CV Project-4

Data condition

由於在解 SVD 的過程中非常容易受到 noise 或 outlier 的影響，所以我們使用 data condition 來降低數值運算上的誤差。核心概念是產生一個空間轉換矩陣H，使得資料點縮小到一個很小的空間中解 SVD，爾後再使用H^{-1}轉換回原空間.

計算個別相機i的 2D 點之 covariance matrix

$$\mathrm{S}_i = \frac{1}{n}\begin{bmatrix} x_{i1}-c_{1i} & x_{i2}-c_{1i} & \cdots & x_{in}-c_{1i} \\ y_{i1}-c_{2i} & y_{i2}-c_{2i} & \cdots & y_{in}-c_{2i} \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_{i1}-c_{1i} & y_{i1}-c_{1i} & 1 \\ x_{i2}-c_{1i} & y_{i2}-c_{1i} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{in}-c_{1i} & y_{in}-c_{1i} & 1 \end{bmatrix}$$

對 covariance matrix 使用 UL 分解，U^{-1}即為我們的空間轉換矩陣H，也就是 data conditioner。我們將H合併平移 mean 步驟產生完整的 data conditioner，使得我們可以直接套用在原始 2D 點上

$$\mathrm{H}_i \leftarrow \mathrm{H}_i\begin{bmatrix} 1 & 0 & c_{1i} \\ 0 & 1 & c_{2i} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

而在之後的收斂過程，我們帶入的 2D 點即為縮小平移後的 2D 點

$$\mathrm{p}_i \leftarrow \mathrm{H}_i \mathrm{p}_i$$

收斂後產生的M則是需要乘上H^{-1}放大回原空間，才能對應驗正我們的投影點

$$\mathrm{M}_i \leftarrow \mathrm{H}_i^{-1}\mathrm{M}_i$$

Convergent Bilinear Algorithm

使用多影像間 2D 對應點關係重建 3D 點與投影矩陣，並且可以省去估 z 深度的影響。收斂過程分為兩步驟，分別為 3D 點步驟與投影矩陣步驟.

$$\begin{cases} E_j^{(\mathcal{M})} = \sum_{i=1}^{m} |\boldsymbol{p}_{ij} \times (\mathcal{M}_i \boldsymbol{P}_j)|^2, \\ E_i^{(\mathcal{P})} = \sum_{j=1}^{n} |\boldsymbol{p}_{ij} \times (\mathcal{M}_i \boldsymbol{P}_j)|^2. \end{cases}$$

Initial M

要進入該步驟循環收斂，我們必須要有初始的投影矩陣 M 或初始 3D 點 P。
由於並非所有像機都有共同的對應點，所以我們無法利用對應關係求出所有的初

始 3D 點，而是利用所有相機都有看到的對應點去求得 initial M，假設 initial $z = 1$

$$\mathcal{I} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} z_{11}\boldsymbol{p}_{11} & \cdots & z_{1n}\boldsymbol{p}_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ z_{m1}\boldsymbol{p}_{m1} & \cdots & z_{mn}\boldsymbol{p}_{mn} \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{I} = \mathrm{UWV}^T$$

$$\text{Initial M} = \mathrm{U}_4\sqrt{W_4}$$

Step M

$$\vec{\mathbf{0}} = \underset{3\times\mathbf{1}}{p_{ij}} \times \left(\underset{3\times4}{M_i}\ \underset{4\times1}{P_j}\right) = \underset{3\times\mathbf{1}}{p_{ij}} \times \underset{3\times\mathbf{1}}{\begin{bmatrix} m_{i\mathbf{1}}{}^T P_j \\ m_{i\mathbf{2}}{}^T P_j \\ m_{i\mathbf{3}}{}^T P_j \end{bmatrix}} = \underset{3\times\mathbf{3}}{\begin{bmatrix} \mathbf{0} & -w_{ij} & v_{ij} \\ w_{ij} & \mathbf{0} & -u_{ij} \\ -v_{ij} & u_{ij} & \mathbf{0} \end{bmatrix}} \underset{3\times\mathbf{1}}{\begin{bmatrix} m_{i\mathbf{1}}{}^T P_j \\ m_{i\mathbf{2}}{}^T P_j \\ m_{i\mathbf{3}}{}^T P_j \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} -w_{ij}\left(P_j{}^T m_{i\mathbf{2}}\right) + v_{ij}\left(P_j{}^T m_{i\mathbf{3}}\right) \\ w_{ij}\left(P_j{}^T m_{i\mathbf{1}}\right) - u_{ij}\left(P_j{}^T m_{i\mathbf{3}}\right) \\ -v_{ij}\left(P_j{}^T m_{i\mathbf{1}}\right) + u_{ij}\left(P_j{}^T m_{i\mathbf{2}}\right) \end{bmatrix}$$

$$\underset{3\times12}{\begin{bmatrix} \mathbf{0} & -w_{ij}P_j{}^T & v_{ij}P_j{}^T \\ w_{ij}P_j{}^T & \mathbf{0} & -u_{ij}P_j{}^T \\ -v_{ij}P_j{}^T & u_{ij}P_j{}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix}} \underset{\mathbf{12}\times\mathbf{1}}{\begin{bmatrix} m_{i\mathbf{1}} \\ m_{i\mathbf{2}} \\ m_{i\mathbf{3}} \end{bmatrix}} = \underset{3\times12}{\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & -w_{ij}P_j{}^T & v_{ij}P_j{}^T \\ w_{ij}P_j{}^T & \mathbf{0}^T & -u_{ij}P_j{}^T \\ -v_{ij}P_j{}^T & u_{ij}P_j{}^T & \mathbf{0}^T \end{bmatrix}} \underset{\mathbf{12}\times\mathbf{1}}{\begin{bmatrix} m_{i\mathbf{11}} \\ m_{i\mathbf{12}} \\ m_{i\mathbf{13}} \\ m_{i\mathbf{14}} \\ m_{i\mathbf{21}} \\ m_{i\mathbf{22}} \\ m_{i\mathbf{23}} \\ m_{i\mathbf{24}} \\ m_{i\mathbf{31}} \\ m_{i\mathbf{32}} \\ m_{i\mathbf{33}} \\ m_{i\mathbf{34}} \end{bmatrix}} = C_{ij}m_i,\ j = \mathbf{1},\mathbf{2},\ldots,n$$

$$\begin{bmatrix} C_{i\mathbf{1}} \\ C_{i\mathbf{2}} \\ \vdots \\ C_{in} \end{bmatrix} m_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & -w_{i\mathbf{1}}P_j{}^T & v_{i\mathbf{1}}P_j{}^T \\ w_{i\mathbf{1}}P_j{}^T & \mathbf{0}^T & -u_{i\mathbf{1}}P_j{}^T \\ -v_{i\mathbf{1}}P_j{}^T & u_{i\mathbf{1}}P_j{}^T & \mathbf{0}^T \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}^T & -w_{in}P_j{}^T & v_{in}P_j{}^T \\ w_{in}P_j{}^T & \mathbf{0}^T & -u_{in}P_j{}^T \\ -v_{in}P_j{}^T & u_{in}P_j{}^T & \mathbf{0}^T \end{bmatrix} m_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

Step P

$$\vec{0} = p_{ij} \times \left(M_i P_j\right) \Rightarrow \begin{bmatrix} u_{ij} \\ v_{ij} \\ w_{ij} \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} {m_{i1}}^T \\ {m_{i2}}^T \\ {m_{i3}}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_j \end{bmatrix} \right)$$

$$= \underset{3\times 3}{\begin{bmatrix} \mathbf{0} & -w_{ij} & v_{ij} \\ w_{ij} & \mathbf{0} & -u_{ij} \\ -v_{ij} & u_{ij} & \mathbf{0} \end{bmatrix}} \underset{3\times 4}{\begin{bmatrix} m_{i11} & m_{i12} & m_{i13} & m_{i14} \\ m_{i21} & m_{i22} & m_{i23} & m_{i24} \\ m_{i31} & m_{i32} & m_{i33} & m_{i34} \end{bmatrix}} \underset{4\times 1}{\begin{bmatrix} P_{jx} \\ P_{jy} \\ P_{jz} \\ P_{js} \end{bmatrix}} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow D_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -w_{ij} & v_{ij} \\ w_{ij} & \mathbf{0} & -u_{ij} \\ -v_{ij} & u_{ij} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{i11} & m_{i12} & m_{i13} & m_{i14} \\ m_{i21} & m_{i22} & m_{i23} & m_{i24} \\ m_{i31} & m_{i32} & m_{i33} & m_{i34} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -w_{ij}m_{i21} + v_{ij}m_{i31} & -w_{ij}m_{i22} + v_{ij}m_{i32} & -w_{ij}m_{i23} + v_{ij}m_{i33} & -w_{ij}m_{i24} + v_{ij}m_{i34} \\ w_{ij}m_{i11} - u_{ij}m_{i31} & w_{ij}m_{i12} - u_{ij}m_{i32} & w_{ij}m_{i13} - u_{ij}m_{i33} & w_{ij}m_{i14} - u_{ij}m_{i34} \\ -v_{ij}m_{i11} + u_{ij}m_{i21} & -v_{ij}m_{i12} + u_{ij}m_{i22} & -v_{ij}m_{i13} + u_{ij}m_{i23} & -v_{ij}m_{i14} + u_{ij}m_{i24} \end{bmatrix}$$

$$\underset{3\times 3}{\begin{bmatrix} \mathbf{0} & -w_{ij} & v_{ij} \\ w_{ij} & \mathbf{0} & -u_{ij} \\ -v_{ij} & u_{ij} & \mathbf{0} \end{bmatrix}} \underset{3\times 4}{\begin{bmatrix} m_{i11} & m_{i12} & m_{i13} & m_{i14} \\ m_{i21} & m_{i22} & m_{i23} & m_{i24} \\ m_{i31} & m_{i32} & m_{i33} & m_{i34} \end{bmatrix}} \underset{4\times 1}{\begin{bmatrix} P_{jx} \\ P_{jy} \\ P_{jz} \\ P_{js} \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, i = 1, 2, \Lambda\ , m.$$

$$\underset{3m\times 4}{\begin{bmatrix} -w_{1j}m_{1\ 21} + v_{1j}m_{1\ 31} & -w_{1j}m_{1\ 22} + v_{1j}m_{1\ 32} & -w_{1j}m_{1\ 23} + v_{1j}m_{1\ 33} & -w_{1j}m_{1\ 24} + v_{1j}m_{1\ 34} \\ w_{1j}m_{1\ 11} - u_{1j}m_{1\ 31} & w_{1j}m_{1\ 12} - u_{1j}m_{1\ 32} & w_{1j}m_{1\ 13} - u_{1j}m_{1\ 33} & w_{1j}m_{1\ 14} - u_{1j}m_{1\ 34} \\ -v_{1j}m_{1\ 11} + u_{1j}m_{1\ 21} & -v_{1j}m_{1\ 12} + u_{1j}m_{1\ 22} & -v_{1j}m_{1\ 13} + u_{1j}m_{1\ 23} & -v_{1j}m_{1\ 14} + u_{1j}m_{1\ 24} \\ -w_{2j}m_{2\ 21} + v_{2j}m_{2\ 31} & -w_{2j}m_{2\ 22} + v_{2j}m_{2\ 32} & -w_{2j}m_{2\ 23} + v_{2j}m_{2\ 33} & -w_{2j}m_{2\ 24} + v_{2j}m_{2\ 34} \\ w_{2j}m_{2\ 11} - u_{2j}m_{2\ 31} & w_{2j}m_{2\ 12} - u_{2j}m_{2\ 32} & w_{2j}m_{2\ 13} - u_{2j}m_{2\ 33} & w_{2j}m_{2\ 14} - u_{2j}m_{2\ 34} \\ -v_{2j}m_{2\ 11} + u_{2j}m_{2\ 21} & -v_{2j}m_{2\ 12} + u_{2j}m_{2\ 22} & -v_{2j}m_{2\ 13} + u_{2j}m_{2\ 23} & -v_{2j}m_{2\ 14} + u_{2j}m_{2\ 24} \\ : & : & : & : \\ : & : & : & : \\ -w_{mj}m_{m\ 21} + v_{mj}m_{m\ 31} & -w_{mj}m_{m\ 22} + v_{mj}m_{m\ 32} & -w_{mj}m_{m\ 23} + v_{mj}m_{m\ 33} & -w_{mj}m_{m\ 24} + v_{mj}m_{m\ 34} \\ w_{mj}m_{m\ 11} - u_{mj}m_{m\ 31} & w_{mj}m_{m\ 12} + u_{mj}m_{m\ 32} & w_{mj}m_{m\ 13} + u_{mj}m_{m\ 33} & w_{mj}m_{m\ 14} + u_{mj}m_{m\ 34} \\ -v_{mj}m_{m\ 11} + u_{mj}m_{m\ 21} & -v_{mj}m_{m\ 12} + u_{mj}m_{m\ 22} & -v_{mj}m_{m\ 13} + u_{mj}m_{m\ 23} & -v_{mj}m_{m\ 14} + u_{mj}m_{m\ 24} \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} P_{jx} \\ P_{jy} \\ P_{jz} \\ P_{js} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} D_{1j} \\ D_{2j} \\ : \\ D_{mj} \end{bmatrix} P_j = D_j P_j = 0$$

Stop Condition

我們定程式的收斂條件為滿足下列 3 式

1. 當總投影誤差$s\begin{bmatrix}u\\v\\1\end{bmatrix} = MP$小於 threshold
2. M 與前一次 M 差值的 norm 小於 threshold
3. P 與前一次 P 差值的 norm 小於 threshold
4. 預設 Threshold = 0.0001

Projective space to Euclidean space

原本影像共有m張，C_n^m取出$n\ where\ n \geq 4$張求$\mathrm{Q}_{Euclidean \leftarrow Projective}$空間轉換矩陣，$M_i$為 projective space 的投影矩陣，我們的目標就是使用Q將投影矩陣與 3D 做標點從 projective space 轉為 Euclidean space.

基本投影公式如下

$$\mathrm{s}\begin{bmatrix}u\\v\\1\end{bmatrix} = M_i P_{projective} = (M_i \mathrm{Q})\left(\mathrm{Q}^{-1} P_{projective}\right) = M_{i_{Euclidean}} P_{Euclidean}$$

定義

$$\mathrm{Q} = [Q_3 \quad q_4]$$
$$q_4 = [0\ 0\ 0\ 1]^T$$
$$A = Q_3 Q_3^T$$

A為對稱矩陣共有 10 個 unknown

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{34} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} C_i(p,q) = M_i A {M_i}^T(p,q) = \lambda_i^2 K_i {K_i}^T(p,q) \\ &= m_{p1}^i m_{q1}^i a_{11} + \left(m_{p1}^i m_{q2}^i + m_{p2}^i m_{q1}^i\right) a_{12} + \left(m_{p2}^i m_{q2}^i\right) a_{22} \\ &+ \left(m_{p1}^i m_{q3}^i + m_{p3}^i m_{q1}^i\right) a_{13} + \left(m_{p2}^i m_{q3}^i + m_{p3}^i m_{q2}^i\right) a_{23} \\ &+ \left(m_{p3}^i m_{q3}^i\right) a_{33} + \left(m_{p1}^i m_{q4}^i + m_{p4}^i m_{q1}^i\right) a_{14} \\ &+ \left(m_{p2}^i m_{q4}^i + m_{p4}^i m_{q2}^i\right) a_{24} + \left(m_{p3}^i m_{q4}^i + m_{p4}^i m_{q3}^i\right) a_{34} \\ &+ \left(m_{p4}^i m_{q4}^i\right) a_{44} \end{aligned}$$
$$\text{for } i = 1,2 \dots n$$

令u_0, v_0為影像平面中心，假設像機內部參數如下

$$K_i = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{則} K_i {K_i}^T = \begin{bmatrix} \alpha + u_0^2 & u_0 v_0 & u_0 \\ u_0 v_0 & \beta + v_0^2 & v_0 \\ u_0 & v_0 & 1 \end{bmatrix}$$

展開$M_iAM_i^T$，一張影像可以提供 3 個 equation

$$\begin{cases} C_i(1,2) - u_0 v_0 C_i(3,3) = 0 \\ C_i(1,3) - u_0 C_i(3,3) = 0 \\ C_i(2,3) - v_0 C_i(3,3) = 0 \end{cases}$$

把n組 equation 疊起來

$$\begin{bmatrix} C_1(1,2) - u_0 v_0 C_1(3,3) \\ C_1(1,3) - u_0 C_1(3,3) \\ C_1(2,3) - v_0 C_1(3,3) \\ \vdots \\ C_n(2,3) - v_0 C_n(3,3) \end{bmatrix} = 0$$

將上式合併共同系數整理成

$$C * \pm \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{14} \\ a_{22} \\ a_{23} \\ a_{24} \\ a_{33} \\ a_{34} \\ a_{44} \end{bmatrix} = 0$$

我們可以對C使用 SVD 求解a_{ij}，將a_{ij}對稱排列組合成A

求解相機參數與$\boldsymbol{Q_3}$

對$\boldsymbol{M_iAM_i^T}$做 UL 分解求$\boldsymbol{K_i}$，所以$\boldsymbol{A}$必為 positive definite matrix，因$\boldsymbol{A}$有正負兩種解都符合方程式，我們只取 positive definite matrix 的$\boldsymbol{A}$來進行之後的運算

$$M_iAM_i^T = UL = (\lambda_i K_i)(\lambda_i K_i)^T = \lambda_i^2 K_i K_i^T$$

$$K_i = \frac{U}{\lambda_i} \; where \; \lambda_i = U(3,3)$$

SVD 求解Q_3

現在我們可以對使A用 SVD 解出Q_3，因為A為對稱矩陣，所以$U = V$

$$A = USV^T = \left(US^{\frac{1}{2}}V^T\right)\left(VS^{\frac{1}{2}}U^T\right) = Q_3Q_3^T$$

$$Q_3 = U_3S_3^{\frac{1}{2}}$$

eigen decomposition 求解Q_3

對A作 diagonalization

$$A = P\Lambda P^T = (P\Lambda^{\frac{1}{2}})(\Lambda^{\frac{1}{2}}P^T), PP^T = I$$

$$AP = P\Lambda P^T P$$

變成一個解 eigen decomposition 的問題，P為A的 eigen vector，Λ為A的 eigen value

$$AP = \Lambda P$$

我們將Λ和對應的P由大到小排序好

$$A = P\Lambda P^T = (P\Lambda^{\frac{1}{2}})(\Lambda^{\frac{1}{2}}P^T)$$

由於A的 rank 只有 3，所以只取前三大的 eigen vector 和 eigen value

$$A = P\Lambda P^T = \left(P_3\Lambda_3^{\frac{1}{2}}\right)\left(\Lambda_3^{\frac{1}{2}}P_3^T\right) = Q_3Q_3^T$$

$$Q_3 = P_3\Lambda_3^{\frac{1}{2}}$$

求相機外部參數

有了Q_3就可以求得相機旋轉矩陣

$$M_iQ_3 = \lambda_iK_iR_i$$

$$R_i = \frac{1}{\lambda_i}K_i^{-1}M_iQ_3$$

由於 SVD 或 eigen decomposition 的Q_3解可能有正負號兩種，這邊我們需要檢查R_i旋轉矩陣是否合理(det(R_i)原則上等於 1)

$$\begin{cases} Q_3 \leftarrow Q_3, & if\ |R_i| \geq 0 \\ Q_3 \leftarrow -Q_3, & if\ |R_i| < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_i \leftarrow R_i, & if\ |R_i| \geq 0 \\ R_i \leftarrow -R_i, & if\ |R_i| < 0 \end{cases}$$

然後R_i的 determine 可能不為 1，所以使用 SVD 修正為新的R_i，使其滿足 orthogonal 特性

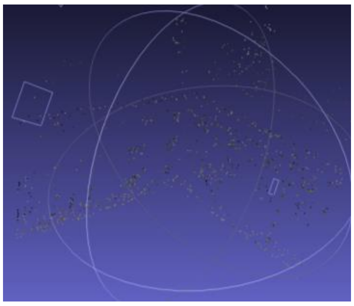
$$R_i = U\Sigma V^T$$
$$R_i \leftarrow UV^T$$

所以我們可以解出空間轉換矩陣Q，q_4僅代表空間平移，所以設為[0 0 0 1]^T，求得相機外部平移參數t

$$Mq_4 = Kt$$
$$t = K^{-1}Mq_4$$

Vertex color mapping

我們可以將 3D 點對應的 2D 影像顏色對應著色上去，讓顏色看起來更接近實物



DBSCAN

由於對應點可能有錯誤，將會造成某些離主體相當遠的 3D 點，我們使用 DBSCAN clustering 方式將 outlier 剔除，以得到較正確且密集的 3D 點

實驗結果

3D points with color mapping

著色後的 3D 點存成 ply 檔案

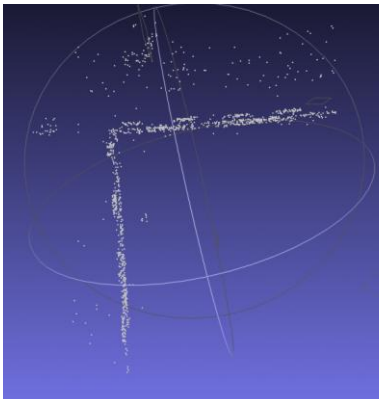
3D_points_1.ply ~ 3D_points_5.ply

實驗結果討論(新版)

在我們的實驗，使用了 4 台相機的組合，共有 5 種組合，其中 5 個A分別的關係如下

set of $n = 4$	A is positive definite
1234	false
1235	**true**
1245	false
1345	false
2345	false

其中僅有第 2 組相機組合可以得到 positive definite 的A，該相機組合重建之模型正好是我們希望的 90 度夾角牆面，與舊版作法不同的是我們對相機參數R_i做了檢查並修正鏡射之問題，並且將R_i修正為 orthogonal 的旋轉參數矩陣，下圖為 A 的 3D 點模型



下表為得到的Q_3

0.294419114400917	-0.223935447942300	0.0570124535386295
0.356639454760090	0.264480103021716	-0.198448358246974
-0.913067696658377	-0.0110101811130867	-0.0986355147081535
-0.147013245077285	0.261515240745277	0.245365266250366

下表為得到的 4 台相機之參數

相機編號	K	R	T
1	$\begin{matrix} 1.2808e+03 & 0 & 538.3245 \\ 0 & 1.2965e+03 & 393.1780 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0.2852 & 0.8369 & -0.4673 \\ 0.9544 & -0.2031 & 0.2187 \\ 0.0882 & -0.5083 & -0.8566 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -0.0323 \\ 0.1219 \\ 0.2094 \end{matrix}$
2	$\begin{matrix} 1.2679e+03 & 0 & 540.1897 \\ 0 & 1.2829e+03 & 391.5621 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0.2988 & 0.7287 & -0.6162 \\ 0.9543 & -0.2206 & 0.2018 \\ 0.0111 & -0.6483 & -0.7613 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -0.5901 \\ 0.1074 \\ 0.1403 \end{matrix}$
3	$\begin{matrix} 1.3190e+03 & 0 & 531.1236 \\ 0 & 1.3295e+03 & 387.0078 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0.3510 & 0.5509 & -0.7572 \\ 0.9313 & -0.2892 & 0.2213 \\ -0.0970 & -0.7829 & -0.6146 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -1.0890 \\ 0.1477 \\ 0.6525 \end{matrix}$

5	1.2574e+03 0 536.2275 0 1.2650e+03 397.9914 0 0 1	0.1887 0.9772 -0.0973 0.9712 -0.1710 0.1657 0.1452 -0.1258 -0.9814	1.1355 0.0628 0.2587

實驗結果討論(舊版)

K、R、t 相機參數

我們使用了 4 台相機的組合，得到一個比較正確的 model，以下是該相機餐數

	K			R			t
camera 1	1280.80	0	538.32	-0.28	-0.84	-0.46	-0.03
	0	1296.53	393.17	-0.95	0.20	0.21	0.12
	0	0	1	-0.09	0.57	-0.95	0.20
camera 2	1267.87	0	540.18	-0.29	-0.73	-0.60	-0.59
	0	1282.90	391.56	-0.95	0.22	0.19	0.10
	0	0	1	-0.01	0.72	-0.83	0.14
camera 3	1319.01	0	531.12	-0.35	-0.55	-0.75	-1.08
	0	1329.47	387.00	-0.93	0.29	0.21	0.14
	0	0	1	0.10	0.90	-0.69	0.65
camera 4	1257.42	0	536.22	-0.18	-0.97	-0.09	1.13
	0	1265.01	397.99	-0.97	0.17	0.16	0.06
	0	0	1	-0.16	0.13	-1.07	0.25

- 我們預測 singular value 越小的模型結果越好(平面夾角越接近 90 度)，但結果顯示沒有正相關
- 部分影像有模型鏡射的錯誤(**高的煙囪應該在右邊**)
- **模型鏡射的錯誤情形與對A做 SVD 分解能夠有不同種的Q_3正負號組合相關**
- **分析模型鏡射的Q_3，發現有兩種正負號的組合都可以滿足$A = Q_3Q_3^T$**
- **調整Q_3正負號之後，可以修正模型鏡射的情形，但平面夾角沒有改善**

set of $n = 4$	singular value of A	模型鏡射	平面夾角(度)
1234	0.013180	反	60
1235	0.024465	正	90
1245	**0.009616**	反	**60**
1345	0.025461	正	100
2345	0.022502	正	90

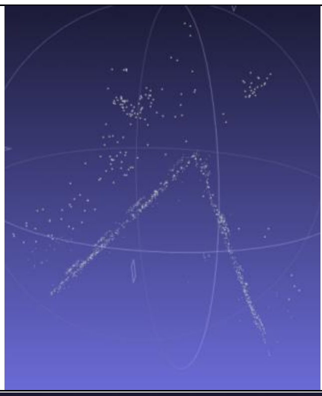
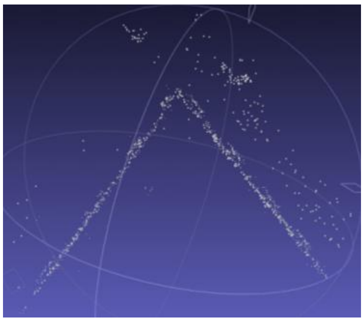
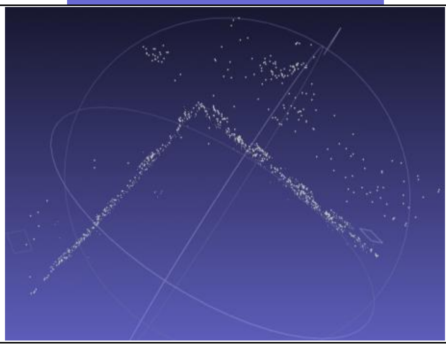
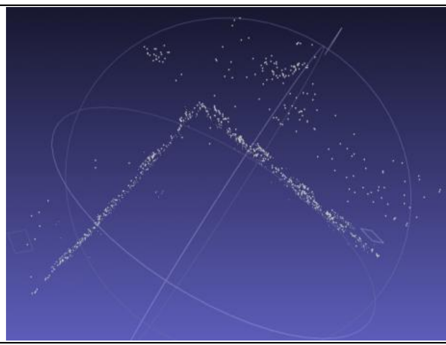
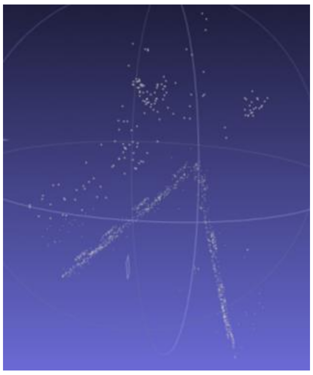
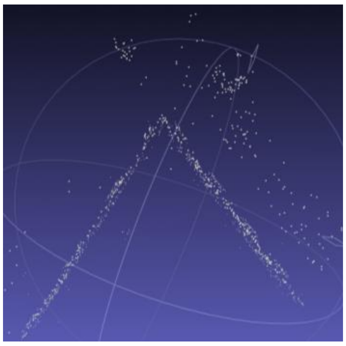
觀察兩種正負號組合，正鏡射組合有兩種特性，反鏡射則沒有規則特性

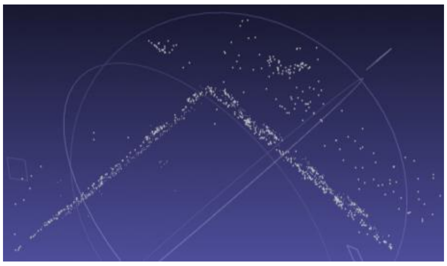
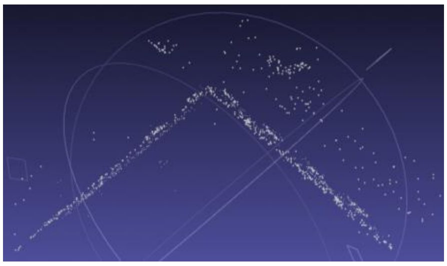
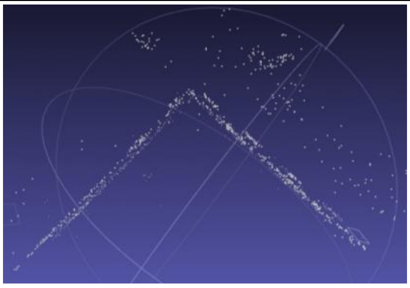
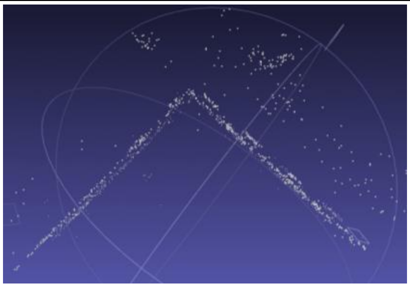
- 每個 row 符號相乘為負

- 每個 column 符號相乘為正

鏡射（反)	鏡射（正)
$\begin{bmatrix} - & + & + \\ - & - & + \\ + & - & + \\ + & - & - \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} - & + & + \\ - & - & - \\ + & + & - \\ + & - & + \end{bmatrix}$

我們試著強迫調整Q_3的正負號，使得所有Q_3都屬於正鏡射類型，然後同樣試算 3D 點如下比較表

set number (鏡射)	model(未調整Q_3)	model(調整Q_3)
set 1 (反)		
set 2 (正)		
set 3 (反)		

set 4 (正)		
set 5 (正)		

各個不同 set 之Q_3(忽略正負號)

set 1				set 2		
0.290554	0.241439	0.045073		0.294419	0.223935	0.057012
0.365326	0.315727	0.113657		0.356639	0.26448	0.198448
0.915616	0.031243	0.096227		0.913068	0.01101	0.098636
0.140818	0.117775	0.237815		0.147013	0.261515	0.245365
set 3				set 4		
0.301131	0.231208	0.038705		0.291492	0.205199	0.107285
0.349011	0.297489	0.128227		0.358475	0.227234	0.245705
0.920982	0.015492	0.088276		0.908017	0.03466	0.098893
0.12742	0.156457	0.195356		0.153446	0.346151	0.214992
set 5						
0.292912	0.222288	0.066557				
0.358088	0.258991	0.208669				
0.911807	0.014838	0.100259				
0.14872	0.276767	0.243348				