

# 奇偶虚实性证明

设 $f(t)$ 是实函数 (为虚函数或复函数情况相似, 略)

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cos(\omega t)dt - j \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\sin(\omega t)dt$$

显然

$$\left. \begin{aligned} R(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cos(\omega t)dt \\ X(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\sin(\omega t)dt \end{aligned} \right\}$$

关于 $\omega$  的偶函数  
 $R(\omega) = R(-\omega)$

关于 $\omega$  的奇函数  
 $X(\omega) = -X(-\omega)$

所以  $F(-j\omega) = F^*(j\omega)$

已知  $f(-t) \leftrightarrow F(-j\omega)$        $f(-t) \leftrightarrow F^*(j\omega)$