

# Analogový přeladitelný filtr se zesilovači OTA

Klára Pacalová

15. července 2019

Klíčová slova: *transkonduktance, OTA, OTA-C, analogový filtr, pásmová propust, dolní propust*

## 1 Úvod

Cílem práce je navrhnout zapojení analogového přeladitelného filtru se zesilovači OTA. Filtr je zvolen typu pásmová propust 4. řádu s Causerovou aproximací.

## 2 Analogové filtry

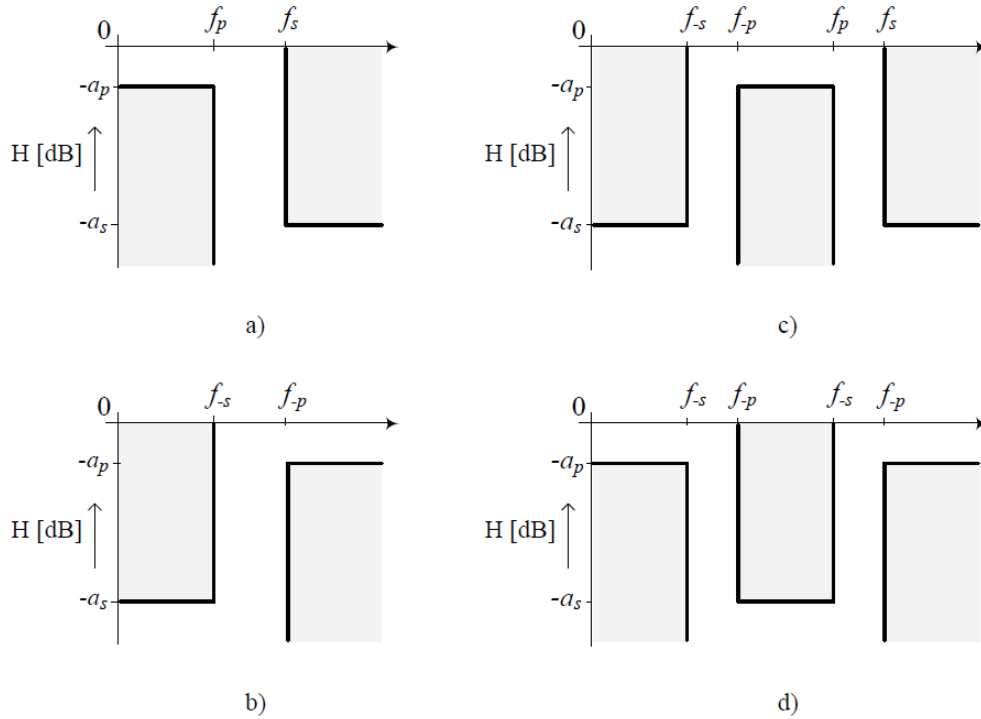
Filtry jsou určeny k potlačení nebo zvýraznění určité části kmitočtového spektra signálu. Jsou to obvody s kmitočtově závislou přenosovou funkcí (pro napěťový přenos  $H_s(j\omega) = U_{out}(j\omega)/U_{in}(j\omega)$ ). Základní rozdělení je na dolní propust (DP, anglicky *low-pass* - LP), horní propust (HP, *high-pass* - HP), pásmovou propust (PP, *band-pass* - BP) a pásmovou zádrž (PZ, *band-stop* - BS).

Dolní propust nepropouští na výstup vstupní signál nad frekvencí  $f_s$ , signál v propustném pásmu zůstává beze změny nebo zesílený. Základní pasivní dvojbranné zapojení je ke vstupu sériově zapojený rezistor a k této větvi paralelně kapacitor. Tento RC člen (integrační článek) se zvyšující se frekvencí snižuje svou vstupní impedanci. Přenosová funkce má nulu v nekonečnu a pól v levé polorovině s-roviny. Ideální integrátor má pól v nule.

Horní propust nepropouští signály o nízkých frekvencích. Nejjednodušší zapojení je RC člen (derivační článek), kdy kapacitor je zapojen sériově se zdrojem a k této větvi paralelně rezistor. Pro toto zapojení reaktance kapacitoru se zvyšující se frekvencí klesá. Přenosová funkce ideálního derivátoru má pól v nekonečnu a nulu v nule. Horní propust má nulu v nule a pól v levé polorovině s-roviny.

Pásmová propust propouští pásmo určené dvěma kmitočty. Pasivní pásmové propusti nedosahují účinnosti větší než 1. Jsou složeny z integračního článku (RC - dolní propust) a derivačního článku (CR - horní propust).

Pásmová zádrž nepropouští kmitočty pásma definovaného dvěma kmitočty. Pasivní zapojení je složeno ze dvou rezistorů a kapacitorů. Má vždy ztrátový přenos.



Obrázek 1: Toleranční schéma pro a) dolní propust (DP), b) horní propust (HP), c) pásmovou propust (PP) a d) pásmovou zádrž (PZ)[1]

Filtry se používají k redukci nežádoucích frekvencí např. pro efektivní reprodukci zvuku reproduktory, k redukci okolního rušení - vysílače blokují harmonické frekvence, které interferují. Také v obvodech rekonstrukce signálů u D/A převodníků, k předvzorkování u A/D převodníku nebo jako anti-aliasing filtry.

Obecná přenosová funkce filtru typu dolní propust je

$$H(j\omega) = \frac{H_0}{\prod_{i=1}^{\frac{n}{2}} (1 + a_i s + b_i s^2)}, \quad (1)$$

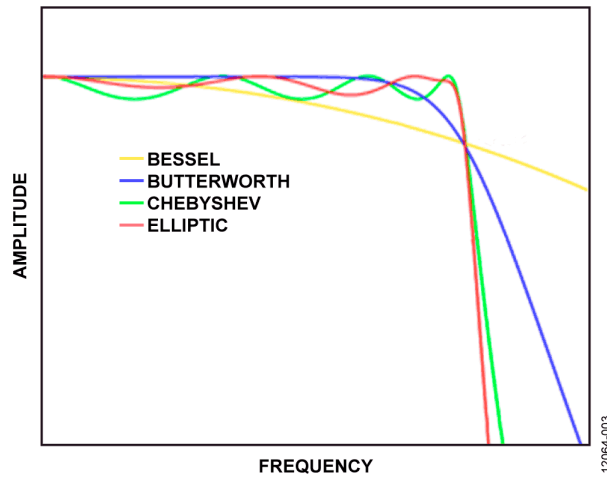
kde  $n$  je řád filtru.

Obecná přenosová funkce filtru typu horní propust je

$$H(j\omega) = \frac{H_\infty}{\prod_{i=1}^{\frac{n}{2}} (1 + \frac{a_i}{s} + \frac{b_i}{s^2})}, \quad (2)$$

kde  $n$  je řád filtru.

Podle rozložení nul a pólů jmenovatele rozlišujeme různé aproximace. Koeficienty filtru  $a_i, b_i$  určují zesílení v propustném pásmu. Činitel jakosti je definován jako  $Q = \sqrt{b_i}/a_i$ . Čím větší  $Q$  je obdrženo, tím spíše bude filtr nestabilní.



Obrázek 2: Typy aproximací (DP)[2]

## 2.1 Butterworthova aproximace

Butterworthova má maximálně plochou amplitudovou charakteristiku v propustném pásmu. Frekvenční charakteristika má sklon daný počtem pólů a pro její posouzení je užíváno skupinové zpoždění (derivace fáze podle frekvence). Pro Butterworthovu aproximaci je skupinové zpoždění nezvlněné v propustném pásmu. Přechodová charakteristika má mírný překmit, zvyšující se s řádem filtru. Zesílení  $G(\omega)$  je kmitočtově závislé a odpovídá absolutní hodnotě přenosové funkce  $H(j\omega)$ .

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 \frac{\omega}{\omega_c}^{2n}}}, \quad (3)$$

kde  $\epsilon$  je poměrné zvlnění kmitočtové charakteristiky v propustném pásmu (*faktor zvlnění*),  $n$  je řád filtru a  $\omega_c$  mezní kmitočet (nastává při útlumu -3 dB). Pro  $\omega_c = 1$  je faktor zvlnění  $\epsilon = 1$ .

## 2.2 Čebyševova aproximace

Čebyševova aproximace má strmější pokles, což vede k užití nižšího řádu filtru. Zato má ale zvlněnou frekvenční charakteristiku v propustném pásmu.

### 2.2.1 Typ I

Vyjádření modulové charakteristiky pro tuto aproximaci je dáno jako

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 T_n^2 \frac{\omega}{\omega_c}^{2n}}}, \quad (4)$$

kde  $T_n$  je Čebyševův polynom,  $\epsilon$  je poměrné zvlnění,  $n$  je řád filtru a  $\omega_c$  mezní kmitočet. Čebyševův polynom je definován vztahem  $2\omega^2 - 1$  pro  $n = 2$ . Obecně jsou to kořeny Čebyševových diferenciálních rovnic

$$(1 - x^2)y'' - xy' + n^2y = 0 \quad (5)$$

$$(1 - x^2)y'' - 3xy' + n(n+2)y = 0. \quad (6)$$

### 2.2.2 Typ II

Typ II je nazýván také jako inverzní Čebyševova aproximace. V praxi není příliš používán, jelikož nemá tak rychlý pokles jako typ I a k jeho realizaci je třeba více prvků. Nemá zvlnění v propustném pásmu, zato v zádržném ano. Zesílení je definováno jako

$$G(\omega, \omega_c) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\epsilon^2 T_n^2 \frac{\omega}{\omega_c}^{2n}}}}, \quad (7)$$

kde  $T_n$  je Čebyševův polynom,  $\epsilon$  je poměrné zvlnění,  $n$  je řád filtru a  $\omega_c$  mezní kmitočet.

## 2.3 Besselova aproximace

Besselova aproximace se používá v telekomunikační technice v případech, kdy je požadováno zachování tvaru signálu. Amplitudová charakteristika v nepropustném pásmu je velmi plochá. Koefficienty polynomu jsou zvoleny tak, aby fázová charakteristika v pásmu okolo kritické frekvence byla maximálně lineární. Nevýhodou je poměrně malá strmost modulové charakteristiky. Ta je pro Besselovu aproximaci dána vztahem

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{\Theta_n(0)}{\Theta_n(\frac{j\omega}{\omega_c})}, \quad (8)$$

kde  $\Theta_n$  je Besselův polynom a  $\omega_c$  mezní kmitočet. Besselův polynom je definován součtem řady (Grosswald 1978, Berg 2000)

$$\Theta_n(x) = x^n y_n\left(\frac{1}{x}\right) = \sum_{k=0}^n \frac{(n+k)!}{(n-k)!k!} \frac{x^{n-k}}{2^k}. \quad (9)$$

Pro filtr druhého řádu platí

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{3}{\sqrt{\omega^4 + 3\omega^2 + 9}}. \quad (10)$$

## 2.4 Cauerova (eliptická) aproximace

Cauerova aproximace (eliptická) má nejstrmější pokles, při jejím užití jsou voleny nižší řády filtru. Pokud se zvlnění v zádržném pásmu blíží nule, filtr se stává Čebyševovým (výše zmíněný - typ I). Opačně je tomu v propustném pásmu - přiblížením k nule se filtr stává inverzním Čebyševovým (typ II). Pokud se obě hodnoty zvlnění blíží k nule, filtr se stává Butterworthovým. Kmitočtová charakteristika je dána vztahem

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 R_n^2(\zeta, \frac{\omega}{\omega_c})}}, \quad (11)$$

kde  $\epsilon$  je faktor zvlnění,  $R_n$  eliptická racionální funkce  $n$ -tého řádu,  $\zeta$  selektivní faktor a  $\omega_c$  mezní kmitočet. Pokud pro selektivní faktor platí  $\zeta \rightarrow \infty$ , filtr se stává Čebyševovým (typ I).

## 3 Transkonduktanční zesilovače (OTA)

V telekomunikacích se používají filtry v rozsahu kmitočtů desítek až stovek megahertz, v bezdrátové komunikaci až v řádu gigahertz. Běžné RC filtry by neměly být užívány ve frekvenčním rozsahu nad 5–10 %  $\omega_c$  - tedy v tomto rozsahu používaném v telekomunikačních technologiích nemají předvídatelné průběhy. Krom toho ve spínacích CMOS, kde rezistory běžně nejsou dostupné, jsou potřeba zesilovače s velkou šířkou pásma a zároveň vysokým zesílením. Dodržení těchto požadavků je náročné a drahé. Dalším extrémem pro analogové integrované filtry jsou telefonní linky, kde jsou kmitočtové rozsahy sice nízké, ale je požadována nízká cena a vysoká přesnost.

Pro nízké frekvence se ke splnění těchto požadavků používají obvody se spínanými kapacitami (SC). Přepínaný kapacitor se chová jako rezistor, tudíž časová konstanta RC je definována poměrem kapacitorů a hodinovou (CLK) frekvencí, se kterou jsou přepínány. Pro vysokofrekvenční aplikace (až v řádu gigahertz) se používají MOSFET-C filtry.

Další z možných prvků, které jsou dostupné jak pro nízkofrekvenční aplikace, tak pro kmitočtový rozsah stovek megahertz, jsou transkonduktanční zesilovače.

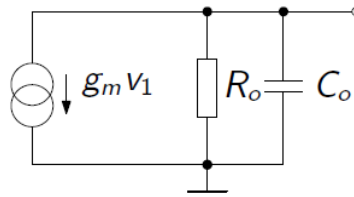
Transkonduktanční zesilovače (označují se též jako OTA (*Operational Transconductance Amplifiers*)) jsou napětím řízené zesilovače s proudovým výstupem - zdroje proudu

$$i_{out} = g_m(u_+ - u_-), \quad (12)$$

kde  $u_+$  a  $u_-$  jsou napětí invertujícího a neinvertujícího vstupu. Transkonduktance je řízena externím proudem  $I_{ABC}$  (*Bias Current*). Ideální OTA má kmitočtově nezávislou transkonduktanci  $g_m$  (na rozdíl od reálného, který je kmitočtově závislý).



Obrázek 3: OTA - schematické značky [3]



Obrázek 4: Linearizovaný model reálného OTA [4]

Připojením zátěže  $R_z$  na výstup bylo získáno napětí naprázdno

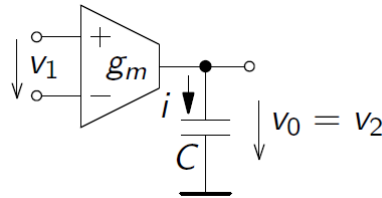
$$u_{out} = R_z g_m (u_+ - u_-) = G_0 (u_+ - u_-), \quad (13)$$

kde  $G_0$  je zesílení. Ze vztahu (13) plyne, že zesílení je konečné a mezi vstupy je nenulové napětí. Připojením kondenzátoru jako zátěže byl získán bezztrátový integrátor s přenosem

$$H(s) = \frac{v_2}{v_1} = \frac{g_m}{sC} \quad (14)$$

a napětím na výstupu

$$v_0(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt = \frac{1}{C} \int g_m v_1(t) dt. \quad (15)$$

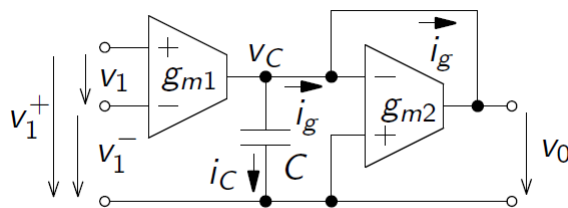


Obrázek 5: OTA-C [4]

Toto zapojení integrátoru s uzemněným kondenzátorem se označuje jako OTA-C.

Ztrátový integrátor lze utvořit sériovým zapojením dalšího OTA jako odporu se zápornou zpětnou vazbou. Rozdíl mezi ideálním a ztrátovým integrátorem lze pozorovat i v modulové charakteristice - pro ztrátový je konstantní a pak teprve lineárně klesá se sklonem -20 dB/dek.

$$v_0(t) = \frac{g_{m1}}{sC + g_{m2}} (v_1^+ - v_1^-) \quad (16)$$



Obrázek 6: Ztrátový OTA-C [4]

## 4 Integrované obvody s OTA

Integrované obvody se vyrábí buď s jedním nebo dvěma zesilovači v pouzdře. Varianty s jedním operačním zesilovačem jsou např. OPA615, OPA860 a novější OPA861. Všechny součástky s jedním OTA mají velkou šířku pásma (v řádech stovek MHz), cenově vychází na 75–280 Kč. Integrované obvody s dvěma zesilovači v pouzdře mají užší šířku pásma (2 MHz), menší rychlost přeběhu (50 V/ $\mu$ s), mnohem menší výstupní proud (650  $\mu$ A) i offset vstupního napětí a operují při cca 4x nižších proudech. Cenové rozpětí je 25–65 Kč.

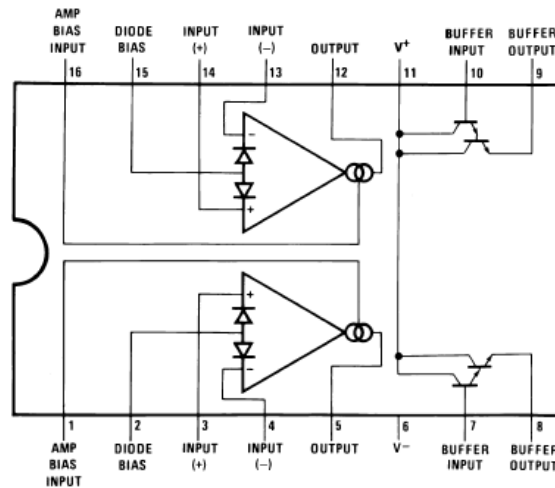
	GBP - Gain Bandwidth Product	SR - Slew Rate	Output Current per Channel	$I_b$ - Input Bias Current	$V_{os}$ - Input Offset Voltage	Operating Supply Current	Forward Transconductance Min	Supply Voltage
OPA615	710 MHz	2.5 kV/ $\mu$ s	5 mA	3 $\mu$ A	40 mV	13 mA	65 mA/V	8–12.4 V
OPA860	470 MHz	3.5 kV/ $\mu$ s	15 mA	5 $\mu$ A	12 mV	11.2 mA	80 mA/V	5–13 V
OPA861	400 MHz	900 V/ $\mu$ s	15 mA	1 $\mu$ A	12 mV	5.4 mA	65 mA/V	4–12.6 V

Tabulka 1: orovnání integrovaných obvodů s jedním OTA [5]

	GBP - Gain Bandwidth Product	SR - Slew Rate	Output Current per Channel	$I_b$ - Input Bias Current	$V_{os}$ - Input Offset Voltage	Operating Supply Current	Forward Transconductance - Min	Supply Voltage
LM13700	2 MHz	50 V/ $\mu$ s	650 $\mu$ A	5 $\mu$ A	4 mV	1.3 mA	6700 $\mu$ S	10–36 V
NE5517	2 MHz	50 V/ $\mu$ s	650 $\mu$ A	5 $\mu$ A	5 mV	2.6 mA	5400 $\mu$ S	4–44 V
AU5517	2 MHz	50 V/ $\mu$ s	650 $\mu$ A	5 $\mu$ A	5 mV	2.6 mA	5400 $\mu$ S	4–44 V
NJM13600	2 MHz	50 V/ $\mu$ s	650 $\mu$ A	5 $\mu$ A	5 mV	2.6 mA	6700 $\mu$ S	36 V
NJM13700	2 MHz	50 V/ $\mu$ s	650 $\mu$ A	5 $\mu$ A	4 mV	2.6 mA	6700 $\mu$ S	36 V

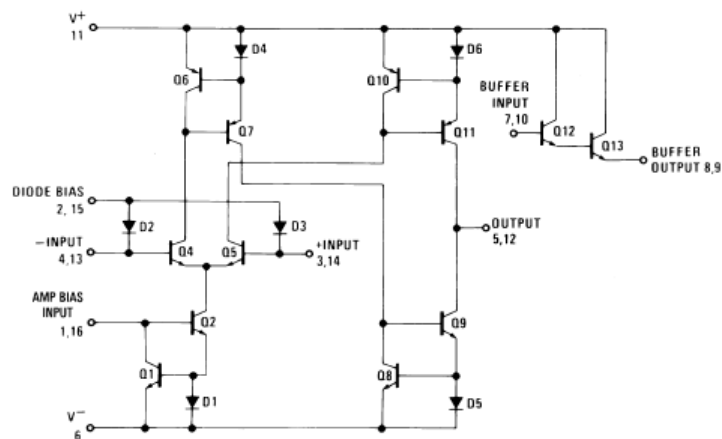
Tabulka 2: Porovnání integrovaných obvodů se dvěma OTA [5]

Pro realizaci přeladitelného filtru byl zvolen LM13700.



Obrázek 7: Konfigurace pinů na LM13700M [6]

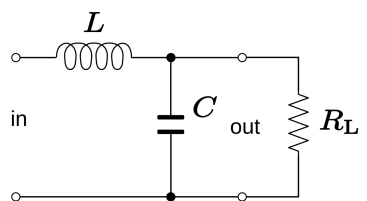
Vnitřní zapojení LM13700 na obrázku 8 obsahuje symetrický rozdílový stupeň (tranzistory Q4, Q5), který je napájen řízeným zdrojem proudu s tranzistorem Q2. Dvojice diod a tranzistorů tvoří proudová zrcadla (*Current Mirror*) - referenční proud tekoucí v jedné větvi obvodu se „zrcadlí“ v jeho druhé větvi. Principiálně jsou to zdroje proudu řízené proudem.



Obrázek 8: Vnitřní schéma OTA [6]

## 5 Odvození DP 2. řádu

Náhradní obvod, ze kterého bude spočítána přenosová funkce pro přenos filtru druhého řádu, popisuje obrázek 9.



Obrázek 9: Dolní propust 2. řádu [7]

Přenos obvodu byl vyjádřen jako

$$H(s) = \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{Z_2}{Z_1}, \quad Z_1 = sL, \quad Z_2 = \frac{\frac{R}{sC}}{R + \frac{1}{sC}}. \quad (17)$$

Výsledný přenos je roven

$$H(s) = \frac{\frac{\frac{R}{sC}}{R + \frac{1}{sC}}}{sL + \frac{\frac{R}{sC}}{R + \frac{1}{sC}}}. \quad (18)$$

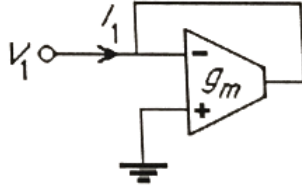
Elementárními algebraickými úpravami a následným vynásobením členem  $1/(LRC)$  byl získán výsledný přenos.

$$H(s) = \frac{R}{s^2 LRC + sL + R} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{LC}}. \quad (19)$$

Pro ideální OTA zesilovač (vstupní i výstupní impedance nulové) je možno odpor nahradit obvodem s uzemněným neinvertujícím vstupem a zpětnou vazbou z invertujícího vstupu na výstup a to hodnotou

$$R_{in} = \frac{1}{g_m}, \quad (20)$$

kde  $g_m$  označuje transkonduktanci zesilovače. Prohození invertujícího a neinvertujícího vstupu vede na opačnou polaritu.



Obrázek 10: Obvod pro simulaci uzemněného rezistoru [8]

Pro nahrazení indukčnosti o impedanci  $Z_L = 1/(sC)$  lze použít obvod s třemi OTA. Uzemněny jsou invertující vstup prvního OTA a neinvertující druhého. Použita je zpětná vazba z výstupu na neinvertující vstup prvního OTA. Propojení výstupu prvního OTA na invertující vstup druhého OTA je realizován přes uzemněný kapacitor. Vyjádřením napětí a proudů v obvodu bylo získáno napětí na kapacitoru a vstupní proud

$$V_C = \frac{g_{m1}}{sC} V_1 \quad (21)$$

$$I_1 = g_{m2} V_C = \frac{g_{m1} g_{m2}}{sC} V_1. \quad (22)$$

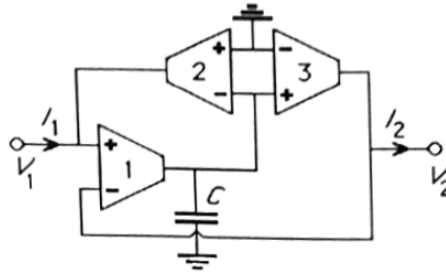
Výsledná indukčnost - impedance vstupu byla vyjádřena vztahem (23).

$$Z_{in}(s) = \frac{V_1}{I_1} = s \frac{C}{g_{m1} g_{m2}} \quad (23)$$

Byl obdržen induktor o hodnotě

$$L = \frac{C}{g_{m1} g_{m2}}. \quad (24)$$





Obrázek 11: Obvod pro simulaci indukčnosti [8]

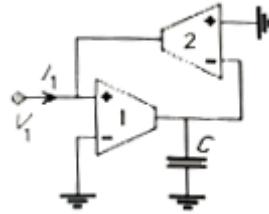
Pro uzemněnou indukčnost o impedanci  $Z_L = 1/(sC)$  byl použit obvod na obrázku 12. Vyjádřením napětí a proudů v obvodu bylo získáno napětí na kapacitoru a vstupní proud

$$V_C = \frac{g_{m1}}{sC} V_1 \quad (25)$$

$$I_1 = g_{m2} V_C = \frac{g_{m1} g_{m2}}{sC} V_1. \quad (26)$$

Výsledná indukčnost - impedance vstupu byla vyjádřena vztahem (27).

$$Z_{in}(s) = \frac{V_1}{I_1} = s \frac{C}{g_{m1} g_{m2}} \quad (27)$$

Obrázek 12: Obvod pro simulaci uzemněné indukčnosti pro  $g_{m1} = g_{m2}$  [8]

Nyní je možno za odpor a indukčnost dosadit do vztahu (19). Byly uvažovány kapacitory o stejné hodnotě C.

$$H(s) = \frac{\frac{1}{C^2}}{\frac{1}{g_{m1} g_{m2}} + \frac{s}{C} + \frac{1}{C^2}} = \frac{\frac{g_{m1} g_{m2}}{C^2}}{s^2 + \frac{s g_{m2}}{C} + \frac{g_{m1} g_{m2}}{C^2}} = \frac{g_{m1} g_{m2}}{s^2 C^2 + s g_{m2} C + g_{m1} g_{m2}}. \quad (28)$$

Porovnáním jmenovatele se jmenovatelem přenosu filtru 2. řádu byl obdržén vztah

$$s^2 + s \frac{\omega_c}{Q} + \omega_c^2 = s^2 C^2 + s g_{m2} C + g_{m1} g_{m2} \quad (29)$$

$$s^2 + s \frac{\omega_c}{Q} + \omega_c^2 = s^2 + \frac{s g_{m2}}{C} + \frac{g_{m1} g_{m2}}{C^2}. \quad (30)$$

Z tohoto vztahu byl vyjádřen mezní kmitočet jako

$$\omega_c^2 = \frac{g_{m1} g_{m2}}{C^2} \quad (31)$$

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g_{m1} g_{m2}}{C^2}} \quad (32)$$

a činitel jakosti dosazením za  $\omega_c$

$$Q = \frac{\omega_c}{\frac{g_{m2}}{C}} = \sqrt{\frac{g_{m1}}{g_{m2}}}. \quad (33)$$

Pokud navíc byly uvažovány stejné transkonduktance  $g_{m1}$ ,  $g_{m2} = g_m$ , byl obdržen výsledek

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g_m^2}{C^2}}, \quad (34)$$

$$Q = \sqrt{1} = 1. \quad (35)$$

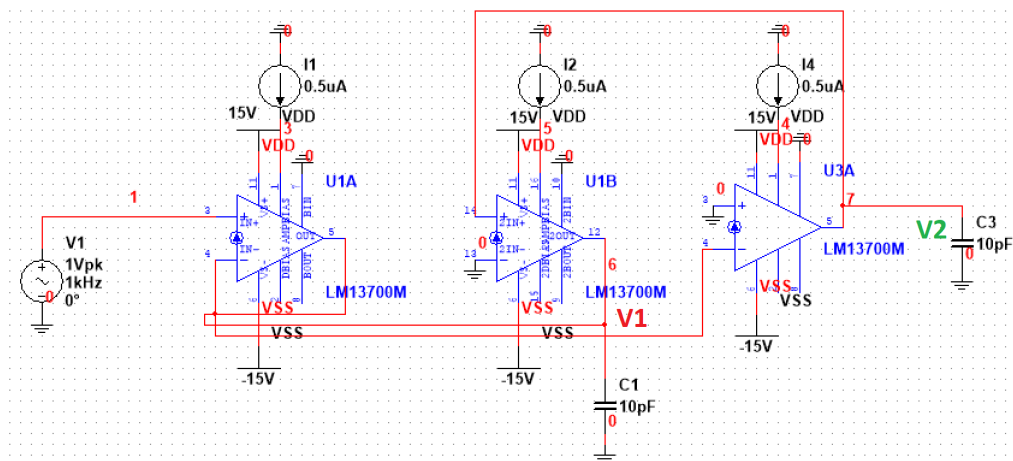
## 6 Dolní propust 2. řádu

Dolní propust druhého řádu má přenos v nekonečnu nulový  $H_\infty = 0$ . Přenosová funkce je

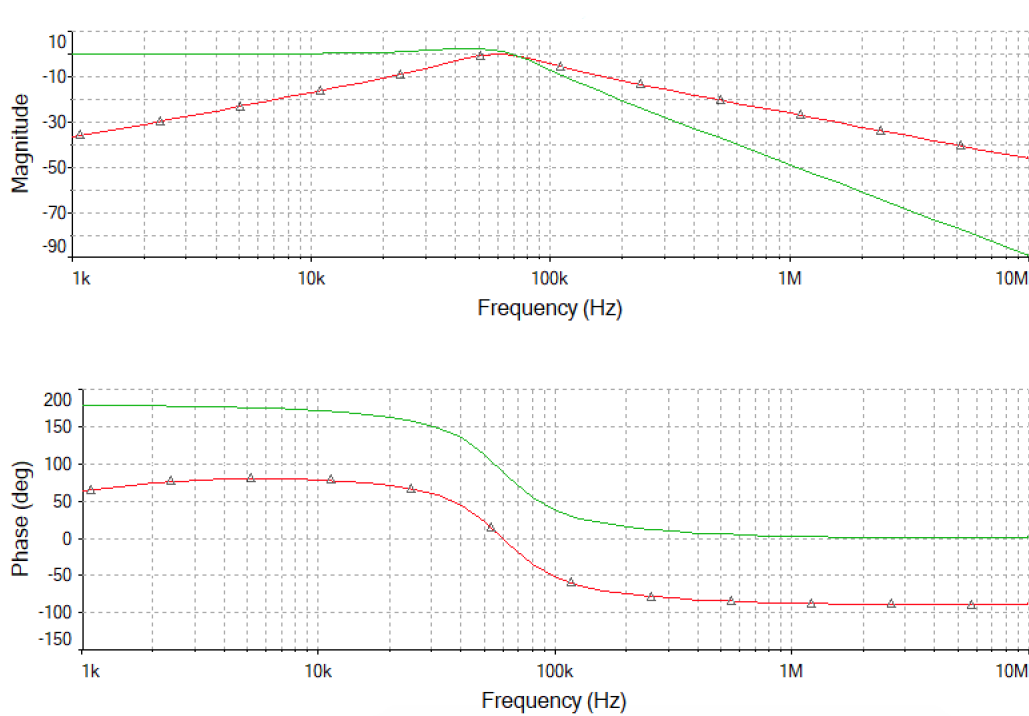
$$H(j\omega) = \frac{H_0\omega_c^2}{(j\omega)^2 + \frac{\omega_c}{Q}(j\omega) + \omega_c^2}. \quad (36)$$

Obvodová simulace byla realizována v programu Multisim. Bylo zvoleno symetrické napájení OZ  $V_{DD}, V_{SS} = \pm 15$  V. Regulací vstupního proudu je ovlivňován pracovní bod obvodu (mezní kmitočet). Vstupní externí proud  $I_{ABC} = 0.5 \mu\text{A}$  byl zvolen tak, aby byl obdržen mezní kmitočet cca 100 kHz. Externím proudem  $I_{ABC} \in [5 \mu\text{A} ; 500 \mu\text{A}]$  je garantováno minimální výstupní napětí  $U_{OUT} = \pm 12$  V, standardně  $V_{peak1} = 14.2$  V a  $V_{peak2} = -14.4$  V. Při výstupním napětí v tomto intervalu je šum vzhledem k signálu zanedbatelný a nezkreslí výsledky simulace.

Bylo použito zapojení s paralelně řazeným uzemněným kapacitorem a odporem a indukčností. Na výstupu 2. OTA (V1) byl obdržen filtr typu PP 1. řádu. Na výstupu 3. OTA (V2) pak DP 2. řádu.



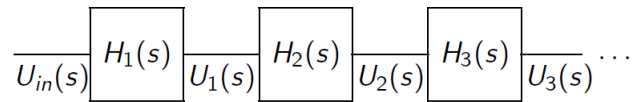
Obrázek 13: Schéma zapojení DP 2. řádu



Obrázek 14: Amplitudová a fázová charakteristika DP 2. řádu, PP

## 7 Dolní propust 4. řádu

Kaskádní zapojení sestává ze sériově zapojených bloků.



Obrázek 15: Kaskádní zapojení [4]

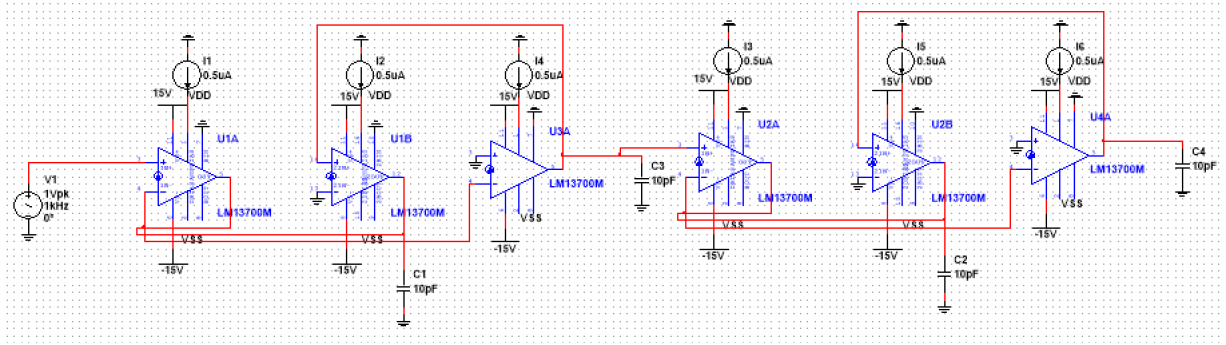
Přenosové funkce jednotlivých bloků se násobí

$$H_k(j\omega) = \frac{U_k(j\omega)}{U_{k-1}(j\omega)}. \quad (37)$$

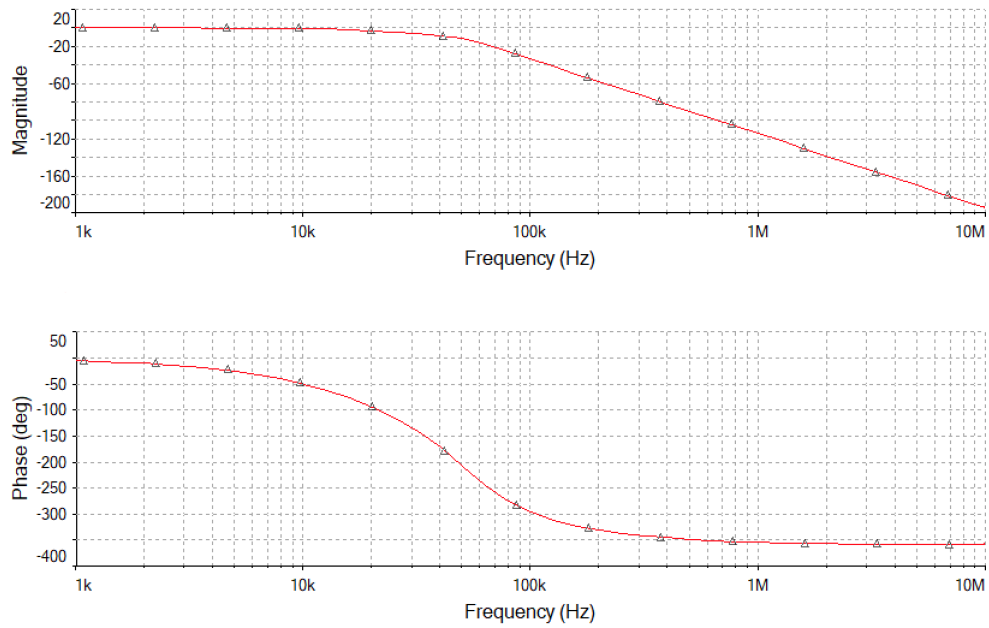
Přenos posledního bloku je dán vztahem

$$H_{1 \rightarrow k}(j\omega) = \frac{U_k(j\omega)}{U_{in}(j\omega)} = \prod_{n=1}^k H_n(j\omega). \quad (38)$$

Kaskádním zapojením dvou dolních propustí ze sekce 6 byl obdržen filtr 4. řádu s poklesem -80 dB/dek.



Obrázek 16: Schéma zapojení DP 4. řádu



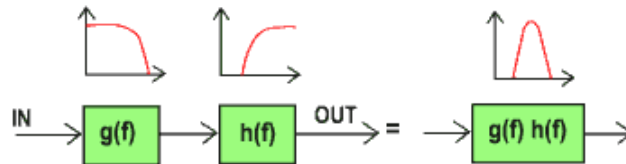
Obrázek 17: Amplitudová a fázová charakteristika DP 4. řádu

## 8 Pásmová propust 2. řádu

Horní propust druhého řádu má přenos v nule nulový  $H_0 = 0$ . Přenosová funkce je

$$H(j\omega) = \frac{H_\infty(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + \frac{\omega_c}{Q}(j\omega) + \omega_c^2}. \quad (39)$$

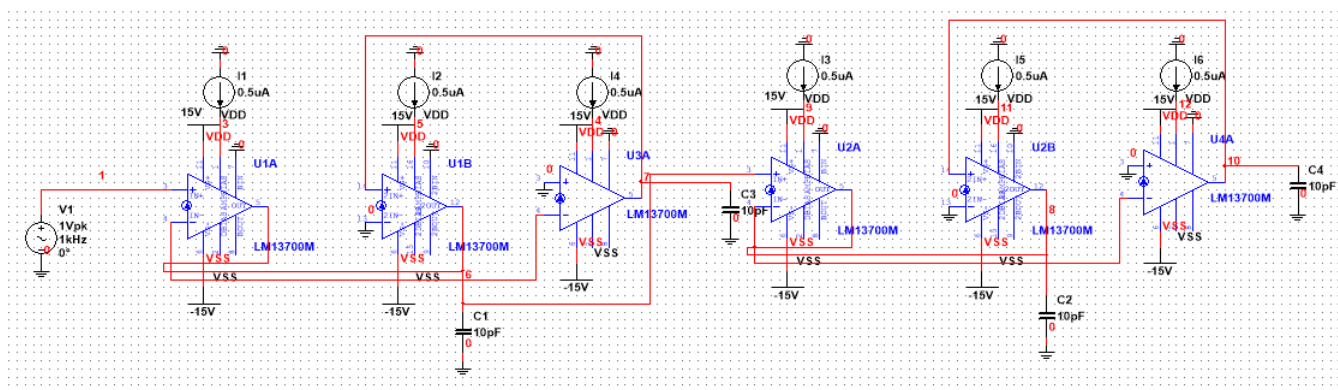
Pásmovou propust lze získat zapojením dolní a horní propusti.



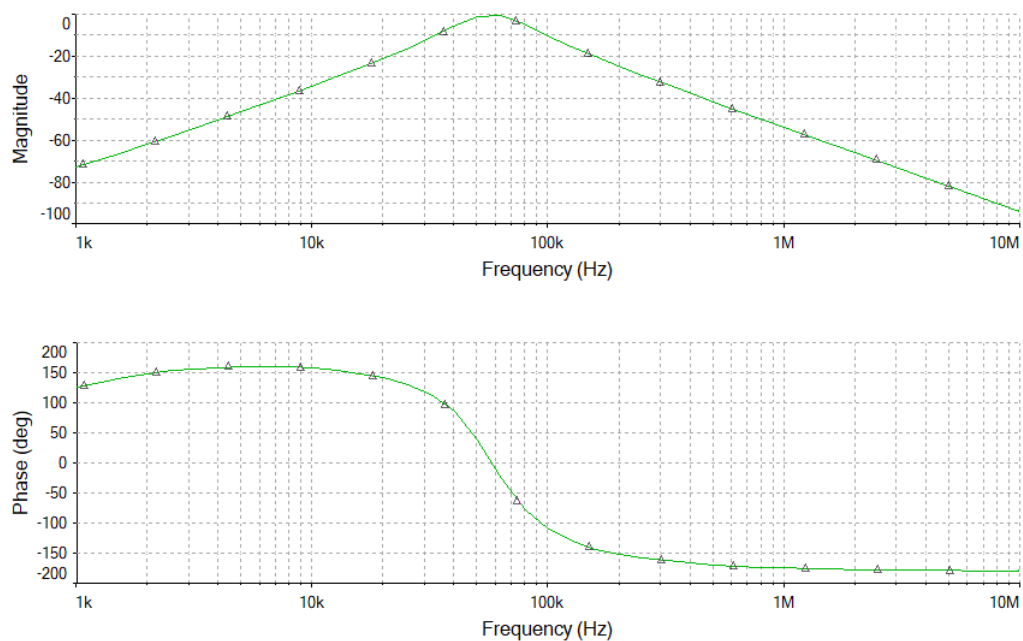
Obrázek 18: Násobení přenosů [9]

Pásmová propust má přenos v nule i nekonečnu nulový  $H_0 = H_\infty = 0$ . Přenosová funkce je

$$H(j\omega) = \frac{H_B \frac{\omega_c}{Q}(j\omega)}{(j\omega)^2 + \frac{\omega_c}{Q}(j\omega) + \omega_c^2}. \quad (40)$$



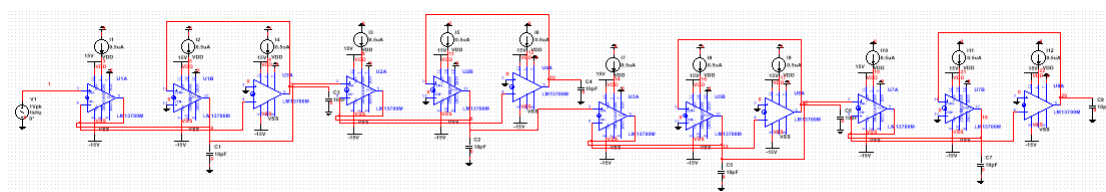
Obrázek 19: Schéma zapojení PP 2. řádu



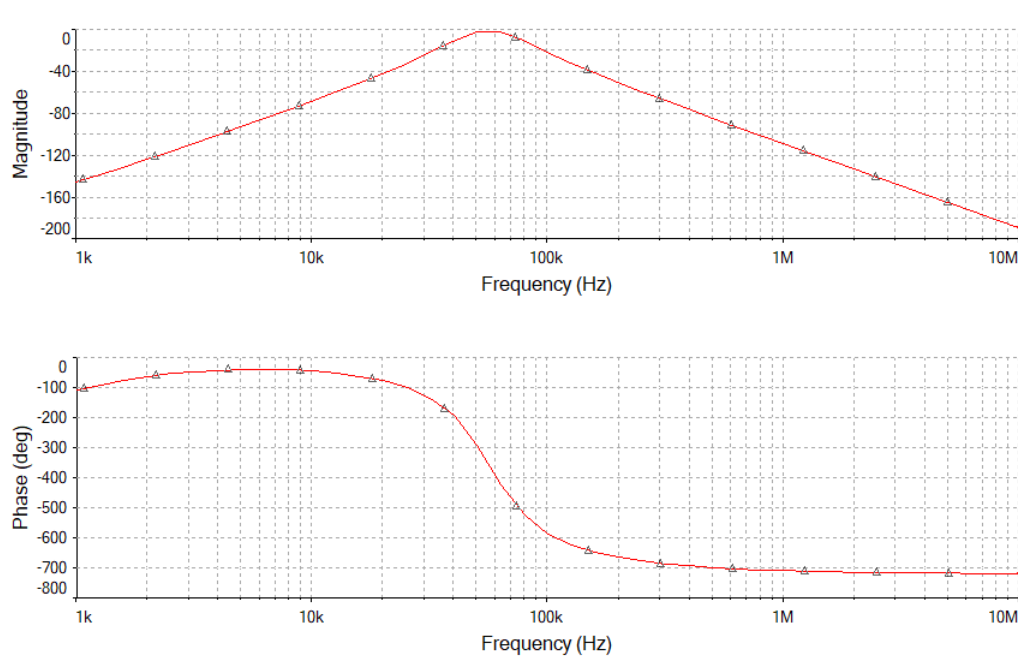
Obrázek 20: Amplitudová a fázová charakteristika PP 2. řádu

## 9 Pásmová propust 4. řádu

Zapojením dvou PP 2. řádu byla obdržena PP 4.řádu s poklesem -80 dB/dek.



Obrázek 21: Schéma zapojení PP 4. řádu

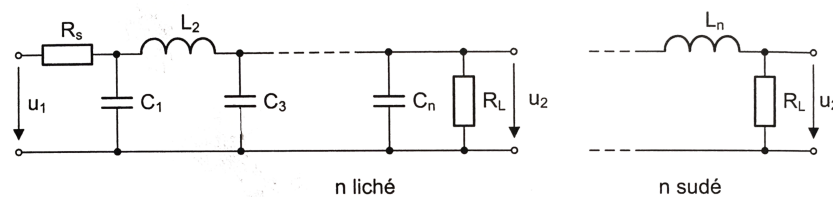
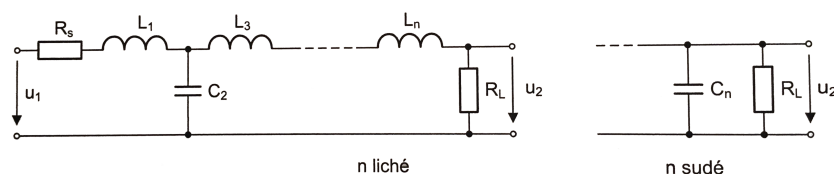


Obrázek 22: Amplitudová a fázová charakteristika PP 4. řádu

## 10 Příčkové LC filtry

Pasivní dolní propust je realizována zapojením induktoru ke vstupnímu napětí a k této větvi je následně zapojen paralelně rezistor. Pasivní horní propust má ke vstupu připojený sériově rezistor a poté k této větvi paralelně induktor.

K realizaci filtrů vyšších řádů se užívají  $\pi$  nebo T články s LC prvky. Při návrhu filtru musí být zohledněn vnitřní odpor zdroje  $R_s$  a zatěžovací odpor  $R_L$ . LC filtry jsou tedy dvojitě zakončeny. Indukčnosti a kapacity prvků se určí z rovnic pro normované kapacity a indukčnosti. Normované hodnoty budou vypočteny pro mezní kmitočet  $\omega_c = 1/\sqrt{LC}$  a pro zatěžovací odpor  $R_L$ . Hodnoty prvků lze pro požadovanou aproximaci odečíst z tabulek.

Obrázek 23: Pasivní dolní propust n-tého řádu s  $\pi$  články [10]

Obrázek 24: Pasivní dolní propust n-tého řádu s T články [10]

## 11 Návrh v Maple

Pro návrh pásmové propusti 4. řádu s Caurovou aproximací typu C byly zvoleny parametry tolerančního schématu

$$f_{-s} := 80000Hz$$

$$f_{-p} := 100000Hz$$

$$fp := 877778Hz$$

$$fs := 100000Hz$$

$$ap := 1dB$$

$$as := 80dB,$$

kde všechny parametry musí být kladná reálná čísla a  $f_{-s} < f_{-p} < fp < fs$  a  $ap < as$ . Zadána byla spodní a horní hranice nepropustného pásma  $f_{-s}, fs$  [Hz], spodní a horní hranice propustného pásma  $f_{-p}, fp$  [Hz], maximální útlum v propustném pásmu  $ap$  [dB] a minimální útlum v nepropustném pásmu  $as$  [dB].

$$f_{-s} = \frac{\sqrt{\Delta fs^2 + 4f_{-m}^2} - \Delta fs}{2} \quad (41)$$

$$f_{-p} = \frac{\sqrt{\Delta fp^2 + 4f_{-m}^2} - \Delta fp}{2} \quad (42)$$

$$fp = \frac{\sqrt{\Delta fp^2 + 4f_{-m}^2} + \Delta fp}{2} \quad (43)$$

$$fs = \frac{\sqrt{\Delta fs^2 + 4f_{-m}^2} + \Delta fs}{2} \quad (44)$$

Funkcí *BP2NLP* byla provedena transformace tolerančního schématu nesymetrické pásmové propusti (PP) na toleranční schema normované dolní propusti (NDP). Byl spočten geometrický střed propustného pásma  $fm$  [Hz], šířka propustného pásma  $\Delta fp$  [Hz] a šířka nepropustného pásma  $\Delta fs$  [Hz].

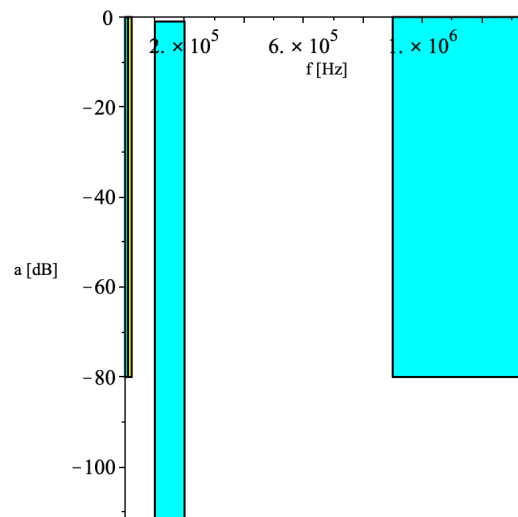
$$fm = 141421Hz$$

$$\Delta fp = 100000Hz$$

$$\Delta fs = 877778Hz$$

Byl obdržen kmitočet hranice nepropustného pásma normované dolní propusti (NDP)  $Os$  [1/s].

$$Os = 8.777781/s$$



Obrázek 25: Toleranční schéma navrhované pásmové propusti

Stupeň Cauerovy aproximace normované dolní propusti byl určen jako  $order = 4$ . Dále byla funkcí *Cauer\_asnew* určena nová hodnota útlumu v nepropustném pásmu NDP.

$$asnew := 105.613$$

$$asnew = 10 \log_{10} \left( 1 + \left( \frac{\epsilon}{kl\_new} \right)^2 \right) \quad (45)$$

$$\epsilon = \sqrt{10^{0.1ap} - 1} \quad (46)$$

$$k = \frac{1}{Os} \quad (47)$$

$$kl\_new = k^{order} \left( \prod_{i=1}^n JacobiCD \left( \frac{(2i-1+m)EllipticK(k)}{order}, k \right) \right)^4, \quad (48)$$

kde  $m$  je celočíselný zbytek po dělení řádu 2 a  $n$  celočíselný výsledek dělení. Jakobiho eliptických funkcí je 12 a vycházejí ze škálování na jednotkové elipse ( $\cos \phi$ ,  $\sin \phi$  se nevází k jednotkovému kruhu, ale k elipse). *JacobiCD* funkce je definována jako podíl cosinu Jakobiho funkce s dvěma parametry (*JacobiAM*( $z, k$ )) a derivace této funkce podle prvního parametru  $z$ .

$$EllipticK(k) = \int_0^1 \left( \frac{1}{\sqrt{(-\alpha_1^2 + 1)} \sqrt{(-k^2 - \alpha_1^2 + 1)}} \right) d\alpha_1 \quad (49)$$

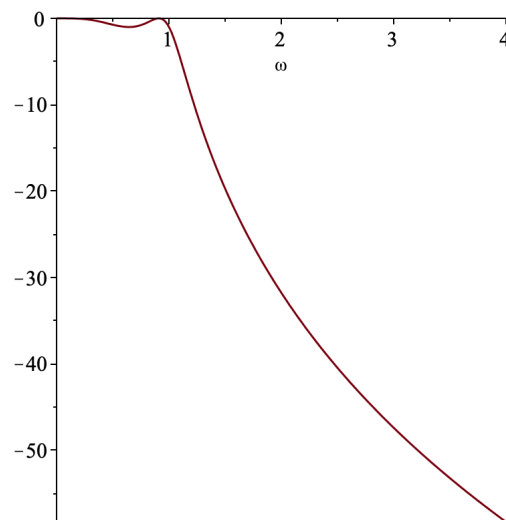
Následně byl spočten koeficient nejvyšší mocniny polynomu ve jmenovateli přenosové funkce *Gc*, póly a nuly přenosové funkce *poles*, *zeros* pomocí funkce *CauerCPolesZeros*. Počet pólů je dán řádem filtru *order* a počet nul pro aproximaci typu C je roven  $order - 2$ . Dále byla spočtena Caurerova aproximace typu C - provozní činitel přenosu *G* jako racionální lomená funkce  $G(j\omega) = 1/H(j\omega)$ , charakteristická funkce *chf* jako  $\Phi(j\omega)$  s nulami a póly na imaginární ose a nuly přenosu. Charakteristická funkce má shodný jmenovatel s  $G(j\omega)$ .

$$Gc, poles, zeros := 376.020,$$

$$[-0.475024 + 0.340009I, -0.475024 - 0.340009I, -0.162709 + 0.982758I, -0.162709 - 0.982758I],$$

$$[11.2840I, -11.2840I],$$

$$G, chf, zer := \frac{376.020p^4 + 479.601p^3 + 617.689p^2 + 396.239p + 127.328}{p^2 + 127.329}, \frac{(376.020p^2 + 311.716)p^2}{p^2 + 127.329}, [11.2840I, -11.2840I]$$



Obrázek 26: Modulová frekvenční charakteristika NDP

Charakteristika byla vykreslena z přenosu funkcí *MagnitudeHdB*, která vypočte modul přenosu podle předpisu  $|H(j\omega)|$ .



## 12 Výpočet prvků LC filtru

Funkcí *DroppNLP* byly vypočteny prvky LC příčkového filtru typu normovaná dolní propust (NDP). Zakončení bylo zvoleno standardní (common), odpory o hodnotě 1  $\Omega$ , směr zpracování od posledního prvku (rear), s T strukturou (začíná zepředu podélným induktorem). Standardní (common) zakončení je oboustranné ( $R_1 \neq 0, R_z \neq \infty$ ). Výstupem funkce je LC struktura s orientací prvků ve větvi podélně (direct) nebo příčně (shunt).

$$\text{block}(1), [\text{orientation} = \text{direct}, \text{elements} = L1 = -0.40652, Z = pL1]$$

$$\text{block}(2), [\text{orientation} = \text{shunt}, \text{elements} = C1 = 2.4732, Z = \frac{1}{pC1}]$$

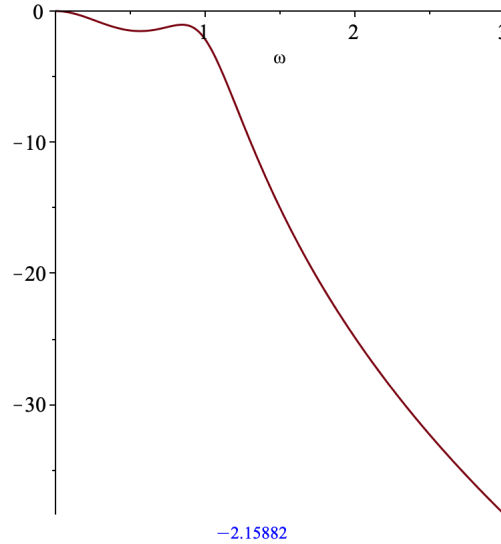
$$\text{block}(3), [\text{orientation} = \text{direct}, \text{elements} = C1 = 0.0081309, L1 = 0.96591, Z = \frac{1}{\frac{1}{pL1} + pC1}]$$

$$\text{block}(4), [\text{orientation} = \text{shunt}, \text{elements} = C1 = 1.5489, Z = \frac{1}{pC1}]$$

Přenosová funkce pasivních a aktivních struktur filtru byla spočtena funkcí *MakeH*. Byl spočten napěťový i výkonový přenos.

$$H\_NLPV := \frac{p^2 + 127.329}{-193.159p^4 + 352.072p^3 + 286.065p^2 + 582.791p + 253.653}$$

$$H\_NLP := \frac{p^2 + 127.330}{-96.9631p^4 + 176.735p^3 + 143.601p^2 + 292.553p + 127.330}$$



Obrázek 27: Modulová frekvenční charakteristika NDP - LC příčkový filtr

Hodnota přenosové funkce v 1 byla vyhodnocena jako  $-2.15882$ .

Byla provedena transformace hodnot prvků normované dolní propusti (NDP) na pásmovou propust (PP). Zakončovací rezistor byl zvolen 1  $\Omega$ , další dva parametry funkce značí spodní a horní hranici propustného pásma.

$$\text{block}(1), [Z = pL1 + \frac{1}{pC1}, \text{orientation} = \text{direct}, \text{elements} = C1 = -7.8301 * 10^{-6}, L1 = -3.2350 * 10^{-7}]$$

$$\text{block}(2), [Z = \frac{1}{\frac{1}{pL1} + pC1}, \text{orientation} = \text{shunt}, \text{elements} = C1 = 1.9681 * 10^{-6}, L1 = 1.2871 * 10^{-6}]$$

$$\text{block}(3), [Z = \frac{1}{pC1 + \frac{1}{pL1} + \frac{1}{pL2 + \frac{1}{pC2}}}, \text{orientation} = \text{direct}, \text{elements} = C1 = 6.4704 * 10^{-9},$$

$$C2 = 3.2954 * 10^{-6}, L1 = 3.9148 * 10^{-4}, L2 = 7.6864 * 10^{-7}]$$

$$\text{block}(4), [Z = \frac{1}{\frac{1}{pL1} + pC1}, \text{orientation} = \text{shunt}, \text{elements} = C1 = 1.2326 * 10^{-6}, L1 = 2.0551 * 10^{-6}]$$

Byly nastaveny jakosti cívek v LC příčkové struktuře na konečnou hodnotu. Funkce *MakeRealL* zařadí do výsledné LC příčkové struktury sériově rezistory k induktorům podle zadaného činitele jakosti  $Q$  a zadaného kmitočtu (ten odpovídá u pásmové propusti geometrickému středu propustného pásma - nebo je možno zadat obě hranice propustného pásma). Výpočet sériového odporu je proveden podle předpisu  $R_s = L1 \cdot 2\pi f / Q$ .

$$\text{block}(1), [Z = pL1 + Rs1 + \frac{1}{pC1}, \text{orientation} = \text{direct}, \text{elements} = C1 = -7.8301 * 10^{-6}, L1 = -3.2350 * 10^{-7},$$

$$Rs1 = -0.57490 * 10^{-2}]$$

$$\text{block}(2), [Z = \frac{1}{\frac{1}{pL1+Rs1} + pC1}, \text{orientation} = \text{shunt}, \text{elements} = C1 = 1.9681 * 10^{-6}, L1 = 1.2871 * 10^{-6},$$

$$Rs1 = 0.22873 * 10^{-1}]$$

$$\text{block}(3), [Z = \frac{1}{pC1 + \frac{1}{\frac{1}{pL1+Rs1} + \frac{1}{pL2+Rs2 + \frac{1}{pC2}}}} \text{orientation} = \text{direct}, \text{elements} = C1 = 6.4704 * 10^{-9},$$

$$C2 = 3.2954 * 10^{-6}, L1 = 0.39148 * 10^{-3}, L2 = 7.6864 * 10^{-7}, Rs1 = 6.9572, Rs2 = 0.13660 * 10^{-1}]$$

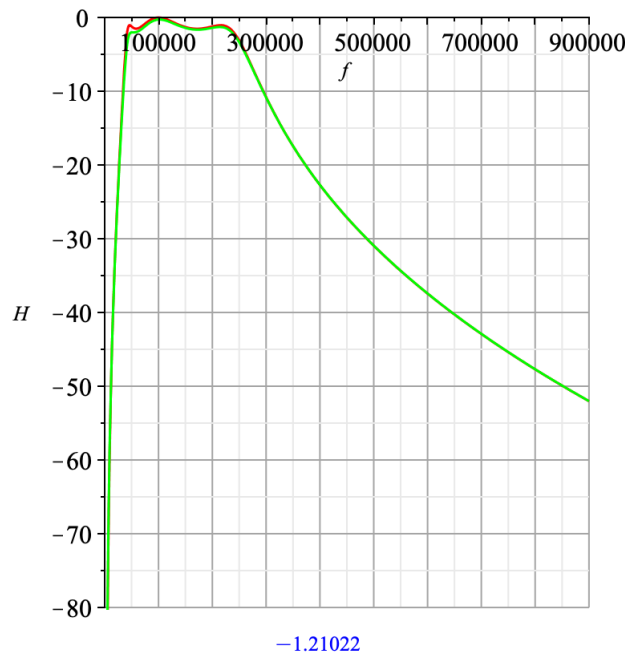
$$\text{block}(4), [Z = \frac{1}{\frac{1}{pL1+Rs1} + pC1}, \text{orientation} = \text{shunt}, \text{elements} = C1 = 1.2326 * 10^{-6}, L1 = 2.0551 * 10^{-6},$$

$$Rs1 = 0.36522 * 10^{-1}]$$

Byl spočten přenos pro LC strukturu bez a s přidáními sériovými rezistory. Pro oba přenosy byla vykreslena modulová frekvenční charakteristika.

$$H_{BP} := \frac{p^6 + 2.01858 * 10^{14} p^4 + 1.55854 * 10^{23} p^2}{-6.1402610^{-11} p^8 + 0.000140640 p^7 + 46.6376 p^6 + 5.34196 * 10^8 p^5 + 2.57033 * 10^{14} p^4 + 2.1089310^{20} p^3 + 7.26886 * 10^{24} p^2 + 8.65337 * 10^{30} p - 1.49149 * 10^{36}}$$

$$H_{BPQ} := \frac{p^7 + 71085.7 p^6 + 2.01860 * 10^{14} p^5 + 1.07620 * 10^{19} p^4 + 3.47110 * 10^{23} p^3 + 6.67244 * 10^{27} p^2 + 4.92223 * 10^{31} p}{-6.14027 * 10^{-11} p^9 + 0.000135185 p^8 + 55.5676 p^7 + 5.37714 * 10^8 p^6 + 2.85360 * 10^{14} p^5 + 2.25089 * 10^{20} p^4 + 1.49149 * 10^{25} p^3 + 8.97641 * 10^{30} p^2 - 1.38919 * 10^{36} p - 2.74611 * 10^{40}}$$



Obrázek 28: Modulová frekvenční charakteristika LC struktury (červená) a LC struktury s konečnou hodnotou jakostí cívek (zelená)

Vyčíslením v  $200000 \cdot 2\pi$  Hz byl obdržen útlum 1.21022 dB.

Odnormované prvky byly vyčísleny následovně:

$$\text{ele\_BP} := C1 = -7.83010 * 10^{-6}, C2 = 1.96808 * 10^{-6}, C3 = 3.29545 * 10^{-6}, C4 = 6.47035 * 10^{-9},$$

$$C5 = 1.23258 * 10^{-6}, L1 = -3.235 * 10^{-7}, L2 = 1.28706 * 10^{-6}, L3 = 7.68645 * 10^{-7}, L4 = 0.391484 * 10^{-3},$$

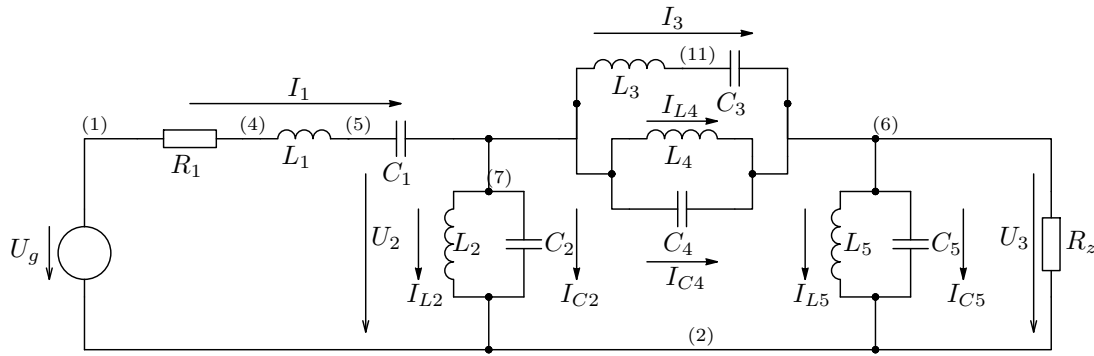
$$L5 = 2.05508 * 10^{-6}, R1 = 1, Rz = 1.00796$$

Kapacita kondenzátoru použitého při zapojení indukčnosti s OTA je rovna  $C_L = Lg_m^2$ . Byla uvažována minimální transkonduktance z datasheetu LM13700. Byly získány kapacity  $C_{L1} = 3.08002$  nF,  $C_{L2} = 17.8354$  nF,  $C_{L3} = 938.613$  nF,  $C_{L4} = 2.10114$  nF,  $C_{L5} = 358.667$  nF. Převrácenou hodnotou transkonduktance byly vypočteny frekvenčně a impedančně odnormované odpory

$$R_N = R_1 = R_z = \frac{1}{g_m} = 104.16667 \Omega. \quad (50)$$

Kapacity vyšly již se Syntfilu  $C1 = -7.8301 \mu\text{F}$ ,  $C2 = 1.96808 \mu\text{F}$ ,  $C3 = 3.29545 \mu\text{F}$ ,  $C4 = 6.47035$  nF,  $C5 = 1.23258 \mu\text{F}$ .

### 13 Návrh funkční simulací



Obrázek 29: Schéma LC příčkové struktury

Analýzou LC struktury z Maplu byly obdrženy obvodové rovnice, kde R je volitelný (fiktivní) rezistor:

$$I_1 = \frac{1}{R_1 + pL_1 + \frac{1}{pC_1}}(U_G - U_2) \quad (51)$$

$$v_1 = \frac{R}{R_1 + pL_1 + \frac{1}{pC_1}}(U_G - U_2) \quad (52)$$

$$U_2 = \frac{1}{\frac{1}{pL_2} + pC_2}(I_1 - I_3 - I_{L4} - pC_4 v_{L4}) \quad (53)$$

$$U_2 = \frac{1}{\frac{R}{pL_2} + RpC_2}(v_1 - v_{L3} - v_{L4} - RpC_4 U_{L4}) \quad (54)$$

$$I_3 = \frac{1}{pL_3 + \frac{1}{pC_3}}(U_2 - U_3) \quad (55)$$

$$v_{L3} = \frac{R}{pL_3 + \frac{1}{pC_3}}(U_2 - U_3) \quad (56)$$

$$v_{L4} = \frac{1}{\frac{1}{pL_4} + pC_4}(I_1 - I_{L2} - pC_2 U_2 - I_3 - pC_4(U_2 - U_3)) \quad (57)$$

$$v_{L4} = \frac{1}{\frac{R}{pL_4} + RpC_4}(v_1 - v_{L2} - RpC_2 U_2 - v_{L3} - RpC_4(U_2 - U_3)) \quad (58)$$

$$U_3 = \frac{1}{\frac{1}{R_z} + pC_5 + \frac{1}{pL_5}}(I_1 - I_{L2} - pC_2 U_2) \quad (59)$$

$$U_3 = \frac{1}{\frac{R}{R_z} + RpC_5 + \frac{R}{pL_5}}(v_1 - U_2 - RpC_2 U_2). \quad (60)$$

To odpovídá realizační struktuře s pěti OTA integrátory o přenosech  $H_1, \dots, H_5$

$$H_1 = \frac{R}{R_1 + pL_1 + \frac{1}{pC_1}} \quad (61)$$

$$H_2 = \frac{1}{\frac{R}{pL_2} + RpC_2} \quad (62)$$

$$H_3 = \frac{R}{pL_3 + \frac{1}{pC_3}} \quad (63)$$

$$H_4 = \frac{1}{\frac{R}{pL_4} + RpC_4} \quad (64)$$

$$H_5 = \frac{1}{\frac{R}{R_z} + RpC_5 + \frac{R}{pL_5}}. \quad (65)$$

Dosazením za přenos ztrátového integrátoru, přenosu  $PP/V_i$

$$H = \frac{gm}{sc + gm} \quad (66)$$

$$H = \frac{sgmC}{s^2C^2 + sgmc + gm^2} \quad (67)$$

a porovnáním s předchozími přenosy  $H_1, \dots, H_5$  byly obdrženy symbolické hodnoty kapacit. Zohledněním paralelního zapojení kondenzátoru C2, C4 a C5 k indukčnosti bylo dosaženo za původní hodnoty  $Cg = C \cdot gm \cdot R$ . Následně byly substitucí za  $gm = 9600 \mu S$  vypočteny výsledné kapacity.

## 14 Závěr

Cílem práce bylo navrhnout pásmovou propust 4. řádu. Prvním krokem bylo odzkoušení zapojení OTA v Multisimu. Bylo realizováno zapojení filtru typu dolní propust 2. řádu (Sekce 6), poté byl kaskádním zapojením filtrů 2. řádu obdržen filtr typu dolní propust 4. řádu (Sekce 7). Následně byla zapojením horní a dolní propusti obdržena pásmová propust 2. řádu (Sekce 8) a 4. řádu (Sekce 9).

Pomocí knihovny Syntfil navržena pásmová propust 4. řádu a její zapojení pomocí LC příčkové struktury. Mezikrokem byl převod pásmové propusti na normovanou dolní propust. Pro LC strukturu byly obdrženy odnormované hodnoty prvků.

Cíl práce byl částečně splněn. Bude třeba převést LC strukturu na zapojení s OTA a analyzovat výslednou strukturu v Maplu s využitím knihovny Pracan. Dalším krokem bude pak praktická realizace a odzkoušení navrhnutého obvodu.

## Reference

- [1] KAŠPER, Ladislav. *Návrh kmitočtového filtru* [online]. Ostrava, 2012 [cit. 2019-04-28]. Dostupné z: [https://dSPACE.vsb.cz/bitstream/handle/10084/92901/KAS279\\_FEI\\_N2647\\_2601T013\\_2012.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://dSPACE.vsb.cz/bitstream/handle/10084/92901/KAS279_FEI_N2647_2601T013_2012.pdf?sequence=1&isAllowed=y). Diplomová práce. VŠB-TU Ostrava, FEI. Strana 18/69.
- [2] *High-pass filtering pre-processing before computing audio features*. Stack Exchange Inc [online]. 2019 [cit. 2019-04-22]. Dostupné z: <https://dsp.stackexchange.com/questions/27586/high-pass-filtering-pre-processing-before-computing-audio-features>
- [3] MICHAL, Vratislav. *Vybrané vlastnosti obvodů pracujících v proudovém módu a napětovém módu* [online]. Brno, 2017 [cit. 2019-03-30]. Dostupné z: <https://docplayer.cz/43256146-Vybrane-vlastnosti-obvodu-pracujicich-v-proudovem-modu-a-napetovem-modu.html>. Článek. Brno University of Technology. Strana 5/6.
- [4] HOSPODKA, Jiří. *Úvod do analogových filtrů* [online]. Praha, 2018 [cit. 2019-03-30]. Dostupné z: <https://moodle.fel.cvut.cz/course/view.php?id=1434>. Přednáška. ČVUT FEL. Pořadí slide 24/41, 21/41.

- [5] *Transconductance Amplifiers* [online]. 2019 [cit. 2019-03-30]. Dostupné z: [https://cz.mouser.com/Semiconductors/Integrated-Circuits-ICs/Amplifier-ICs/Transconductance-Amplifiers/\\_/N-6j731?P=1y95od0](https://cz.mouser.com/Semiconductors/Integrated-Circuits-ICs/Amplifier-ICs/Transconductance-Amplifiers/_/N-6j731?P=1y95od0)
- [6] LM13700: Dual Operational Transconductance Amplifiers With Linearizing Diodes and Buffers. In: *Texas Instruments* [online]. Dallas, Texas: Texas Instruments Incorporated, 2018 [cit. 2019-03-30]. Dostupné z: [www.ti.com/lit/ds/symlink/lm13700.pdf](http://www.ti.com/lit/ds/symlink/lm13700.pdf) Strana 1/37. Strana 9/37 - Obrázek 16.
- [7] Low-pass filter. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2019-03-30]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Low-pass\\_filter](https://en.wikipedia.org/wiki/Low-pass_filter)
- [8] SCHAUMANN, Rolf a Mac E. Van VALKENBURG. *Design of Analog Filters*. New York: Oxford University Press, 2001. ISBN 0195118774. Pořadí obrázků 4-13, 4-36 a), b).
- [9] RAMSDEN, Ed. *An Introduction to Analog Filters*. Sensors Online [online]. 3 Speen Street, Suite 300, Framingham, MA 01701: Questex, 2019, 1/7/2001 [cit. 2019-05-18]. Dostupné z: <https://www.sensorsmag.com/components/introduction-to-analog-filters>
- [10] VEDRAL, Josef a Jakub SVATOŠ. *Zpracování a digitalizace analogových signálů v měřící technice*. Praha: Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2018. ISBN 978-80-01-06424-5. Strana 136, Obrázek 5.3.9, 5.3.10.