

§1.3 系统与系统函数

- 系统的概念与分类
- 系统的描述
- 系统函数与系统性质

一、系统的概念与分类

- **系统(定义):**

系统(system)是指若干相互关联的事物组合而成具有特定功能的整体。可以看作信号的变换器、处理器。

• **系统的分类：**

可以从多种角度来观察、分析研究系统的特征，提出对系统进行分类的方法。常用的分类有：

- 连续系统与离散系统
- 动态系统与即时系统
- 线性系统与非线性系统
- 时不变系统与时变系统
- 因果系统与非因果系统

1. 连续系统与离散系统

- **连续(时间)系统:** 系统的激励和响应均为连续信号。
- **离散(时间)系统:** 系统的激励和响应均为离散信号。
- **混合系统:**
系统的激励和响应一个是连续信号，一个为离散信号。如A/D，D/A变换器。

2. 动态系统与即时系统

- **动态系统：** 系统在任一时刻的响应不仅与该时刻的激励有关，而且与它过去的历史状况有关。也称记忆系统。

含有记忆元件，例如电容，电感等

否则称为**即时系统或无记忆系统**

3. 线性系统与非线性系统

- **线性系统：**指满足线性性质的系统。

- **线性性质：**齐次性和可加性



齐次性：

$$f(\cdot) \rightarrow y(\cdot) \longrightarrow af(\cdot) \rightarrow ay(\cdot)$$

$$y(\cdot) = T[f(\cdot)]$$

$$f(\cdot) \rightarrow y(\cdot)$$

可加性：

$$\left. \begin{array}{l} f_1(\cdot) \rightarrow y_1(\cdot) \\ f_2(\cdot) \rightarrow y_2(\cdot) \end{array} \right\} \longrightarrow f_1(\cdot) + f_2(\cdot) \rightarrow y_1(\cdot) + y_2(\cdot)$$

线性性质：

$$af_1(\cdot) + bf_2(\cdot) \rightarrow ay_1(\cdot) + by_2(\cdot)$$

动态系统是线性系统的条件

动态系统不仅与激励 $\{f(\cdot)\}$ 有关，而且与系统的初始状态 $\{x(0)\}$ 有关。初始状态也称“内部激励”。

$$y(\cdot) = T[\{f(\cdot)\}, \{x(0)\}]$$

$$y_{zs}(\cdot) = T[\{f(\cdot)\}, \{0\}] \text{ 或者 } y_f(\cdot) \quad y_{zi}(\cdot) = T[0, \{x(0)\}] \text{ 或者 } y_x(\cdot)$$

举例

① $y(\cdot) = y_{zs}(\cdot) + y_{zi}(\cdot)$ 可分解性

② $y_{zs}(\cdot) = T[a\{f(\cdot)\}, \{0\}] = a T[\{f(\cdot)\}, \{0\}]$ 零状态线性

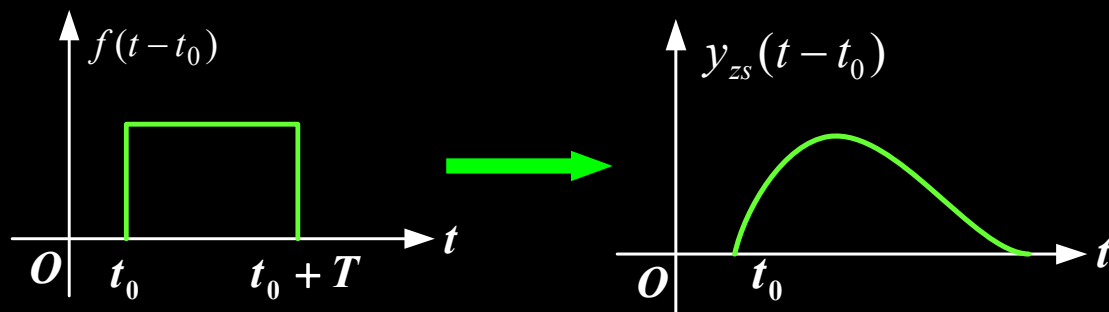
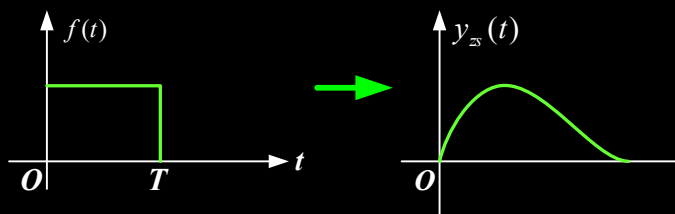
③ $y_{zi}(\cdot) = T[\{0\}, b\{x(0)\}] = b T[\{0\}, \{x(0)\}]$ 零输入线性

4. 时不变系统与时变系统

- **时不变系统：** 指满足时不变性质的系统。

- **时不变性（或移位不变性）：** 只要初始状态不变，系统的输出仅取决于输入而与输入的起始作用时刻无关

$$f(t) \rightarrow y_{zs}(t) \longrightarrow f(t-t_d) \rightarrow y_{zs}(t-t_d)$$



举例

5. 因果系统与非因果系统

- **因果系统：**

指零状态响应不会出现在激励之前的系统。

即对因果系统，

$$\text{当 } t < t_0, f(t) = 0 \text{ 时, 有 } t < t_0, y_{zs}(t) = 0$$

- **判断方法：**

输出不超前于输入。

综合举例

举例

- 实际的物理可实现系统均为因果系统

非因果系统的概念与特性也有实际的意义，如信号的压缩、扩展，语音信号处理等。

若信号的自变量不是时间，如位移、距离、亮度等为变量的物理系统中研究因果性显得不很重要。

- 因果信号

$t = 0$ 接入系统的信号称为因果信号。

可表示为： $f(t) = f(t)\varepsilon(t)$ 相当于 $t < 0, f(t) = 0$

二、系统的描述

- **系统的数学模型：**系统物理特性的数学抽象。

连续系统解析描述：**微分方程**

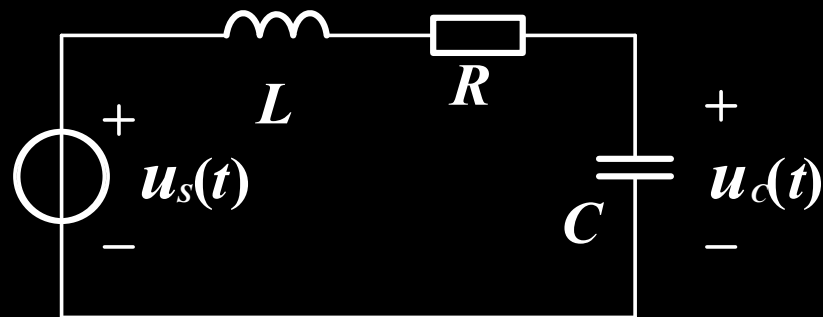
离散系统解析描述：**差分方程**

- **系统的框图描述：**形象地表示其功能。

1. 连续系统的解析描述

图示RLC电路，以 $u_s(t)$ 作激励，以 $u_c(t)$ 作为响应，由KVL和VAR列方程，并整理得

$$\begin{cases} LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = u_s \\ u_C(0+), u_C'(0+) \end{cases}$$



二阶常系数线性微分方程。

抽去具有的物理含义，微分方程写成

$$a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = f(t)$$

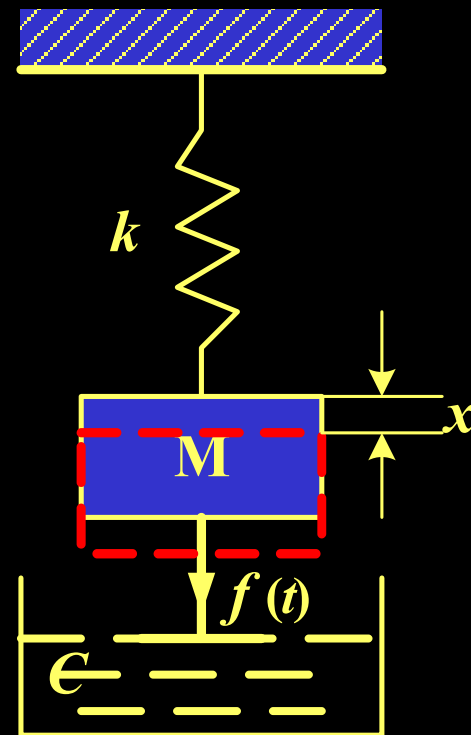
这个方程也可以描述下面的一个二阶机械减振系统。

机械减振系统

其中， k 为弹簧常数， M 为物体质量， C 为减振液体的阻尼系数， x 为物体偏离其平衡位置的位移， $f(t)$ 为初始外力。其运动方程为

$$M \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + C \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = f(t)$$

能用相同方程描述的系统称相似系统。



2. 离散系统的解析描述

例：某人每月初在银行存入一定数量的款，月息为 β 元/月，求第 k 个月初存折上的款数。

设第 k 个月初的款数为 $y(k)$ ，这个月初的存款为 $f(k)$ ，上个月初的款数为 $y(k-1)$ ，利息为 $\beta y(k-1)$ ，则

$$y(k) = y(k-1) + \beta y(k-1) + f(k)$$

即： $y(k) - (1 + \beta)y(k-1) = f(k)$

若设开始存款月为 $k=0$ ，则有 $y(0)=f(0)$ 。

所谓**差分方程**是指由未知输出序列项与输入序列项构成的方程。未知序列项变量最高序号与最低序号的差数，称为**差分方程的阶数**。上述为一阶差分方程。

由 **n 阶差分方程**描述的系统称为 **n 阶系统**。

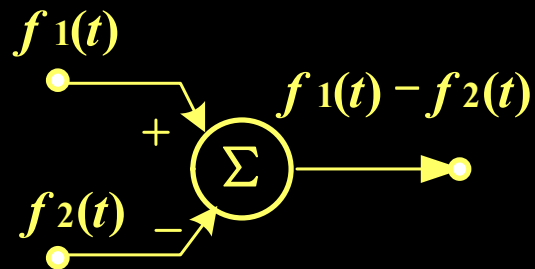
系统的框图描述

上述方程从数学角度来说代表了某些运算关系：**相乘、微分（差分）、相加运算**。将这些基本运算用一些**基本单元**符号表示出来并相互联接表征上述方程的运算关系，这样画出的图称为**模拟框图**，简称**框图**。

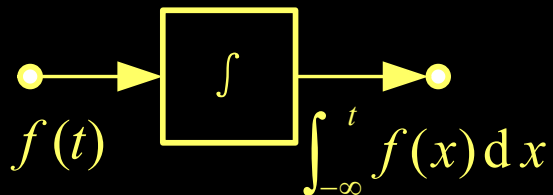
- 连续系统的基本单元
- 离散系统的基本单元

1. 连续系统的基本单元

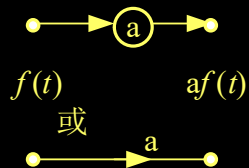
- 加法器



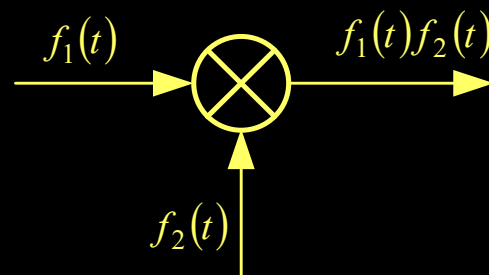
- 积分器



- 数乘器



- 乘法器

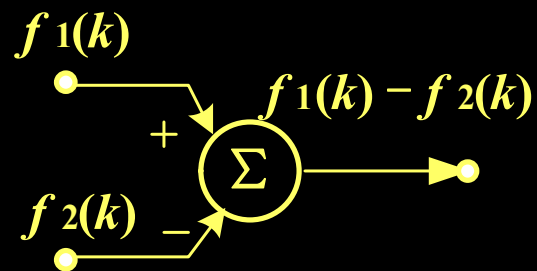


- 延时器

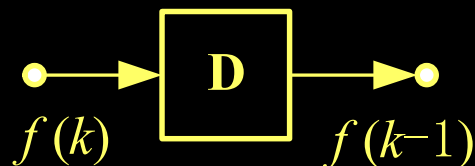


2. 离散系统的基本单元

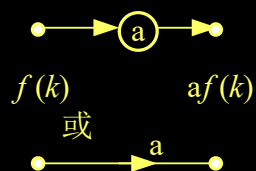
- 加法器



- 延迟单元



- 数乘器



三、系统函数与系统性质

- 系统函数定义：

在零状态条件下，系统的零状态响应的拉氏变换与激励的拉氏变换之比为

$$H(s)=Y(s)/X(s)$$

系统的性质

- 系统的记忆性(仅与当前是可输入有关, 称为非记忆性)
- 系统的可逆性(一个系统在不同输入下, 导致不同输出)
- 系统线性性质(齐次性与叠加性)

$$af_1(t) + bf_2(t) \rightarrow ay_1(t) + by_2(t)$$

- 系统的时不变性(系统特性与时间变化无关)
- 系统的因果性(取决于现在与以前的输入的输入)
- 系统的稳定性(小输入下响应不会发散)

- 中国空间技术研究院（航天五院）钱学森空间技术实验室2018年接收推荐免试攻读研究生工作已经开始了，航空宇航科学与技术、飞行器设计、机械、力学等理工科相关专业即可，学习工作待遇优厚，时间紧急，有意者尽快联系我了解详情，另设有人才推荐奖，大家身边有合适的人多多推荐哦！联系人：，王鹏飞 13811322880（同微信），wangpengfei@qxslab.cn 申请条件：1.拥护中国共产党的领导，愿为社会主义现代化建设服务，立志献身于祖国航天事业，品德良好，遵纪守法。2.985、211综合及理工类高校优秀应届本科毕业生，能够获得所在学校推荐免试资格（不占用原学校名额）。3.勤奋好学，思维敏捷，具有一定的自学能力、实践动手能力和创新能力。4.申请学生在校1-6学期学习成绩优异，没有不及格或重修科目，学习成绩专业排名须为本专业学生数的前30%。5.已通过国家大学英语六级考试或其他相当等级英语考试。6.申请硕士研究生的学生应为1994年1月1日后出生。7.身体健康状况符合规定的体检标准。相关待遇：1.硕士研究生补助4000元/月（五院补助+项目补助），博士研究生补助5000元/月（五院补助+项目补助）；2.另设有多种奖学金；3.提供免费住宿、医疗保险等；4.毕业后原则上留在五院工作（官方文件信息）。