第2章 连续信号与系统的时域分析

§2.1　连续信号的时域分解与卷积积分

§2.2　系统微分方程的经典解

§2.3　连续系统的时域响应

离散信号与系统的时域分析

	连续系统	离散系统
描述	微分方程	差分方程
求解	$y(t)=y_h(t)+y_p(t)$	$y(k)=y_h(k)+y_p(k)$
系统分析	零输入响应 $y_{zi}(t)$	$y_{zi}(k)$
	零状态响应 $y_{zs}(t)=f(t)*h(t)$	$y_{zs}(k)=f(k)*h(k)$
运算	卷积积分	卷积和
基本信号	$\delta(t)$ $\varepsilon(t)$	$\delta(k)$ $\varepsilon(k)$
基本响应	$h(t)$ $g(t)$	$h(k)$ $g(k)$

§4.1 典型离散信号及其基本运算

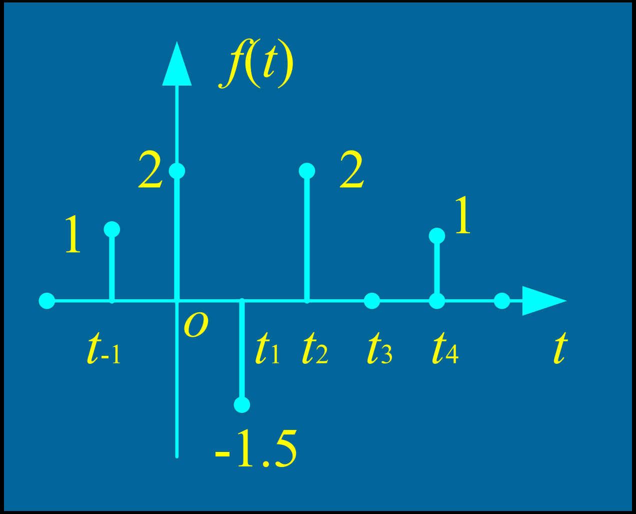
- 典型离散信号
- 离散信号的运算

连续信号和离散信号

- **连续时间信号：** 在连续的时间范围内$(-\infty < t < +\infty)$有定义的信号，简称连续信号。
  - **这里的"连续"指函数的定义域—时间是连续的，但可含间断点，至于值域可连续也可不连续。**
  - **用 t 表示连续时间变量。**

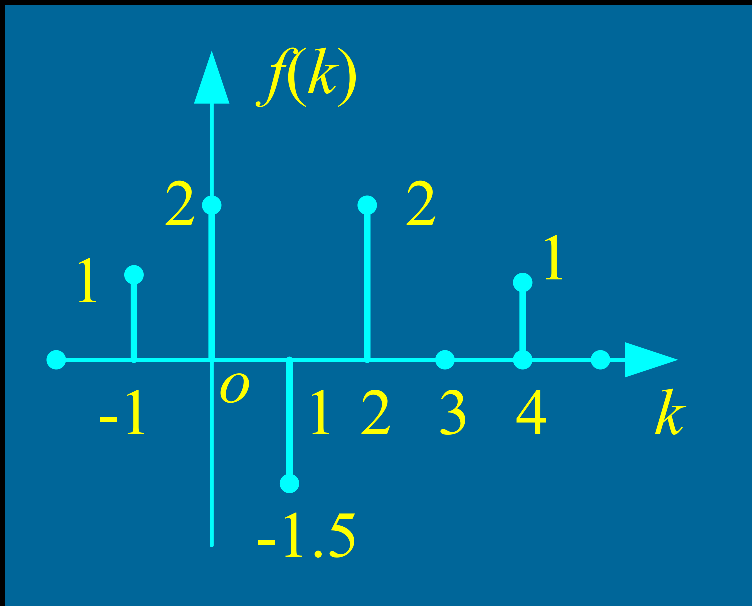
- **离散时间信号：** 仅在一些离散的瞬间才有定义的信号，简称离散信号。

➢ **定义域—时间是离散的**，它只在某些规定的离散瞬间给出函数值，其余时间无定义。如右图的 $f(t)$仅在一些离散时刻 $t_k(k=0,\pm1,\pm2,\ldots)$ 才有定义，其余时间无定义。



➢ **离散点间隔** $T_k=t_{k+1}-t_k$ 可以相等也可不等。通常取等间隔T，离散信号可表示为 $f(kT)$ ，简写为 $f(k)$，这种等间隔的离散信号也常称为序列。其中k称为序号。

离散信号可用表达式可写为



$$f(k)=\begin{cases} 1, & k=-1 \\ 2, & k=0 \\ -1.5, & k=1 \\ 2, & k=2 \\ 0, & k=3 \\ 1, & k=4 \\ 0, & \text{其他}\,k \end{cases}$$

或写为

$$f(k)=\{\ldots,\ 0,\ 1,\ \underset{\substack{\uparrow\\ k=0}}{2},\ -1.5,\ 2,\ 0,\ 1,\ 0,\ \ldots\}$$

通常将对应某序号 m 的序列值称为第 m 个样点的“样值”。

一、典型离散信号

1.单位脉冲序列

2.单位阶跃序列

3.正弦序列

4.指数序列

5.z序列

单位脉冲序列（单位序列/单位样值序列/单位取样序列）

$$\delta(k)=\begin{cases}1 & k=0\\0 & k\neq 0\end{cases}$$

. 取样性

$$\delta(k)f(k)=f(0)\delta(k)$$

$$f(k)\delta(k-k_0)=f(k_0)\delta(k-k_0)$$

$$\delta(k-k_0)=\begin{cases}1 & k=k_0\\0 & k\neq k_0\end{cases}$$

$$\delta(k+k_0)=\begin{cases}1 & k=-k_0\\0 & k\neq -k_0\end{cases}$$

单位阶跃序列

$$\varepsilon(k)=\begin{cases}0 & k<0\\ 1 & k\geq 0\end{cases}$$

将 $\varepsilon(k)$ 位移 i 位得

$$\varepsilon(k-i)=\begin{cases}0 & k<i\\ 1 & k\geq i\end{cases}$$

单位脉冲序列和单位阶跃序列关系

$\delta(k)=\varepsilon(k)-\varepsilon(k-1)$

$\varepsilon(k)=\sum\delta(k)$

正弦序列

一般形式：

$$f(k) = A\cos(\omega_0 k + \varphi)$$

$$f(k) = A\cos(\omega_0 k + \varphi) = A\cos(\omega_0 k + 2m\pi + \varphi)$$

$$= A\cos\left[\omega_0 (k + \frac{2m\pi}{\omega_0}) + \varphi\right] = A\cos[\omega_0 (k + N) + \varphi]$$

连续信号周期T_0, 取样间隔为 T_s, 取样后的正弦信号为：

$$f(k) = \cos(\omega_0 t)\Big|_{t=kT_s} = \cos(\frac{2\pi}{T_0} + kT_s) = \cos(\omega_0 k)$$

当 $\frac{2\pi}{\omega_0}=\frac{N}{m}=\frac{T_0}{T_s}$ 为有理数时，经过抽样后得到的序列才是周期的正弦序列

注意：

即便是抽样后的序列是非周期性正弦序列，但是包络函数$f(t)$仍然具有周期性。

指数序列

指数序列的一般形式：

$$f(k) = Ae^{\beta k}$$

- A与β为实数时，指数序列$f(k)$为实指数序列；
- $A=1, \beta = j\omega_0$时，指数序列$f(k)$为虚指数序列；
- A与β为复数时，指数序列$f(k)$为一般形式的复指数序列；

z序列

z序列的一般形式：

$$f(k) = z^k$$

z为复数，z序列与复指数序列表示形式不同，但无实质性差别。

二、离散信号的运算

1.序列的相加

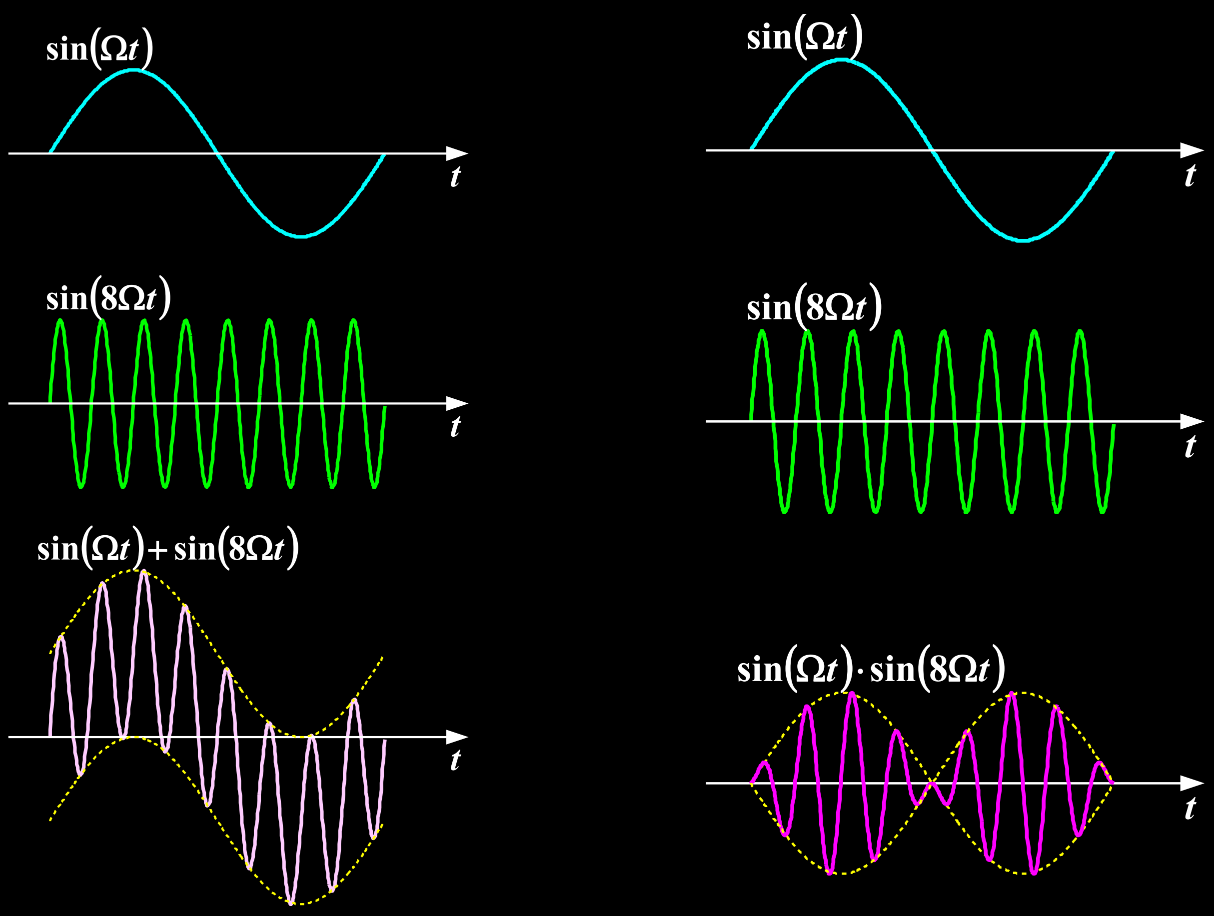
2.序列的相乘

3.序列的反转与移位

4.序列求和（累加）

1、信号的加法和乘法

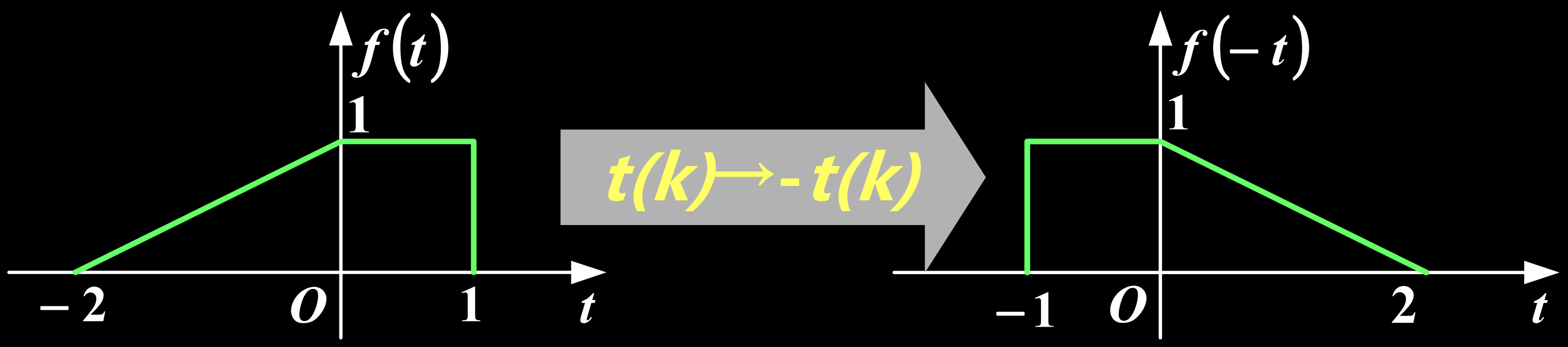
同一瞬时两信号对应值相加（相乘）。



信号反转

将 $f(t) \to f(-t)$ ， $f(k) \to f(-k)$ 称为对信号$f(\cdot)$的反转或反折。

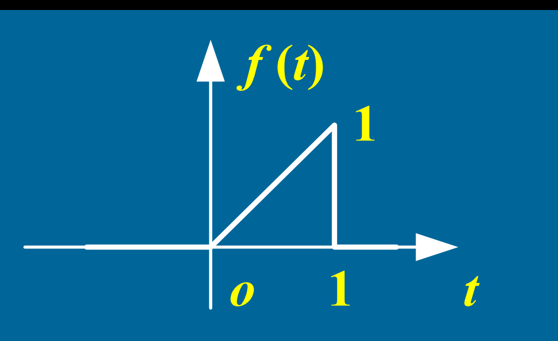
从图形上看是将$f(\cdot)$以纵坐标为轴反转180°。如



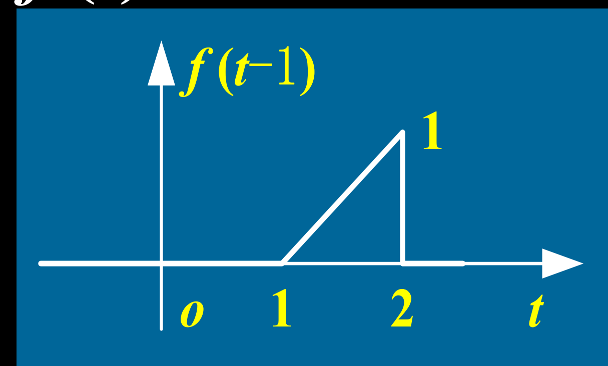
信号的平移

将 $f(t) \rightarrow f(t-t_0)$， $f(k) \rightarrow f(t-k_0)$称为对信号$f(\cdot)$的**平移**或**移位**。若$t_0$ (或k_0) >0，则将$f(\cdot)$右移；否则左移。

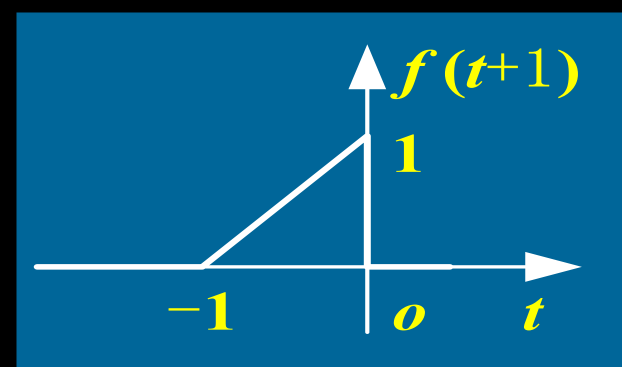
如



$t(k) \rightarrow t(k)-1$右移

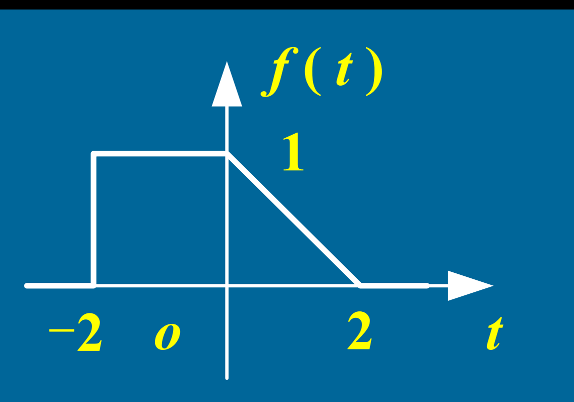


$t(k) \rightarrow t(k)+1$左移

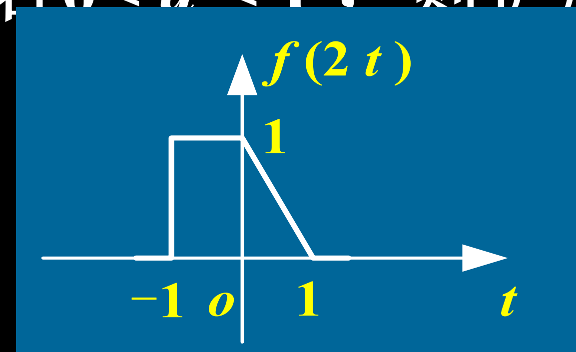


信号的展缩（尺度变换）

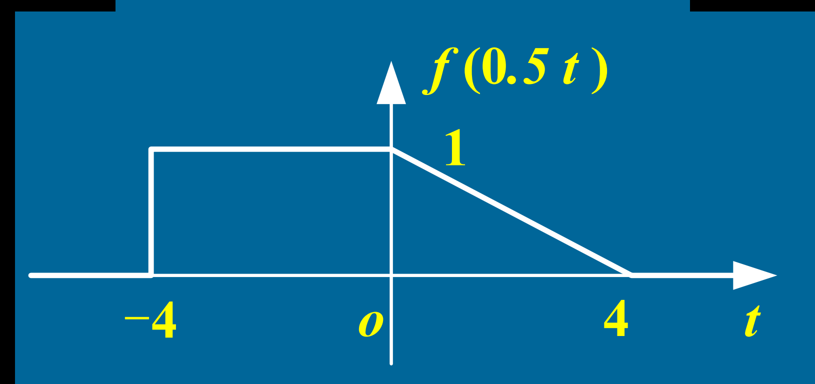
将 $f(t) \rightarrow f(a\ t)$， 称为对信号 $f(t)$ 的尺度变换。若 $a>1$，则波形沿横坐标压缩；若 $0< a < 1$，则扩展 。如



$t \rightarrow 2t$ 压缩



$t \rightarrow 0.5t$ 扩展



对于离散信号，由于 $f(a\ k)$ 仅在为 $a\ k$ 为整数时才有意义， 进行尺度变换时可能会使部分信号丢失。因此一般不作波形的尺度变换。