UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ - DEPTO DE MATEMÁTICA
Disciplina MNUM7009 - Análise Numérica I - PPGMNE
Prof. Luiz Carlos Matioli
Conceitos Básicos sobre normas, erros numéricos e aproximações

1. Suponha que dois pontos (x_0, y_0) e (x_1, y_1) estejam em uma reta, com $y_1 \neq y_0$. Há duas formas disponíveis para determinar a interseção da reta com o eixo x:
$$x = \frac{x_0 y_1 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} \quad \text{e} \quad x = x_0 - \frac{(x_1 - x_0) y_0}{y_1 - y_0}.$$
a) Mostre que ambas as fórmulas são algebricamente corretas.

   b) Use os dados $(x_0, y_0) = (1,31, 3,24)$ e $(x_1, y_1) = (1,93, 4,76)$ e aritmética de arredondamento, com três algarismos, para calcular a interseção com o eixo x das duas maneiras. Qual método é melhor e porque?

2. Para a função $f(x) = \dfrac{37500}{25 - x^2}$, obtenha os valores de $f(x)$ em $x = 4.999$ e em $x = 4.9990005$ em uma calculadora científica com representação de 10 dígitos significativos.

3. Fazer os exercícios 1 ao 4, da aba Exercite, do vídeo do Ricardo Biloti sobre polinômio de Taylor.

4. Os seguintes sistemas lineares $Ax = b$ têm x como a solução exata e $\tilde{x}$ como solução aproximada. Calcule $||x - \tilde{x}||_\infty$ e $||A\tilde{x} - b||_\infty$. Idem para a $||.||_1$ e $||.||_2$.

   a) $\left\{ \begin{array}{rcl} \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{3}x_2 & = & \frac{1}{63} \\ \frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{4}x_2 & = & \frac{1}{168} \end{array} \right. \qquad x = (\frac{1}{7}, -\frac{1}{6})^T \quad \text{e} \quad \tilde{x} = (0,142, -0,166)^T$

   b) $\left\{ \begin{array}{rcl} x_1 + 2x_2 + 3x_3 & = & 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 & = & -1 \\ 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 & = & 2 \end{array} \right. \qquad x = (0, -7, 5)^T \ \text{e} \ \tilde{x} = (-0,2, -7,5, 5,4)^T$

5. Determine as normas $||A||_1$, $||A||_\infty$ e $||A||_F$ das matrizes A dadas pelos coeficientes dos sistemas lineares do exercício anterior.

   NOTA: A norma de Frobenius de uma matriz A é definida por
$$||A||_F = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}^2}$$