

Testování CAPM modelu pro index NASDAQ 100

A. Cihlář, H. Drdlová, K. Foltýnová, N. Gregušková, A. Ténai¹

2. dubna 2021

Abstrakt: V práci je odhadován CAPM model pro akciový trh NASDAQ-100 v období leden 2014 až únor 2021. Pro modelování je využit základní model představený Williamem Sharpem, který je dále rozšířen o různé modifikace. Nejprve je testována přítomnost strukturálního zlomu modelu a platnost CAPM v obou obdobích. Následně je v modelu uvažováno asymetrické chování v období růstu a poklesu trhu. V poslední části je odhadnut model podle specifikace Fama a MacBeth. Předpoklady CAPM modelu jsou potvrzeny ve všech modelových specifikacích. Strukturální zlom je identifikován v únoru 2019, po tomto období pozorujeme průměrně vyšší výnosy trhu i vyšší rizikové premie akcií. Při růstu trhu dostáváme kladnou rizikovou premii, při poklesu trhu dosahují volatilnější akcie v průměru nižších výnosů (vyšších ztrát) než akcie „defenzivní“.

Klíčová slova: CAPM, NASDAQ-100, akciové trhy

JEL klasifikace: G12

1 Úvod

Náplní projektu je odhad CAPM modelu (*capital asset pricing model*) ve své základní variantě, který představil William Sharpe v roce 1964. Tento model vysvětluje rozptyl v mírách výnosnosti cenných papírů jako funkci míry výnosnosti tržního portfolia, což je souhrn všech veřejně obchodovatelných akcií.

Cílem je ověřit platnost CAPM modelu na vybraném akciovém trhu. Bude odhadnut model v jeho základní podobě. Dále bude modelová rovnice upravena do podoby umožňující testovat přítomnost strukturální změny v modelu. Rovněž bude specifikace modelu přeformulována tak, aby bylo možné testovat i asymetrické chování, tj. jiná reakce jednotlivých akcií na vývoj trhu, pokud celý trh roste či klesá. Na závěr bude otestován CAPM model pro jednotlivé tituly podle specifikace z Fama a MacBeth (1973).

Nejdříve je v práci uveden ekonomický a ekonometrický pohled na CAPM model. Poté budou představena vybraná data akciového trhu a samotné výsledky provedené analýzy. Výpočty a výstupy analýzy jsou k dispozici v příloženém skriptu.

¹Masarykova univerzita, Ekonomicko–správní fakulta, obor: Matematické a statistické metody v ekonomii, 468087@mail.muni.cz, 474565@mail.muni.cz, 460912@mail.muni.cz, 455654@mail.muni.cz, 445266@mail.muni.cz

2 Ekonomický model

V této práci se zpracovává CAPM model ve své základní podobě:

$$E(r_j) - r_f = \beta_j(E(r_m) - r_f), \quad (2.1)$$

kde $E(r_j)$ je očekávaný výnos z j -tého cenného papíru, r_f je bezriziková úroková míra, $E(r_m)$ je očekávaný výnos tržního portfolia, β_j je index systematického rizika j -tého aktiva, jinými slovy měří citlivost výnosu daného cenného papíru k celkové variabilitě portfolia. Hodnota koeficientu $\beta_j > 1$ značí „agresivní“ chování dané akcie, oproti tomu $\beta_j < 1$ hovoří o „defenzivním“ titulu. Pro úplnost $\beta_j = 0$ značí „neutrální“ chování.

Jedná se o model snažící se aproximovat chování na reálných kapitálových trzích. Obecně můžeme chápat míru výnosnosti investice relativně ke svým nákladům obětované příležitosti, které jsou často chápány jako výnosnost bezrizikového aktiva. Rozdíl očekávaného výnosu a nákladu příležitosti vybrané investice (tzn. levá strana rovnice 2.1) je riziková premie, odměna za rizikovou investici. CAPM model tvrdí, že riziková premie cenného papíru je proporcionální rizikové premii tržního portfolia.

Na riziko spojené s výnosností aktiva pohlížíme ze dvou úhlů. Systematické riziko se shoduje se společnými faktory celého trhu. Jedná se tedy o riziko spojené s celým trhem a ekonomickými podmínkami daného trhu, které nelze nijak diverzifikovat. Avšak nesystematické riziko je diverzifikovatelné. CAPM model předpokládá, že neexistují žádné další faktory výrazně ovlivňující očekávané výnosy daného aktiva.

3 Ekonometrický model

Podoba ekonometrického modelu je následovná:

$$r_j - r_f = \alpha_j + \beta_j(r_m - r_f) + \varepsilon_j. \quad (3.1)$$

CAPM model říká, že hodnota úrovnové konstanty by měla být nulová, což bude v části 5.1 ověřeno. Odhadnuté koeficienty regresní rovnice 3.1, kterou nazýváme charakteristickou křivkou, nám umožní sestavit portfolia podobně volatilních akcií.

Následně je provedena druhá regrese převisů výnosů portfolií na odhadnuté β_j koeficienty (tzv. security market line)

$$r_{p_i} - r_f = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_{p_i} + \varepsilon_{p_i}, \quad (3.2)$$

kde p_i zastupuje i -té portfolio.

Za předpokladu validity CAPM modelu v části 2 by koeficient γ_0 měl být statisticky nevýznamný, jinými slovy převis výnosu portfolia lze vysvětlit jen systematickým a nesystematickým rizikem. Žádné další faktory by neměly mít statisticky významný vliv na chování akciových titulů na reálných kapitálových trzích. Tudíž koeficient γ_1 by měl odpovídat pozorované tržní rizikové premii.

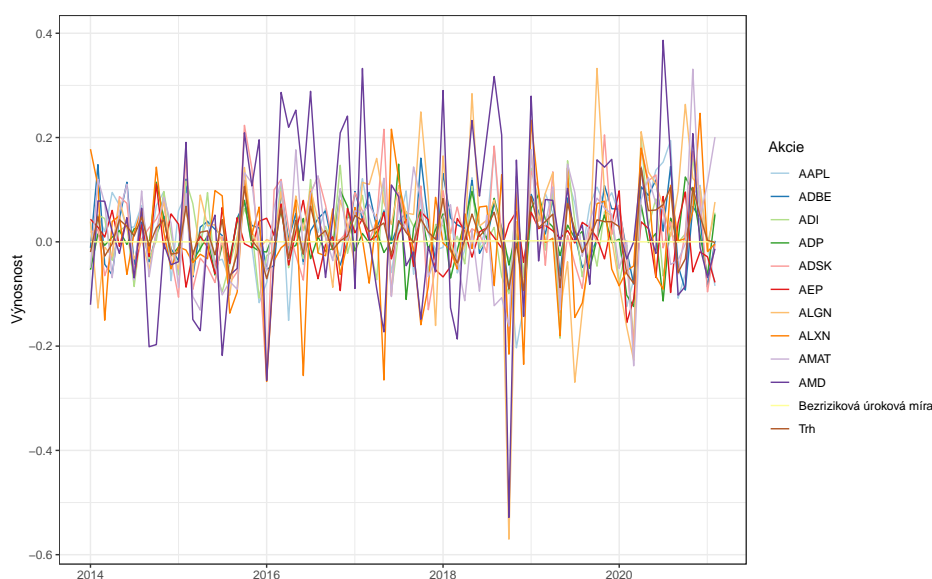
Vztah mezi výnosy a odhady β_{p_i} koeficientů by měl být lineární, což bude ověřeno v části 5.2 modelovou specifikací ve tvaru:

$$r_{p_i} - r_f = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_{p_i} + \gamma_2 \beta_{p_i}^2 + \varepsilon_{p_i}. \quad (3.3)$$

Testována bude statistická nevýznamnost u koeficientů γ_0 a γ_2 . Na závěr v části 5.5 bude testována rovnice po přidání členu nesoucí variabilitu nesystematického rizika $\gamma_4 \sigma_{p_i}^2$ daným rozptylem náhodné složky z regrese charakteristické křivky 3.1.

4 Data

Model ocenění kapitálových aktiv jsme se rozhodli odhadnout na datech pro americký index NASDAQ-100, který odpovídá vývoji celého trhu. Vzhledem k požadované minimální délce časových řad bylo vybráno 95 titulů s měsíční frekvencí, pozorovanou hodnotou je poslední uzavírací cena akcie v měsíci. Seznam uvažovaných aktiv² je součástí Přílohy A v tabulce 11. Jako bezrizikovou úrokovou míru uvažujeme časovou řadu úrokové sazby amerických tříměsíčních pokladničních poukázek.³ Analýza je provedena v rámci období od ledna 2014 do února 2021. Na obrázku 1 jsou zobrazeny výnosy vybraných 10 akcí, také výnosnost celého trhu a již zmiňovaná bezriziková úroková míra za zkoumané období.



Obrázek 1: Měsíční výnosy

²https://www.nasdaq.com/market-activity/quotes/nasdaq-ndx-index?fbclid=IwAR1_U0pi12NI7A2EnHaUVw7bGbg7x01JDWxsbcBu8fRF-Acg8PA3VYskv1o

³<https://fred.stlouisfed.org/series/TB3MS>

5 Empirické výsledky

5.1 První fáze regrese

Podle specifikace modelu 3.1 jsme provedli odhad pro všechny akciové tituly. Kvůli vysokému počtu akciových titulů jsme se rozhodli zobrazit výsledky jen pro prvních 12. V tabulce 1 jsou uvedeny výsledky odhadu. Pokud jsou hodnoty koeficientů β_j u vybraných akciových titulů menší než 1, můžeme o nich prohlásit, že se jedná o „defenzivní“ akciové tituly. Prozkoumali jsme také odhady β_j koeficientů u zbývajících akciových titulů a 36 titulů bychom mohli považovat za „agresivní“, nejvyšších hodnot dosahovaly *AMD* (1,75) a *TSLA* (1,68).

Akciový titul	α	$\Pr_{\alpha}(> t)$	β
AAPL	0,0014	0,8141	1,3306
ADBE	0,0086	0,0573	1,0169
ADI	-0,0020	0,7558	1,0104
ADP	0,0020	0,7088	0,5486
ADSK	-0,0014	0,8517	1,4457
AEP	0,0036	0,5376	0,0868
ALGN	0,0050	0,6631	1,4801
ALXN	-0,0147	0,1727	1,1030
AMAT	0,0041	0,6427	1,2203
AMD	0,0104	0,0496	1,7473
AMGN	-0,0034	0,6156	0,7468
AMZN	0,0050	0,4328	1,2759

Tabulka 1: Výsledky odhadu pro vybrané akciové tituly

Následně byla pro každý akciový titul na 5 % hladině významnosti testována hypotéza o nesignifikantnosti úrovně konstanty v modelu 3.1, tedy že cena dané akcie za dané období by rostla či klesala rychleji bez ohledu na svou volatilitu vůči trhu.

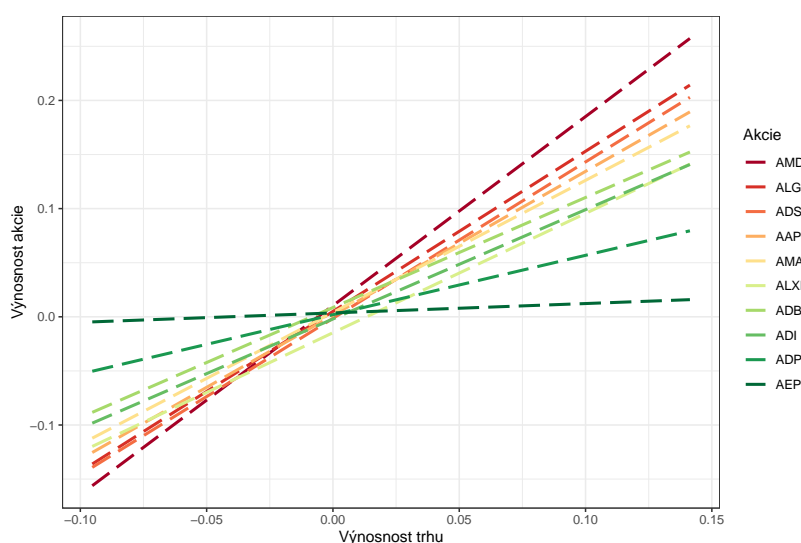
$$H_0 : \alpha_j = 0; H_1 : \alpha_j \neq 0.$$

Pro 4 akciové tituly *KHC*, *CDNS*, *IDXX*, *NVDA* byla nulová hypotéza zamítnuta, což nehovoří ve prospěch CAPM modelu 3.1. Vypovídá tedy o možné existenci jiných faktorů ovlivňujících míru výnosnosti akcií, jelikož akciové tituly rostou statisticky významně v daném období rychleji či pomaleji než celý trh nehledě na svou rizikovost. Detailnější výstupy pro tyto akcie jsou k dispozici v tabulce 2. V ostatních případech nulovou hypotézu o nevýznamnosti úrovně konstanty nezamítáme.

Akciový titul	α	$\Pr_{\alpha}(> t)$
KHC	-0,0260	0,0133
CDNS	0,0133	0,0162
IDXX	0,0168	0,0316
NVDA	0,0200	0,0494

Tabulka 2: Hodnoty úrovně konstanty α a p-hodnoty pro vybrané akciové tituly

Rovněž byly vykresleny charakteristické křivky pro vybrané akciové tituly, viz obrázek 2. Z důvodu přehlednosti jsme vyobrazili pouze 10 křivek.

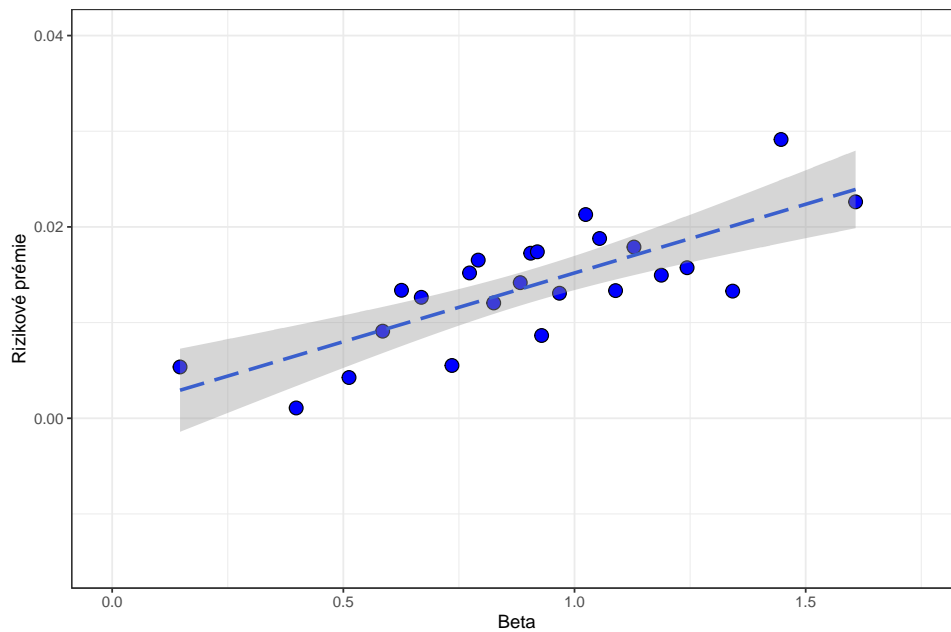


Obrázek 2: Charakteristické křivky vybraných akcií

5.2 Druhá fáze regrese

Na základě modelové specifikace 3.2 byla testována platnost CAPM modelu. Ptáme se, zda odhad koeficientu γ_1 odpovídá pozorované tržní rizikové prémii. Nejprve jsme provedli regresi převisů výnosů jednotlivých aktiv na své β_j koeficienty. Avšak díky tomu, že datový vzorek obsahuje údaje o 95 akciových titulech, využili jsme možnosti vytváření portfolií. Po seřazení dle koeficientů β_j sestupně jsme sestavili 24 portfolií (po 3 a 4 titulech). Aritmetickým průměrováním individuálních β_j koeficientů jsme získali β_{p_i} koeficienty pro každé portfolio, které následně vstupovaly do regrese.

Na obrázku 3 je graficky znázorněna regrese převisů výnosů portfolií na odhadnuté koeficienty β_{p_i} modelové rovnice 3.2 doplněna o 95% konfidenční interval. Jednotlivé body zastupují sestavená portfolio, která jsou proložena regresní křivkou. S vyšší hodnotou koeficientu akciového portfolio β_{p_i} se zvyšuje hodnota rizikové premie, což odpovídá našemu očekávání.



Obrázek 3: Security market line pro portfolia

V tabulce 3 můžeme vidět regresi modelu 3.2 pro sestavená portfolia. Tržní riziková premie daná průměrným rozdílem výnosu tržního portfolia a bezrizikové úrokové míry by měla odpovídat odhadu koeficientu γ_1 . V našem případě je průměr rozdílu tržních a bezrizikových výnosů rovna 0,0142, což přibližně odpovídá hodnotě $\gamma_1 = 0,0144$ z tabulky 3.

$$Model: r_{p_i} - r_f \sim \gamma_0 + \gamma_1 \beta_{p_i} + \varepsilon_{p_i}$$

	Estimate	Std. Error	t-value	Pr(> t)
γ_0	0,0008	0,0024	0,336	0,74
γ_1	0,0144	0,0025	5,684	$1,02 \cdot 10^{-5}$ ***

Signif. codes: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 ' ' 1

Residual standard error: 0,0041 on 22 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0,5949, Adjusted R-squared: 0,5765

F-statistic: 32,31 on 1 and 22 DF, p-value: $1,022 \cdot 10^{-5}$

Tabulka 3: Odhad modelu dle specifikace 3.2

Rovnost výběrových průměrů s odlišnými rozptyly můžeme formálně otestovat pomocí Welchova t-testu:

$$H_0 : \gamma_1 = E(r_m - r_f); H_1 : \gamma_1 \neq E(r_m - r_f).$$

P-hodnota testu rovna 0,975 nezamítá nulovou hypotézu. Můžeme tedy tvrdit, že jedna z podmínek pro platnost modelu CAPM je splněna. Druhou podmínkou je nevýznamnost koeficientu γ_0 , která je v modelu 3.2 úroňovou konstantou. Z výsledků v tabulce 3 můžeme vidět, že i tento předpoklad je splněn.

Třetím předpokladem je lineární vztah mezi výnosy a odhady β_{p_i} koeficientů, který byl ověřen za pomoci modelové specifikace 3.3. Chceme tedy ověřit, zda je koeficient γ_2 statisticky nevýznamný, což by hovořilo ve prospěch linearity modelu. Z tabulky 4 vidíme, že koeficient γ_2 nabývá hodnoty velmi blízké nule a p-hodnota je rovna 0,87, koeficient je tedy nesignifikantní. Koeficient γ_0 je taktéž statisticky nevýznamný na hladině významnosti 5 %, takže je i třetí předpoklad pro platnost CAPM modelu splněn.

<i>Model: $r_{p_i} - r_f \sim \gamma_0 + \gamma_1 \beta_{p_i} + \gamma_2 \beta_{p_i}^2 + \varepsilon_{p_i}$</i>				
	Estimate	Std. Error	t-value	Pr(> t)
γ_0	0,0002	0,0046	0,037	0,971
γ_1	0,0160	0,0104	1,546	0,137
γ_2	-0,0009	0,0056	-0,166	0,870
Signif. codes: 0 ‘***’ 0,001 ‘**’ 0,01 ‘*’ 0,05 ‘.’ 0,1 ‘ ’ 1				
<i>Residual standard error: 0,0042 on 21 degrees of freedom</i>				
<i>Multiple R-squared: 0,5955, Adjusted R-squared: 0,5569</i>				
<i>F-statistic: 15,46 on 2 and 21 DF, p-value: $7,464 \cdot 10^{-5}$</i>				

Tabulka 4: Odhad modelu dle specifikace 3.3

5.3 Testování přítomnosti strukturálního zlomu

V dalším kroku jsme transformovali CAPM model, abychom byli schopni zaznamenat možnou změnu koeficientů β_j . Pro Chowův test jsme nejdříve vytvořili pomocnou proměnnou D , která nabývala nulových hodnot do období zlomu a hodnot 1 od období možného zlomu. Následně byla na hladině významnosti 5 % testována statistická významnost dodatečné proměnné D .

$$r_j - r_f = \alpha_j + \beta_{1j}(r_m - r_f) + \beta_{2j}(r_m - r_f) \cdot D + \varepsilon_j \quad (5.1)$$

$$H_0 : \beta_{2j} = 0; H_1 : \beta_{2j} \neq 0$$

Pomocí QLR testu byl konstruován Chowův test ve všech obdobích s tím, že bylo odstraněno 10 % pozorování na začátku a na konci časových řad. Na základě p-hodnot byla určena období, kdy zamítáme hypotézu o nulovosti koeficientu β_{2j} ve prospěch alternativy značící strukturální zlom.

Jelikož vybraný datový vzorek obsahuje informace o 95 akcích, dostáváme více různých období, ve kterých je identifikován zlom. Pro další analýzu bylo zvoleno období s nejvyšším počtem zamítnutí nulových hypotéz (15) v *únoru 2019* jako nejpravděpodobnější období strukturálního zlomu ve vývoji akciových titulů. Další čtená zamítnutí nulové hypotézy o statistické nevýznamnosti (14) pozorujeme pro období *únor 2020*. Pro ověření možné změny v odhadu koeficientu β_j uvažujeme období: *únor 2019*.

Vzhledem k početnému vzorku akciových titulů pracujeme i v této otázce se sestavenými portfolii, a to podle seřazených koeficientů β_j . Opět jsme aritmetickým průměrováním individuálních β_j koeficientů a výnosů získali koeficienty β_{p_i} a průměrné výnosy pro každé portfolio před a po

identifikovaném strukturálním zlomu. Odhadli jsme regrese zvlášť na obdobích před (leden 2014 - únor 2019) a po strukturálním zlomu (únor 2019 - únor 2021) dle modelové specifikace 3.2.

Výstupy analýzy jsou uvedeny v tabulce 5. Pozorujeme odlišné vyrovnání na obdobích před zlomem a po zlomu, zatímco adjustovaný R^2 na období před zlomem vychází přibližně 0,30, adjustovaný R^2 na období po zlomu dosahuje téměř 0,78. V období před i po strukturálním zlomu jsou předpoklady CAPM modelu splněny. Na 5 % hladině významnosti v obou případech zamítáme hypotézu o nenulové úrovňové konstantě. Shodu průměrných tržních výnosů s koeficientem γ_1 opět testujeme pomocí Welchova t-testu. Dostáváme p-hodnoty 0,617 před zlomem a 0,935 po zlomu. V obou případech tedy rovnost nezamítáme, což také potvrzuje platnost CAMP modelu.

$$\text{Model}_1: r_{p_i} - r_f \sim \gamma_0 + \gamma_{\text{before}} \beta_{1p_i} + \varepsilon_{p_i}$$

$$\text{Model}_2: r_{p_i} - r_f \sim \gamma_0 + \gamma_{\text{after}} \beta_{2p_i} + \varepsilon_{p_i}$$

	Estimate	Std. Error	t-value	Pr(> t)
γ_0	0,0045	0,0024	1,895	0,0713
γ_{before}	0,0075	0,0023	3,269	0,0035 **

Residual standard error: 0,0046 on 22 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0,327, Adjusted R-squared: 0,2964
F-statistic: 10,69 on 1 and 22 DF, p-value: 0,0035

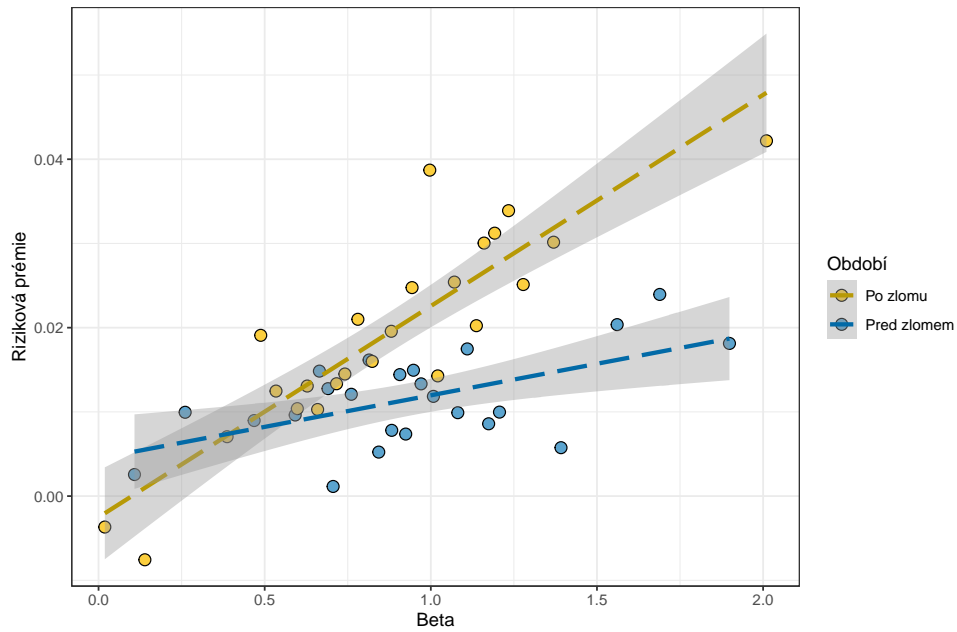
γ_0	-0,0025	0,0027	-0,939	0,358
γ_{after}	0,0251	0,0028	9,008	$7,8 \cdot 10^{-9}$ ***

Signif. codes: 0 ‘***’ 0,001 ‘**’ 0,01 ‘*’ 0,05 ‘.’ 0,1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 0,0057 on 22 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0,7867, Adjusted R-squared: 0,777
F-statistic: 81,14 on 1 and 22 DF, p-value: $7,798 \cdot 10^{-9}$

Tabulka 5: Odhad modelu dle specifikace 3.2 před a po období strukturálního zlomu

Na obrázku 4 je znázorněna regrese převísů výnosů portfolií na odhadnuté koeficienty $\beta_{1p_i}, \beta_{2p_i}$ modelové rovnice 3.2 opět obohacena o 95% konfidenční interval. Jednotlivé body zastupují námi sestavená portfolia, která jsou proložena regresními křivkami pro obě období. V případě období po zlomu s vyšší hodnotou koeficientu akciového portfolia β_{p_i} pozorujeme výraznější rizikovou prémii než před strukturálním zlomem.



Obrázek 4: Security market line před a po zlomu

5.4 Asymetrie v CAPM modelu

V této části bude modelová specifikace upravena do podoby umožňující zachytit možnou asymetrii v koeficientu β_j , jinými slovy zda pozorujeme jinou reakci na vývoj trhu, pokud trh roste či klesá. Modelová specifikace umožňující ověřit asymetrické chování koeficientu β_j je sestavena následovně:

$$r_j - r_f = \alpha_j + \beta_j^+ (r_m - r_f)^+ + \beta_j^- (r_m - r_f)^- + \varepsilon_j. \quad (5.2)$$

Naším cílem je testovat, zda-li jsou si β_j koeficienty rovny. Pro přítomnost asymetrie chceme zamítnout nulovou hypotézu o rovnosti β_j koeficientů. Hledáme tedy takovou hodnotu t-statistiky, která je v absolutní hodnotě větší než 2,080.

$$H_0 : \beta_j^+ = \beta_j^- ; H_1 : \beta_j^+ \neq \beta_j^-$$

V tabulce 6 jsou vyobrazeny akcie, které se chovají statisticky významně jinak v období poklesu a růstu celého akciového trhu, a to na 5% hladině významnosti ($|t - statistika| \geq 2,080$).

Akciový titul	β_j^+	β_j^-	$(r_m - r_f)^+$	$(r_m - r_f)^-$	t-statistika	p-hodnota
BIDU	0,320	2,56	0,025	-0,020	3,21	0,002
CSX	0,445	1,49	0,023	-0,010	2,28	0,025
MU	0,605	2,42	0,033	-0,017	2,39	0,019
NXPI	0,628	1,95	0,028	-0,013	2,24	0,028
XLNX	1,26	0,096	0,019	-0,008	-2,17	0,033

Tabulka 6: Akciové tituly vykazující asymetrické chování

Model 5.2 sledující možný asymetrický vývoj koeficientu β_j v období růstu a poklesu jsme dále aplikovali na nově vytvořená portfolia, která jsme opět získali seřazením a následným aritmetickým průměrováním β_j^+ a β_j^- koeficientů. Tento model je definován následovně:

$$r_{p_i} - r_f = \gamma_0 + \gamma_1^+ \beta_{p_i}^+ + \gamma_1^- \beta_{p_i}^- + \varepsilon_{p_i}. \quad (5.3)$$

Model 5.3 jsme dále transformovali pouze pro vyjádření období růstu v modelové specifikaci 5.4 a poklesu v podobě 5.5.

$$(r_{p_i} - r_f)^+ = \gamma_0 + \gamma_1^+ \beta_{p_i}^+ + \varepsilon_{p_i}. \quad (5.4)$$

$$(r_{p_i} - r_f)^- = \gamma_0 + \gamma_1^- \beta_{p_i}^- + \varepsilon_{p_i}. \quad (5.5)$$

V provedené regresi dle specifikace 5.3 pozorujeme na období růstu statistickou významnost úroňové konstanty γ_0 , kterou CAPM model nepředpokládá. Výstupy v tabulce 7 vypovídají, že v období růstu akciového trhu portfolia složená z volatilnějších akcií dosahují vyšší rizikové prémie, což se shoduje s naším očekáváním. Oproti provedenému odhadu na období poklesu v tabulce 8 pozorujeme lepší vyrovnaní dat v případě regrese na období růstu, adjustovaný R^2 v tabulce 7 dosahuje 0,74.

Model: $(r_{p_i} - r_f)^+ \sim \gamma_0 + \gamma_1^+ \beta_{p_i}^+ + \varepsilon_{p_i}$

	Estimate	Std. Error	t-value	Pr(> t)	
γ_0	0,0090	0,0021	4,374	0,0002	***
γ_1^+	0,0177	0,0022	8,109	$4,72 \cdot 10^{-8}$	***

Signif. codes: 0 ‘***’ 0,001 ‘**’ 0,01 ‘*’ 0,05 ‘.’ 0,1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 0,0043 on 22 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0,7493, Adjusted R-squared: 0,7379

F-statistic: 65,75 on 1 and 22 DF, p-value: $4,716 \cdot 10^{-8}$

Tabulka 7: Výstupy regrese dle specifikace 5.4 v období růstu

Zatímco v období růstu akciového trhu jsme pozorovali přímo úměrný vztah mezi volatilitou a rizikovou prémieí portfolia, období poklesu vykazuje opačný vztah mezi proměnnými. Z výstupů v tabulce 8 plyne, že portfolium s vyšší hodnotou koeficientu β_{p_i} dosahuje nižší hodnoty rizikové prémie. Ani v jednom případě nedostáváme dle předpokladu CAPM modelu statisticky nevýznamnou úroňovou konstantu γ_0 .

$$Model: (r_{p_i} - r_f)^- \sim \gamma_0 + \gamma_1^- \beta_{p_i}^- + \varepsilon_{p_i}$$

	Estimate	Std. Error	t-value	Pr(> t)	
γ_0	-0,0045	0,0009	-4,680	0,0001	***
γ_1^-	-0,0059	0,0009	-6,597	$1,24 \cdot 10^{-6}$	***

Signif. codes: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 ' ' 1

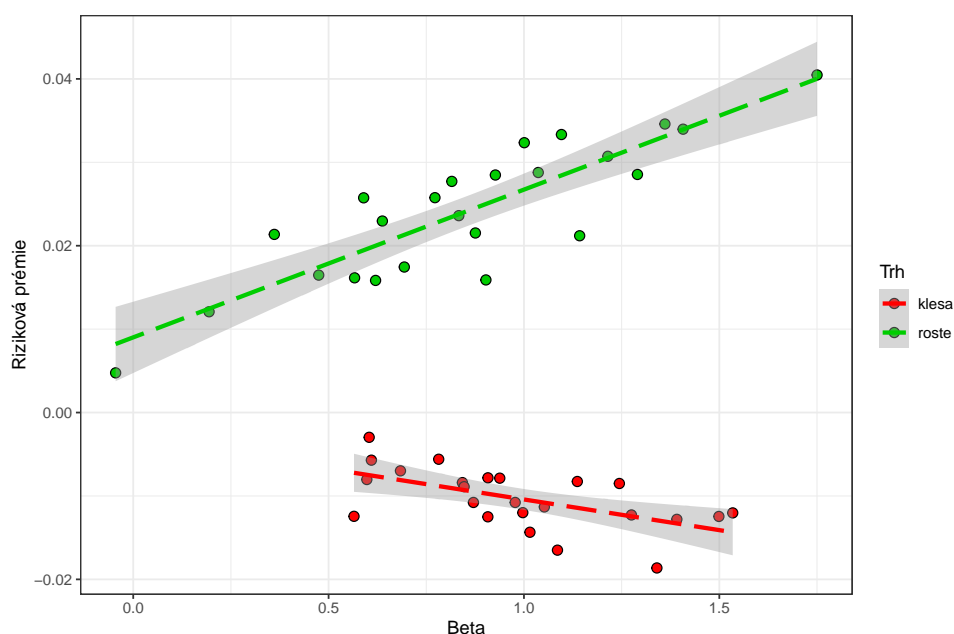
Residual standard error: 0,0022 on 22 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0,6642, Adjusted R-squared: 0,6490

F-statistic: 43,52 on 1 and 22 DF, p-value: $1,236 \cdot 10^{-6}$

Tabulka 8: Výstupy regrese dle specifikace 5.5 v období poklesu

Výstupy provedených regresí 5.4 a 5.5 doplňuje graf na obrázku 5. Závislost převisů výnosů portfolií na odhadnuté koeficienty $\beta_{p_i}^+$, $\beta_{p_i}^-$ nám umožní nahlédnout na odlišný vývoj v období poklesu a růstu akciového trhu. Opět jednotlivé body zastupují námi sestavená portfolia, která jsou proložena regresními křivkami doplněné o 95% konfidenční interval. Zatímco v období růstu akciového trhu pozorujeme kladnou rizikovou prémii, v období poklesu vykazuje model záporný vztah mezi volatilitou a výnosem akcie.



Obrázek 5: Security market line v obdobích růstu a poklesu akciového trhu

5.5 Modifikace CAPM modelu

Na závěr jsme modifikovali základní verzi CAPM modelu do podoby z Fama a MacBeth (1973)

$$r_j = \delta_1 + \delta_2 \beta_j + \delta_3 \beta_j^2 + \delta_4 \sigma_{\varepsilon_j}^2 + \varepsilon. \quad (5.6)$$

Předpoklady CAPM modelu hovoří o statistické nevýznamnosti parametrů δ_1 , δ_3 , δ_4 , neboť vztah mezi očekávaným výnosem j -tého akciového titulu a δ koeficienty by měl být lineární. Člen σ_{ε_j} zastupuje variabilitu nesystematického rizika j -té akcie, který je měřen rozptylem náhodné složky z rovnice charakteristické křivky 3.1. CAPM model nepředpokládá existenci dalších faktorů ovlivňující očekávané výnosy aktiv, tudíž tento člen by neměl mít signifikantní vliv.

Dle definované specifikace 5.6 jsme odhadli model, výstupy odhadu jsou součástí tabulky 9. Pro platnost CAPM modelu očekáváme hodnoty koeficientů δ_3 a δ_4 nulové, co se v našem odhadu víceméně potvrzuje. Všechny odhady parametrů pozorujeme statisticky nevýznamné, ačkoli bychom parametr δ_2 očekávali signifikantní. Rovněž pozorujeme velmi malé vyrovnaní dat, adjustovaný koeficient determinace dosahuje pouhých 0,25.

<i>Model: $r_j \sim \delta_1 + \delta_2 \beta_j + \delta_3 \beta_j^2 + \delta_4 \sigma_{\varepsilon_j}^2$</i>				
	Estimate	Std. Error	t-value	Pr(> t)
δ_1	0,0030	0,0052	0,571	0,569
δ_2	0,0101	0,0110	0,915	0,362
δ_3	0,0032	0,0059	0,533	0,595
δ_4	-0,2213	0,2000	-1,107	0,271
Signif. codes: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 ' ' 1				
<i>Residual standard error: 0,0082 on 91 degrees of freedom</i>				
<i>Multiple R-squared: 0,2746, Adjusted R-squared: 0,250</i>				
<i>F-statistic: 11,49 on 3 and 91 DF, p-value: $1,868 \cdot 10^{-6}$</i>				

Tabulka 9: Odhad modelu dle specifikace 5.6

V tabulce 10 se nachází tentýž model odhadnutý pouze s regresorem β_j , jelikož jsme dle očekávání obdrželi statisticky nesignifikantní koeficienty δ_3 a δ_4 . Pro platnost CAPM modelu bychom požadovali koeficienty nulové, nicméně nezamítnutí hypotézy o nulovosti bereme jako dostačující. Nyní bychom, pro platnost CAPM modelu, toužili po statisticky významném koeficientu δ_2 a nevýznamném koeficientu δ_1 . Obě naše touhy byly vyslyšeny a můžeme tedy potvrdit platnost CAPM modelu. Procento vysvětlené variability je v tomto případě necelých 0,26. Očekávali jsme poněkud vyšší hodnotu adjustovaného koeficientu determinace, nicméně jsme nyní odhadovali model bez regresorů, jejichž koeficienty byly statisticky nevýznamné, takže z toho nejsme smutní.

$$\text{Model: } r_j \sim \delta_1 + \delta_2 \beta_j$$

	Estimate	Std. Error	t-value	Pr(> t)
δ_1	0,0002	0,0025	0,068	0,946
δ_2	0,0151	0,0026	5,786	$9,66 \cdot 10^{-8}$ ***
Signif. codes: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 ' ' 1				
Residual standard error: 0,0082 on 93 degrees of freedom				
Multiple R-squared: 0,2647, Adjusted R-squared: 0,2568				
F-statistic: 33,47 on 1 and 93 DF, p-value: $9,657 \cdot 10^{-8}$				

Tabulka 10: Odhad modelu dle specifikace 5.6 bez regresorů β_j^2 a $\sigma_{\varepsilon_j}^2$

6 Závěr

Cílem práce bylo ověřit platnost CAPM modelu ve své základní verzi sledující míru výnosnosti akciových titulů. Pro samotnou analýzu bylo vybráno 95 akcií amerického indexu NASDAQ-100 na období od února 2015 do února 2021.

U většiny akciových titulů jsme pozorovali nesignifikantnost úroňové konstanty α , což je v souladu s předpoklady CAPM modelu. Z toho důvodu jsme nepozorovali významný vliv dalších faktorů na očekávaný výnos daného aktiva. Vzhledem k vysokému počtu akciových titulů jsme aritmetickým průměrováním a seřazením β_j koeficientů sestavili 24 portfolií, na nichž jsme provedli odhad modelu. V souladu s předpokladem CAPM modelu jsme v rámci analýzy pozorovali rovnost mezi odhadem koeficientu (z regrese přepisů výnosů portfolií na odhadnuté koeficienty β_{p_i}) a pozorované tržní rizikové prémii. Lineární vztah mezi proměnnými v provedené regresi byl potvrzen.

Strukturální zlom jsme identifikovali pomocí Chowova testu. Nejpravděpodobnější zlom ve vývoji aktiv byl zvolen pro období únor 2019 u 15 z 95 akciových titulů. Následně jsme pracovali se sestavenými portfolií a model odhadovali na období před zlomem a po zlomu. Tato změna byla na hladině významnosti 5 % statisticky významná. Předpoklady CAPM modelu jsou splněny na obou obdobích.

Pro testování možného asymetrické chování v koeficientu β_j jsme transformovali model rozdělením trhu akcií podle růstu a poklesu. Jako první jsme ověřovali, kolik námi vybraných titulů se v těchto obdobích chová statisticky významně jinak. Zjistili jsme, že se jedná pouze o 5 akciových titulů. Posléze jsme CAPM model testovali na sestavených portfoliích, zvlášť pro období poklesu a růstu celého trhu. V období růstu akciového trhu portfolia složená z volatilnějších akcií dosahují vyšší rizikové premie. V období poklesu klesá hodnota rizikové premie „agresivnější“ akcie více než „defenzivní“. Celkově pozorujeme v období růstu kladný vztah mezi rizikovou premií a volatilitou portfolia, v období poklesu je vztah opačný.

Jako poslední byl testován modifikovaný CAPM model podle Fama a MacBetha (1973). Naše dosažené výsledky, tedy statisticky nevýznamné všechny koeficienty, popírají platnost modifikovaného CAPM modelu.

Reference

- [1] Fama, E. F., MacBeth, J. D. (1973): Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. *Journal of Political Economy* 81 (3), pp. 607–636.
- [2] Heij, Ch. & De Boer, P. & Franses, P. & Kloek, T. & Van Dijk, H. (2004): *Econometric Methods with Applications in Business and Economics*.
- [3] Ratchev, S. T., Mittnik, S., Fabozzi, F. J., Focardi, S. M., Jašić, T. (2007): *Financial Econometrics - From Basics to Advanced Modeling Techniques*. John Wiley & Sons.
- [4] Sharpe, W. F. (1964): Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *The Journal of Finance* 19 (4), pp. 425–442.

A Přílohy

Zkratka	Název akciového titulu
AAPL	Apple Inc. Common Stock
ADBE	Adobe Inc. Common Stock
ADI	Analog Devices, Inc. Common Stock
ADP	Automatic Data Processing, Inc. Common Stock
ADSK	Autodesk, Inc. Common Stock
AEP	American Electric Power Company, Inc. Common Stock
ALGN	Align Technology, Inc. Common Stock
ALXN	Alexion Pharmaceuticals, Inc. Common Stock
AMAT	Applied Materials, Inc. Common Stock
AMD	Advanced Micro Devices, Inc. Common Stock
AMGN	Amgen Inc. Common Stock
AMZN	Amazon.com, Inc. Common Stock
ANSS	ANSYS, Inc. Common Stock
ASML	ASML Holding N.V. New York Registry Shares
ATVI	Activision Blizzard, Inc. Common Stock
AVGO	Broadcom Inc. Common Stock
BIDU	Baidu, Inc. ADS
BIIB	Biogen Inc. Common Stock
BKNG	Booking Holdings Inc. Common Stock
BMRN	BioMarin Pharmaceutical Inc. Common Stock
CDNS	Cadence Design Systems, Inc. Common Stock
CDW	CDW Corporation Common Stock
CERN	Cerner Corporation Common Stock
CHKP	Check Point Software Technologies Ltd. Ordinary Shares
CHTR	Charter Communications, Inc. Class A Common Stock New
CMCSA	Comcast Corporation Class A Common Stock
COST	Costco Wholesale Corporation Common Stock
CPRT	Copart, Inc. (DE) Common Stock
CSCO	Cisco Systems, Inc. Common Stock (DE)
CSX	CSX Corporation Common Stock
CTAS	Cintas Corporation Common Stock
CTSH	Cognizant Technology Solutions Corporation Class A Common Stock
DLTR	Dollar Tree Inc. Common Stock

Zkratka	Název akciového titulu
DXCM	DexCom, Inc. Common Stock
EA	Electronic Arts Inc. Common Stock
EBAY	eBay Inc. Common Stock
EXC	Exelon Corporation Common Stock
FAST	Fastenal Company Common Stock
FB	Facebook, Inc. Class A Common Stock
FISV	Fiserv, Inc. Common Stock
GILD	Gilead Sciences, Inc. Common Stock
GOOG	Alphabet Inc. Class C Capital Stock
GOOGL	Alphabet Inc. Class A Common Stock
IDXX	IDEXX Laboratories, Inc. Common Stock
ILMN	Illumina, Inc. Common Stock
INCY	Incyte Corp. Common Stock
INTC	Intel Corporation Common Stock
INTU	Intuit Inc. Common Stock
ISRG	Intuitive Surgical, Inc. Common Stock
JD	JD.com, Inc. American Depositary Shares
KDP	Keurig Dr Pepper Inc. Common Stock
KHC	The Kraft Heinz Company Common Stock
KLAC	KLA Corporation Common Stock
LRCX	Lam Research Corporation Common Stock
LULU	lululemon athletica inc. Common Stock
MAR	Marriott International Class A Common Stock
MCHP	Microchip Technology Incorporated Common Stock
MDLZ	Mondelez International, Inc. Class A Common Stock
MELI	MercadoLibre, Inc. Common Stock
MNST	Monster Beverage Corporation
MRVL	Marvell Technology Group Ltd. Common Stock
MSFT	Microsoft Corporation Common Stock
MTCH	Match Group, Inc. Common Stock
MU	Micron Technology, Inc. Common Stock
MXIM	Maxim Integrated Products, Inc. Common Stock

Zkratka	Název akciového titulu
NFLX	Netflix, Inc. Common Stock
NTES	NetEase, Inc. American Depositary Shares
NVDA	NVIDIA Corporation Common Stock
NXPI	NXP Semiconductors N.V. Common Stock
ORLY	O'Reilly Automotive, Inc. Common Stock
PAYX	Paychex, Inc. Common Stock
PCAR	PACCAR Inc. Common Stock
PEP	PepsiCo, Inc. Common Stock
PYPL	PayPal Holdings, Inc. Common Stock
QCOM	QUALCOMM Incorporated Common Stock
REGN	Regeneron Pharmaceuticals, Inc. Common Stock
ROST	Ross Stores, Inc. Common Stock
SBUX	Starbucks Corporation Common Stock
SGEN	Seagen Inc. Common Stock
SIRI	Sirius XM Holdings Inc. Common Stock
SNPS	Synopsys, Inc. Common Stock
SPLK	Splunk Inc. Common Stock
SWKS	Skyworks Solutions, Inc. Common Stock
TCOM	Trip.com Group Limited American Depositary Shares
TEAM	Atlassian Corporation Plc Class A Ordinary Shares
TMUS	T-Mobile US, Inc. Common Stock
TSLA	Tesla, Inc. Common Stock
TXN	Texas Instruments Incorporated Common Stock
VRSK	Verisk Analytics, Inc. Common Stock
VRSN	VeriSign, Inc. Common Stock
VRTX	Vertex Pharmaceuticals Incorporated Common Stock
WBA	Walgreens Boots Alliance, Inc. Common Stock
WDAY	Workday, Inc. Class A Common Stock
XEL	Xcel Energy Inc. Common Stock
XLNX	Xilinx, Inc. Common Stock

Tabulka 11: Jednotlivé akciové tituly