零输入零状态举例

例： 系统方程为 $y(k)+3y(k-1)+2y(k-2)=f(k)$

已知激励$f(k)=2^k$，$k\geq0$，初始状态$y(-1)=0$，$y(-2)=1/2$，求系统的零输入响应、零状态响应和全响应。

解： （1）$y_{zi}(k)$满足方程

$$y_{zi}(k)+3y_{zi}(k-1)+2y_{zi}(k-2)=0$$

$$y_{zi}(-1)=y(-1)=0,\ y_{zi}(-2)=y(-2)=1/2$$

首先递推求出初始值$y_{zi}(0)$, $y_{zi}(1)$,

$$y_{zi}(k)=-3y_{zi}(k-1)-2y_{zi}(k-2)$$

$$y_{zi}(0)=-3y_{zi}(-1)-2y_{zi}(-2)=-1$$

$$y_{zi}(1)=-3y_{zi}(0)-2y_{zi}(-1)=3$$

特征根为$\lambda_1=-1$，$\lambda_2=-2$

解为 $y_{zi}(k)=C_{zi1}(-1)^k+C_{zi2}(-2)^k$

将初始值代入 并解得 $C_{zi1}=1$, $C_{zi2}=-2$

$$y_{zi}(k)=(-1)^k-2(-2)^k \quad , k\geq 0$$

（2）零状态响应$y_{zs}(k)$ 满足

$$y_{zs}(k)+3y_{zs}(k-1)+2y_{zs}(k-2)=f(k)$$

$$y_{zs}(-1)=y_{zs}(-2)=0$$

递推求初始值 $y_{zs}(0)$, $y_{zs}(1)$,

$$y_{zs}(k)=-3y_{zs}(k-1)-2y_{zs}(k-2)+2^k , k\geq 0$$

$$y_{zs}(0)=-3y_{zs}(-1)-2y_{zs}(-2)+1=1$$

$$y_{zs}(1)=-3y_{zs}(0)-2y_{zs}(-1)+2=-1$$

$y_p(k) = (p)2^k$和$f(k)=2^k$代入

$$y_{zs}(k) + 3y_{zs}(k-1) + 2y_{zs}(k-2) = f(k)$$

分别求出齐次解和特解，得

$$y_{zs}(k) = C_{zs1}(-1)^k + C_{zs2}(-2)^k + y_p(k)$$
$$= C_{zs1}(-1)^k + C_{zs2}(-2)^k + (1/3)2^k$$

代入初始值求得

$$C_{zs1} = -1/3 \ , C_{zs2}=1$$

$$y_{zs}(k) = -(-1)^k/3 + (-2)^k + (1/3)2^k \ , k \geq 0$$