

# Odhady novokeynesiánské Phillipsovy křivky

A. Cihlář, H. Drdlová, K. Foltýnová, N. Gregušková, A. Ténai<sup>1</sup>

14. května 2021

**Abstrakt:** Tato práce si dává za cíl blíže prozkoumat vztah mezi nezaměstnaností a inflací v Německu pomocí NKPC. V práci jsou využité odhady pomocí metod GMM, NLS a ML. Tyto odhady blíže objasňujeme a následně je mezi sebou porovnáváme. Specifikace a modifikace Phillipsovy křivky, které využíváme, jsme získali z článku Galího a Gertlera (1999).

**Klíčová slova:** Novokeynesiánská Phillipsova křivka; Inflace; HDP

**JEL klasifikace:** C01, C02, E24, E31

## 1 Úvod

Cílem práce je replikace odhadů novokeynesiánské Phillipsovy křivky (NKPC) na základě článku Galího a Gertlera „Inflation dynamics: A structural econometric analysis“, jenž se zabývá několika metodami jejího odhadu. Na naší vybrané ekonomice Německa se pokusíme o různé varianty odhadů novokeynesiánské Phillipsovy křivky. Odhady budou prováděny zobecněnou metodou momentů (GMM), nelineárních nejmenších čtverců (NLS) a metodou maximální věrohodnosti (ML).

## 2 Ekonometrický model

Galí a Gertler (1999) vyvinuli a odhadovali strukturální model Phillipsovy křivky, který má tři charakteristické rysy. Namísto mezery výstupu dle dosavadní teorie použili ve své empirické části míru reálných mezních nákladů. Přínosem využití reálných mezních nákladů je skutečnost, že přímo odpovídá dopadu zvýšení produktivity na inflaci. Dále rozšířili základní teorii o podskupinu firem, které stanovují ceny na základě chování v minulosti, což autorům umožnilo testovat, jakým způsobem dochází k nastavení cen. Tento výsledek je poté porovnán s výsledky modelu obsahující pouze firmy, které stanovují své ceny na základě budoucího očekávání. Míra odklonění potom přináší informaci o setrvačnosti inflace. Původní Phillipsova křivka do podoby NKPC je rozšířena o racionální očekávání a přítomnost rigidit.

Začneme s definováním míry strnulosti cen  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{(1 - \theta)(1 - \beta\theta)}{\theta}, \quad (2.1)$$

---

<sup>1</sup>Masarykova univerzita, Ekonomicko-správní fakulta, obor: Matematické a statistické metody v ekonomii, 468087@mail.muni.cz, 474565@mail.muni.cz, 460912@mail.muni.cz, 455654@mail.muni.cz, 445266@mail.muni.cz

kde parametr  $\theta$  představuje pravděpodobnost, se kterou firmy nemohou změnit cenu produkováného zboží. Parametr  $\theta$  rovný nule odpovídá skutečnosti s dokonale pružnými cenami. Prostřednictvím vztahu  $\frac{1}{1-\theta}$  jsme schopni spočítat cenovou strnulost.

Nejdříve provedeme odhad modelu vpřed hledící NKPC, která je ve tvaru:

$$\pi_t = \lambda s_t - \beta E_t\{\pi_{t+1}\}. \quad (2.2)$$

V případě redukované podoby dostáváme následující podmínku:

$$E_t\{(\pi_t - \lambda s_t - \beta \pi_{t+1})z_t\} = 0, \quad (2.3)$$

kde  $\pi_t$  představuje míru inflace v čase  $t$ ,  $\lambda$  prezentuje míru strnulosti cen,  $\beta$  je subjektivní diskontní faktor, hodnota blízká 1 vypovídá o závislosti míry inflace v čase  $t$  na hodnotě v čase  $t + 1$ ,  $s_t$  odpovídá procentní odchylce reálných mezních nákladů od svého ustáleného stavu a  $z_t$  je vektor proměnných dostupných do času  $t$ .

Oproti tomu strukturální podoba vpřed hledící NKPC může mít v závislosti na definování podmínek ortogonalit následující dvě specifikace:

$$E_t\{\theta \pi_t - (1 - \theta)(1 - \beta \theta)s_t - \theta \beta \pi_{t+1}\}z_t = 0 \quad (2.4)$$

$$E_t\{(\pi_t - \theta^{-1}(1 - \theta)(1 - \beta \theta)s_t - \beta \pi_{t+1})z_t\} = 0 \quad (2.5)$$

Pro vhodnější zachycení dynamiky inflace byla vyvinuta hybridní NKPC s parametry  $mc_t$  představující procentní odchylku reálných mezních nákladů firem od svého ustáleného stavu a  $\omega$  značící podíl firem stanovující ceny produkce dle minulého chování cen, která ve své redukované podobě nabývá tvaru:

$$\pi_t = \lambda mc_t + \gamma_f E_t\{\pi_{t+1}\} + \gamma_b \pi_{t-1}, \quad (2.6)$$

kde

$$\begin{aligned} \lambda &= (1 - \omega)(1 - \theta)(1 - \beta \theta)\phi^{-1}, \\ \gamma_f &= \beta \theta \phi^{-1}, \\ \gamma_b &= \omega \phi^{-1}, \\ \phi &= \theta + \omega\{1 - \theta(1 - \beta)\}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Strukturální podoba hybridní NKPC opět vychází ze stanovení 2 podmínek ortogonalit:


$$E_t\{(\phi \pi_t - (1 - \omega)(1 - \theta)(1 - \beta \theta)s_t - \theta \beta \pi_{t+1})z_t\} = 0 \quad (2.8)$$

$$E_t\{(\pi_t - (1 - \omega)(1 - \theta)(1 - \beta \theta)\phi^{-1}s_t - \theta \beta \phi^{-1}\pi_{t+1})z_t\} = 0 \quad (2.9)$$

### 3 Data

Pro vypracování zadaného úkolu byly z databáze OECD staženy potřebné sezonně očištěné časové řady čtvrtletní frekvence. Deflátor HDP byl skrze rozdíl logaritmů transformován do podoby tempa růstu. Časová řada reálného HDP byla pomocí logaritmování a Hodrick-Prescottova

filtru (HP filtr) upravena, abychom získali řadu procentních odchylek od ustáleného stavu. Rovněž byl HP filtr využit v případě řady reálných jednotkových mzdových nákladů. Následně jako rozdíl dlouhodobé a krátkodobé úrokové míry jsme získali úrokové rozpětí. V neposlední řadě potřebujeme vývoj mzdové inflace, kterou aproximujeme časovou řadou definovanou procentní změnou podílu hodinové mzdové sazby a HDP na pracovníka. Datový soubor závěrem obohacujeme časovou řadou představující inflace cen komodit.

Datový vzorek obsahuje 119 pozorování pro 6 sledovaných proměnných, a to od 2. čtvrtletí 1991 do 4. čtvrtletí 2020 pro krajinu Německo. Pro vhodnější porovnání vývoje námi vybraných proměnných v rámci pozorovaného období jsou modifikované stacionární řady vykresleny na obrázku 1. Za účelem vypracování dané problematiky byl sestaven skript v Gretlu a , které jsou přílohou této práce. Využité proměnné jsou vysvětlené v následující tabulce 1.

| Proměnná | Vysvětlení                      |
|----------|---------------------------------|
| pi_def   | Tempo růstu podle deflátoru HDP |
| gdp      | Reálné HDP, sezonně očištěno    |
| ulc      | Jednotkové mzdové náklady       |
| ir       | Rozpětí úrokové míry            |
| pi_w     | Mzdová inflace - aproximace     |
| pi_c     | Inflace komodit                 |

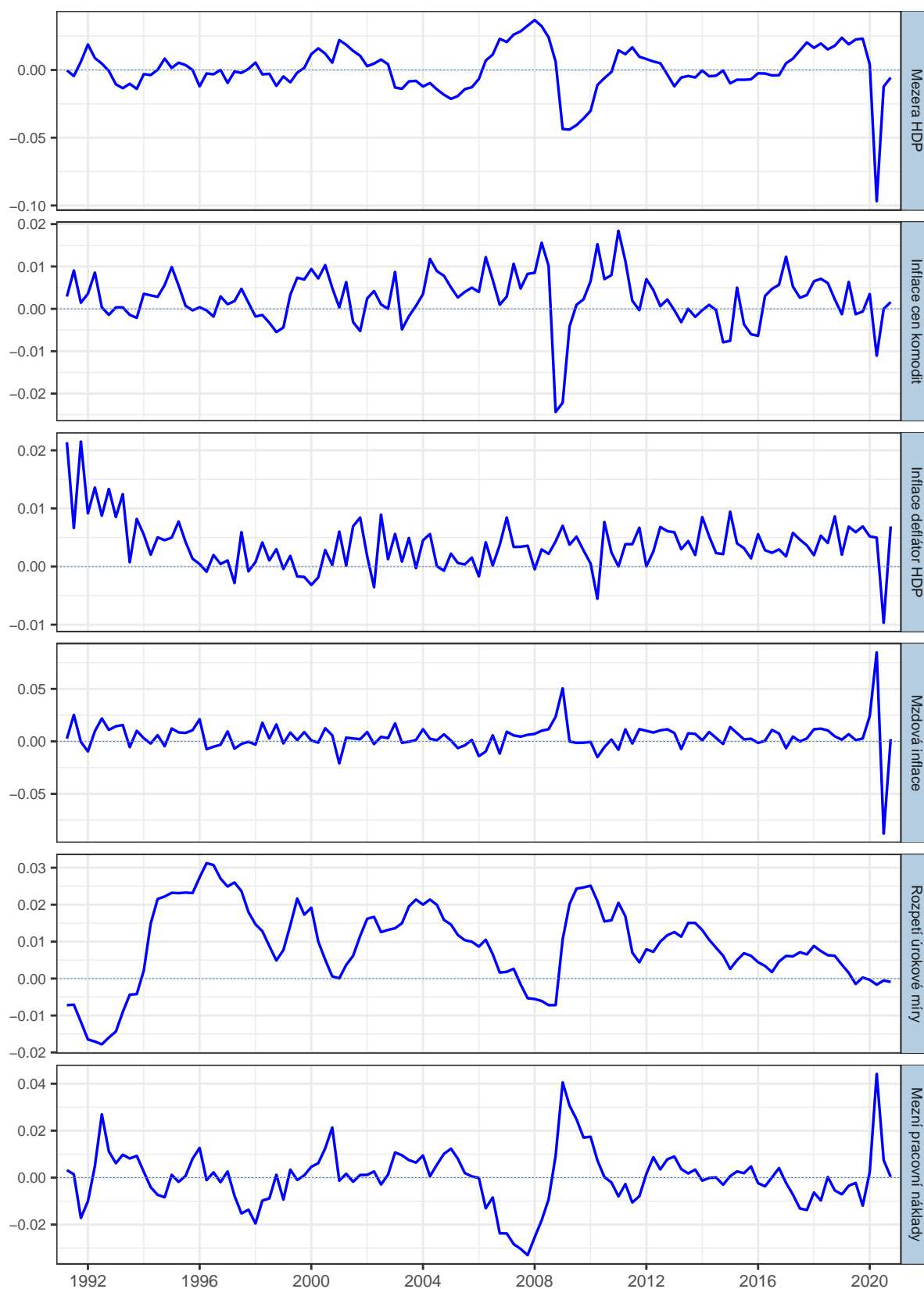
Tabulka 1: Využité proměnné

## 4 Empirické výsledky

### 4.1 Odhady metodou zobecněných nejmenších čtverců

Dle ekonomické teorie byla sestavena matice vah pomocí matice instrumentů, která je složena z řad jednotlivých proměnných se zpožděním od 1. do 4. řádu. Po definování potřebných proměnných a nastavení počátečních parametrů v souladu se cvičením jsme provedli odhady redukované formy modelu vpřed hledící NKPC dle modelové specifikace 2.2 na základě podmínky 2.3. Nejprve jsme využili řadu mezer jednotkových mzdových nákladů jako aproximaci mezery reálných mezních nákladů, výsledky odhadu metodou GMM se nachází v tabulce 2.

Následně porovnejme výsledky odhadu metodou GMM po použití mezery výstupu pro aproximaci mezery reálných mezních nákladů, viz tabulka 3. V souladu s teorií bychom očekávali statistickou významnost u obou parametrů, což nepozorujeme v obou případech u koeficientů  $\lambda$ . Teorie předpokládá kladnou hodnotu parametru  $\lambda$ , kterou pozorujeme při použití jednotkových mzdových nákladů. Záporná hodnota v případě mezery výstupu popírá ekonomickou teorii, v takovém případě nejsme schopni vysvětlit míru inflace pomocí aproximace mezery reálných mezních nákladů. Tudíž budeme pro další odhady uvažovat už jenom jednotkové mzdové náklady, které jsou více konzistentní s teorií.



Obrázek 1: Vývoj modifikovaných časových řad

Hodnota parametru  $\beta$  blízká 1 hovoří o závislosti míry inflace v čase  $t$  na její budoucí hodnotě v čase  $t + 1$ . U obou odhadů pozorujeme statistickou významnost na 1% hladině významnosti.

| <i>Model: <math>e_t \sim \pi_t - \lambda \cdot ulc_t - \beta \cdot \pi_{t+1}</math></i> |                 |                   |                |                           |
|---|-----------------|-------------------|----------------|---------------------------|
|   | <b>Estimate</b> | <b>Std. Error</b> | <b>z-value</b> | <b>p-value</b>            |
| $\lambda$   | 0,0252          | 0,0223            | 1,131          | 0,2583                    |
| $\beta$   | 1,0590          | 0,0536            | 19,76          | $7,16 \cdot 10^{-87}$ *** |
| Signif. codes: 0,01 '***' 0,05 '**' 0,1 '*'   |                 |                   |                |                           |
| Kritérium GMM: Q = 0,1238 (TQ = 14,1178)  |                 |                   |                |                           |
| J test: Chí-kvadrát(18) = 14,1178 [0,7214]  |                 |                   |                |                           |

Tabulka 2: Odhad vpřed hledící NKPC v redukované podobě s proměnnou ULC

Avšak dostáváme hodnoty mírně převyšující 1, které jsme neočekávali, což hovoří, že si o trochu více ceníme spotřeby příště než dnes. Analýzu jsme doplnili testováním nulové hypotézy  $H_0 : \beta = 1$  oproti oboustranné alternativě, p-hodnota rovna 0,271031 nezamítá hypotézu a připouští tak jedničkovou hodnotu diskontního faktoru. P-hodnoty Q statistiky v obou případech nezamítají nulovou hypotézu o tom, že není v datech přítomna autokorelace, což nevypovídá o opomenutí dynamiky v modelu. Rovněž jsme provedli J-test, kdy je testována nulová hypotéza o správnosti momentových podmínek, velké p-hodnoty nezamítají nulovou hypotézu.

| <i>Model: <math>e \sim \pi - \lambda \cdot gap - \beta \cdot \pi_{t+1}</math></i> |                 |                   |                |                            |
|---|-----------------|-------------------|----------------|----------------------------|
|   | <b>Estimate</b> | <b>Std. Error</b> | <b>z-value</b> | <b>p-value</b>             |
| $\lambda$   | -0,0239         | 0,0162            | -1,477         | 0,1397                     |
| $\beta$   | 1,0687          | 0,0494            | 21,63          | $8,23 \cdot 10^{-104}$ *** |
| Signif. codes: 0,01 '***' 0,05 '**' 0,1 '*'                                       |                 |                   |                |                            |
| Kritérium GMM: Q = 0,1235 (TQ = 14,0832)  |                 |                   |                |                            |
| J test: Chí-kvadrát(18) = 14,0832 [0,7237]  |                 |                   |                |                            |

Tabulka 3: Odhad vpřed hledící NKPC v redukované podobě s proměnnou Gap

Pokračovali jsme odhady strukturální podoby vpřed hledící NKPC dle rovnice 2.4 v tabulce 4 a 2.5 v tabulce 5 metodou GMM. Počáteční podmínku pro podíl firem, které mohou měnit své ceny, jsme nastavili dle cvičení ( $\theta = 0,5$ ). Pro oba odhadované parametry v obou případech zamítáme na 1% hladině významnosti nulovou hypotézu o jejich nulovosti. Podíl firem, které nemohou měnit své ceny je 75 % (83 %), zatímco zbývající firmy mohou změnit své ceny na základě budoucího očekávání. Z odhadů koeficientů  $\theta$  můžeme odhadnout průměrnou dobu trvání kontraktů, podle první specifikace 2.4 pozorujeme délku 4 čtvrtletí, zatímco v případě druhé specifikace 2.5 je průměrná doba fixních cen dokonce téměř 6 čtvrtletí.

Opět v obou situacích vidíme statisticky významné odhady parametru  $\beta$  na 1% hladině významnosti. Pozorujeme mírně vyšší hodnoty koeficientů  $\beta$  než 1, podobně jako tomu bylo u předchozích odhadů. Doplnili jsme otestování nulové hypotézy  $H_0 : \beta = 1$  vůči oboustranné alternativě. V prvním případě dle rovnice 2.4 bychom na 5% hladině významnosti nezamítli nulovou hypotézu (na 10% bychom zamítli). Ve druhém případě dle rovnice 2.5 dostáváme podstatně vyšší p-hodnotu po testování stejného omezení. U obou odhadů p-hodnoty Q statistiky (0,7178, příp. 0,7214) nezamítají nulovou hypotézu o nepřítomnosti autokorelace na obvyklých

hladinách významnosti, přesto 1. zpoždění z korelogramu, který je vykreslen v rámci přiloženého skriptu, naznačovalo, že mohla být opomenuta existence další proměnné/proměnných v modelu. Na závěr doplníme analýzu J-testem, kdy velké p-hodnoty nezamítají nulovou hypotézu.

$$Model: e_t \sim \theta \cdot \pi_t - (1 - \theta) \cdot (1 - \beta\theta) \cdot ulc_t - \beta\theta \cdot \pi_{t+1}$$

|          | <b>Estimate</b> | <b>Std. Error</b> | <b>z-value</b> | <b>p-value</b>         |     |
|----------|-----------------|-------------------|----------------|------------------------|-----|
| $\theta$ | 0,7490          | 0,0335            | 22,35          | $1,31 \cdot 10^{-110}$ | *** |
| $\beta$  | 1,0988          | 0,0571            | 19,24          | $1,74 \cdot 10^{-82}$  | *** |

Signif. codes: 0,01 '\*\*\*' 0,05 '\*\*' 0,1 '\*'

---

Kritérium GMM: Q = 0,1243 (TQ = 14,1721)

J test: Chí-kvadrát(18) = 14,1721 [0,7178]

Tabulka 4: Odhad vpřed hledící NKPC ve strukturální podobě (rovnice 2.4)

$$Model: e_t \sim \pi_t - \theta^{-1} \cdot (1 - \theta) \cdot (1 - \beta\theta) \cdot ulc_t - \beta \cdot \pi_{t+1}$$

|          | <b>Estimate</b> | <b>Std. Error</b> | <b>z-value</b> | <b>p-value</b>        |     |
|----------|-----------------|-------------------|----------------|-----------------------|-----|
| $\theta$ | 0,8290          | 0,0513            | 16,14          | $1,24 \cdot 10^{-58}$ | *** |
| $\beta$  | 1,0590          | 0,0536            | 19,76          | $7,16 \cdot 10^{-87}$ | *** |

Signif. codes: 0,01 '\*\*\*' 0,05 '\*\*' 0,1 '\*'

---

Kritérium GMM: Q = 0,12384 (TQ = 14,1177)

J test: Chí-kvadrát(18) = 14,1177 [0,7214]

Tabulka 5: Odhad vpřed hledící NKPC ve strukturální podobě (rovnice 2.5)

Navázali jsme odhady hybridní NKPC ve své redukované podobě dle modelové specifikace 2.6 a 2.7. Přidáním kromě budoucí hodnoty míry inflace i její zpoždění bychom mohli lépe popsat dynamiku inflace, rovněž úprava zmírňuje autokorelaci. Počáteční hodnoty parametrů  $\gamma_f = 0,6$ ,  $\gamma_b = 0,3$  byly nastaveny dle cvičení. Prostřednictvím iteračního výpočtu byly odhadnuty požadované parametry, výstupy jsou k dispozici v tabulce 6. Všimněme si, že parametry  $\lambda$ ,  $\gamma_b$  nemají statisticky významný vliv. Oproti tomu parametr  $\gamma_f$  zastupující odhad vlivu budoucí inflace je statisticky významný na 1% hladině významnosti. Jeho hodnotu bychom očekávali mezi 0 a 1, avšak je mírně nad tímto intervalem, hypotézu  $H_0 : \gamma_f = 1$  ale nezamítáme. Výstup Q statistiky nám opět nenaznačuje přítomnost autokorelace. Doplněn je rovněž J-test, dle kterého nezamítáme nulovou hypotézu o platnosti instrumentů. Testována byla omezení nulové hypotézy  $H_0 : \gamma_f = 1$  a  $\gamma_b = 0$ , která nebyla p-hodnotou (0,5307) zamítnuta. Model tedy implikuje, že v ekonomice neexistují žádné firmy stanovující své ceny na základě cen minulých a dynamiku inflace je možné modelovat pomocí vpřed hledícího modelu Phillipsovy křivky.

Podívejme se nyní na výstupy odhadu strukturální podoby hybridní NKPC dle rovnice 2.8 v tabulce 7 a 2.9 v tabulce 8. Parametr  $\omega$  reprezentuje podíl vzad hledících firem. V obou odhadech je jeho hodnota záporná, v první specifikaci dokonce statisticky významně, což je samozřejmě v rozporu s předpoklady, podle kterých by měl parametr nabývat hodnot mezi nulou a jednou. Tento nesoulad pozorujeme u modelu, který má stejné podmínky ortogonalit jako model 4, kde nás zaskočila hodnota koeficientu  $\beta$  statisticky významně vyšší než 1 (na hladině 10 %). Je tedy

$$Model: e_t \sim \pi_t - \lambda \cdot ulc_t - \gamma_f \cdot \pi_{t+1} - \gamma_b \cdot \pi_{t-1}$$

|   | <b>Estimate</b> | <b>Std. Error</b> | <b>z-value</b> | <b>p-value</b>        |     |
|---|-----------------|-------------------|----------------|-----------------------|-----|
| $\lambda$                                   | 0,0249          | 0,0229            | 1,086          | 0,2774                |     |
| $\gamma_f$                                  | 1,1004          | 0,1298            | 8,475          | $2,34 \cdot 10^{-17}$ | *** |
| $\gamma_b$                                  | -0,0375         | 0,1056            | -0,3549        | 0,7227                |     |
| Signif. codes: 0,01 '***' 0,05 '**' 0,1 '*' |                 |                   |                |                       |     |
| Kritérium GMM: Q = 0,1228 (TQ = 13,9984)    |                 |                   |                |                       |     |
| J test: Chí-kvadrát(17) = 13,9984 [0,6672]  |                 |                   |                |                       |     |

Tabulka 6: Odhad hybridní NKPC v redukované podobě (rovnice 2.6, 2.7)

zřejmé, že volba momentových podmínek je u odhadu zobecněnou metodou momentů zásadní. Druhý model (8) s validními odhady koeficientů (při zohlednění směrodatných chyb) nevypovídá o přítomnosti vzad hledících firem a potvrzují se tak předchozí závěry. Vysoké hodnoty signifikantních odhadů parametru  $\theta$  hovoří o vyšším průměrném trvání uzavřeného kontraktu. Podíl firem, které nemohou měnit své ceny, je 80 % (83,4 %).

U parametrů  $\beta$  byla opět testována statistická významnost odlišnosti od jedné, v prvním případě (model 7) zamítáme nulovou hypotézu na 5% hladině, v druhém případě (model 8) nezamítáme. Znovu se tedy přikláníme k využití druhé specifikace (2.9). Rovněž byla testována nulová hypotéza o nepřítomnosti autokorelace, velké p-hodnoty Q statistiky nezamítají nulovou hypotézu. P-hodnoty provedeného J-testu podporují nulovou hypotézu o platnosti instrumentů.

$$Model: e_t \sim \phi \cdot \pi_t - \lambda \cdot ulc - \gamma_f \cdot \pi_{t+1} - \gamma_b \cdot \pi_{t-1}$$

|   | <b>Estimate</b> | <b>Std. Error</b> | <b>z-value</b> | <b>p-value</b>         |     |
|---|-----------------|-------------------|----------------|------------------------|-----|
| $\theta$                                    | 0,7999          | 0,0355            | 22,51          | $3,32 \cdot 10^{-112}$ | *** |
| $\omega$                                    | -0,2738         | 0,0518            | -5,285         | $1,26 \cdot 10^{-7}$   | *** |
| $\beta$                                     | 1,0775          | 0,0389            | 27,68          | $1,18 \cdot 10^{-168}$ | *** |
| Signif. codes: 0,01 '***' 0,05 '**' 0,1 '*' |                 |                   |                |                        |     |
| Kritérium GMM: Q = 0,123105 (TQ = 14,034)   |                 |                   |                |                        |     |
| J test: Chí-kvadrát(18) = 14,034 [0,6647]   |                 |                   |                |                        |     |

Tabulka 7: Odhad hybridní NKPC ve strukturální podobě (rovnice 2.8)

$$\text{Model: } e_t = \pi_t - \lambda \cdot ulc_t - \gamma_f \cdot \pi_{t+1} - \gamma_b \cdot \pi_{t-1}$$

|          | <b>Estimate</b> | <b>Std. Error</b> | <b>z-value</b> | <b>p-value</b>        |     |
|----------|-----------------|-------------------|----------------|-----------------------|-----|
| $\theta$ | 0,8342          | 0,0531            | 15,70          | $1,62 \cdot 10^{-55}$ | *** |
| $\omega$ | -0,0301         | 0,0819809         | -0,3669        | 0,7137                |     |
| $\beta$  | 1,0588          | 0,0512            | 20,68          | $5,62 \cdot 10^{-95}$ | *** |

Signif. codes: 0,01 '\*\*\*' 0,05 '\*\*' 0,1 '\*'

Kritérium GMM: Q = 0,1228 (TQ = 13,9984)

J test: Chí-kvadrát(17) = 13,9984 [0,6672]

Tabulka 8: Odhad hybridní NKPC ve strukturální podobě (rovnice 2.9)

## 4.2 Dlouhodobá vertikálita

Nyní otestujeme dlouhodobou vertikálitu. Chceme tedy otestovat redukovaný model hybridní NKPC podle modelové specifikace 2.6 restrikcí  $\beta = 1$  resp.  $\gamma_f + \gamma_b = 1$  a strukturální model hybridní NKPC podle modelové specifikace 2.9 restrikcí  $\beta = 1$ .

$$\text{Model: } e_t \sim \pi_t - \lambda \cdot ulc_t - \gamma_f \cdot \pi_{t+1} - (1 - \gamma_f) \cdot \pi_{t-1}$$

|            | <b>Estimate</b> | <b>Std. Error</b> | <b>z-value</b> | <b>p-value</b>        |     |
|------------|-----------------|-------------------|----------------|-----------------------|-----|
| $\lambda$  | 0,0278          | 0,0201            | 1,389          | 0,1649                |     |
| $\gamma_f$ | 0,9517          | 0,0984            | 9,667          | $4,16 \cdot 10^{-22}$ | *** |

Signif. codes: 0,01 '\*\*\*' 0,05 '\*\*' 0,1 '\*'

Kritérium GMM: Q = 0,1295 (TQ = 14,7667)

J test: Chí-kvadrát(18) = 14,7667 [0,6779]

Tabulka 9: Odhad redukované podoby hybridní NKPC s omezením  $\beta = 1$  (2.6 s omezením)

V tabulce 9 se nachází omezený redukovaný model hybridní NKPC. Z dané restrikce nám stačí odhadnout pouze jeden z  $\gamma$  parametrů, jelikož druhý je doplňkem do 1. My jsme si zvolili parametr  $\gamma_f$ , který nabývá hodnoty 0,9517. Parametr  $\lambda$  je roven 0,0278 a není statisticky významný.

V tabulce 10 se nachází omezený strukturální model hybridní NKPC. Parametr  $\theta$  nabývá hodnoty 0,8397 a je statisticky významný na hladině významnosti 1 %. Parametr  $\omega$  je roven 0,0426 a je statisticky nevýznamný.

V tabulce 11 se nachází odhady parametrů modelů neomezených a omezených hybridních modelů 2.6 a 2.9 pro jejich porovnání. Vidíme, že hodnota ani statistická významnost se u parametru  $\lambda$  nijak výrazně nezměnily. Parametr je v obou případech statisticky nevýznamný a jeho hodnota se liší pouze v tisícinách. Parametr  $\gamma_f$  je v obou případech statisticky významný na hladině významnosti 1 %, nyní už díky omezení spadá do intervalu od 0 do 1. Hodnota parametru  $\theta$  se také v omezeném modelu nijak zvlášť nezměnila, liší v desetinných místech - v tisícinách. Nicméně je v obou případech statisticky významný na hladině významnosti 1 %. Parametr  $\omega$  v omezeném modelu nabývá kladné hodnoty 0,0426, což by nyní mohlo vypovídat o přítomnosti velmi malého podílu vzad hledících firem.



$$Model: e_t \sim \pi_t - \lambda \cdot ulc_t - \gamma_f \cdot \pi_{t+1} - \gamma_b \cdot \pi_{t-1}$$

|   | Estimate | Std. Error | z-value | p-value               |     |
|---|----------|------------|---------|-----------------------|-----|
| $\theta$                                    | 0,8397   | 0,0529     | 15,88   | $9,05 \cdot 10^{-57}$ | *** |
| $\omega$                                    | 0,0426   | 0,0909     | 0,4693  | 0,6389                |     |
| Signif. codes: 0,01 '***' 0,05 '**' 0,1 '*' |          |            |         |                       |     |
| Kritérium GMM: Q = 0,1295 (TQ = 14,7667)    |          |            |         |                       |     |
| J test: Chí-kvadrát(18) = 14,7667 [0,6779]  |          |            |         |                       |     |

Tabulka 10: Odhad strukturální podoby hybridní NKPC s restrikcí  $\beta = 1$  (2.9 s omezením)

| Koeficient | GMM (2.6) | GMM (2.6 - $\beta = 1$ ) | GMM (2.9) | GMM (2.9 - $\beta = 1$ ) |
|------------|-----------|--------------------------|-----------|--------------------------|
| $\lambda$  | 0,0249    | 0,0278                   | -         | -                        |
| $\gamma_f$ | 1,1004*** | 0,9517***                | -         | -                        |
| $\gamma_b$ | -0,0375   | $1 - \gamma_f$           | -         | -                        |
| $\theta$   | -         | -                        | 0,8342*** | 0,8397***                |
| $\omega$   | -         | -                        | -0,0301   | 0,0426                   |
| $\beta$    | -         | 1                        | 1,0588*** | 1                        |

Tabulka 11: Porovnání koeficientů neomezených a omezených hybridních modelů

### 4.3 Odhady NLS a ML

Přestože předchozí výsledky hovoří spíše ve prospěch vpřed hledící NKPC, budeme v této části pracovat s hybridní formou, jelikož jiné metody odhadu mohou přinést jiné výsledky a my bychom tak mohli přijít o zachycení části dynamiky. Odhady hybridní NKPC budou v této části obohaceny o odhady metodou nelineárních nejmenších čtverců a maximální věrohodnosti. Nejprve se blíže podíváme na redukovanou verzi odhadu dle modelové specifikace 2.6 v tabulce 12. Metody NLS a ML dávají téměř identické výsledky. Pozorujeme záporné hodnoty odhadu  $\lambda$ , což je v rozporu s teorií. Galí a Gertler (1999) zdůrazňují metodu GMM jako vhodnou v případě odhadu Phillipsovy křivky. U obou metod je identifikována statistická významnost parametrů vpřed hledícího a vzad hledícího členu na 1% hladině významnosti. Ve srovnání s odhadem GMM je sledován podstatně menší vliv budoucí inflace a větší vliv minulé inflace.

|            | GMM       | NLS       | ML        |
|------------|-----------|-----------|-----------|
| $\lambda$  | 0,0249    | -0,0098   | -0,0098   |
| $\gamma_f$ | 1,1004*** | 0,2795*** | 0,2795*** |
| $\gamma_b$ | -0,0375   | 0,3818*** | 0,3818*** |

Tabulka 12: Porovnání metod odhadu hybridní NKPC v redukované podobě (rovnice 2.6)

V tabulce 13 jsou zobrazeny hodnoty parametrů  $\theta$ ,  $\omega$  a  $\beta$  pro odhad hybridní NKPC ve strukturální podobě. Pomocí metody GMM odhadujeme 2 modely - 2.8 a 2.9, metodami NLS a ML pouze model 2.9, jelikož pro tuto podmínku ortogonalit dostáváme smysluplnější odhad koeficientu  $\beta$  v kapitole 4.1. Pokud srovnáme metodu NLS s metodou GMM, koeficient  $\beta$  je

nyní roven 0,3148 a je jako v případě GMM statisticky významný na hladině významnosti 1 %, nicméně náleží do intervalu od 0 do 1, na úkor toho ale parametr  $\theta$  přesáhl hodnotu 1, což není v souladu s teorií. Odhad metodou ML se vůbec nevydařil. Všechny odhadnuté koeficienty vyšly statisticky nevýznamné, hodnoty  $\theta$  a  $\beta$  jsou vyšší než 1, což je opět v rozporu s teorií. Vidíme, že metoda ML není vhodná. NLS pak implikuje nekonečně dlouho strnulé ceny, i o této metodě tak máme značné pochybnosti.

|          | GMM (2.8)  | GMM (2.9) | NLS (2.9) | ML (2.9) |
|----------|------------|-----------|-----------|----------|
| $\theta$ | 0,7999***  | 0,8342*** | 1,0302*** | 1,1266   |
| $\omega$ | -0,2738*** | -0,0301   | 0,4431**  | 0,6044   |
| $\beta$  | 1,0775***  | 1,0588*** | 0,3148*** | 1,5367   |

Tabulka 13: Porovnání metod odhadu hybridní NKPC ve strukturální podobě (rovnice 2.8, 2.9)

|           | Metoda NLS           |                      | Metoda ML    |                      |
|-----------|----------------------|----------------------|--------------|----------------------|
|           | Strukturální         | Redukovaná           | Strukturální | Redukovaná           |
| LL        | 18,774               | 18,774               | -0,000       | 18,774               |
| p-hodnota | $1,47 \cdot 10^{-5}$ | $1,47 \cdot 10^{-5}$ | 1,000        | $1,47 \cdot 10^{-5}$ |

Tabulka 14: Test věrohodnostního poměru hybridní NKPC

K testování dlouhodobé vertikality hybridní NKPC byl využitý test věrohodnostního poměru pro obě odhadové metody. Jejich výsledky jsou v tabulce 14. V případě odhadu metodou NLS je v strukturální i redukované podobě hodnota testové statistiky i p-hodnoty stejná, přičemž p-hodnota je velmi blízká nule, a tedy v obou případech zamítáme nulovou hypotézu o dlouhodobé vertikalitě. Dlouhodobou vertikality zamítáme i v odhadu hybridní NKPC metodou ML. Jediný rozdíl můžeme vidět v případě strukturální podoby hybridní NKPC odhadnuté pomocí metody ML. Dlouhodobou vertikality nezamítáme, protože p-hodnota je rovná jedné, což není zrovna hezký výsledek, ale my z toho nejsme úplně smutní. Právě naopak, chyby nás posouvají dál. Díky tomu jsme dospěli k závěru, že metody NLS a ML zřejmě dobře nepopisují data generující proces a nejsou tedy k odhadu NKPC vhodné.

## Závěr

Náplní práce byla replikace několika odhadů NKPC dle článku Galího a Gertlera (1999) metodami GMM, NLS a ML. Po definování ekonometrických modelů jsme provedli sérii odhadů - vpřed hledící NKPC a hybridní NKPC ve své redukované i strukturální podobě. Pro analýzu byla vybrána čtvrtletní data německé ekonomiky od 2. čtvrtletí 1991 do 4. čtvrtletí 2020. Časové řady byly upraveny do stacionární podoby odpovídající procentním odchylkám od ustálených stavů pomocí HP filtru. Rovněž byla doplněna řada úrokového rozpětí jako rozdíl dlouhodobé a krátkodobé úrokové míry.

Analýzu jsme započali s odhady pomocí zobecněné metody momentů. Nejprve byla odhadnuta vpřed hledící NKPC v redukované podobě. Díky tomu, že při použití mezery výstupu jako aproximaci mezery reálných mezních nákladů jsme pozorovali nesoulad s teorií, pro další odhady

jsme využili řadu jednotkových mzdových nákladů. Odhad diskontního faktoru  $\beta$  byl v případě redukované i strukturální podoby identifikován mírně vyšší než 1, což by značilo, že subjekty si více váží stejných hodnot v budoucnosti než v současnosti. Statisticky významně vyšší hodnoty než 1 ale koeficient nabýval pouze v jedné specifikaci momentových podmínek strukturální podoby modelu. Z výsledků odhadů jsme dopočetli podíl firem, které nemohou měnit své ceny, ve výši 75% (příp. 83%). Kromě toho můžeme odhadnout průměrnou délku trvání obchodních kontraktů, což pozorujeme v rozmezí 4 až 6 čtvrtletí. Následně jsme pokračovali hybridní formou NKPC v redukované formě, kde jsme přidali zpoždění inflace pro lepší popis její dynamiky. Zjistili jsme, že parametry  $\lambda$ ,  $\gamma_b$  jsou statisticky nevýznamné. Parametr  $\gamma_f$  naopak statisticky významný je a značí, že v ekonomice je většina firem vpřed hledících.

Dále jsme pokračovali dvěma modely strukturální podoby hybridní NKPC. V obou případech jsme nepozorovali přítomnost vzad hledících firem. Také jsme pozorovali vysoké průměrné trvání kontraktů - 5, respektive 6 čtvrtletí. Podíly firem, které nemohli měnit své ceny nabývají hodnot 80% a 83,4%. Jako i u ostatních modelů jsme pozorovali hodnotu  $\beta$  mírně vyšší než 1, což je sice v rozporu s předpokladem, ale statisticky významně vyšší než 1 byl opět pouze v jednom případě.

Poté jsme otestovali hypotézu o dlouhodobé vertikalitě na redukovaném a strukturálním hybridním modelu NKPC a porovnali omezené a neomezené modely. U redukováných modelů je parametr  $\lambda$  v obou případech statisticky nevýznamný a jeho hodnota se velmi neliší. Parametr  $\gamma_f$  již v omezeném modelu spadá do intervalu od 0 do 1. U strukturálních modelů je parametr  $\theta$  v obou případech statisticky významný a jeho hodnoty se od sebe opět velmi neliší. Parametr  $\omega$  nabývá nyní kladných hodnot, což více odpovídá teorii.

Dále jsme odhadovali hybridní NKPC metodou nelineárních nejmenších čtverců a maximální věrohodnosti. Obě metody dávají v odhadu redukované verzi velmi podobné výsledky. V porovnání s odhadem GMM sledujeme větší vliv minulé inflace a mnohem menší vliv budoucí inflace. Dále jsme srovnávali odhady hybridní NKPC ve strukturální podobě. Odhad metodou ML není vhodný, protože všechny koeficienty vyšly statisticky nevýznamné a také naprosto mimo očekávání. Ani odhadem metodou NLS jsme nedosáhli příliš uspokojivých výsledků a tak celkově upřednostňujeme stejně jako Galí a Gertler (1999) metodu GMM. Na závěr jsme se podívali na dlouhodobou vertikaltu hybridní NKPC pomocí testu věrohodnostního poměru, kde jsme nulovou hypotézu nezamítli jen v případě strukturální podoby odhadu metodou maximální věrohodnosti, vzhledem k výše zmíněným nedostatkům ale nepřikládáme těmto výsledkům velkou váhu.

## Reference

- [1] Galí, J., Gertler, M., (1999): Inflation dynamics: A structural econometric analysis. *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, vol. 44(2), p. 195–222.
- [2] Heij, Ch. & De Boer, P. & Franses, P. & Kloek, T. & Van Dijk, H. (2004): *Econometric Methods with Applications in Business and Economics*.