Annale 2015 Traitement du signal

# Exercice 1 : Filtre moyenneur

Soit le filtre de réponse impulsionnelle

1. Ce filtre est-il stable ? Justifiez cotre réponse.

Pour rappel un filtre est stable si . (En gros s’il diverge)  
Comme ici donc le filtre est stable.

1. Calculer l’expression du signal de sortie lorsque l’on place en entrée le signal . Pourquoi peut on appeler ce filtre un filtre moyenneur ?

On intègre sur et ensuite on divise par on effectue la moyenne

1. Calculer la sortie de ce filtre lorsque l’on place en entrée un signal sinusoïdal de fréquence multiple de : pour entier positif et et quelconques.

En sachant que simplifie -> utiliser

1. Calculer la réponse en fréquence de ce filtre. Tracer . A quel type de filtre correspond-il ?

|  |  |
| --- | --- |
| Donc  et soit un filtre passe bas |  |

1. Pouvez-vous faire le lien entre l’expression de et la réponse à la question 3 ?
2. Calculer la fonction de transfert de ce filtre. Cette fonction de transfert a-t-elle une forme classique telle que celles utilisées en cours et TD ?

Forme non classique, difficile de voir les pôles et zéros mais reste cohérant avec q5.

A partir de ce filtre analogique , on construit le filtre numérique par échantillonnage et troncature de sa réponse impulsionnelle avec une période d’échantillonnage de .

1. Donner l’expression de la réponse impulsionnelle de ce filtre numérique.
2. Calculer sa réponse en fréquence . Tracer . Quel est le lien entre et ?

# Exercice 2 : Echantillonnage d’un signal bande étroite

Soit le signal analogique dont le spectre est schématisé Fig. 1. On va effectuer une suite de traitements sur ce signal que vous allez devoir décrire brièvement.

Une image contenant graphique

Description générée automatiquement

1. Quel traitement doit-on effectuer sur le signal pour obtenir le signal dont le spectre est schématisé Fig. 2 ? Décrire brièvement ce traitement en temps et en fréquence.

Une image contenant graphique

Description générée automatiquement

Une image contenant texte, horloge

Description générée automatiquement

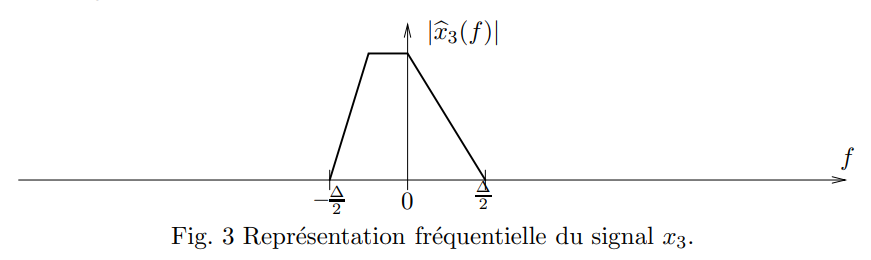
En fréquence passe bande décalée autour non pas de zéro mais de (pour cela on le multiplie toujours en fréquence par un Dirac pour décaler le signal fréquentiel) (Vu en TP)

En temporel les multiplications sont des produits de convolutions, une porte est un et le Dirac un

1. Pourquoi peut-on affirmer que le signal n’est pas un signal à valeurs réelles ? Justifier votre réponse.

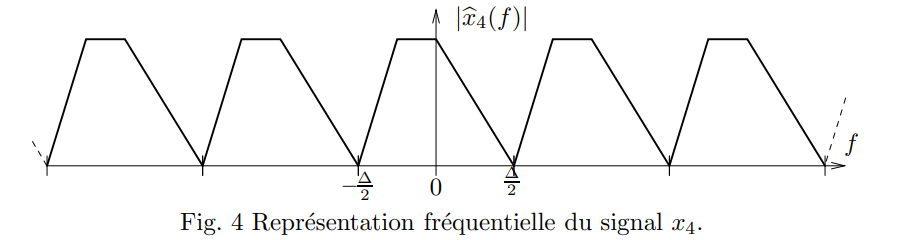
n’est pas paire n’est pas paire, n’est pas à valeurs réelles

1. Quel traitement doit-on effectuer sur le signal pour obtenir le signal dont le spectre est schématisé Fig. 3 ? Décrire brièvement ce traitement en temps et en fréquence.



On décale le signal en fréquence

1. Quel traitement doit-on effectuer sur le signal pour obtenir le signal dont le spectre est schématisé Fig. 4 ? Décrire brièvement ce traitement en temps et en fréquence.



On convolue en fréquence par un peigne de Dirac

On s’intéresse maintenant au traitement inverse permettant de revenir du signal au signal .

1. Peut-on revenir du signal au signal ? Si oui, quel traitement doit-on effectuer ? Décrire brièvement ce traitement en temps et en fréquence.
2. Peut-on revenir du signal au signal ? Si oui, quel traitement doit-on effectuer ? Décrire brièvement ce traitement en temps et en fréquence.
3. Démontrer que la transformée de Fourier du signal conjugué est la transformée de Fourier du signal y retournée et conjuguée .
4. Peut-on revenir du signal au signal ? Si oui, quel traitement doit-on effectuer ? Il faut faire attention au fait que le signal est un signal réel ! Décrire brièvement ce traitement en temps et en fréquence.

On va essayer de déduire une propriété générale du traitement précédent.

1. Soit le signal réel analogique de la Fig. 1 occupant une bande de fréquence centrée autour de la fréquence . D’après le théorème de Shannon, à quelle fréquence minimale peut-on l’échantillonner sans perte d’information ?

Shannon avec

1. En effectuant les opérations précédentes, en supposant que l’on connaisse la fréquence , à quelle fréquence minimale peut-on échantillonner ce même signal sans perte d’information ?

# Exercice 3 : Séance de travaux pratiques

Lors de la séance de travaux pratiques, un étudiant a imprimé des figures qu’il a oublié de commenter. Vous allez l’aider pour cet exercice.

## Analyse d’un signal audio

L’étudiant a imprimé sur la figure ci-dessous la représentation fréquentielle en d’un signal numérique, échantillonne à , correspondant à un extrait d’une chanson célèbre intitulé « alors on danse ».

Une image contenant graphique

Description générée automatiquement

1. L’étudiant a tracé en abscisse le numéro de l’échantillon au lieu de la fréquence. Tracez l’axe des fréquences correspondant à ce spectre. Justifier votre réponse.

Une image contenant texte, tableau blanc, nuée

Description générée automatiquement

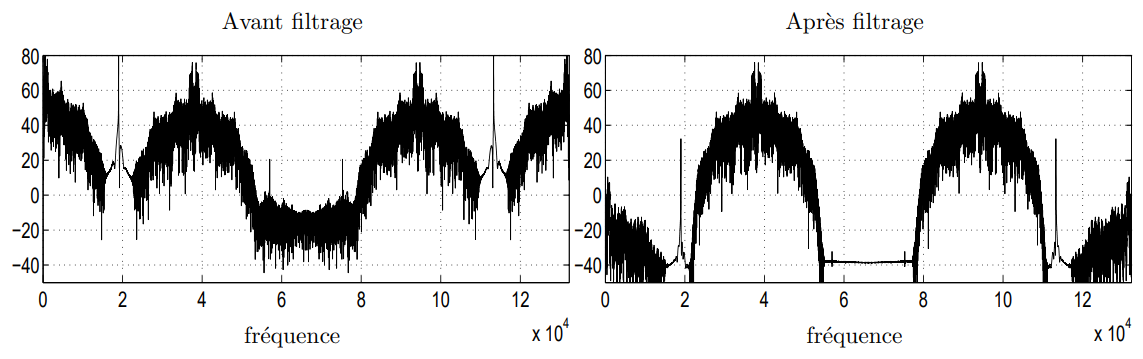
1. Était-il possible d´échantillonner ce signal avec une fréquence d’échantillonnage plus faible sans perte d’information ? Si oui, à quelle fréquence (en gros) aurait-on pu l’échantillonner ? Justifier votre réponse.

Faire avec Shannon mais je ne vois pas

1. Durant le TP, l’étudiant a écouté ce même signal audio quantifié avec un nombre variable de bits variant de à . L’étudiant a écrit sur son brouillon : « Plus est faible, plus on perd en qualité du son. En particulier, plus est faible, moins on entend les sons aigus du signal. » Etes-vous d’accord avec ce qu’a écrit l’étudiant ? Justifier votre réponse.

## Filtrage d’un signal

L’étudiant a imprimé sur les figures ci-dessous la représentation fréquentielle (amplitude en en fonction de la fréquence) d’un signal numérique avant et après filtrage du signal.



1. A quelle fréquence ce signal a-t-il été échantillonné ? Justifier votre réponse.
2. Quel type de filtre a été appliqué au signal ? Préciser ses caractéristiques en fréquence et en amplitude.

Passe bande de à et à avec une amplitude car le signal est « allongé »