Exercícios 1

Adelson Araújo Jr

Maio de 2018

1 Amostragem e Quantização

De maneira intuitiva, a amostragem pode ser definida como o processo de representação de uma determinada variável em um determinado instante, como uma fotografia. O que diferencia a amostragem do simples ato de registrar um valor dessa variável é o fato que ela geralmente é composta por uma sequência desses registros, frequentemente invervalados por um *período de amostragem* entre os registros. A amostragem, então, tem o objetivo de discretizar uma variável ao longo do eixo temporal.

Similarmente, a quantização é um processo que também possui o objetivo de discretizar uma variável, mas não como a amostragem. Dessa vez, a variável é discretizada (ou "quantizada") no próprio valor adquirido. Uma variável representada em um domínio é mapeada em um subconjunto desse domínio, sob *níveis quantização* regulares definidos. Para exemplificar a quantização, basta imaginar que uma reta linear que cruza a origem quando quantizada é mapeada para uma função de degraus correspondente a uma escada.

Para exemplificar, considere a amostragem do sinal $f(x) = x^2 - 3x + 1$ com taxa de amostragem de 0.5 em um intervalo de [0,5], como na Figura 1.

Dela pode-se extrair o sinal quantizado (e amostrado) como a sequência dos seguintes valores

$$q_{amostrado}(x) = [1, -0.5, -1.5, -2, -2, -1.5, -0.5, 1, 3, 5.5, 8, 5]$$

Quantizados em 16 tons de cinza, de [0,15], tem-se

$$q_{quantizado}(x) = [4, 2, 1, 0, 0, 1, 2, 4, 7, 11, 15]$$

Finalmente, codificados em binário

$$q_{binario}(x) = [0100, 0010, 0001, 0000, 0000, 0001, 0010, 0100, 0111, 1011, 1111]$$

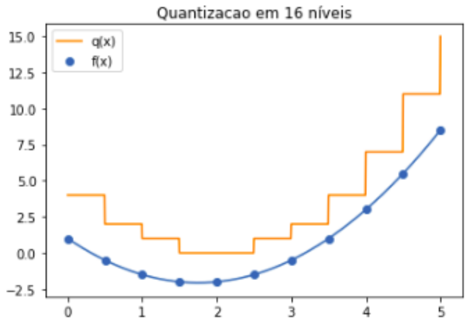


Figura 1: Amostragem e quantização de f(x).

2 Convolução no domínio espacial

Enquanto que no domínio da frequência a operação de convolução dos sinais arbitrários f (que poder ser uma imagem) e w (uma máscara) é simplesmente feita pela multiplicação dos espectros F*W, no domínio espacial ela é implementada com o seguinte somatório (dado um sinal de duas variáveis discretas).

$$(f * w)(x, y) = \sum_{i=-N}^{N} \sum_{j=-M}^{M} f(x, y)w(x - i, y - j)$$

Essa operação é feita da seguinte maneira. Alinha-se o centro do filtro com um píxel, então o filtro é invertido horizontal e verticalmente para então multiplicar os valores sobrepostos com a imagem e somá-los para obter o valor do píxel convoluido com o filtro.

3 Correlação

De maneira sucinta, a correlação é uma medida de associação linear entre duas variáveis. Uma das implementações mais utilizadas é o coeficiente de correlação de Pearson, medindo o quanto o produto entre as variâncias é explicada pela covariância das mesmas.

$$\rho_{X,Y} = \frac{cov(X, Y))}{\sigma_X \sigma_Y}$$

No contexto de processamento de imagens (sinais bidimensionais), a correlação é uma operação geralmente feita entre uma imagem I e um filtro F da seguinte maneira.

$$(F \circ I)(x, y) = \sum_{-N}^{N} F(i, j)I(x + i, y + j)$$

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

F

8	3	4	5
7	6	4	5
4	5	7	8
6	5	5	6

I

8	*8*	*3*	*4*	*5*	*5*
8	8	3	4	5	*5*
7	7	6	4	5	*5*
4	4	5	7	8	*8*
6	6	5	5	6	*6*
6	*6*	*5*	*5*	*6*	*6*

I with padded boundaries

6.44	5.22	4.33	4.67
5.78	5.33	5.22	5.67
5.56	5.44	5.67	6
5.22	5.33	5.78	6.33

J = FoI

Figura 2: Exemplo de correlação (e convolução, já que F é simétrico) entre uma imagem I e um filtro F retirado de (JACOBS, 2005)

Dado o filtro quadrado F, alinha-se o centro do filtro com um píxel, multiplicam-se os valores sobrepostos entre F e I, com a soma de todos os valores, tem-se a correlação para o dado píxel. A Figura 2 ilustra um exemplo. Dessa maneira, a correlação, é muito similar com a operação de convolução (iguais no caso em que o filtro é simétrico), explicada anteriormente. Uma das aplicações do filtro de correlação é o chamado *"template matching"*, que busca a existência de um dado template em uma imagem.

4 Translação na DFT

Considere a propriedade da translação

$$f(x,y)e^{j2\pi(\frac{u_0x}{M}+\frac{v_0y}{N})} \iff F(u-u_0, v-v_0)$$

Suponha u_0 e v_0 o centro do espectro

$$u_0 = \frac{M}{2}, v_0 = \frac{N}{2}$$

Substituindo os valores de u_0 e v_0

$$f(x,y)e^{j\pi(x+y)} \iff F(u-\frac{M}{2}, v-\frac{N}{2})$$

Segundo a Identidade de Euler, $e^{j\pi} = -1$, então

$$f(x,y)(-1)^{(x+y)} \iff F(u-\frac{M}{2}, v-\frac{N}{2})$$

Conclui-se que a equivalência em questão é verdadeira.

5 Equalização de Histogramas

A equalização de histogramas é uma técnica aplicada para alterar a distribuição das ocorrências dos valores dos pixels de uma imagem. O efeito, como vê-se adiante, é um detalhamento maior nas regiões que possuem os pixels mais frequentes. Nas imagens da Figura 3 temos imagens de baixo contraste, que são realçadas com aumento de contraste após tratamento de equalização de histogramas, ilustrados nas imagens da Figura 4. O efeito de alteração de contraste acontece devido a redistribuição da tonalidade cinza em outros valores, tornando-os ou mais escuros ou mais claros.

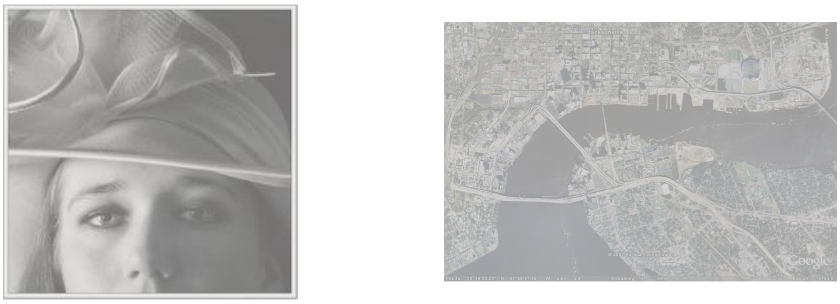


Figura 3: Imagens originais.

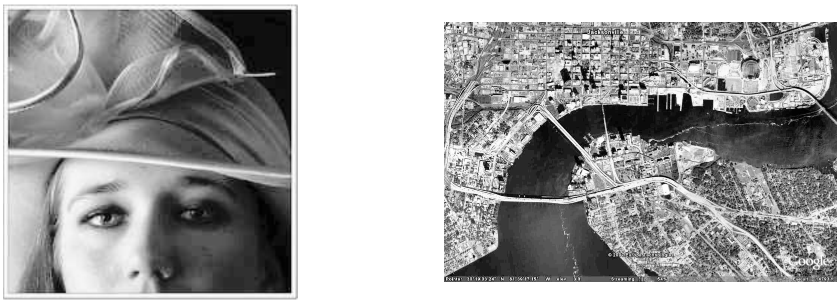
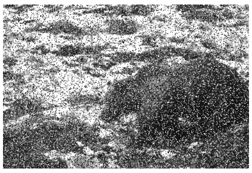


Figura 4: Imagens depois de tratamento de equalização de histogramas.

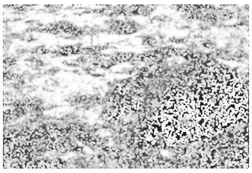
6 Filtro da Mediana e Filtro da Média Contra-Harmônica

Esses filtros são particularmente úteis em imagens que possuem ruidos do tipo impulsivo, como o sal-e-pimenta. Na Figura **??**, podemos verificar o efeito que diferencia o uso dos dois filtros. Com sucesso, observa-se o efeito do filtro da mediana nas imagens. Entretanto, a aplicação do filtro da média contra-harmônica parece ser um pouco mais limitado, já que trabalha de forma parametrizada (ordem da média contra-harmônica) e ainda atuando em cima somente de um ruído, sal ou pimenta. Nos exemplos a seguir, este último inclusive piora o efeito ruidoso.

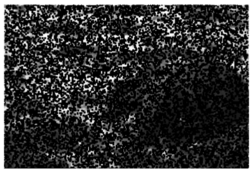


(a) Imagem original

(b) Tratada pelo filtro da mediana



(a) Tratada pelo filtro da média contra-harmônica de ordem 2



(b) Tratada pelo filtro da média contra-harmônica de ordem -2

Figura 6: Tratamento de rúido sal-e-pimenta em "bear s and p.png"

Ainda, pode ser concatenado pelo filtro inverso (que garante cobertura do outro ruído que não foi retirado), mas não possui a mesma eficácia do filtro da mediana, deixando na imagem borramentos da cor de um dos ruídos, como na Figura 9. Para avaliar outras o efeito em outras imagens, acesse o repositório desse relatório [1].

(a) Imagem original

(b) Tratada pelo filtro da mediana

(a) Tratada pelo filtro da média contra-harmônica de ordem 2

(b) Tratada pelo filtro da média contra-harmônica de ordem -2

Figura 8: Tratamento de rúido sal-e-pimenta em "glass.png"

[1] https://github.com/adaj/dpi

Figura 9: Imagem glass.png quando aplicada dois filtros de média contra-harmônica de ordem opostas.

7 Filtro High-Boost

O filtro highboost possui uma versatilidade de trabalhar de forma intermediária com os filtros passa-baixa e passa-alta, como ilustrado na figura 10. Na verdade, ele pode ser utilizado para detalhar componentes de alta frequência ao mesmo tempo que não elimina as de baixa frequência.

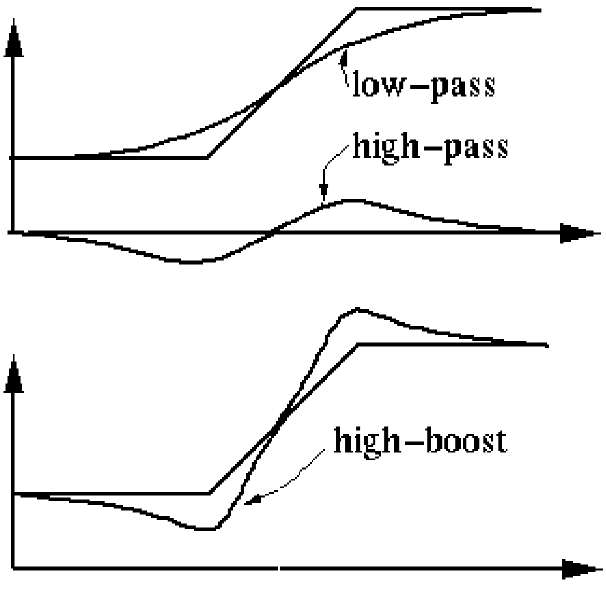


Figura 10: Efeito do filtro highboost (imagem retirada de (WANG, 2016)).

Nas figuras a seguir, foi aplicado a filtragem highboost antes e depois da equalização de histograma. Percebe-se nitidamente que o nível de detalhes parece ter aumentado na imagem da cidade, enquanto que a imagem da mulher sofreu uma deterioração nas bordas. Isso acontece devido ao ganho das altas frequências.

Figura 12: Imagem original à esquerda, tratamento do filtro highboost ao centro, e o mesmo tratamento com a imagem de histograma equalizado, à direita

Referências

JACOBS, D. Convolution and correlation. *Class notes for CMSC 426*, 2005. 3

WANG, R. *Highboost filtering*. http://fourier.eng.hmc.edu/e161/lectures/gradient/node2.html: [s.n.], 2016. 6