# Modellering och Reglering av Motorer och Drivlinor TSFS09 Projekt 3 Raport

Rasmus Mehler (rasme879) Adam Lundmark (adalu838)

 $9^{\rm th}$  December, 2013

# $Inne h\"{a}lls f\"{o}rteckning$

1	För	peredelsuppgifter	1
	1.1	Uppgift 1	1
			1
			1
			1
		1.1.4 Motorutmoment	1
		1.1.5 Växellåda	1
	1.2		2
	1.3		3
	1.4		3
	1.5		4
	1.6		4
	1.7		5
	1.8		5
2	Upp	gifter	6
	2.1	Uppgift 1	6
	2.2	Uppgift 2	7
	2.3	Uppgift 3	8
			8
	2.5		9

### 1 Förberedelsuppgifter

#### 1.1 Uppgift 1

I denna uppgift ställs modeller upp för fyra tillstånd.

#### 1.1.1 Drivaxel

$$M_w = M_d = k \left( \frac{\theta_e}{i_t i_f} - \theta_w \right) + c \left( \frac{\dot{\theta}_e}{i_t i_f} - \dot{\theta_w} \right)$$

#### 1.1.2 Motorhastighet

$$J_e \ddot{\theta_e} = M_{e,ref} - M_t$$

$$\dot{M}_e = \frac{1}{\tau_e} \left( M_{e,ref} - M_e \right)$$

#### 1.1.3 Hjulhastighet

$$(J_w + mr_w^2)\ddot{\theta}_w = k\left(\frac{\theta_e}{i_t i_f} - \theta_w\right) + c\left(\frac{\dot{\theta}_e}{i_t i_f} - \dot{\theta}_w\right) - mgf_S r_w^2 \dot{\theta}_w - r_w mg\left(f_0 + sin(\alpha)\right)$$

#### 1.1.4 Motorutmoment

$$\theta_t = \theta_f i_f$$

$$J_f \ddot{\theta_f} = M_f i_f - b_f \dot{\theta}_f - M_d$$

#### 1.1.5 Växellåda

$$\theta_e = \theta_t i_t$$

$$J_t \ddot{\theta_t} = M_t i_t - b_t \dot{\theta}_t - M_f$$

### 1.2 Uppgift 2

Tillstånden som används är

$$x = \begin{pmatrix} \theta_f - \theta_w \\ \dot{\theta}_e \\ \dot{\theta}_w \\ M_e \end{pmatrix}$$

$$l = r_w mgc_{r1}$$

Detta kan skrivas på tillståndsformen

$$\dot{x} = Ax + Bu + Hl$$
$$y = Cx$$

där

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{i} & -1 & 0\\ -\frac{k}{iJ_1} & -\frac{b_1 + \frac{c}{i^2}}{J_1} & \frac{c}{iJ_1} & \frac{1}{J_1}\\ \frac{k}{J_2} & \frac{c}{iJ_2} & -\frac{c}{J_2} & 0\\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_e} \end{pmatrix}$$

 $\mathrm{d}\ddot{\mathrm{a}}\mathrm{r}$ 

$$i = i_t i_f$$

$$J_1 = J_e + \frac{J_t}{i_t^2} + \frac{J_f}{i^2}$$

$$J_2 = J_w + mr_w^2$$

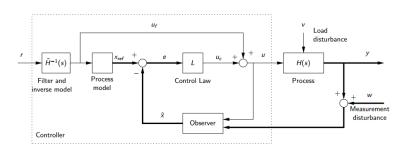
$$b_1 = \frac{b_t}{i_t^2} + \frac{b_f}{i^2}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau_e} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} 0\\0\\-\frac{1}{J_2}\\0 \end{pmatrix}$$

### 1.3 Uppgift 3



Figur 1: Blockschema med observatör.

### 1.4 Uppgift 4

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K_f(y - C\hat{x})$$

$$\hat{y} = C\hat{x}$$

### 1.5 Uppgift 5

Obervatören kan skrivas på tillstådsform

$$\dot{\hat{x}} = A_{obs}\hat{x} + B_{obs}u_{obs}$$

$$y_{obs} = C_{obs}\hat{x}$$

där

$$A_{obs} = A - K_f C$$

$$B_{obs} = \begin{pmatrix} B & K_f & H \end{pmatrix}$$

$$C_{obs} = I_4$$

$$u_{obs} = \begin{pmatrix} u \\ y \\ l \end{pmatrix}$$

$$y_{obs} = \hat{x}$$

### 1.6 Uppgift 6

$$K_f = P_f C^T V^{-1}$$

Där  $P_f$ är lösningen till Riccatti ekvationen

$$P_f A^T + A P_f - P_f C^T V^{-1} C P_f + W = 0$$

$$W = E\left[ww^T\right], V = E\left[vv^T\right]$$

#### 1.7 Uppgift 7

Styrsignalen kan beskrivas som

$$u = K_c (r - \hat{x})$$

Där  $\hat{x}$  är observerade värden och rär referensvärden på drivaxelvridning, motorhastighet, hjulhastighet och motorvridmoment.

$$r = \begin{pmatrix} (\theta_f - \theta_w)_{ref} \\ \dot{\theta}_{e,ref} \\ \dot{\theta}_{w,ref} \\ M_{e,ref} \end{pmatrix}$$

 $l_0$  är referensvärdenas förstärkning

$$L = \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 & l_4 \end{pmatrix}$$

 $\operatorname{och}$ 

$$K_c = \begin{pmatrix} K_1 & K_2 & K_3 & K_4 \end{pmatrix}$$

är återkopplingens förstärkning.

#### 1.8 Uppgift 8

Eftersom återkopplingens förstärkning kan bestämmas godtyckligt, bör dess poler sättas för en rimlig prestanda. En tillämpning av LQ-design. Där återkopplingsförstärkningen  $K_c$  fås genom att minimera förlustfunktionen

$$J = \int_0^\infty ((r-x)^T Q(r-x) + u^T R u) dt$$

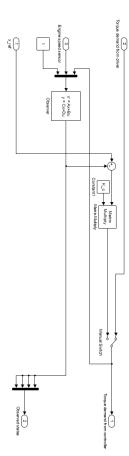
där  $u=K_{c}\left( r-x\right) .$  Önskad prestanda fås genom viktning av funktionen J.

## 2 Uppgifter

I detta avsnitt besvaras de frågor som ställts i projektkompendiet.

#### 2.1 Uppgift 1

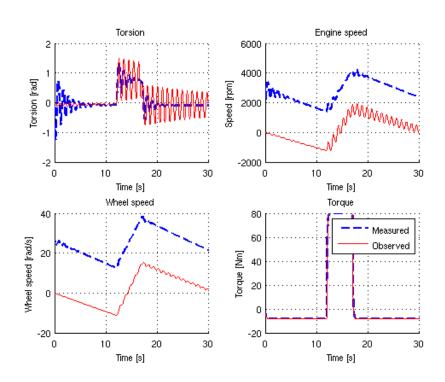
Observatören implementerades med ett state-space block. Detta visas i Figur 2. Omkopplaren i bilden anger hurvida regulatorn är påkopplad eller ej. I denna uppgift samt i avsnitt 2.2 och 2.3 används inte regulatorn. De matriser som används i observatören är de som beskrivs i förberedeseuppgiften i avsnitt 1.5.



Figur 2: Simulinkimplementation av observatör.

## 2.2 Uppgift 2

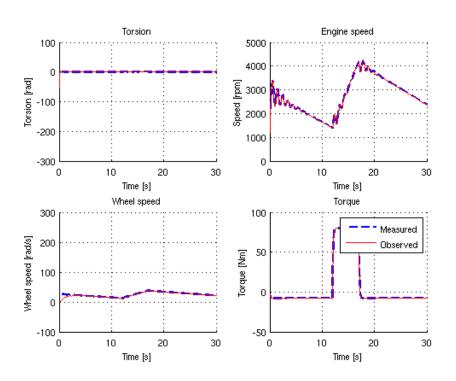
I Figur 3 ses observatören med  $K_f=0.$ 



Figur 3: Tillståndsskattning med observatörförstärkning 0.

### 2.3 Uppgift 3

I Figur 4 ses observatören med beräknat optimalt  $K_f$ . Vid jämförelse mot det uppnådda resultatet i Figur 3 kan klart förbättrad presanda ses.

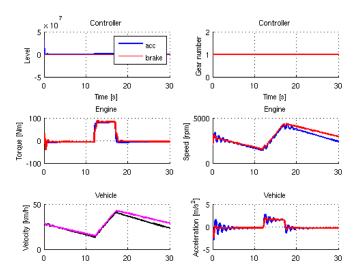


Figur 4: Tillståndsskattning med erhållen observatörförstärkning.

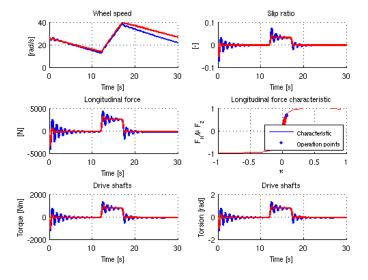
#### 2.4 Uppgift 4

Se Figur 2 i avsnitt 2.1. Här bestäms  $K_c$  med lqr.

### 2.5 Uppgift 5



Figur 5: Plott av drivlinevariabler.



Figur 6: Plott av drivlinevariabler.

Figur 5 och 6 visar en märkbar förbättring av systemets prestanda då oscillationerna i drivlinan (blå), dämpas med hjälp av återkoppling med observatör (röd).