用定义计算卷积

例： $f(t) = \mathrm{e}^{t}$，$(-\infty < t < \infty)$，$h(t) = (6\mathrm{e}^{-2t} - 1)\varepsilon(t)$，求 $y_{zs}(t)$。

解： $y_{zs}(t) = f(t) * h(t)$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{\tau}[6\mathrm{e}^{-2(t-\tau)} - 1]\varepsilon(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

当 $t < \tau$，$\quad \varepsilon(t-\tau) = 0$

$$y_{zs}(t) = \int_{-\infty}^{t} \mathrm{e}^{\tau}[6\mathrm{e}^{-2(t-\tau)} - 1]\,\mathrm{d}\tau = \int_{-\infty}^{t} (6\mathrm{e}^{-2t}\mathrm{e}^{3\tau} - \mathrm{e}^{\tau})\,\mathrm{d}\tau$$

$$= \mathrm{e}^{-2t}\int_{-\infty}^{t} (6\mathrm{e}^{3\tau})\,\mathrm{d}\tau - \int_{-\infty}^{t}\mathrm{e}^{\tau}\,\mathrm{d}\tau$$

$$= \mathrm{e}^{-2t} \cdot 2\mathrm{e}^{3\tau}\Big|_{-\infty}^{t} - \mathrm{e}^{\tau}\Big|_{-\infty}^{t} = 2\mathrm{e}^{-2t}\cdot\mathrm{e}^{3t} - \mathrm{e}^{t} = \mathrm{e}^{t}$$