

2528. Sắp xếp hoán vị

Ta nhận thấy rằng cả hai thao tác đều là nghịch đảo của chính nó, tức là nếu bạn áp dụng cùng một thao tác hai lần liên tiếp thì bạn sẽ nhận được hoán vị ban đầu. Vì vậy, nếu bạn thực hiện một dãy các thao tác thì các thao tác này phải xen kẽ nhau.

Bây giờ ta sẽ xét thao tác loại thứ nhất là thao tác đầu tiên của dãy và mô phỏng quá trình này cho đến khi chúng ta tìm thấy hoán vị đã sắp xếp hoặc quay trở lại hoán vị ban đầu.

Chúng ta có thể thực hiện bao nhiêu thao tác cho đến khi lặp lại? Nếu n chẵn thì độ dài của chu kỳ là 4. Ví dụ, phần tử đầu tiên của hoán vị di chuyển trong chu kỳ như sau:

$$1 \xrightarrow{1} 2 \xrightarrow{2} (n+2) \xrightarrow{1} (n+1) \xrightarrow{2} 1$$

Nếu n lẻ thì độ dài của chu kỳ là $2n$. Ví dụ, phần tử đầu tiên của hoán vị di chuyển theo chu kỳ như sau:

$$1 \xrightarrow{1} 2 \xrightarrow{2} (n+2) \xrightarrow{1} (n+3) \xrightarrow{2} 3 \xrightarrow{1} 4 \xrightarrow{2} \dots \xrightarrow{1} 2n \xrightarrow{2} n \xrightarrow{1} (n+1) \xrightarrow{2} 1$$

Vì vậy, chỉ cần thực hiện tối đa cyc bước ($cyc = 4$ nếu n chẵn và $cyc = 2n$ nếu n lẻ) là đủ để tìm hoán vị đã sắp xếp hoặc quay lại hoán vị ban đầu. Nếu sau i ($i = 0, 1, \dots, cyc - 1$) bước, hoán vị được sắp xếp thì khi đó ta cần xét dãy thao tác với thao tác đầu tiên là loại 2 để lấy phương án tối ưu trong hai phương án này. Nhưng nhìn vào sơ đồ trên ta thấy số bước để hoán vị này được sắp xếp nếu thao tác đầu tiên là loại 2 là $cyc - i$ (biến đổi từ cuối về đầu). Vì vậy số bước tối thiểu để hoán vị được sắp xếp là $\min(i, cyc - i)$. Ngược lại, nếu sau cyc bước mà ta quay lại hoán vị ban đầu thì ta không thể sắp xếp được hoán vị này. Khi đó ta cần đưa ra kết quả là -1 .

Độ phức tạp về thời gian của thuật toán này là $O(n^2)$.