

# Métodos numéricos

Prof. Wagner Hugo Bonat

1. Considere o método regula-falsi para a solução de uma equação não linear. Forneça uma implementação em R deste método e use sua implementação para resolver a seguinte equação não linear

$$D(\theta) = 2n \left[ \log \left( \frac{\hat{\theta}}{\bar{\theta}} \right) + \bar{y}(\theta - \hat{\theta}) \right] \leq 3.84.$$

2. Use o método de Newton para resolver o seguinte sistema de equações não lineares

$$\begin{aligned} y &= \cos(x) \\ x &= \sin(y). \end{aligned}$$

Forneça a implementação do método de Newton e a aplicação ao sistema dado. Use para comparação as rotinas prontas do pacote `rootSolve`.

3. Implemente o método quasi-Newton BFGS. Use a sua implementação para otimizar a seguinte função perda:

$$L(y, \mu) = \sum_{i=1}^n \log(\cosh(\mu_i - y_i)).$$

Considere o seguinte código para gerar  $y_i$ . O parâmetro deve ser especificado como uma reta  $\mu_i = \beta_0 + \beta_1 x_i$ .

```
set.seed(123)
x1 <- rnorm(100)
mu <- 5 + 3*x1
y <- rt(n = 100, df = 3) + mu
```

Note que você deverá otimizar os parâmetros  $\beta_0$  e  $\beta_1$  que na simulação foram fixados em  $\beta_0 = 5$  e  $\beta_1 = 3$ .

4. Considere o conjunto de dados `youtube.csv` [<http://leg.ufpr.br/~wagner/data/>] que apresenta o número de *views* e inscritos de dois canais de sucesso do *youtube* desde o dia de sua abertura. O objetivo é prever o número **acumulado** de inscritos em cada um destes canais para o próximo ano (365 dias). Para isto você decidiu emprestar um modelo biológico que modela o crescimento de bactérias chamado de modelo logístico, dado pela seguinte equação:

$$y = \frac{L}{1 + \exp(\beta(x - \beta_0))}$$

onde  $L$  é o valor máximo da curva (platô),  $\beta_0$  é o valor de  $x$  no ponto médio da curva (tempo de meia-vida) e  $\beta$  é a declividade da curva.

A Figura abaixo apresenta um gráfico do modelo logístico.

```

par(mfrow = c(1,1), mar=c(2.6, 3, 1.2, 0.5), mgp = c(1.6, 0.6, 0))
f_log <- function(DIAS, L, beta, beta0) {
  out <- L/(1+ exp(-beta*(DIAS - beta0)))
  return(out)
}
DIAS <- 1:800
plot(f_log(DIAS = DIAS, L = 90, beta = 0.01, beta0 = 400) ~ DIAS,
     ylab = "Número de inscritos", xlab = "Dias da abertura",
     type = "l", ylim = c(0,95))
abline(h = 90)
text(x = 800, y = 93, label = "L")
text(x = 425, y = f_log(DIAS = 400, L = 90, beta = 0.01, beta0 = 400),
     label = expression(beta))
points(x = 400, pch = 19, col = "red",
       y = f_log(DIAS = 400, L = 90, beta = 0.01, beta0 = 400))

```

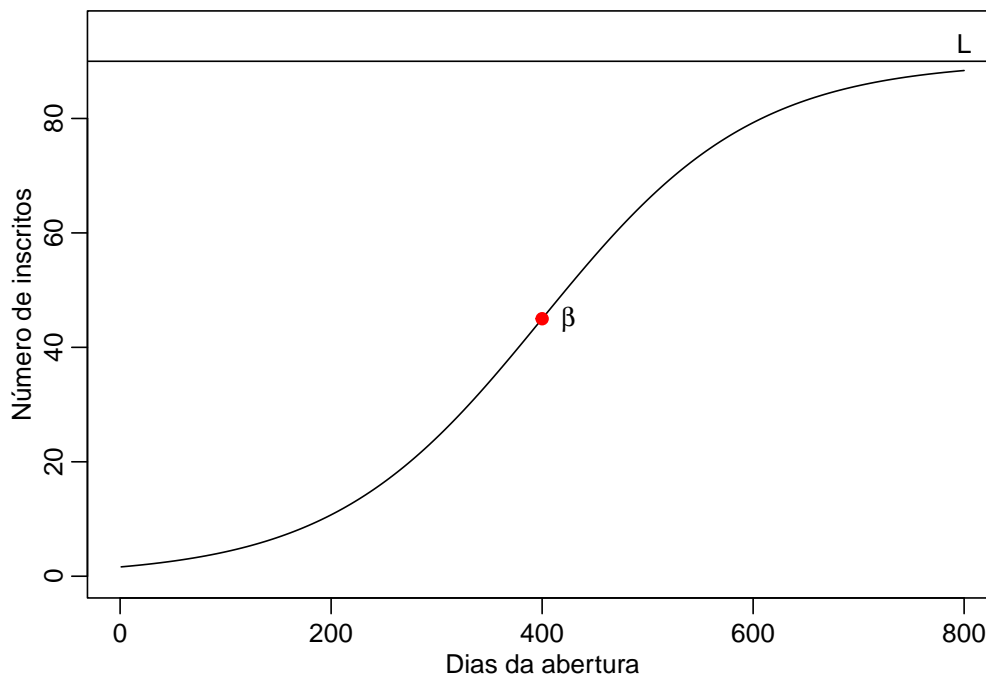


Figure 1: Modelo logístico.

Note que o modelo representa a intuição de como o número acumulado de inscritos em um canal deve se comportar. No Código abaixo a base de dados é carregada e organizada por canal.

```

url <- "http://leg.ufpr.br/~wagner/data/youtube.txt"
dados <- read.table(url, header = TRUE)
dados_canal <- split(dados, dados$CANAL)
dados1 <- dados_canal[[1]]
dados2 <- dados_canal[[2]]
dados1$INSCRITOS <- dados1$INSCRITOS/100000
dados1$Y <- cumsum(dados1$INSCRITOS)
dados2$INSCRITOS <- dados2$INSCRITOS/100000
dados2$Y <- cumsum(dados2$INSCRITOS)

```

Podemos fazer o gráfico dos dados observados para explicitar o objetivo de prever o número de inscritos

acumulado para os próximos 365 dias.

```
par(mfrow = c(1,2), mar=c(2.6, 3, 1.2, 0.5), mgp = c(1.6, 0.6, 0))
plot(dados1$Y ~ dados1$DIAS, xlim = c(0, 1215), ylim = c(0, 25),
     ylab = "Número de inscritos*100000", main = "Canal 1",
     xlab = "Dias", type = "o", cex = 0.1)
abline(v = 850)

plot(dados2$Y ~ dados2$DIAS, ylab = "Número de inscritos*100000", main = "Canal 2",
     xlab = "Dias", ylim = c(0, 50), xlim = c(0, 980), type = "p", cex = 0.1)
abline(v = 607)
```

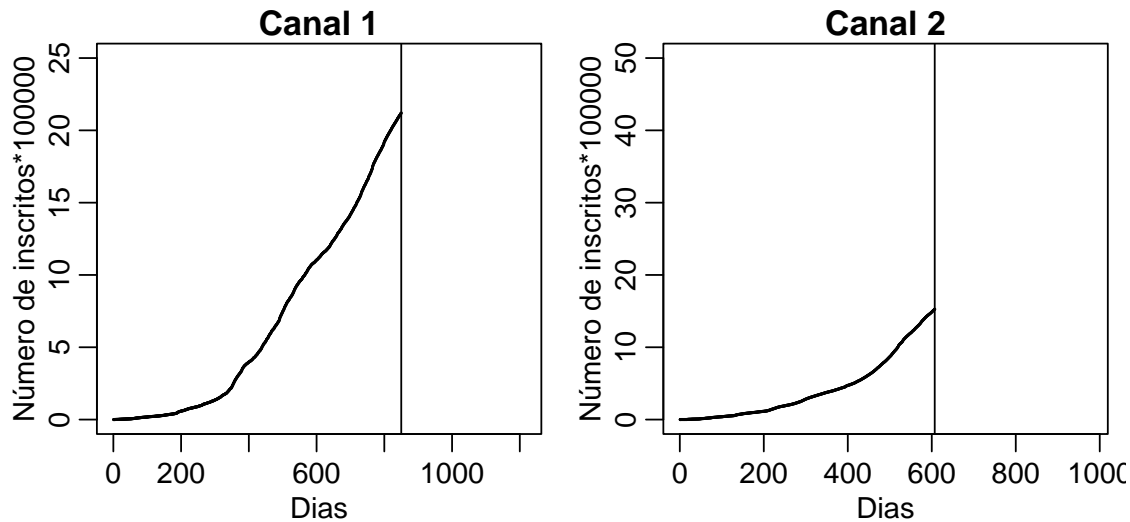


Figure 2: Curva do número de inscritos para dois canais do youtube.

Escolha um destes canais e otimize o modelo logístico para prever qual será o número acumulado de inscritos para os próximos 365 dias. Ao apresentar sua solução computacional faça o máximo para explicar as suas decisões e estratégias de implementação. Tome o máximo de cuidado para que a sua análise seja reproduzível.