判断线性系统举例

例1：判断下列系统是否为线性系统？

（1） $y(t)=3x(0)+2f(t)+x(0)f(t)+1$

（2） $y(t)=2x(0)+|f(t)|$

（3） $y(t)=x^2(0)+2f(t)$

解：① $y(t)=3x(0)+2f(t)+x(0)f(t)+1$

$y_{zs}(t)=2f(t)+1$ $y_{zi}(t)=3x(0)+1$

$y(t)\neq y_{zs}(t)+y_{zi}(t)$不满足可分解性，故为非线性系统

② $y(t)=2x(0)+|f(t)|$

$y_{zs}(t)=|f(t)|$ $y_{zi}(t)=2x(0)$

$y(t)=y_{zs}(t)+y_{zi}(t)$满足可分解性；

但是： $\mathrm{T}\left[\{af(\cdot)\},\{0\}\right]=\left|af(t)\right|\neq ay_{zs}(\cdot)$ 不满足零状态线性。故为非线性系统。

③ $y(t)=x^2(0)+2f(t)$

$y_{zi}(t)=x^2(0)$

$\mathrm{T}\left[\{0\},\{ax(0)\}\right]=\left[ax(0)\right]^2\neq ay_{zi}(t)$ 不满足零输入线性，故为非线性系统。

例2：判断下列系统是否为线性系统？

$$y(t)=\mathrm{e}^{-t}x(0)+\int_0^t \sin(x)f(x)\,\mathrm{d}x$$

解： $y_{zi}(t)=\mathrm{e}^{-t}x(0)$, $y_{zs}(t)=\int_0^t \sin(x)f(x)\,\mathrm{d}x$

$y(t)=y_{zs}(t)+y_{zi}(t)$ 满足可分解性；

$$\mathrm{T}\left[\{af_1(\cdot)+bf_2(\cdot)\},\{0\}\right]$$

$$=\int_0^t \sin(x)[\mathrm{a}\,f_1(x)+\mathrm{b}\,f_2(x)]\,\mathrm{d}x=\mathrm{a}\int_0^t \sin(x)f_1(x)\,\mathrm{d}x+\mathrm{b}\int_0^t \sin(x)f_2(x)\,\mathrm{d}x$$

$=a\,\mathrm{T}\left[\{f_1(\cdot)\},\{0\}\right]+b\,\mathrm{T}\left[\{f_1(\cdot)\},\{0\}\right]$，满足零状态线性；

$$\mathrm{T}\left[\{0\},\{ax_1(0)+bx_2(0)\},\right]$$

$=a\,\mathrm{T}\left[\{0\},\{x_1(0)\}\right]+b\,\mathrm{T}\left[\{0\},\{x_2(0)\}\right]$，满足零输入线性；

所以，该系统为线性系统。