

差分方程全解举例

例：系统方程 $y(k) + 4y(k-1) + 4y(k-2) = f(k)$
 已知初始条件 $y(0)=0$, $y(1)=-1$; 激励 $f(k)=2^k$, $k \geq 0$ 。
 求方程的全解。

解：特征方程为 $\lambda^2 + 4\lambda + 4 = 0$
 可解得特征根 $\lambda_1 = \lambda_2 = -2$, 其齐次解

$$y_h(k) = (C_1 k + C_2) (-2)^k$$

特解为 $y_p(k) = P (2)^k$, $k \geq 0$

代入差分方程得 $P(2)^k + 4P(2)^{k-1} + 4P(2)^{k-2} = f(k) = 2^k$,

解得 $P = 1/4$

所以得特解: $y_p(k) = 2^{k-2}$, $k \geq 0$

故全解为 $y(k) = y_h + y_p = (C_1 k + C_2) (-2)^k + 2^{k-2}$, $k \geq 0$

代入初始条件解得 $C_1 = 1$, $C_2 = -1/4$

a^k	Pa^k (a 不等于特征根)
	$(P_1 k + P_0)a^k$ (a 等于特征单根)
	$(P_r k^r + P_{r-1} k^{r-1} + \dots + P_0)a^k$ (a 等于 r 重特征根)