

## 5.31

Friday, 1 October 2021

14:06

**Exercício 5.31** Considere o espaço vetorial  $\mathcal{C}([0, 1])$  munido do produto interno usual. Determine uma função afim  $f(x) = ax + b$ , com  $a, b \in \mathbb{R}$ , que seja ortogonal com a função  $g(x) = x^2$ , de acordo com a geometria gerada no espaço vetorial pelo produto interno usual.

Como o produto interno usual de  $\mathcal{C}([0, 1])$  é dado por:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$

temos que

$$\langle f, g \rangle = 0 \Leftrightarrow \int_0^1 (ax+b)(x^2)dx = \int_0^1 ax^3 + bx^2 dx = \left[ \frac{ax^4}{4} + \frac{bx^3}{3} \right]_0^1$$

$$= \frac{a}{4} + \frac{b}{3} = 0$$

Tomando  $a=4$  vem que  $b=-3$ .

Logo,  $f(x)=4x-3$  é ortogonal à função  $g(x)=x^2$ .

