

Eksamen i matematikk III

15. mai 2019

Tillatte hjelpemidler: Alle programmer og filer på egen PC. Kursets Canvas-rom med lenker. Alle trykte og håndskrevne notater. Kalkulator. Besvarelsen skal leveres på papir.

1

(20%) I en spill-scene i xy-planet er tre like fiender plassert på posisjonene $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$, $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ og $(\frac{5}{2}, 2)$. En strategi for spilleren er å finne en rett linje som er optimal med hensyn på avstand mellom spiller og fiender, og bevege seg mellom fiendene langs denne linjen. Dette kan løses ved bruk av minste kvadraters metode.

- a) Tegn figur og sett opp matrisen og vektoren som er kalt henholdsvis \mathbf{A} og \mathbf{y} i forelesningsnotater for kurset.
- b) Bestem ligningen for den rette linjen som spilleren skal bevege seg langs.

Hint: For en 2x2 matrise $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ er $\mathbf{B}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

2

(20%) I en annen spill-scene i xy-planet er fire trofeer/items plassert på posisjonene (0,1), (1,2), (2,0) og (4,2). En NPC skal patruljere langs et tredjegrads-polynom som interpolerer disse punktene.

- a) Sett opp interpolasjonsproblemet på formen $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$ hvor \mathbf{A} er en 4x4 matrise og \mathbf{x} og \mathbf{b} er 4-dimensjonale vektorer.
- b) Bestem ligningen for tredjegradspolynomet som interpolerer punktene.

3

(40%) Vi har nå en spill-scene med de samme trofeene og posisjonene som i oppgave 2. Her skal NPC-en patruljere langs en kubisk Bezier-kurve med kontrollpunkter $A=(0,1)$, $B=(1,2)$, $C=(4,2)$ og $D=(2,0)$. Kontrollpunktene til Bezier-kurven er altså de samme punktene som interpolasjonspunktene i oppgave 2, men i en annen rekkefølge.

- a) Tegn opp kontrollpolygonet. Vis hvordan du bruker deCasteljau algoritmen til å finne punktet på kurven som svarer til parameterverdien $t = \frac{1}{2}$ og skisser kurven.
- b) Bruk deCasteljau algoritmen til å regne ut kordinatene til dette punktet.

Vi antar videre at punktene $(0,0)$, A , $(0,2)$, B , D , $(4,0)$, C er noder (vertices) til en triangulering for området $[0,4] \times [0,2]$ i xy -planet. Nevnte rekkefølge definerer indekseringen til nodene.

- c) Sett opp en triangulering med noder og naboer for disse trekantene. DCB skal utgjøre en av trekantene.

Anta at hver node har en z -verdi gitt ved funksjonen $f(x, y) = xy$ og at z -verdien for alle andre punkter skal regnes ut ved hjelp av trianguleringsstrukturen. NPC-en skal altså patruljere langs en kubisk Bezierkurve i xy -planet. Men vi gir den i tillegg en høyde slik at den patruljerer på en flate satt sammen av trekanter.

- d) Regn ut z -verdien til NPC-en for parameterverdi $t = \frac{1}{2}$. (Hint: punktet ligger i trekant DCB).

4

(10%) La $t_0 = 0$, $t_1 = 0$, $t_2 = 2$, $t_3 = 2$. Bestem $B_{0,1}(t)$, $B_{1,1}(t)$ og $B_{0,2}(t)$.

5

(10%) Et spill er definert som følger:

- Det er to spillere og fem stabler med brikker.
- Ett trekk består i å fjerne en eller flere brikker fra *en* av stablene.
- Spillerne trekker annenhver gang.
- Den som tømmer den siste stabelen vinner (slik at det ikke er flere brikker igjen).

Vi kaller stablene A , B , C , D og E . Antall brikker i hver stabel er: $A: 20$, $B: 5$, $C: 14$, $D: 22$ og $E: 16$. Avgjør om neste spiller kan vinne og bestem i så fall hvilke(t) trekk hun må gjøre.