APROXIMAÇÕES

SEJA $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$, ENTÃO P/ $a < b$ FIXOS:

$$P\left(a < \frac{X-\lambda}{\sqrt{\lambda}} < b\right) = P\left(\lambda + a\sqrt{\lambda} < X < \lambda + b\sqrt{\lambda}\right)$$

$$\longrightarrow \Phi(b) - \Phi(a)$$

COM $\lambda \longrightarrow \infty$

TEOREMA DE MOIVRE-LAPLACE:

SEJA $X \sim \text{Binomial}(n, p)$, ENTÃO P/ $a < b$ FIXOS:

$$P\left(a < \frac{X-np}{\sqrt{npq}} < b\right) = P\left(np + a\sqrt{npq} < X < np + b\sqrt{npq}\right)$$

$$\longrightarrow \Phi(b) - \Phi(a)$$

COM $n \longrightarrow \infty$

NOTAR QUE APROXIMAMOS A DISTR. BINOMIAL C/ UMA POISSON P/ n GRANDE E p PEQUENO. JÁ O TEOREMA DE MOIVRE-LAPLACE FORNECE APROXIMAÇÃO DA BINOMIAL P/ NORMAL P/ n GRANDE.

EXEMPLO:

SUPONHA QUE DOIS DADOS HONESTOS SEJAM LANÇADOS 600 VEZES. SEJA X O NÚMERO DE VEZES QUE UM TOTAL DE 7 OCORRE. ENTÃO $X \sim \text{Binomial}\left(n = 600, p = \frac{6}{36}\right)$. ENCONTRE $P(90 < X < 110)$.

SE $X \sim$ BINOMIAL (n, p), ENTÃO:

$$E(X) = n.p = \frac{600 \times 6}{36} = 100$$

$$Var(X) = n.p.q = 600 \times \frac{6}{36} \times \left[1 - \frac{6}{36}\right]$$

$$= 600 \times \frac{6}{36} \times \left[\frac{36}{36} - \frac{6}{36}\right]$$

$$= 600 \times \frac{6}{36} \times \frac{30}{36}$$

$$Var(X) = \frac{3000}{36}$$

$$P(90 < X < 110) \simeq \Phi\left(\frac{110-100}{\sqrt{\frac{3000}{36}}}\right) - \Phi\left(\frac{90-100}{\sqrt{\frac{3000}{36}}}\right)$$

$$\simeq \Phi(1{,}0954) - \Phi(-1095)$$

$$\simeq 0{,}86 - 0{,}13 \simeq \underline{\underline{0{,}73}}$$