§1.2 信号与信号运算

- 信号的描述及其分类
- 典型连续时间信号
- 连续信号的基本运算

一、信号的描述及其分类

- 信号是信息的一种物理体现。它一般是随时间或位置变化的物理量。
- 信号按物理属性分：电信号和非电信号。它们可以相互转换。

电信号容易产生，便于控制，易于处理。本课程讨论电信号---简称“信号”。

- 电信号的基本形式：随时间变化的电压或电流。
- 描述信号的常用方法（1）表示为时间的函数

（2）信号的图形表示--波形

“信号”与“函数”两词常相互通用。

信号的分类

信号的分类方法很多，可以从不同的角度对信号进行分类。

- 按时间函数的确定性划分：

确定信号和随机信号

- 按信号定义域的特点划分：

连续信号和离散信号

- 按信号函数的周期性划分：

周期信号和非周期信号

- 按时间函数的可积性划分：

能量信号、功率信号和非功非能信号

一维和多维信号、因果与反因果信号

1. 确定信号和随机信号

•确定性信号

可用确定的时间函数表示的信号。

对于指定的某一时刻 t，有确定的函数值 $f(t)$。

•随机信号

取值具有不确定性的信号。

如：电子系统中的起伏热噪声、雷电干扰信号。

•伪随机信号

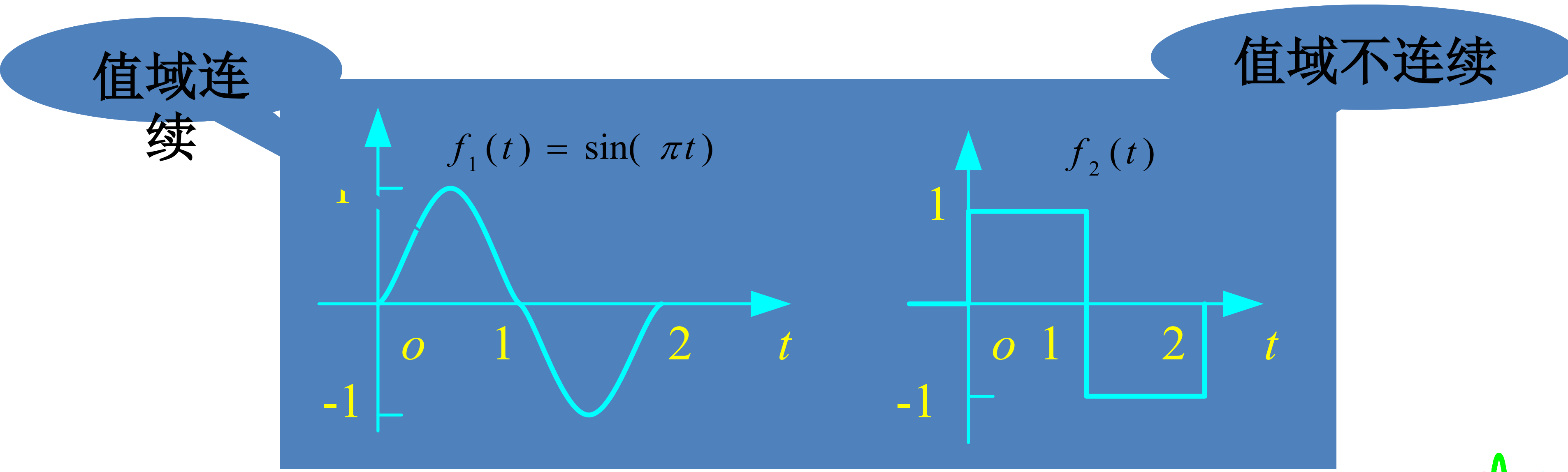
貌似随机而遵循严格规律产生的信号（伪随机码）。

2. 连续信号和离散信号

●**连续时间信号**：在连续的时间范围内$(-\infty< t <+\infty)$有定义的信号，简称连续信号。

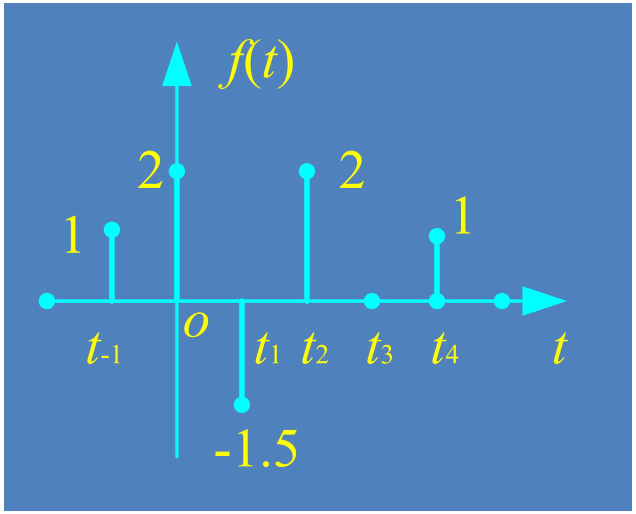
➢ **这里的“连续”指函数的定义域—时间是连续的，但可含间断点，至于值域可连续也可不连续。**

➢ **用 t 表示连续时间变量。**



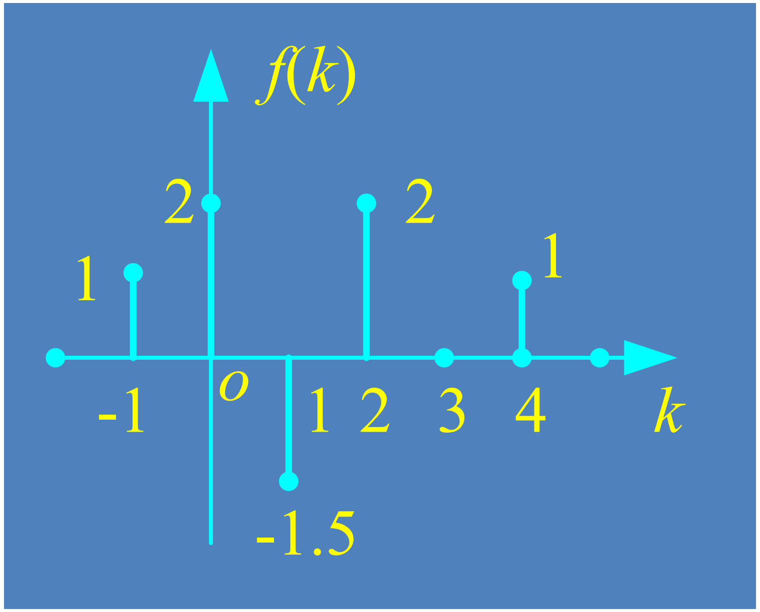
● **离散时间信号：** 仅在一些离散的瞬间才有定义的信号，简称离散信号。

➢ **定义域—时间是离散的，它只在某些规定的离散瞬间给出函数值，其余时间无定义。如右图的 $f(t)$仅在一些离散时刻 $t_k(k=0,\pm1,\pm2,\ldots)$ 才有定义，其余时间无定义。**



➢ **离散点间隔 $T_k=t_{k+1}-t_k$ 可以相等也可不等。通常取等间隔T，离散信号可表示为 $f(kT)$，简写为 $f(k)$，这种等间隔的离散信号也常称为序列。其中k称为序号。**

离散信号可用表达式可写为



$$f(k)=\begin{cases}1, & k=-1\\ 2, & k=0\\ -1.5, & k=1\\ 2, & k=2\\ 0, & k=3\\ 1, & k=4\\ 0, & \text{其他}\,k\end{cases}$$

或写为

$$f(k)=\{\ldots,\ 0,\ 1,\ \underset{\substack{\uparrow\\ k=0}}{2},\ -1.5,\ 2,\ 0,\ 1,\ 0,\ \ldots\}$$

通常将对应某序号 m 的序列值称为第 m 个样点的“样值”。

模拟信号，抽样信号，数字信号

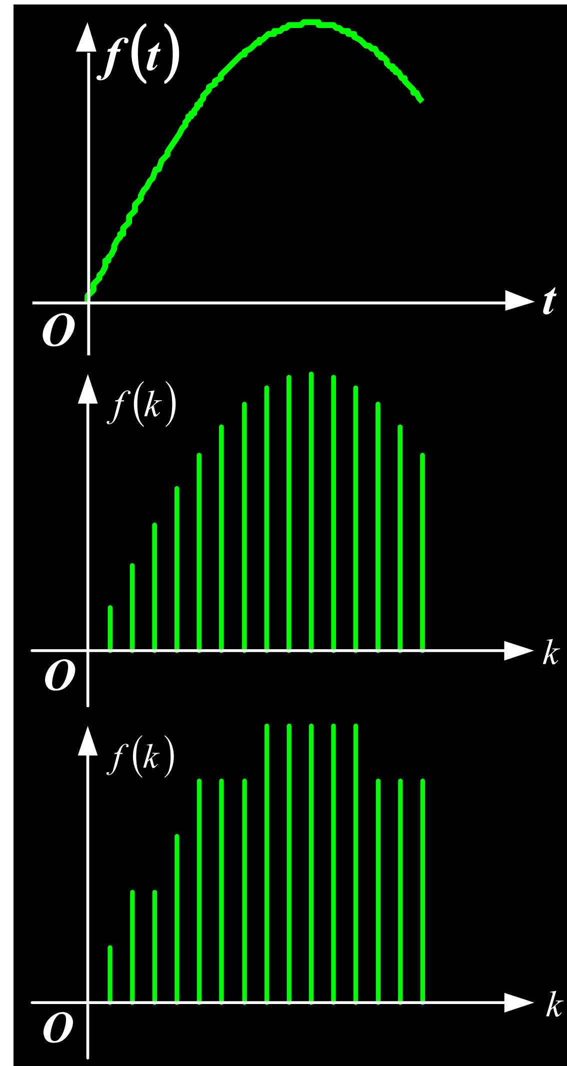
•模拟信号：时间和幅值均为连续的信号。

抽样

•抽样信号：时间离散的，幅值连续的信号。

量化

•数字信号：时间和幅值均为离散的信号。



•连续信号与模拟信号，离散信号与数字信号常通用。

3. 周期信号和非周期信号

定义在 $(-\infty, \infty)$ 区间，每隔一定时间 T (或整数 N)，按相同规律重复变化的信号。

连续周期信号 $f(t)$ 满足

$$f(t) = f(t + mT), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$$

离散周期信号 $f(k)$ 满足

$$f(k) = f(k + mN), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$$

满足上述关系的最小 T (或整数 N) 称为该信号的周期。

不具有周期性的信号称为非周期信号。

举例

例1 连续周期信号示例

例2 离散周期信号示例1

例3 离散周期信号示例2

$$f_2(t) = \cos 2t + \sin \pi t$$

$$f_1(k) = \sin(3\pi k/4) + \cos(0.5\pi k)$$

由上面几例可看出：

①连续正弦信号一定是周期信号，而正弦序列不一定是周期序列。

②两连续周期信号之和不一定是周期信号，而两周期序列之和一定是周期序列。

4. 能量信号与功率信号

将信号$f(t)$施加于1Ω电阻上，它所消耗的瞬时功率为$|f(t)|^2$，在区间$(-\infty,\infty)$的能量和平均功率定义为

（1）信号的能量E
$$E \overset{\text{def}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 \, \mathrm{d}t$$

（2）信号的功率P
$$P \overset{\text{def}}{=} \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)|^2 \, \mathrm{d}t$$

若信号$f(t)$的能量有界，即$E<\infty$，则称其为能量有限信号，简称能量信号。此时$P=0$

若信号$f(t)$的功率有界，即$P<\infty$，则称其为功率有限信号，简称功率信号。此时$E=\infty$

二、典型连续时间信号

1.正弦信号

2.指数信号

3. 抽样信号(Sampling Signal)

4.奇异信号

本课程讨论确定性信号。

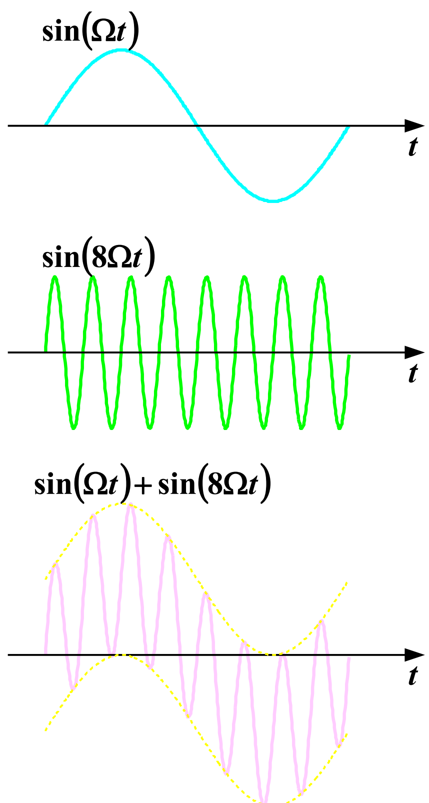
先连续，后离散；先周期，后非周期。

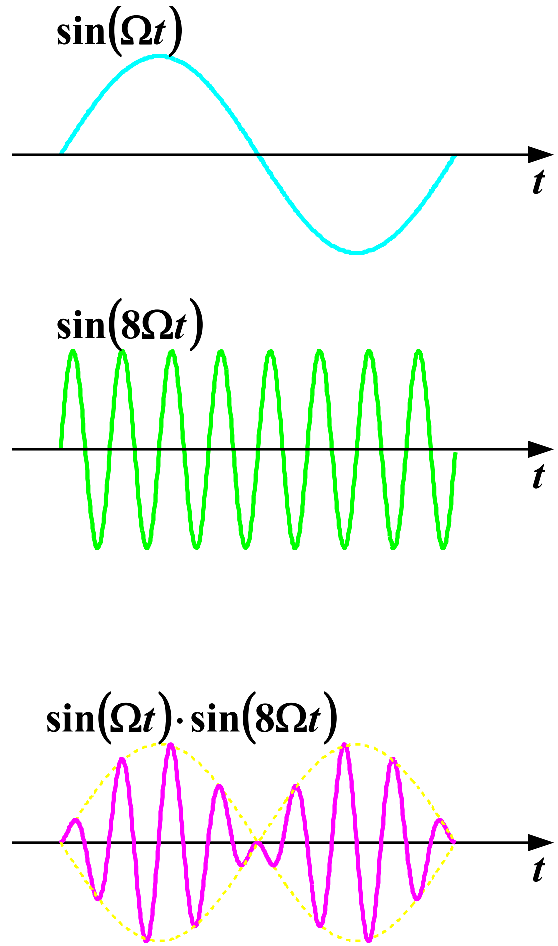
三、信号的基本运算

- 两信号相加或相乘
- 信号的时间变换
  - 反转
  - 平移
  - 尺度变换

1、信号的加法和乘法

同一瞬时两信号对应值相加（相乘）。





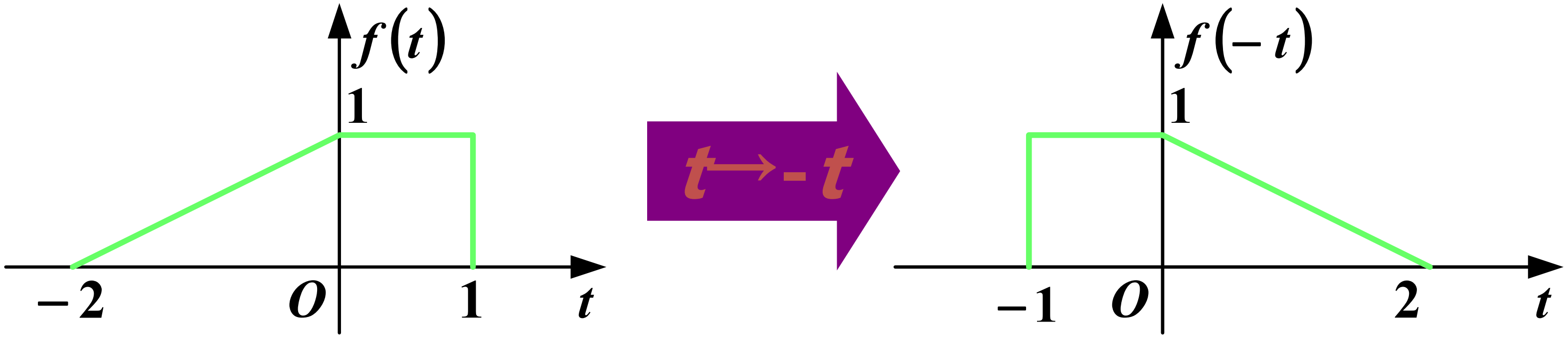
2、信号的时间变换

1.信号的反转
2.信号的平移
3.信号的展缩（尺度变换）
4.混合运算举例

(1). 信号反转

将 $f(t) \to f(-t)$ ， $f(k) \to f(-k)$ 称为对信号 $f(\cdot)$ 的反转或反折。

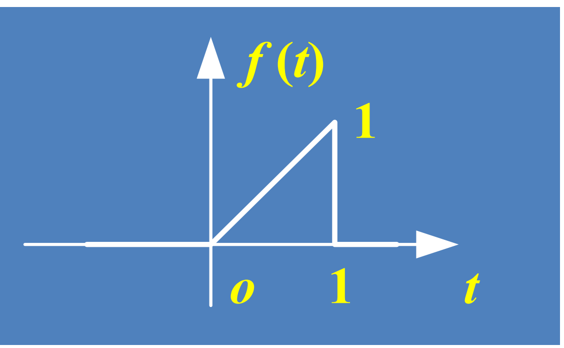
从图形上看是将 $f(\cdot)$ 以纵坐标为轴反转180°。如



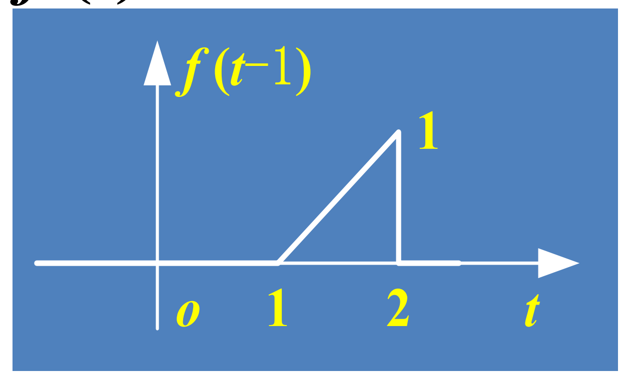
(2).信号的平移

将 $f(t) \to f(t-t_0)$， $f(k) \to f(t-k_0)$称为对信号$f(\cdot)$的平移或移位。若t_0 (或k_0) >0，则将$f(\cdot)$右移；否则左移。

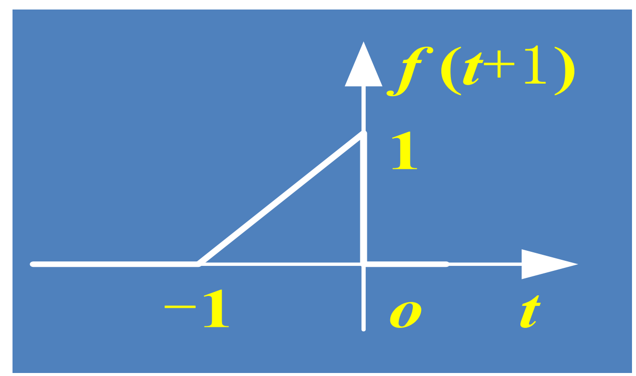
如



$t \to t-1$右移



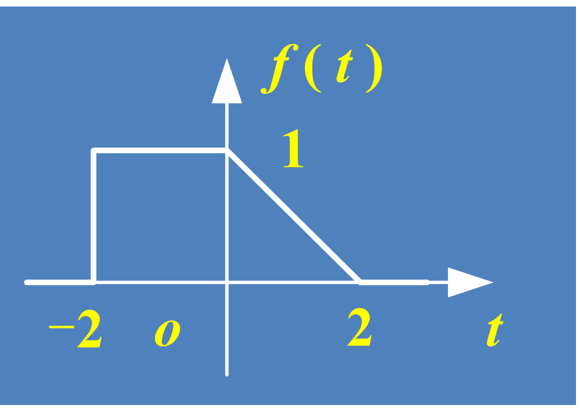
$t \to t+1$左移



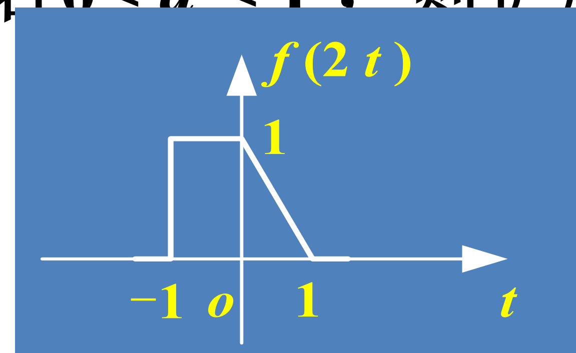
(3).信号的展缩(尺度变换)

将 $f(t) \to f(a\,t)$， 称为对信号$f(t)$的尺度变换。

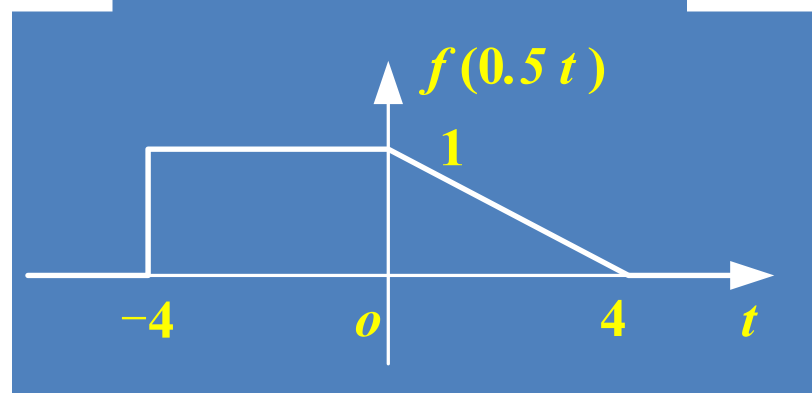
若$a > 1$，则波形沿横坐标压缩；若$0 < a < 1$，则扩展 。如



$t \to 2t$ 压缩



$t \to 0.5t$ 扩展



对于离散信号，由于 $f(a\,k)$ 仅在为$a\,k$ 为整数时才有意义， 进行尺度变换时可能会使部分信号丢失。因此一般不作波形的尺度变换。

(4). 混合运算举例

例1 平移与反转相结合

例2 平移与尺度变换相结合

例3 平移、反转、尺度变换相结合，正逆运算。

可以看出：

- 混合运算时，三种运算的次序可任意。但一定要注意**一切变换都是相对t 而言**。
- 通常，对正向运算，先平移，后反转和展缩不易出错；对逆运算，反之。