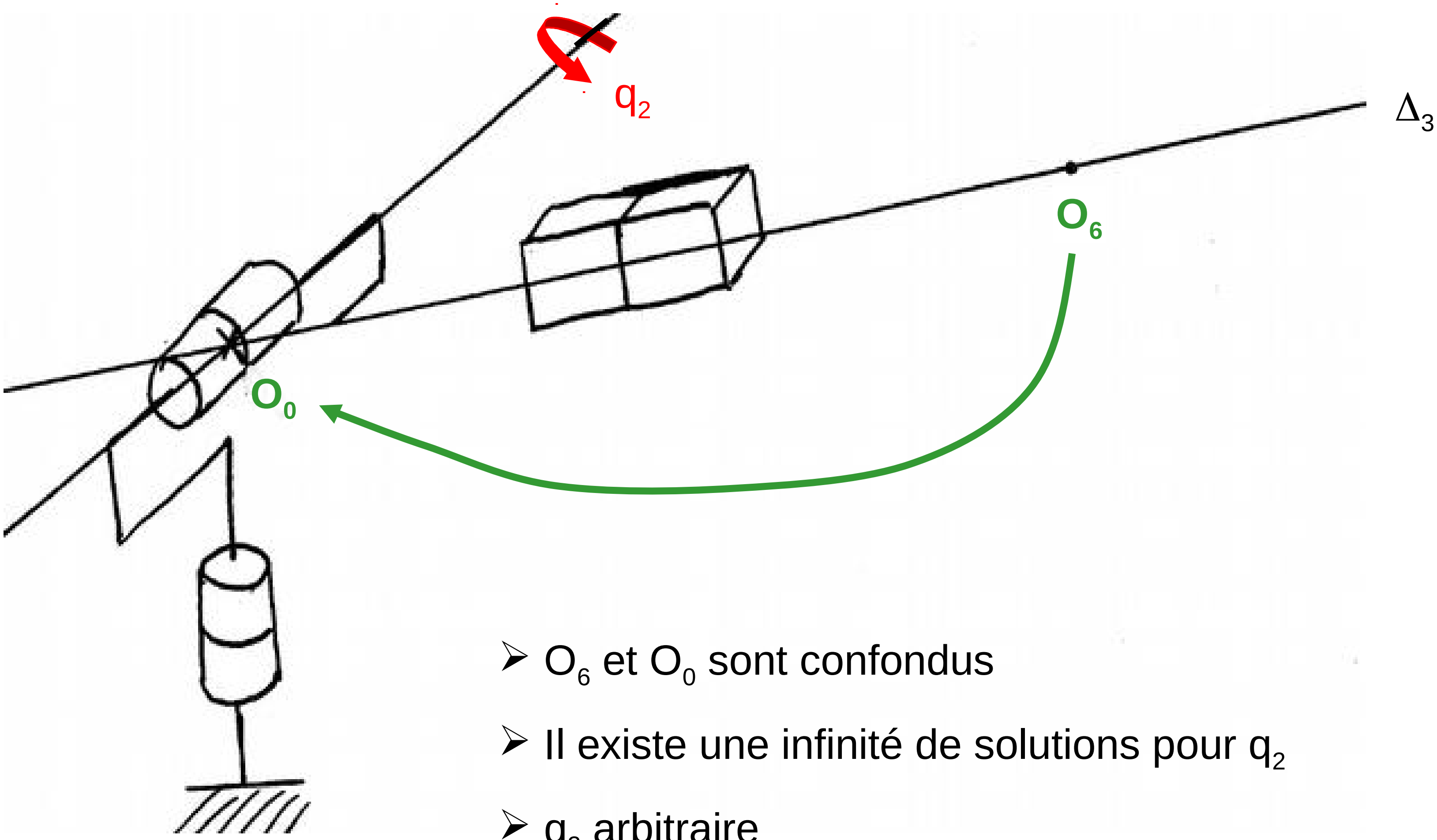
- O_6 est sur Δ_1

- Il existe une infinité de solutions pour q_1

- q_1 arbitraire



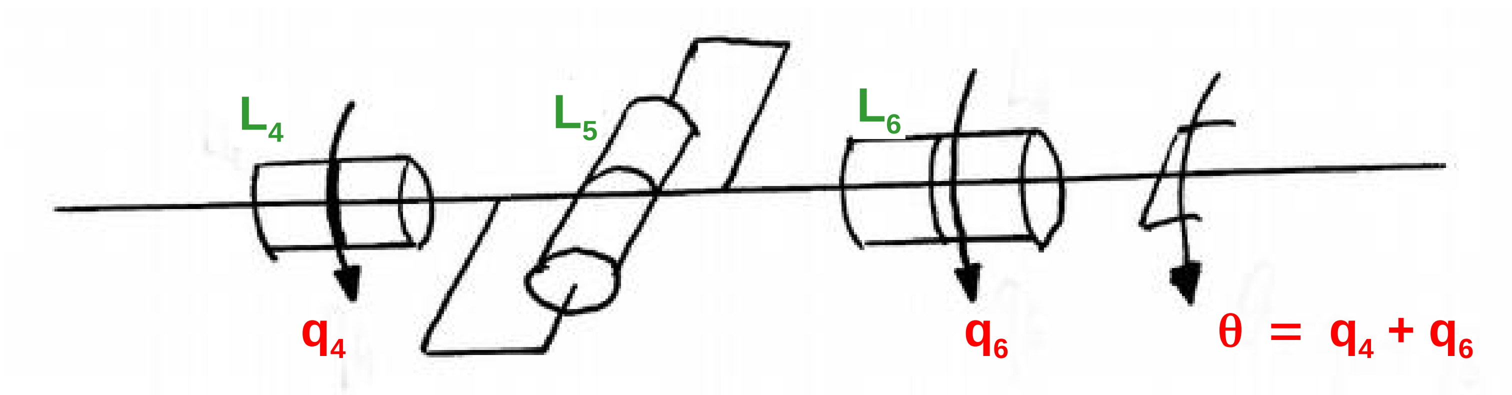
Singularité géométrique sur q_2



- O_6 et O_0 sont confondus
- Il existe une infinité de solutions pour q_2
- q_2 arbitraire
- <u>*Remarque :*</u> q_1 est aussi indéterminé dans ce cas

Singularité géométrique sur q_5

Si $\sin(q_5) = 0$:



- Impossible de déterminer séparément q_4 et q_6
- Il faut fixer q_4 et déduire q_6 ou inversement

Algorithme de calcul d'un MGI pour le robot RRPRRR

Entrées:
Lecture des valeurs de la situation $\underline{X}$
Choix du MIG : lecture de $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_5$
Sorties:
Calcul du MGI : $\underline{q} = (q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6)^t$
début
- Calcul de la matrice $T^*_{0,6} = [t_{ij}]$
- $D = -\epsilon_1.\sqrt{t_{14}^2 + t_{24}^2}$
- **si** $D = 0$ **alors**
  - q_1 indetermine $\rightarrow$ choisir q_1 (singularite)
- **sinon**
  - $s1 = \frac{t_{24}}{D}$
  - $c1 = \frac{t_{14}}{D}$
  - $q_1 = ATAN2(s1, c1)$
- **fin**
- $F = \sqrt{D^2 + t_{34}^2}$
- **si** $F = 0$ **alors**
  - q_2 indetermine $\rightarrow$ choisir q_2 (singularite)
- **sinon**
  - $s2 = \frac{\epsilon_2.D}{F}$
  - $c2 = \frac{\epsilon_2.t_{34}}{F}$
  - $q_2 = ATAN2(s2, c2)$
- **fin**
- $q_3 = s2.D - c2.t_{34}$
- $A_1 = c2.(c1.t_{11} + s1.t_{21}) + s2.t_{31}$
- $A_2 = c2.(c1.t_{13} + s1.t_{23}) + s2.t_{33}$
- $A_3 = s1.t_{11} - c1.t_{21}$
- $A_4 = s1.t_{13} - c1.t_{23}$
- $A_5 = s2.(c1.t_{11} + s1.t_{21}) - c2.t_{31}$
- $A_6 = s2.(c1.t_{13} + s1.t_{23}) - c2.t_{33}$
- $c5 = A_6$
- $s5 = \epsilon_5.\sqrt{1 - c5^2}$
- $q_5 = ATAN2(s5, c5)$
- **si** $s5 = 0$ **alors**
  - $\epsilon_5^* = c5$
  - $\epsilon_5^*.q_4 + q_6 = ATAN2(A_3, \epsilon_5^*.A_1)$ (singularite geom)
- **sinon**
  - $s4 = \frac{A_4}{s5}$
  - $c4 = \frac{A_2}{s5}$
  - $q_4 = ATAN2(s4, c4)$
  - $s6 = -A_1.s4 + A_3.c4$
  - $c6 = -\frac{A_5}{s5}$
  - $q_6 = ATAN2(s6, c6)$
- **fin**

fin

Bilan des 4 configurations pour la figure de référence

ε_1	ε_2	q_1	q_2	q_3	q_5	$\varepsilon_2\ q_{4} + q_6$
1	1	$-\ \pi/2$	$-\ \pi/2$	$q_{3\ fig}$	0	$q_4 + q_6 = \pm\pi$
1	-1	$-\ \pi/2$	$\pi/2$	$-\ q_{3\ fig}$	$\pm\ \pi$	$q_6 - q_4 = \pm\pi$
-1	1	$\pi/2$	$\pi/2$	$q_{3\ fig}$	0	$q_4 + q_6 = 0$
-1	-1	$\pi/2$	$-\ \pi/2$	$-\ q_{3\ fig}$	$\pm\ \pi$	$q_6 - q_4 = 0$

Arbre des solutions : Nombre de MGI