

单位序列响应例1

例1 已知某系统的差分方程为 $y(k) - y(k-1) - 2y(k-2) = f(k)$
求单位序列响应 $h(k)$ 。

解 根据 $h(k)$ 的定义 有

$$h(k) - h(k-1) - 2h(k-2) = \delta(k) \quad (1)$$

$$h(-1) = h(-2) = 0$$

(1) 递推求初始值 $h(0)$ 和 $h(1)$ 。

$$h(k) = h(k-1) + 2h(k-2) + \delta(k)$$

$$h(0) = h(-1) + 2h(-2) + \delta(0) = 1$$

$$h(1) = h(0) + 2h(-1) + \delta(1) = 1$$

$$h(2) = h(1) + 2h(0) + \delta(2) = 3$$

(2) 求 $h(k)$

对于 $k > 0$, $h(k)$ 满足齐次方程

$$h(k) - h(k-1) - 2h(k-2) = 0$$

特征方程

$$(\lambda+1)(\lambda-2) = 0$$

$$h(k) = C_1(-1)^k + C_2(2)^k, \quad k > 0$$

$$h(2) = C_1 + 4C_2 = 3, \quad h(1) = -C_1 + 2C_2 = 1$$

解得 $C_1 = 1/3$, $C_2 = 2/3$

$$h(k) = (1/3)(-1)^k + (2/3)(2)^k, \quad k \geq 0$$

或写为

$$h(k) = [(1/3)(-1)^k + (2/3)(2)^k] \varepsilon(k)$$