

1 Stabilité d'un système linéaire

Définition : Un système est dit stable si sa réponse à une entrée bornée l'est.

Critère sur les pôles de la FTBF :

Un SLCI est stable ssi tous les pôles de sa fonction de transfert sont à partie réelle négative.

Critère de Routh :

Pour un système dont la FT s'écrit : $H(p) = \frac{N(p)}{D(p)}$ avec

$$D(p) = a_0 + a_1p + \dots + a_np^n.$$

On établit le tableau :

p^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	\dots
p^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	\dots
p^{n-2}	$b_{2,0}$	$b_{2,1}$	$b_{2,2}$	\dots
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
p^0	$b_{n,0}$	—	—	\dots

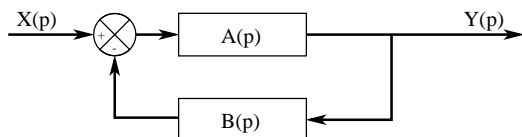
Avec $b_{jk} = -\frac{1}{b_{j-1,0}} \begin{vmatrix} b_{j-2,0} & b_{j-2,k+1} \\ b_{j-1,0} & b_{j-1,k+1} \end{vmatrix}$

Le système est stable ssi tous les éléments de la première colonne du tableau sont strictement de même signe.

- Le nombre de changement de signe dans la première colonne est nombre de racines de $D(p)$ à partie réelle positives
- Chgmt de signe ou 0 dans la première colonne \Rightarrow instable.

2 Stabilité d'un système bouclé

Pour étudier la stabilité d'une FTBF on s'intéresse à la FTBO.



$$FTBO(p) = A(p)B(p) \quad FTBF(p) = \frac{FTBO(p)}{1 + FTBO(p)} \quad \frac{1}{B(p)}$$

Critère du revers :

Pour un système dont la FTBO n'admet pas de pôle à partie réelle strictement positive :

Le système en BF est stable ssi

- La phase de sa FTBO est supérieure à $-\pi$ lorsque son gain est de 0 dB
- Le gain de sa FTBO est inférieur à 0 dB lorsque sa phase est de $-\pi$

Marges :

- **Marge de gain :** $m_G = -20 \log |FTBO(j\omega_{-\pi})|$
Valeur minimale communément admise : 12 dB
- **Marge de phase :** $m_\varphi = \pi + \arg(FTBO(j\omega_{0dB}))$
Valeur minimale communément admise : $\frac{\pi}{4}$

Les systèmes sont maintenant supposés stables.
(Nécessaire pour l'étude de précision, rapidité)

3 Précision d'un système linéaire

Précision : caractérisée par l'écart entre sortie attendue et sortie obtenue.

En régime permanent :

- **Échelon :** erreur indicielle ou de position
- **Rampe :** erreur de trainage ou de poursuite

Critère : Si l'entrée et la sortie d'un système de fonction de transfert $H(p)$ sont comparables :

Le système ne pourra être stable que si le gain statique de $H(p)$ vaut 1.

4 Précision d'un système asservi

La FTBO d'un système peut s'écrire :

$$FTBO(p) = \frac{K}{p^\alpha} \frac{1 + \sum_{i=1}^n a_i p^i}{1 + \sum_{i=1}^m b_i p^i}$$

Avec $\alpha \geq 0$ nb d'intégrateurs et K gain statique (FTBO).

► α est appelé classe du système (nb d'intégrateurs FTBO)

Erreur statique ε_s du système :

$$\text{Définie par } \varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) - y_r(t)$$

(Avec $x(t)$ entrée, $y_r(t)$ image de retour de l'entrée)

$$\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p}{1 + \frac{K}{p^\alpha}} X(p)$$

Erreur statique en fonction de l'entrée et de la classe :

	0	1	2	3
$au(t)$	$\frac{a}{1+K}$	0	0	0
$atu(t)$	∞	$\frac{a}{K}$	0	0
$at^2u(t)$	∞	∞	$\frac{2a}{K}$	0
$at^3u(t)$	∞	∞	∞	$\frac{6a}{K}$

Erreur statique due à une perturbation :

L'erreur statique d'une perturbation ne peut être éliminée que s'il y a, **en amont** de la perturbation, un nombre d'intégrateurs supérieur ou égal au degré de la perturbation.

- Perturbation en échelon, intégrateur en amont
- Perturbation en rampe, 2 intégrateurs en amont ...

5 Rapidité

Critère : Plus $t_{5\%}$ est petit, plus le système est rapide.

Critère : Plus la BP est grande, plus le système est rapide.

Pour un système bouclé :

► La BP à -3 dB de la FTBF peut être approximé par la BP à 0 dB de la FTBO.

Critère : Plus la BP à 0 dB de la FTBO est grande, plus le système est rapide.