

Financial markets

Projet de physique appliquée aux sciences sociales

Adam Wolljung, Adam El Bernoussi, Cyrille Perroquin

[GB18] Bubbles, Crashes and Intermittency in agent based markets models, Irene Giardina and Jean-Philippe Bouchaud

[ML95] Microscopic Simulation of the Stock Market: the Effect of Microscopic Diversity, Moshe Levy, Haim Levy, Sorin Solomon

31 mars 2023



Table des matières

Introduction

- ▶ Introduction
- ▶ Un premier modèle simpliste : variation aléatoire
- ▶ Changement de modèle : modèle de simulation microscopique
- ▶ Vers un modèle plus réaliste...
- ▶ Conclusion

2008 : la plus grande crise financière depuis 1929 éclate. Comment se fait-il qu'elle n'ait pas été prévue alors que la situation s'était déjà dégradé depuis 2007 ?

- Certes la régulation d'avant-crise a été défailante
- Mais surtout les modèles macroéconomiques sophistiqués des banques centrales ont échoué lamentablement

2008 : la plus grande crise financière depuis 1929 éclate. Comment se fait-il qu'elle n'ait pas été prévue alors que la situation s'était déjà dégradé depuis 2007 ?

- Certes la régulation d'avant-crise a été défailante
- Mais surtout les modèles macroéconomiques sophistiqués des banques centrales ont échoué lamentablement

⇒ Pourquoi est-ce donc si complexe de modéliser les marchés financiers ? Quels sont les difficultés ?

La dynamique et l'équilibre global résulte du très grand nombre d'interactions entre les agents. Plusieurs variables déterminent le comportement des agents :

- les préférences (aversion au risque)
- le bruit autour de l'agent (qui l'amène à dévier de sa stratégie de maximisation de son utilité)
- la stratégie
- les anticipations

La dynamique et l'équilibre global résulte du très grand nombre d'interactions entre les agents. Plusieurs variables déterminent le comportement des agents :

- les préférences (aversion au risque)
- le bruit autour de l'agent (qui l'amène à dévier de sa stratégie de maximisation de son utilité)
- la stratégie
- les anticipations

⇒ Les modèles jusqu'alors utilisaient le principe de l'agent représentatif



Problématique

Introduction

Comment modéliser efficacement le système des marchés financiers et anticiper ses fluctuations ?



Table des matières

Un premier modèle simpliste : variation aléatoire

- ▶ Introduction
- ▶ Un premier modèle simpliste : variation aléatoire
- ▶ Changement de modèle : modèle de simulation microscopique
- ▶ Vers un modèle plus réaliste...
- ▶ Conclusion

Un modèle à variation de prix aléatoire

Un premier modèle simpliste : variation aléatoire

Modèle simple :

- Plusieurs agents présent sur le marché
- Un seul produit disponible
- Renvoie les prix de l'action en fonction du temps

Le marché est modélisé comme un processus stochastique :

- $P_t = P_{t-1}(1 + \gamma X)^\mu$ où et $X \sim \mathcal{N}(0, \sigma) \implies$ prix estimé
- Ce prix estimé va permettre aux agents de choisir une stratégie
- Enfin le nouveau prix sera déterminé en fonction des stratégies de tous les agents

Un modèle à variation de prix aléatoire

Un premier modèle simpliste : variation aléatoire

Ainsi, si on souhaite étudier sur une période $T = 1, \dots, n$ on veut que notre modèle nous renvoie un tableau contenant le prix de l'action à chaque instant t appartenant à T . Nos variables sont les suivantes :

- $T = 1, \dots, n$ la période
- m = le nombre d'agents sur le marché
- γ = facteur d'influence qui mesure l'impact des décisions des agents sur le marché.
- μ = un facteur d'actualisation qui mesure l'impact des changements sur le marché.
- σ = la puissance de la variation des prix.

Les avantages et les limites de ce modèle

Un premier modèle simpliste : variation aléatoire

Avantages :

- Modèle simple et facile à mettre en application
- Modèle qui donne une idée de ce à quoi peut ressembler les variations d'un marché financier

Les avantages et les limites de ce modèle

Un premier modèle simpliste : variation aléatoire

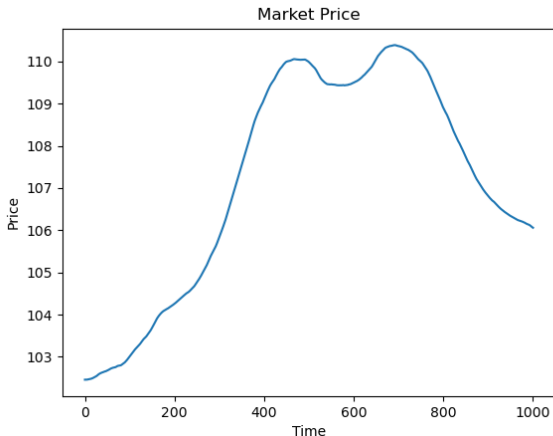
Limites :

- Modèle simpliste qui limite les stratégies des agents \implies stratégies simples, ne prend pas en compte l'impact de leurs stratégies précédentes
- Ne tient pas compte de nombreux facteurs importants qui influencent le comportement du marché \implies conditions macroéconomiques et politiques
- Le comportement du marché et des agents dépend fortement des paramètres d'entrée γ , μ et σ
- Les variables t et m ont aussi une forte influence sur le comportement du marché

Ce genre de modèles peuvent être utiles pour comprendre les mouvements du marché, mais ils doivent être utilisés avec prudence pour produire des prévisions précises.

Application de ce modèle à l'aide de Python

Un premier modèle simpliste : variation aléatoire





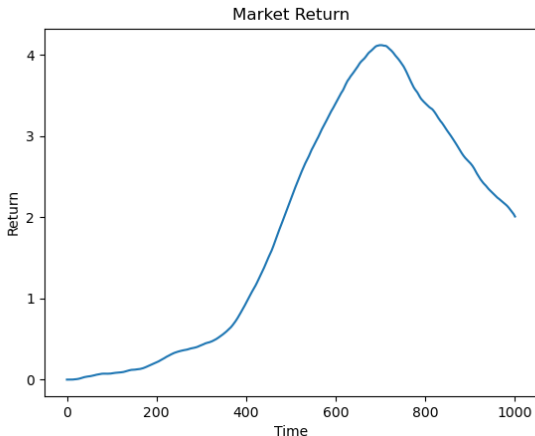
Paramètres figure 1

Un premier modèle simpliste : variation aléatoire

- $m = 1000$
- $t = 1000$
- $\gamma = 0.2$
- $\mu = 0.02$
- $\sigma = 0.1$
- $\text{rand} = 5$

Application de ce modèle à l'aide de Python

Un premier modèle simpliste : variation aléatoire





Paramètres figure 2

Un premier modèle simpliste : variation aléatoire

- $m = 1000$
- $t = 1000$
- $\gamma = 0.2$
- $\mu = 0.1$
- $\sigma = 0.3$
- $\text{rand} = 8$



Table des matières

Changement de modèle : modèle de simulation microscopique

- ▶ Introduction
- ▶ Un premier modèle simpliste : variation aléatoire
- ▶ **Changement de modèle : modèle de simulation microscopique**
- ▶ Vers un modèle plus réaliste...
- ▶ Conclusion



Modèle d'investisseurs homogènes

Changement de modèle : modèle de simulation microscopique

On considère un modèle :

- à pas discrets
- 2 actifs disponibles : actions et bonds
- Nombre total d'actions est fixé : 10000

On considère un modèle :

- à pas discrets
- 2 actifs disponibles : actions et bonds
- Nombre total d'actions est fixé : 10000

Les bonds sont considérés comme sans risque et vérifient :

$$W_{t+1} = W_t(1 + r)$$

On considère un modèle :

- à pas discrets
- 2 actifs disponibles : actions et bonds
- Nombre total d'actions est fixé : 10000

Les bonds sont considérés comme sans risque et vérifient :

$$W_{t+1} = W_t(1 + r)$$

Homogène \implies tous les agents sont identiques

Mise en équation du modèle

Changement de modèle : modèle de simulation microscopique

On donne à chaque agent la même fonction d'utilité :

$$U(W) = \log(W)$$

⇒ Pas de différence de réaction face aux risques

On donne à chaque agent la même fonction d'utilité :

$$U(W) = \log(W)$$

⇒ Pas de différence de réaction face aux risques

On définit le taux de rendement d'une action :

$$H_t = \frac{P_t - P_{t-1} + D_t}{P_{t-1}}$$

La mémoire des consommateurs :

$$(H_j)_{j \in \{t, t-1, \dots, t-k+1\}}$$

- Revenu :

Entre la période t et $t + 1$ l'agent i perçoit un revenu de :

$$N_t(i)D_t + (W_t(i) - N_t(i)P_t)r$$

- Revenu :

Entre la période t et $t + 1$ l'agent i perçoit un revenu de :

$$N_t(i)D_t + (W_t(i) - N_t(i)P_t)r$$

- Evolution hypothétique de la richesse :

$$W_h(i) = W_t(i) + N_t(i)D_t + (W_t(i) - N_t(i)P_t)r + N_t(i)(P_h - p_t)$$

si le prix de l'action passe de P_t à P_h

- Revenu :

Entre la période t et $t + 1$ l'agent i perçoit un revenu de :

$$N_t(i)D_t + (W_t(i) - N_t(i)P_t)r$$

- Evolution hypothétique de la richesse :

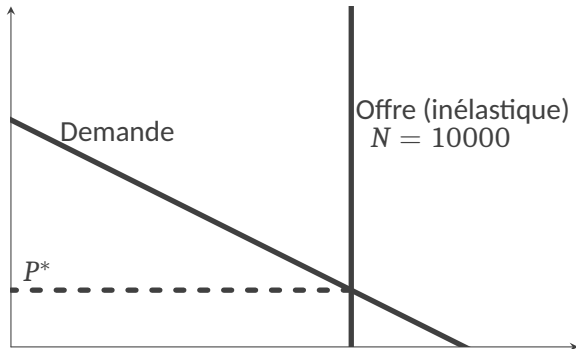
$$W_h(i) = W_t(i) + N_t(i)D_t + (W_t(i) - N_t(i)P_t)r + N_t(i)(P_h - p_t)$$

si le prix de l'action passe de P_t à P_h

- On en déduit une utilité :

$$\mathbb{E}(U(X(i))) = \frac{1}{k} \sum_{j=t}^{t-k+1} \log[(1 - X(i))W_h(i)(1 + r) + X(i)W_h(i)(1 + H_j)]$$

Qu'il faudra maximiser

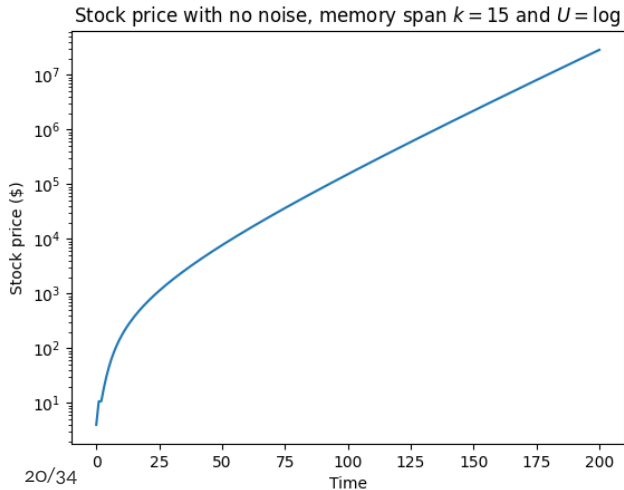


On a donc des demandes en action
 $N_h(i, P_h)$

$\implies P^*$ par la loi de l'offre et de la
 demande

Des résultats

Changement de modèle : modèle de simulation microscopique



- Les agents ont les mêmes fonctions d'utilité et donc les mêmes demandes à chaque round
 \Rightarrow Ils disposent tous du même nombre d'actions à chaque étape : $10000/100$
 \Rightarrow il n'y a pas d'échange sur le marché
- Prix augmentent exponentiellement vite



Première amelioration

Changement de modèle : modèle de simulation microscopique

On garde le modèle des investisseurs homogènes.

MAIS en réalité les choix des investisseurs sont affectés par divers facteurs imprévisibles

On garde le modèle des investisseurs homogènes.

MAIS en réalité les choix des investisseurs sont affectés par divers facteurs imprévisibles

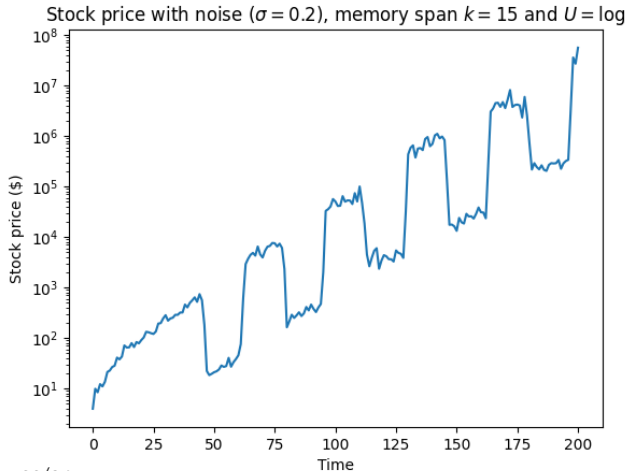
⇒ Ajout de bruit :

$$X(i)^* = X(i) + \varepsilon(i)$$

où $\varepsilon(i) \sim \mathcal{N}(0, \sigma)$

Première amelioration

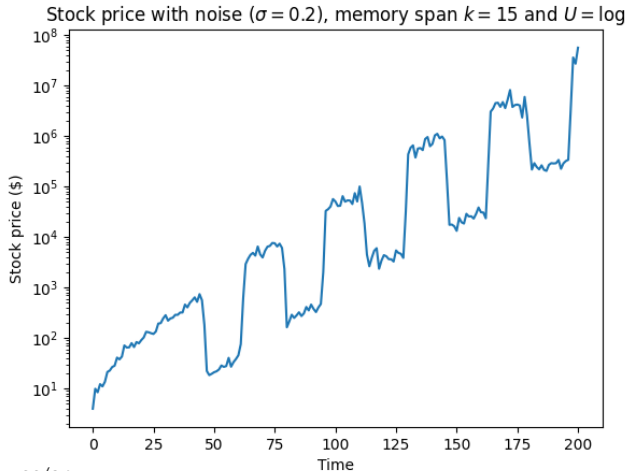
Changement de modèle : modèle de simulation microscopique



- Tendance similaire au cas sans bruit
- Mais fluctuations importantes résultats du bruit

Première amelioration

Changement de modèle : modèle de simulation microscopique



- Tendence similaire au cas sans bruit
- Mais fluctuations importantes résultats du bruit
- Observations de *booms* et *Crashes réguliers* et donc **prévisibles**
 \implies modèle non pertinent



Table des matières

Vers un modèle plus réaliste...

- ▶ Introduction
- ▶ Un premier modèle simpliste : variation aléatoire
- ▶ Changement de modèle : modèle de simulation microscopique
- ▶ Vers un modèle plus réaliste...
- ▶ Conclusion

Le modèle précédent fait plusieurs hypothèses fortes :

- Que les agents accordent une importance uniforme à l'historique des taux de rendements de l'action :

$$\mathbb{E}(U(X(i))) = \frac{1}{k} \sum_{j=t}^{t-k+1} \log[(1 - X(i))W_h(i)(1 + r) + X(i)W_h(i)(1 + H_j)]$$

- Que tous les agents ont la même aversion au risque (la même utilité)
- Que tous les agents ont la même mémoire

Idée : Accorder au rendement passé une probabilité de réapparition qui est exponentiellement décroissante avec le temps :

$$\mathbb{P}(H_{t+1} = H_j) \propto e^{-\frac{(t+1-j)}{\tau}}$$

avec τ une constante de temps

MAIS cette modification ne change pas les performances du modèle ([ML95])

Idée : Changer la fonction d'utilité

$$U_i(W) = \frac{W^{1-\alpha_i}}{1-\alpha_i}$$

où α_i est l'aversion au risque de l'agent i

Idée : Changer la fonction d'utilité

$$U_i(W) = \frac{W^{1-\alpha_i}}{1-\alpha_i}$$

où α_i est l'aversion au risque de l'agent i

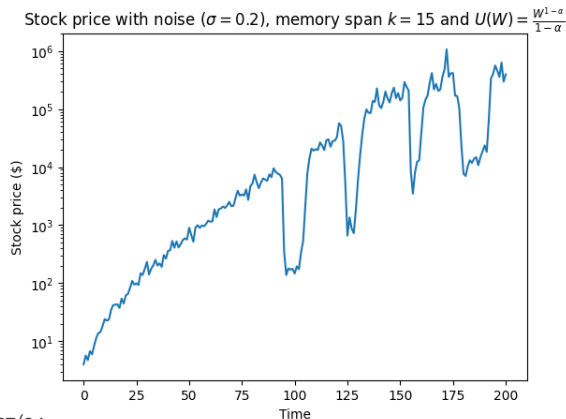
$$\alpha_i \rightarrow 0$$

L'agent n'a aucune aversion au risque : sa richesse est tout ce qui compte.

$$\alpha_i \gg 1$$

La concavité de U_i s'accroît
L'agent aura donc tendance à s'orienter vers les actions (moins rentable et moins risqués)

On utilise l'initialisation suivante : 50% des agents $\rightarrow \alpha_i = 0.5$ et les autres $\rightarrow \alpha_i = 3.5$



- On observe toujours la présence de **cycle** bien que un peu modifiés



Modèle final

Vers un modèle plus réaliste...

Conséquence de deux idées majeures :

- Attribué une aversion au risque aléatoire aux agents
- Changer leurs attentes en leur attribuant une mémoire de taille aléatoire

Conséquence de deux idées majeures :

- Attribué une aversion au risque aléatoire aux agents
- Changer leurs attentes en leur attribuant une mémoire de taille aléatoire

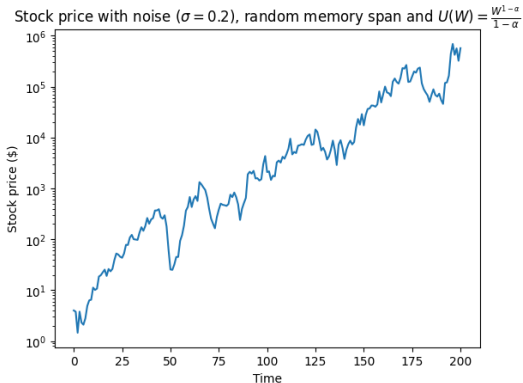




Table des matières

Conclusion

- ▶ Introduction
- ▶ Un premier modèle simpliste : variation aléatoire
- ▶ Changement de modèle : modèle de simulation microscopique
- ▶ Vers un modèle plus réaliste...
- ▶ Conclusion

On a fait un premier qui s'appuyait sur des hypothèses trop simplistes (simplification des stratégies des agents, non-prise en compte des facteurs qui influencent le marché c'est-à-dire qu'on le considère comme statique)

On a fait un premier qui s'appuyait sur des hypothèses trop simplistes (simplification des stratégies des agents, non-prise en compte des facteurs qui influencent le marché c'est-à-dire qu'on le considère comme statique)

- problème : c'est un modèle plus pédagogique qu'utile pour prévoir les fluctuations du marché

Le deuxième modèle nous a permis de préciser plusieurs paramètres :

- 1° paramètre : 2 actifs (action et bond)
- 2° paramètre : aversion au risque de l'agent
- 3° paramètre : mémoire des agents

Le deuxième modèle nous a permis de préciser plusieurs paramètres :

- 1° paramètre : 2 actifs (action et bond)
- 2° paramètre : aversion au risque de l'agent
- 3° paramètre : mémoire des agents

Finalement, l'initialisation "fully randomised" donne des résultats convaincants



Pour aller plus loin :

Conclusion

Les résultats convaincants du second modèle montrent donc qu'il est désormais nécessaire de considérer le modèle de l'agent représentatif comme obsolète. [ML95]

Pour aller plus loin :

Conclusion

Les résultats convaincants du second modèle montrent donc qu'il est désormais nécessaire de considérer le modèle de l'agent représentatif comme obsolète. [ML95]


- On peut par exemple utiliser une équation de diffusion pour modéliser le carnet d'ordre et en déduire les prix.


Les résultats convaincants du second modèle montrent donc qu'il est désormais nécessaire de considérer le modèle de l'agent représentatif comme obsolète. [ML95]

- On peut par exemple utiliser une équation de diffusion pour modéliser le carnet d'ordre et en déduire les prix.
- On peut utiliser aussi la relation :

$$\text{rendement} = \alpha + \beta * \text{benchmark} + \xi$$

- Ou encore des processus stochastiques tels que le processus de Ornstein-Uhlenbeck (mean-reverting)

- 

Irene Giardina and Jean-Philippe Bouchaud.
 Bubbles, crashes and intermittency in agent based market models.
 (0206222), 2018.
- 

Sorin Solomon Moshe Levy, Haim Levy.
 Microscopic simulation of the stock market : the effect of microscopic diversity.
JOURNAL DE PHYSIQUE, 1(8), 1995.



Financial markets *Merci*