

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ - DEPTO DE
MATEMÁTICA

Disciplina MNUM7009 - Análise Numérica I - PPGMNE

Prof. Luiz Carlos Matioli Lista de exercícios sobre Integração numérica.

1. Considere as integrais

(a) $\int_1^2 e^x dx$ (b) $\int_1^2 \sqrt{x} dx$

(i) Calcule analiticamente o valor das integrais.

(ii) Calcule as integrais pela regra dos Trapézios simples. Estime o erro cometido.

(iii) Calcule as integrais pela regra 1/3 de Simpson simples. Estime o erro cometido

(iv) Calcule as integrais pelas regras repetidas dos Trapézios e 1/3 de Simpson com 4 subintervalos. Estime o erro cometido em cada caso.

(v) Calcule as integrais por quadratura Gaussiana de dois pontos (ver vídeo 4).

2. Use as fórmulas repetidas dos Trapézios e Simpson para aproximar as integrais

(a) $\int_0^2 x^2 e^{-x^2} dx$, usando 8 subintervalos.

(b) $\int_0^3 \frac{xe^{2x}}{(1+2x)^2} dx$, usando 6 subintervalos.

3. Dado o polinômio $p(x) = x^3 + 3x^2 + 2x - 1$. Calcule:

(a) $\int_0^2 p(x) dx$ usando a fórmula de 1/3 de Simpson simples. Estime o erro cometido

(b) $\int_0^2 p(x) dx$ usando a fórmula de quadratura Gaussiana de dois pontos. Estime o erro cometido.

(c) Qual sua explicação com respeito aos erros encontrados nos itens (a) e (b)?

4. Considere os pontos (1,1), (2,3) e (5,2) no plano, determinados através de um experimento, ou seja, a função f não é conhecida.

(a) Determine o polinômio interpolador de Lagrange, $p(x)$, que interpola os pontos dados.

(b) Calcule, aproximadamente, a área da figura compreendida pela região formada por f e entre as retas $x = 1$ e $x = 5$, utilizando a regra dos

Trapézios e 1/3 de Simpson compostas. Represente geometricamente essa Área.

5. Calcule numericamente a integral

$$\int_0^2 x^2 e^{x^2} dx$$

pelas regras repetidas dos Trapézios e 1/3 de Simpson variando o número de intervalos $n = 1, 2, 3, 6, 12, 24, 48$ e 96 .

6. (Livro: Ruggiero/Lopes, ex. 17 pg. 315) Considere a integral:

$$I = \int_0^1 e^{-x^2} dx.$$

- (a) Estime I pela regra de Simpson usando $h = 0.25$.
- (b) Estime I por Quadratura Gaussiana com 2 pontos.
- (c) Sabendo que o valor exato de I (usando 5 casas decimais) é 0.74682, pede-se:
 - (c1) compare as estimas obtidas em (a) e (b)
 - (c2) quantos pontos seriam necessários para que a regra dos Trapézios obtivesse a mesma precisão que a estimativa para I em (b)?

7. Aplicando a regra dos Trapézios e Simpson repetidas, calcular a área entre a curva que passa pelos pontos abaixo, o eixo x e as retas $x = 2$ e $x = 18$.

x	2	4	6	8	10	12	14	16	18
y	0.5	0.9	1.1	1.3	1.7	2.1	1.5	1.1	0.6