プロジェクト実習 III
パターン認識
- 第3週目-

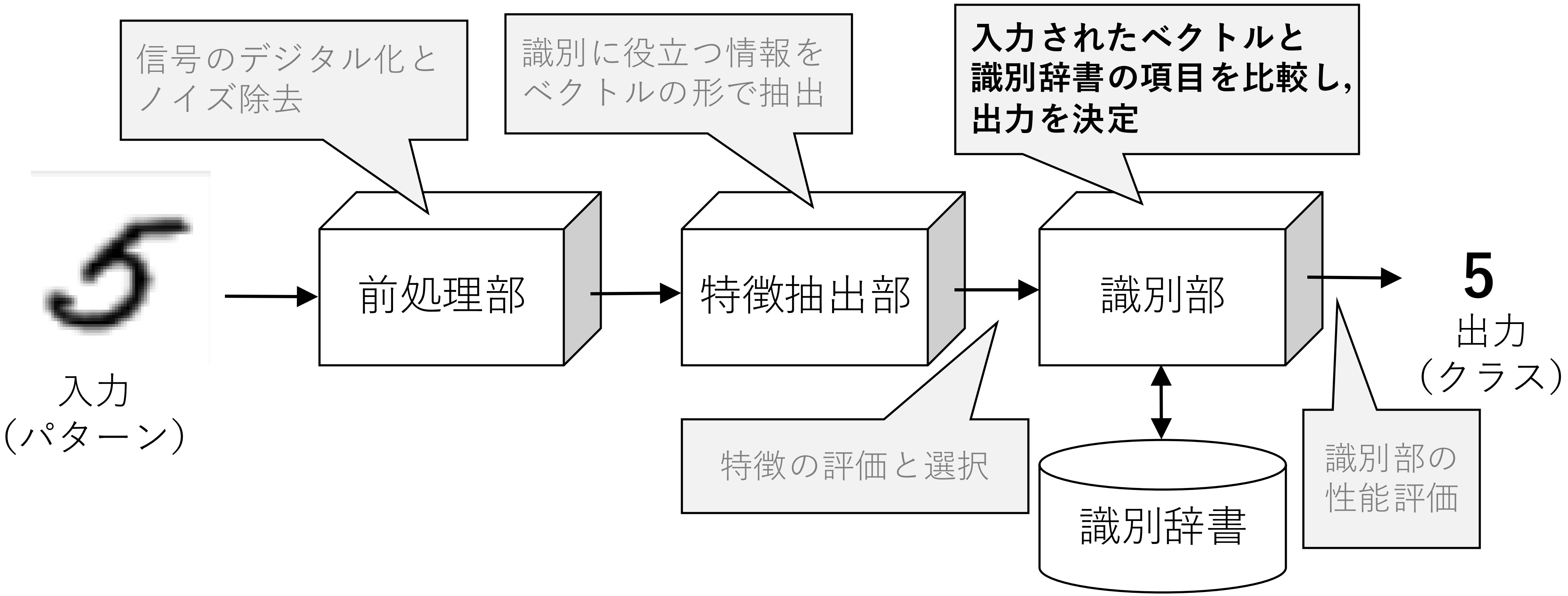
担当：崔恩瀞

パターン認識テーマ　4週間の計画

週	提出物	実験内容	テキスト
1		特徴抽出	1章
2		特徴の評価	2章
3	レポート(1,2週分)	数字識別	3章
4		識別性能の評価	4章
	レポート(3,4週分)		

- 提出期限：締切日の12:50
- コーディングはすべて Google Colaboratory で行う

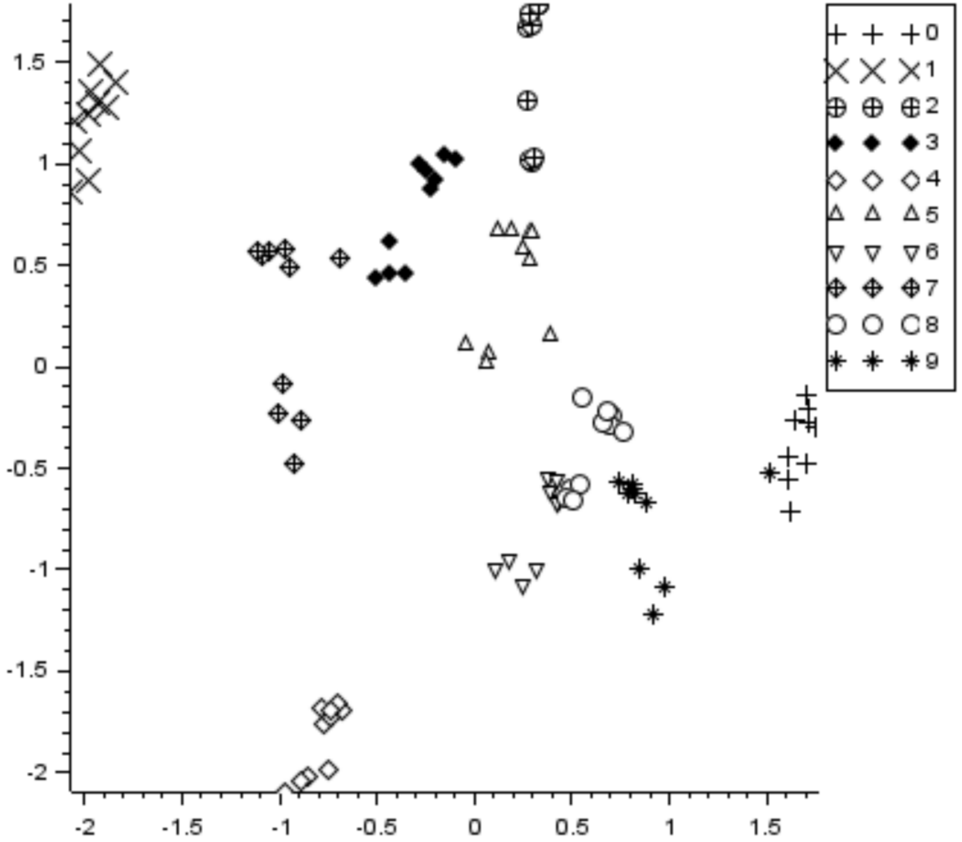
第3週の実験



信号のデジタル化と
ノイズ除去
識別に役立つ情報を
ベクトルの形で抽出
入力されたベクトルと
識別辞書の項目を比較し，
出力を決定
前処理部
特徴抽出部
識別部
5
出力
（クラス）
入力
（パターン）
特徴の評価と選択
識別辞書
識別部の
性能評価

特徴抽出および評価（第1,2週の実験結果）

- 特徴抽出部の出力
  - クラス毎に適切にまとまりを形成している2次元特徴空間が得られたはず

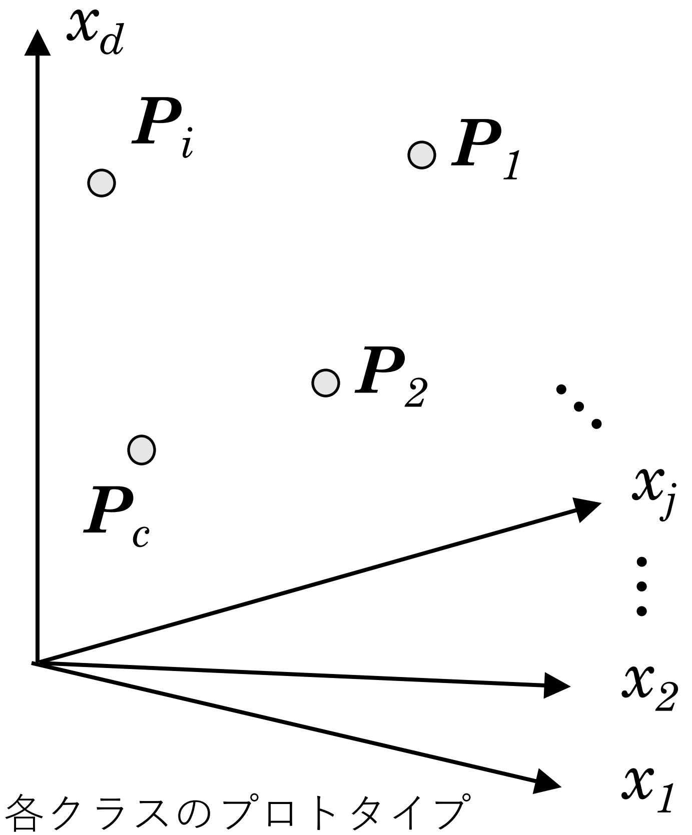


識別部の実装（第3週の実験内容）

- 識別部の入出力
  - 入力：特徴ベクトル
  - 出力：識別結果
- 最近傍決定則（nearest neighbor (NN)法）
  - それぞれのクラスのプロトタイプ（お手本）を設定
  - 入力ともっとも近いプロトタイプの属するクラスに識別
- 統計的識別
  - それぞれのクラスの確率密度関数を最尤推定
  - 入力がもっとも高い確率で生成されるクラスに識別

最近傍決定則

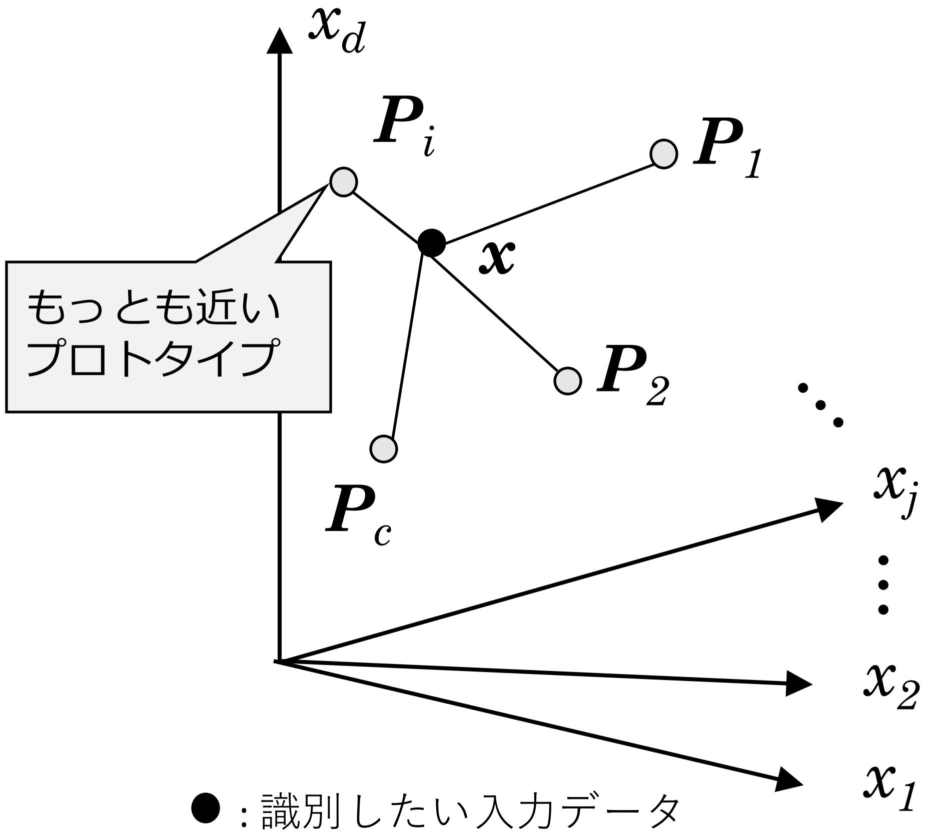
- 特徴空間における各クラスのプロトタイプ（＝識別辞書の中身）



○：各クラスのプロトタイプ

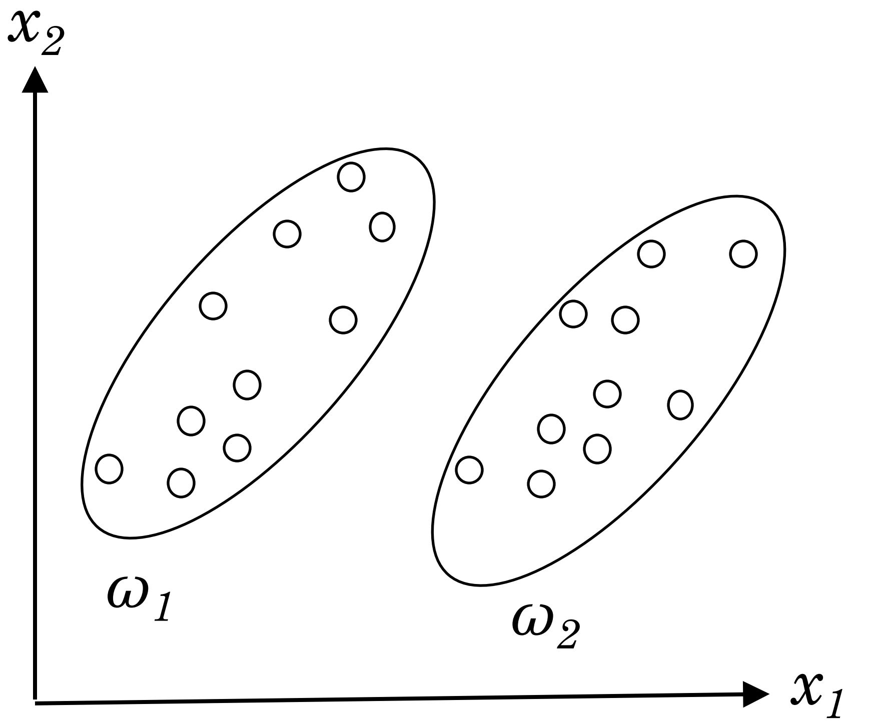
最近傍決定則

- 最近傍決定則（NN法）による識別
  - 入力 $\boldsymbol{x}$ に対してもっとも近いプロトタイプを探す



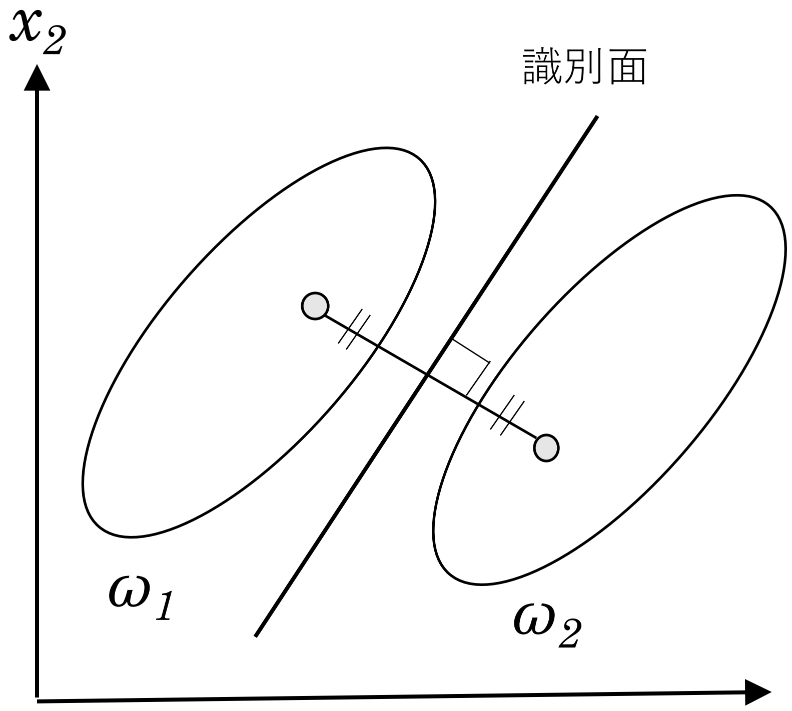
最近傍決定則

- NN法と線形識別面
  - 識別面はプロトタイプの中点の垂直二等分線



○ : 学習データ

(a) 2次元の2クラス識別問題

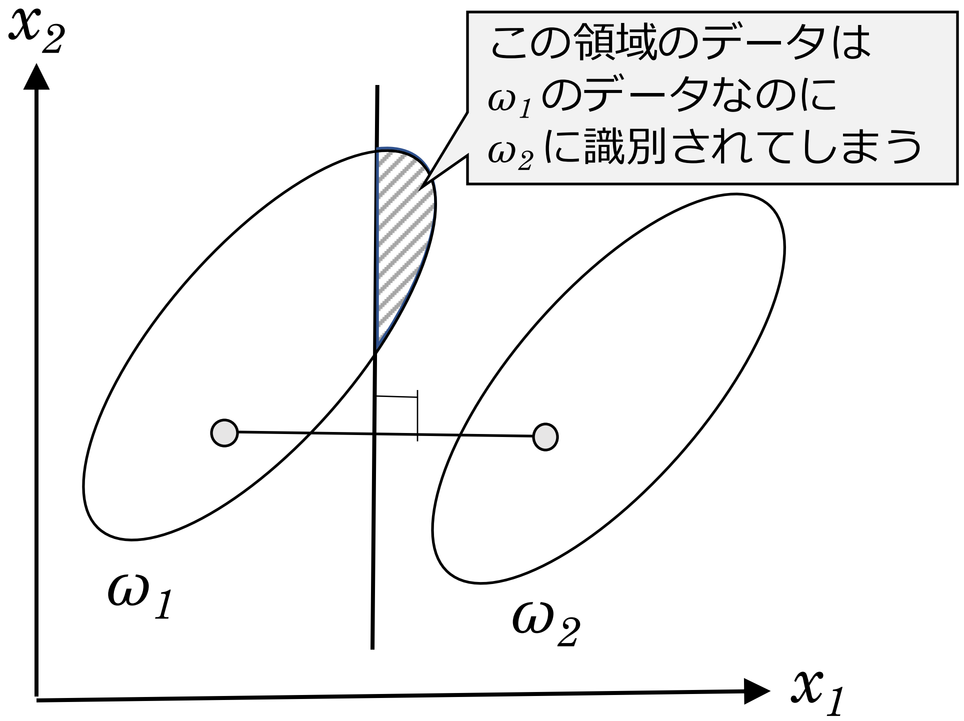


● : プロトタイプ

(b) 正しく設定された識別面

最近傍決定則

- 間違った識別面の例
  - クラスが分離していてもプロトタイプの位置が悪ければ誤識別が起こる



統計的識別

- 確率を用いたパターン認識
  - 事後確率最大化識別（ベイズ決定則）
  - $P(\omega_i \,|\, \boldsymbol{x})$ を最大にするクラス ω_i を識別結果とする

$$\mathop{\arg\max}_{i=1,\ldots,c} P(\omega_i|\boldsymbol{x}) = k \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x} \in \omega_k$$

  - 一般に事後確率 $P(\omega_i \,|\, \boldsymbol{x})$ は直接求めることができない

統計的識別

- ベイズの定理 $$P(\omega_i|\boldsymbol{x}) = \frac{p(\boldsymbol{x}|\omega_i)P(\omega_i)}{p(\boldsymbol{x})}$$
  - 事後確率 $P(\omega_i|\boldsymbol{x})$
    - $\boldsymbol{x}$ が生起したとき，そのクラスが ω_i である確率
  - 事前確率 $P(\omega_i)$
    - クラス ω_i の生起確率
  - クラス分布（尤度） $p(\boldsymbol{x}|\omega_i)$
    - クラス ω_i の分布から $\boldsymbol{x}$ が出現する確率
  - クラスによらない $\boldsymbol{x}$ の生起確率 $p(\boldsymbol{x})$

統計的識別

- $p(\boldsymbol{x})$ は全クラスに共通であり，$P(\omega_i\,|\,\boldsymbol{x})$ が最大となる ω_i を決めるのに関与しない

$$
\begin{aligned}
&\arg\max_i P(\omega_i|\boldsymbol{x}) \\
&= \arg\max_i \frac{p(\boldsymbol{x}|\omega_i)P(\omega_i)}{p(\boldsymbol{x})} \\
&= \arg\max_i p(\boldsymbol{x}|\omega_i)P(\omega_i)
\end{aligned}
$$

統計的識別

- 事前確率 $P(\omega_i)$ の求め方
  - 最尤推定
    - 学習データ数: N
    - クラス ω_i のデータ数: n_i
    - 事前確率の最尤推定値

$$P(\omega_i) = \frac{n_i}{N}$$

統計的識別

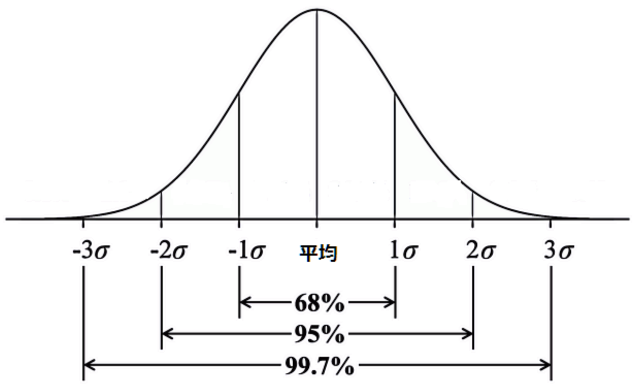
- クラス分布 $\boldsymbol{p}(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{\omega_i})$ の求め方
  - 確率分布の形を仮定して，そのパラメータを学習データから推定
    - 最尤推定：データの統計値をそのまま分布のパラメータとする

    例) 正規分布：平均と共分散行列を推定
    - 正規分布（d次元）
      - $\boldsymbol{m}_i$：平均ベクトル
      - $\boldsymbol{\Sigma}_i$：共分散行列

$$p(\boldsymbol{x}|\omega_i) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{d}{2}}|\boldsymbol{\Sigma}_i|^{\frac{1}{2}}} exp\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{m}_i)^T\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{m}_i)\}$$

    - 正規分布（1次元）
      - $\boldsymbol{m}_i$：平均
      - $\boldsymbol{\sigma}_i$： 分散

$$p(x|\omega_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp\{-\frac{(x-m_i)^2}{2\sigma_i^2}\}$$



統計的識別

- ナイーブベイズ法
  - 特徴空間各次元の独立性を仮定し，各次元で1次元正規分布を推定する
    - 独立性を仮定しない場合，次元数の2乗のオーダとなる共分散行列のパラメータを推定しなければならない
  - 結果は，事前確率と各次元のクラス分布の値の積が最大となるクラスとする

第3週の実験

- 識別部の実装
  - 2週目で抽出した特徴ベクトルを元に最近傍決定則による識別を行うGoogle Colaboratoryのプログラムを作成し，識別実験を行え．プロトタイプの設定法は各自で十分検討すること
    - 第3週の実験では、学習に用いたデータで識別性能を評価してもよい
  - 上記実験の識別器をナイーブベイズによる識別に置き換え，同様の識別実験を行え
  - （発展課題）統計的識別において、ナイーブベイズ仮定を採用せずに，2次元正規分布を推定する方法で識別器を作成せよ