

EKONOMETRIE – SKUPINOVÝ ÚKOL 1

Úkoly je možné řešit samostatně nebo ve skupině až 5 osob. Své výsledky a komentáře k nim (využijte šablonu dostupnou ve studijních materiálech) odevzdejte (včetně skriptů apod.) ve stanoveném termínu do příslušné odevzdávací. Pokud by bylo v zadání cokoliv nejasného, ptejte se.

Zadání příkladu

Model ocenění kapitálových aktiv (capital asset pricing model – CAPM) je důležitý model v oblasti financí (spadající do obecné skupiny tzv. stochastických diskontních faktorových modelů). Přestože tento model má svá omezení, je krásnou ukázkou použití regresních nástrojů a technik, a to nejen ve své základní variantě (která bude předmětem tohoto úkolu), ale i ve svých dalších rozšíření (které mohou být předmětem cvičení v závěrečných fázích předmětu). S CAPM přišel v roce 1964 William Sharpe¹. Souhrnný teoretický úvod a rozšíření jeho testovatelnosti pak lze nalézt např. v článkách Gibbons (1982)² a Fama a MacBeth (1973)³. V tomto úkolu se pokusíme o základní identifikaci a test validity CAPM. Provedeme tak jen základní odhady a nebudeme řešit možnosti rozšíření v kontextu odhadu SUR modelu, tedy modelu zdánlivě nesouvisejících regresí jak jej využívá např. Gibbons (1982). Úkol je založen zejména na postupu uvedeném v Rachev et al. (2007)⁴.

CAPM nám vysvětluje variabilitu v mírách výnosnosti cenných papírů jako funkci míry výnosnosti portfolia skládajícího se ze všech veřejně obchodovatelných akcií, což nazýváme *tržním portfoliem*. Jedná se o model snažící se aproximovat chování na reálných kapitálových trzích. Obecně je míra výnosnosti investice měřena relativně ke svým nákladům obětované příležitosti, které jsou často chápány jako výnosnost bezrizikového aktiva. Výsledný rozdíl je riziková premie (*risk premium*), neboť se jedná o odměnu za rizikovou investici. CAPM říká, že riziková premie cenného papíru j je *proporcionální* rizikové premii tržního portfolia. To znamená

$$E(r_j) - r_f = \beta_j(E(r_m) - r_f),$$

kde $E(r_j)$ a r_f jsou postupně očekávané výnosy z j -tého cenného papíru a bezriziková úroková míra (formálněji pak míra výnosnosti bezrizikového aktiva ve smyslu aktiva či portfolia nekorelovaného s tržním portfoliem), $E(r_m)$, je očekávaný výnos tržního portfolia a β_j je tzv. „beta“ hodnota j -tého cenného papíru (index systematického rizika j -tého aktiva). Tato *beta* je důležitým indikátorem pro investory, neboť se v ní objevuje volatilita dané akcie. Měří se jí citlivost výnosů j -tého cenného papíru vzhledem k variabilitě celého akciového trhu. Pro hodnoty *beta* menší než 1 se jedná o „defenzivní“ tituly, protože jejich variabilita je menší než variabilita celého trhu. Hodnoty *beta* větší než 1 hovoří o „agresivní akci“. Investor při konstrukci svého portfolia obvykle chce znát *betu* dané akcie, a to před tím, než se rozhodne k jejímu nákupu. Systematické riziko je rizikem ztotožnitelným se společnými faktory celého trhu. Jedná se tedy o riziko spojené s celým trhem a ekonomickými podmínkami daného trhu, které nelze nijak diverzifikovat. Nesystematické riziko je pak riziko diverzifikovatelné, reziduální resp. jedinečné pro daný titul. CAPM

¹Sharpe, W. F. (1964): Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *The Journal of Finance* **19** (4), pp. 425–442.

²Gibbons, M. R. (1982): Multivariate Tests of Financial Models: A New Approach. *Journal of Financial Economics* **10**, pp. 3–27.

³Fama, E. F., MacBeth, J. D. (1973): Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. *Journal of Political Economy* **81** (3), pp. 607–636.

⁴Rachev, S. T., Mittnik, S., Fabozzi, F. J., Focardi, S. M., Jašić, T. (2007): Financial Econometrics – From Basics to Advanced Modeling Techniques. John Wiley & Sons.

předpokládá, že neexistují žádné další faktory (kromě výše zmíněných rizik), které by významně ovlivnily očekávané výnosy daného aktiva.

CAPM uvedený výše je tedy „ekonomickým modelem“. „Ekonometrický“ model získáme doplněním úrovnové konstanty (ačkoli teorie říká, že by měla být její hodnota nulová, což můžeme následně otestovat) a náhodné složky:

$$r_j - r_f = \alpha_j + \beta_j(r_m - r_f) + \epsilon_j.$$

Tato regresní rovnice představuje tzv. *charakteristickou křivku*. Pro testování CAPM se využívá dvou fázová regrese, kdy první fáze představuje odhad koeficientů beta na daných časových řadách akcií (z jejich charakteristických křivek). Tyto beta koeficienty se pak využijí k tvorbě portfolií seřazených dle *beta* koeficientů daných portfolií.

Ve druhé fázi regrese se odhadne (průřezová) regrese převisů výnosů portfolií na své *beta* koeficienty (což odpovídá tzv. *security market line*):

$$r_{p_i} - r_f = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_{p_i} + \epsilon_{p_i},$$

kde p_i představuje i -té portfolium a koeficienty γ_0 a γ_1 pak parametry pro testování CAPM. Data výnosů jsou obvykle agregována přes víceleté periody. Pokud CAPM platí, měli bychom pozorovat následující výsledky:

- γ_0 by neměl být statisticky významný (tzn. rizikovou premii resp. převisy výnosů portfolia lze vysvětlit jen systematickým a nesystematickým rizikem)
- γ_1 by měla odpovídat pozorované tržní rizikové premii $r_m - r_f$
- Vztah mezi *beta* koeficienty a výnosy by měl být lineární, což lze testovat např. v rámci následující regrese:

$$r_{p_i} - r_f = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_{p_i} + \gamma_2 \beta_{p_i}^2 + \epsilon_{p_i},$$

kdy γ_0 a γ_2 by měly být statisticky nevýznamné. Variantou je i dodání členu variability nesystematického rizika (měřeného rozptylem náhodné složky z rovnice charakteristické křivky), tedy $\gamma_4 \sigma_{p_i}^2$, a to i v rámci individuálních regresí (viz Gibbons, 1982 nebo Fama a MacBeth, 1973).

- Žádné další faktory (velikost firmy, dividendové zisky apod.) by měly být v rámci regrese statisticky nevýznamné.

Jak uvádí Ratchev et al. (2007) v rámci empirických pozorování se prokazuje významnost γ_0 , což hovoří v neprospěch CAPM a existenci systematických výkyvů v mírách výnosnosti akcií. Parametr γ_1 je obvykle menší než pozorovaná tržní riziková premie, což znamená, že defenzivní akcie mají vyšší výnosy než by predikoval CAPM a agresivní akcie mají naopak nižší výnosy než by odpovídalo CAPM. Linearita vztahu je obvykle prokazatelná (funkční podoba CAPM je tak tímto spíše podpořena), nicméně mnohé studie ukazují i na další faktory (kromě systematického rizika), které ovlivňují výnosy akcií.

Na základě výše uvedené motivace a vysvětlení CAPM zpracujte následující úkoly:

1. Zvolte si libovolný akciový trh a na něm nejméně 30 akciových titulů, ale ideálně i více, pro který získáte měsíční data jejich cen na konci měsíce (v rozsahu minimálně 48 měsíců, ale klidně i více), tomu odpovídající akciový index odpovídající vývoji celého trhu a bezrizikovou úrokovou míru (např. úrokovou sazbu tříměsíčních pokladničních poukázek, kterou nezapomeňte převést na měsíční úrokovou sazbu). Sestrojte a vykreslete řady měsíčních výnosů vámi zvolených titulů, celého trhu a bezrizikové úrokové míry. Zdrojem dat mohou být stránky jednotlivých burz apod. Pokud se vám nepodaří získat bezrizikovou úrokovou míru, můžete pracovat i s variantou, že je nulová resp. blízká nule, byť se dá i tato bezriziková úroková míra odhadovat z CAPM (viz Gibbons, 1982).
2. Odhadněte pro každý z titulů beta koeficient CAPM modelu a interpretujte dosažené výsledky. Vykreslete si charakteristické křivky jednotlivých titulů.
3. Na 5% hladině významnosti testujte hypotézu (pro každý akciový titul), že úroňová konstanta v CAPM modelu je rovna nule oproti alternativě, že je různá od nuly. Jaký ekonomický závěr byste na tomto základě vyvodili?
4. Dle v úvodu uvedeného postupu testujte platnost CAPM modelu (zobrazte si rovněž *security market line* a komentujte výsledky testů), kdy předpokládejte, že portfolia jsou tvořena jednotlivými akciovými tituly. Pokud byste měli více než 30 titulů, seřaďte si je dle odhadnutých beta koeficientů a vytvořte nejméně 10 portfolií dle podobnosti *beta* koeficientů, přičemž uvažujte stejný podíl jednotlivých titulů v portfoliu, tudíž *beta* koeficienty portfolia vezmete jako aritmetické průměry individuálních *beta* koeficientů. Výnosnosti portfolia agregujte za celé období.
5. Přeformulujte CAPM modely tak, abyste byli schopni zachytit možnou změnu beta koeficientu v posledních 24 měsících vašeho vzorku (nebo v polovině vzorku či jiné jeho části – k vhodnému rozdělení použijte Chowův test strukturálního zlomu popř. Chowův předpovědní test). Model odhadněte a otestujte, jestli je tato změna statisticky významná na hladině významnosti 5 % (formulujte nulovou a alternativní hypotézu, spočítejte testovou statistiku a hypotézu na jejím základě vyhodnoťte). Testujte platnost CAPM na těchto dvou obdobích.
6. Přeformulujte CAPM model tak, abyste byli schopni zachytit možnou asymetrii v beta koeficientu, tedy že je jiná reakce na vývoj trhu, pokud trh roste a jiná pokud celý trh klesá. Tento model odhadněte a pokuste se otestovat, jestli je rozdíl v beta koeficientech pro tyto situace statisticky významný na hladině významnosti 5 % (formulujte nulovou a alternativní hypotézu, spočítejte testovou statistiku a hypotézu na jejím základě vyhodnoťte). Na tomto základě pak testujte CAPM model (odhadněte *security market line*) pro agregovaná data za období růstů a za období poklesů celého trhu.
7. Otestujte CAPM pro jednotlivé tituly v rámci specifikace z Fama a MacBeth (1973) resp. z Gibbons (1982):

$$r_j = \delta_1 + \delta_2 \beta_j + \delta_3 \beta_j^2 + \delta_4 \sigma_{\epsilon_j}^2 + \epsilon_j,$$

kdy $\sigma_{\epsilon_j}^2$ a kdy δ_3 a δ_4 by měly být v případě platnosti CAPM nulové.