

# Analogový přeladitelný filtr se zesilovači OTA

Klára Pacalová

16. května 2019

Klíčová slova: *transkonduktance, OTA, OTA-C, analogový filtr, pásmová propust, dolní propust*

## 1 Motivace

Cílem práce je navrhnout zapojení analogového filtru typu pásmová propust 4. řádu s OTA. Hlavním nástrojem je Maple s knihovnou Syntfil, obvodová simulace je poté realizována v prostředí Multisim.

## 2 Analogové filtry

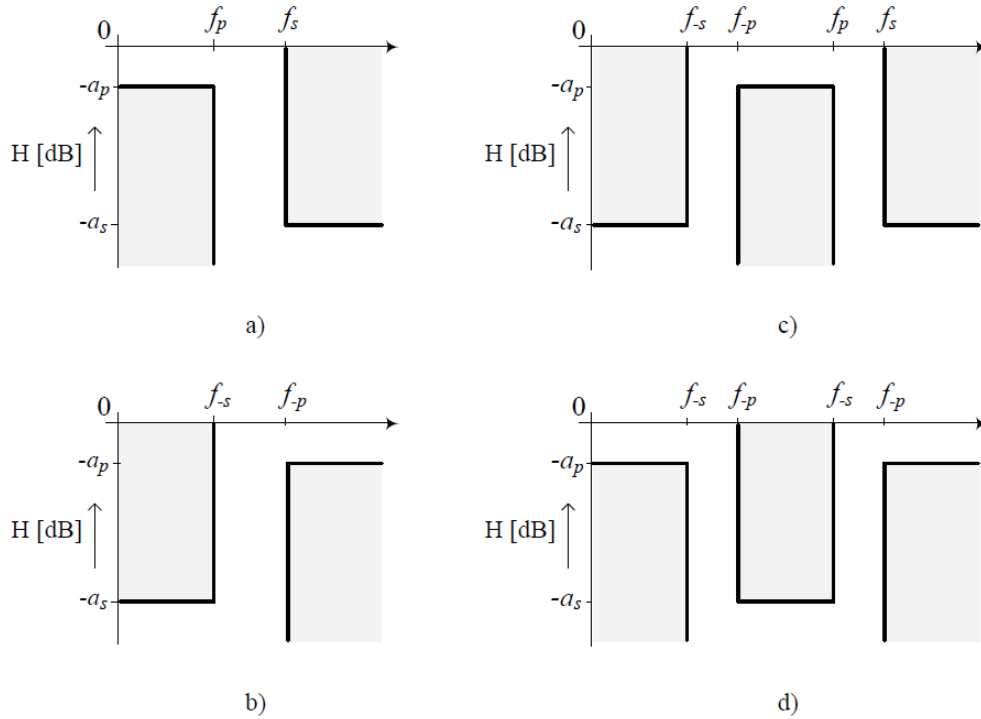
Filtry jsou určeny k potlačení nebo zvýraznění určité části kmitočtového spektra signálu. Jsou to obvody s kmitočtově závislou přenosovou funkcí (pro napěťový přenos  $H_s(j\omega) = \frac{U_{out}(j\omega)}{U_{in}(j\omega)}$ ). Základní rozdělení je na dolní propust (*low-pass* - LP), horní propust (*high-pass* - HP), pásmovou propust (*band-pass* - BP) a pásmovou zádrž (*band-stop* - BS).

Dolní propust nepropouští na výstup vstupní signál nad frekvencí  $f_s$ , signál v propustném pásmu zůstává beze změny nebo zesílený. Základní pasivní dvojbranné zapojení je ke vstupu sériově zapojený rezistor a k této větvi paralelně kapacitor. Tento RC člen se zvyšující se frekvencí snižuje svou vstupní impedanci. Přenosová funkce má nulu v nekonečnu a pól v levé polorovině s-roviny. Ideální integrátor má pól v nule.

Horní propust nepropouští signály o nízkých frekvencích. Nejjednodušší zapojení je RC člen, kdy kapacitor je zapojen sériově se zdrojem a k této větvi paralelně rezistor. Pro toto zapojení reaktance kapacitoru se zvyšující se frekvencí klesá. Přenosová funkce ideálního derivátoru má pól v nekonečnu a nulu v nule. Horní propust má nulu v nule a pól v levé polorovině s-roviny.

Pásmová propust propouští pásmo určené dvěma kmitočty. Pasivní pásmové propusti nedosahují účinnosti větší než 1. Jsou složeny z integračního článku (RC - dolní propust) a derivačního článku (CR - horní propust).

Pásmová zádrž nepropouští kmitočty pásma definovaného dvěma kmitočty. Pasivní zapojení je složeno ze dvou rezistorů a kapacitorů. Má vždy ztrátový přenos.



Obrázek 1: Toleranční schéma pro a) dolní propust (LP), b) horní propust (HP), c) pásmovou propust (BP) a d) pásmovou zadrž (BS)[1]

Filtry se používají k redukci nežádoucích frekvencí např. pro efektivní reprodukci zvuku reproduktory, k redukci okolního rušení např. vysílače blokují harmonické frekvence, které interferují, jako filtry v obvodech rekonstrukce signálů u D/A převodníků, nebo jako anti-aliasing filtry např. předvzorkování u A/D převodníků).

Obecná přenosová funkce filtru typu dolní propust je

$$H(j\omega) = \frac{H_0}{\prod_{i=1}^{\frac{n}{2}} (1 + a_i s + b_i s^2)}, \quad (1)$$

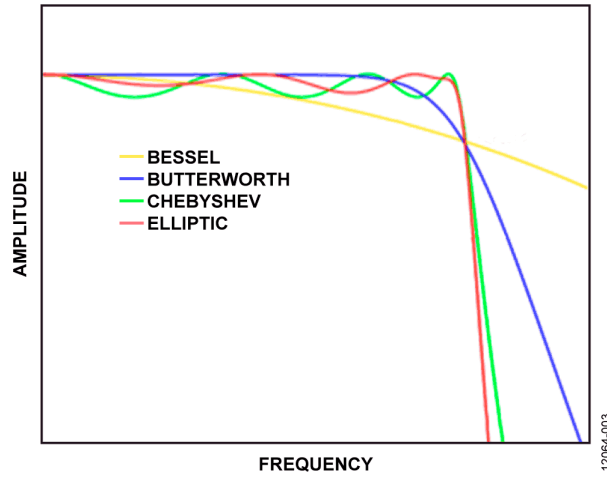
kde  $n$  je řád filtru.

Obecná přenosová funkce filtru typu horní propust je

$$H(j\omega) = \frac{H_\infty}{\prod_{i=1}^{\frac{n}{2}} (1 + \frac{a_i}{s} + \frac{b_i}{s^2})}, \quad (2)$$

kde  $n$  je řád filtru.

Podle rozložení nul a pólů jmenovatele rozlišujeme různé aproximace. Koeficienty filtru  $a_i, b_i$  určují zesílení v propustném pásmu. Činitel jakosti je definován jako  $Q = \frac{\sqrt{b_i}}{a_i}$ . Čím větší  $Q$  je obdrženo, tím spíš bude filtr nestabilní.



Obrázek 2: Typy aproximací (LP)[2]

## 2.1 Butterworthova aproximace

Butterworthova má maximálně plochou amplitudovou charakteristiku v propustném pásmu. Frekvenční charakteristika má sklon daný počtem pólů a pro její posouzení je užíváno skupinové zpoždění (derivace fáze podle frekvence). Pro Butterworthovu aproximaci je skupinové zpoždění nezvlněné v propustném pásmu. Přechodová charakteristika má mírný překmit, zvyšující se s řádem filtru. Zesílení  $G(\omega)$  je kmitočtově závislé a odpovídá absolutní hodnotě přenosové funkce  $H(j\omega)$ .

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 \frac{\omega}{\omega_c}^{2n}}},$$

kde  $\epsilon$  je poměrné zvlnění kmitočtové charakteristiky v propustném pásmu (*faktor zvlnění*),  $n$  je řád filtru a  $\omega_c$  mezní frekvence. Mezní frekvence je definována jako frekvence, která nastává při útlumu -3 dB. Pro  $\omega_c = 1$  je faktor zvlnění  $\epsilon = 1$ .

## 2.2 Čebyševova aproximace

Čebyševova aproximace má strmější pokles, což vede k užití nižšího řádu filtru. Zato má ale zvlněnou frekvenční charakteristiku v propustném pásmu.

### 2.2.1 Typ I

Vyjádření modulové charakteristiky pro tuto aproximaci je dáno jako

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 T_n^2 \frac{\omega}{\omega_c}^{2n}}}, \quad (3)$$

kde  $T_n$  je Čebyševův polynom,  $\epsilon$  je poměrné zvlnění,  $n$  je řád filtru a  $\omega_c$  mezní frekvence. Čebyševův polynom je definován vztahem  $2\omega^2 - 1$  pro  $n = 2$ . Obecně jsou to kořeny Chebyshevových diferenciálních rovnic

$$(1 - x^2)y'' - xy' + n^2y = 0 \quad (4)$$

$$(1 - x^2)y'' - 3xy' + n(n+2)y = 0. \quad (5)$$

### 2.2.2 Typ II

Typ II je nazýván také jako inverzní Čebyševova aproximace. V praxi není příliš používán, jelikož nemá tak rychlý pokles jako typ I a k jeho realizaci je třeba více prvků. Nemá zvlnění v propustném pásmu, zato v zádržném ano. Zesílení je definováno jako

$$G(\omega, \omega_c) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\epsilon^2 T_n^2 \frac{\omega_c}{\omega}^{2n}}}}, \quad (6)$$

kde  $T_n$  je Čebyševův polynom,  $\epsilon$  je poměrné zvlnění,  $n$  je řád filtru a  $\omega_c$  mezní frekvence.

## 2.3 Besselova aproximace

Besselova aproximace se používá v telekomunikační technice v případech, kdy je požadováno zachování tvaru signálu. Amplitudová charakteristika v nepropustném pásmu je velmi plochá. Koefficienty polynomu jsou zvoleny tak, aby fázová charakteristika v pásmu okolo kritické frekvence byla maximálně lineární. Nevýhodou je poměrně malá strmost modulové charakteristiky. Ta je pro Besselovu aproximaci je dána vztahem

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{\Theta_n(0)}{\Theta_n(\frac{j\omega}{\omega_c})}, \quad (7)$$

kde  $\Theta_n$  je Besselův polynom a  $\omega_c$  mezní frekvence. Besselův polynom je definován součtem řady (Grosswald 1978, Berg 2000)

$$\Theta_n(x) = x^n y_n\left(\frac{1}{x}\right) = \sum_{k=0}^n \frac{(n+k)!}{(n-k)!k!} \frac{x^{n-k}}{2^k}. \quad (8)$$

Pro filtr druhého řádu platí

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{3}{\sqrt{\omega^4 + 3\omega^2 + 9}}. \quad (9)$$

## 2.4 Cauerova (eliptická) aproximace

Cauerova aproximace (eliptická) má nejstrmější pokles, při jejím užití jsou voleny nižší řády filtru. Pokud se zvlnění v zádržném pásmu blíží nule, filtr se stává Čebyševovým (výše zmíněný - typ I). Opačně je tomu v propustném pásmu - přiblížením k nule se filtr stává inverzním Čebyševovým (typ II). Pokud se obě hodnoty zvlnění blíží k nule, filtr se stává Butterworthovým. Kmitočtová charakteristika je dána vztahem

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 R_n^2(\zeta, \frac{\omega}{\omega_c})}}, \quad (10)$$

kde  $\epsilon$  je faktor zvlnění,  $R_n$  eliptická racionální funkce  $n$ -tého řádu,  $\zeta$  selektivní faktor a  $\omega_c$  mezní frekvence. Pokud pro selektivní faktor platí  $\zeta \rightarrow \infty$ , filtr se stává Čebyševovým (typ I).

## 3 Transkonduktanční zesilovače (OTA)

V telekomunikacích se používají filtry v rozsahu kmitočtů desítek až stovek megahertz, v bezdrátové komunikaci až v řádu gigahertz. Běžné RC filtry by neměly být užívány ve frekvenčním rozsahu nad 5-10%  $\omega_c$  - tedy v tomto rozsahu používaném v telekomunikačních technologiích nemají předvídatelné průběhy. Krom toho ve spínacích CMOS, kde rezistory běžně nejsou dostupné, jsou potřeba zesilovače s velkou šířkou pásma a zároveň vysokým zesílením. Dodržení těchto požadavků je náročné a drahé. Dalším extrémem pro analogové integrované filtry jsou telefonní linky, kde jsou kmitočtové rozsahy sice nízké, ale je požadována nízká cena a vysoká přesnost.

Pro nízké frekvence se ke splnění těchto požadavků používají obvody se spínanými kapacitami (SC). Přepínaný kapacitor se chová jako rezistor, tudíž časová konstanta RC je definována poměrem kapacitorů a hodinovou (CLK) frekvencí, se kterou jsou přepínány. Pro vysokofrekvenční aplikace (až v řádu gigahertz) se používají MOSFET-C filtry.

Další z možných prvků, které jsou dostupné jak pro nízkofrekvenční aplikace, tak pro kmitočtový rozsah stovek megahertz, jsou transkonduktanční zesilovače.

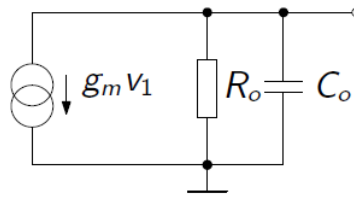
Transkonduktanční zesilovače (označují se též jako OTA (*Operational Transconductance Amplifiers*)) jsou napětím řízené zesilovače s proudovým výstupem - zdroje proudu

$$i_{out} = g_m(u_+ - u_-), \quad (11)$$

kde  $u_+$  a  $u_-$  jsou napětí invertujícího a neinvertujícího vstupu. Transkonduktance je řízena externím proudem  $I_{ABC}$  (*Bias Current*). Ideální OTA má kmitočtově nezávislou transkonduktanci  $g_m$  (na rozdíl od reálného, který je kmitočtově závislý).



Obrázek 3: OTA - schematické značky [3]



Obrázek 4: Linearizovaný model reálného OTA [4]

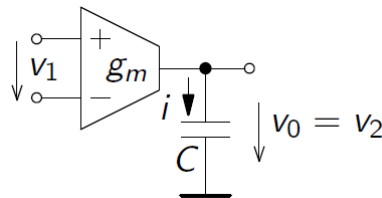
Připojením zátěže  $R_z$  na výstup bylo získáno napětí naprázdno

$$u_{out} = R_z g_m (u_+ - u_-) = G_0 (u_+ - u_-), \quad (12)$$

kde  $G_0$  je zesílení. Ze vztahu (2) plyne, že zesílení je konečné a mezi vstupy je nenulové napětí. Připojením kondenzátoru jako zátěže byl získán bezztrátový integrátor s přenosem

$$H(s) = \frac{v_2}{v_1} = \frac{g_m}{sC} \quad (13)$$

$$v_0(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt = \frac{1}{C} \int g_m v_1(t) dt. \quad (14)$$

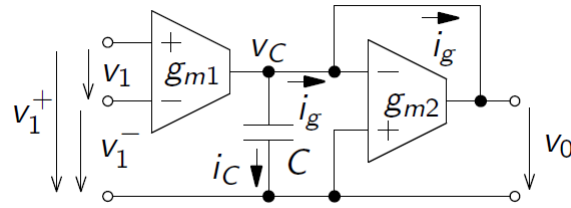


Obrázek 5: OTA-C [4]

Toto zapojení integrátoru s uzemněným kondenzátorem se označuje jako OTA-C.

Ztrátový integrátor lze vytvořit sériovým zapojením dalšího OTA jako odporu se zápornou zpětnou vazbou. Rozdíl mezi ideálním a ztrátovým integrátorem lze pozorovat i v modulové charakteristice - pro ztrátový je konstantní a pak teprve lineárně klesá se sklonem -20 dB/dek.

$$v_0(t) = \frac{g_{m1}}{sC + g_{m2}} (v_1^+ - v_1^-) \quad (15)$$



Obrázek 6: Ztrátový OTA-C [4]

## 4 Integrované obvody s OTA

Integrované obvody se vyrábí buď s jedním nebo dvěma zesilovači v pouzdře. Varianty s jedním operačním zesilovačem jsou např. OPA615, OPA860 a novější OPA861. Všechny součástky s jedním OZ mají velkou šířku pásma (v řádech stovek MHz), cenově vychází na 75-280 Kč. Integrované obvody s dvěma OZ v pouzdře mají užší šířku pásma (2 MHz), menší rychlost přeběhu ( $50 \text{ V}/\mu\text{s}$ ), mnohem menší výstupní proud ( $650 \mu\text{A}$ ) i offset vstupního napětí a operují při cca 4x nižších proudech. Cenové rozpětí je 25-65 Kč.

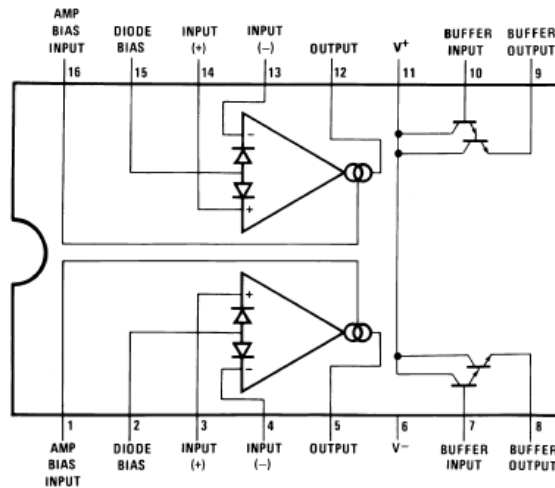
	GBP - Gain Bandwidth Product	SR - Slew Rate	Output Current per Channel	$I_b$ - Input Bias Current	$V_{os}$ - Input Offset Voltage	Operating Supply Current	Forward Transconductance Min	Supply Voltage
OPA615	710 MHz	$2.5 \text{ kV}/\mu\text{s}$	5 mA	$3 \mu\text{A}$	40 mV	13 mA	65 mA/V	8-12.4 V
OPA860	470 MHz	$3.5 \text{ kV}/\mu\text{s}$	15 mA	$5 \mu\text{A}$	12 mV	11.2 mA	80 mA/V	5-13 V
OPA861	400 MHz	$900 \text{ V}/\mu\text{s}$	15 mA	$1 \mu\text{A}$	12 mV	5.4 mA	65 mA/V	4-12.6 V

Tabulka 1: orovnání integrovaných obvodů s jedním OTA [5]

	GBP - Gain Bandwidth Product	SR - Slew Rate	Output Current per Channel	$I_b$ - Input Bias Current	$V_{os}$ - Input Offset Voltage	Operating Supply Current	Forward Transconductance - Min	Supply Voltage
LM13700	2 MHz	$50 \text{ V}/\mu\text{s}$	$650 \mu\text{A}$	$5 \mu\text{A}$	4 mV	1.3 mA	$6700 \mu\text{S}$	10-36 V
NE5517	2 MHz	$50 \text{ V}/\mu\text{s}$	$650 \mu\text{A}$	$5 \mu\text{A}$	5 mV	2.6 mA	$5400 \mu\text{S}$	4-44 V
AU5517	2 MHz	$50 \text{ V}/\mu\text{s}$	$650 \mu\text{A}$	$5 \mu\text{A}$	5 mV	2.6 mA	$5400 \mu\text{S}$	4-44 V
NJM13600	2 MHz	$50 \text{ V}/\mu\text{s}$	$650 \mu\text{A}$	$5 \mu\text{A}$	5 mV	2.6 mA	$6700 \mu\text{S}$	36 V
NJM13700	2 MHz	$50 \text{ V}/\mu\text{s}$	$650 \mu\text{A}$	$5 \mu\text{A}$	4 mV	2.6 mA	$6700 \mu\text{S}$	36 V

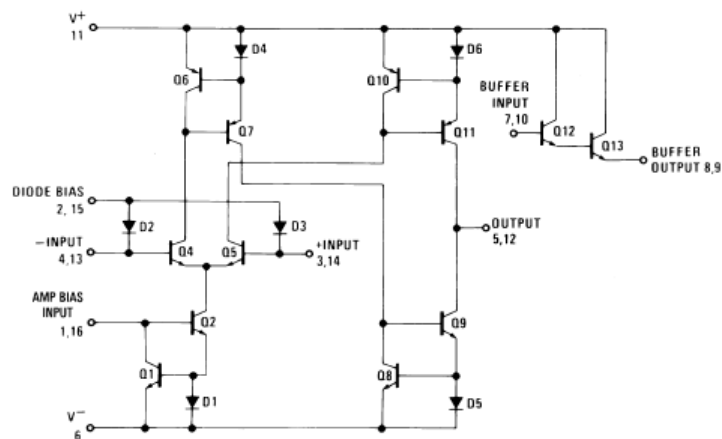
Tabulka 2: Porovnání integrovaných obvodů se dvěma OTA [5]

Pro realizaci přeladitelného filtru byl zvolen LM13700 s dvěma OZ.



Obrázek 7: Konfigurace pinů na LM13700M [6]

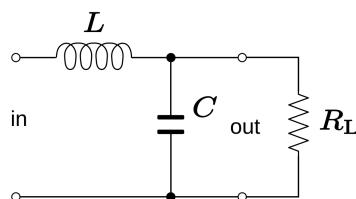
Vnitřní zapojení LM13700 na obrázku 8 obsahuje symetrický rozdílový stupeň (tranzistory Q4, Q5), který je napájen řízeným zdrojem proudu s tranzistorem Q2. Dvojice diod a tranzistorů tvoří proudová zrcadla (*Current Mirror*) - referenční proud tekoucí v jedné větvi obvodu se "zrcadlí" v jeho druhé větvi. Principiálně jsou to zdroje proudu řízené proudem.



Obrázek 8: Vnitřní chéma OTA [6]

## 5 Odvození DP 2. řádu

Náhradní obvod, ze kterého bude spočítána přenosová funkce pro přenos filtru druhého řádu, popisuje obrázek 9.



Obrázek 9: Dolní propust 2. řádu (RLC obvod) [7]

Přenos obvodu byl vyjádřen jako

$$H(s) = \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{Z_2}{Z_1}, \quad (16)$$

kde  $Z_1 = sL$  a  $Z_2 = \frac{R}{R + \frac{1}{sC}}$ . Tedy

$$H(s) = \frac{\frac{\frac{R}{sC}}{R + \frac{1}{sC}}}{sL + \frac{\frac{R}{sC}}{R + \frac{1}{sC}}}. \quad (17)$$

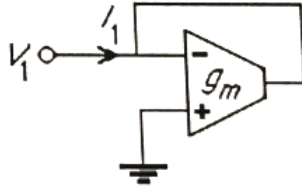
Elementárními algebraickými úpravami a následným vynásobením členem  $\frac{1}{LRC}$  byl získán výsledný přenos.

$$H(s) = \frac{R}{s^2 LRC + sL + R} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{LC}}. \quad (18)$$

Pro ideální OTA zesilovač (vstupní i výstupní impedance nulové) je možno odpor nahradit obvodem s uzemněným neinvertujícím vstupem a zpětnou vazbou z invertujícího vstupu na výstup a to hodnotou

$$R_{in} = \frac{1}{g_{m1}}, \quad (19)$$

kde  $g_{m1}$  označuje transkonduktanci zesilovače. Prohození invertujícího a neinvertujícího vstupu vede na opačnou polaritu.



Obrázek 10: Obvod pro simulaci uzemněného rezistoru [8]

Pro nahrazení indukčnosti o impedanci  $Z_L = \frac{1}{sC}$  lze použít obvod s třemi OTA. Uzemněny jsou invertující vstup prvního OTA a neinvertující druhého. Použita je zpětná vazba z výstupu na neinvertující vstup prvního OTA. Propojení výstupu prvního OTA na invertující vstup druhého OTA je realizován přes uzemněný kapacitor. Vyjádřením napětí a proudů v obvodu bylo získáno napětí na kapacitoru a vstupní proud

$$V_C = \frac{g_{m1}}{sC} V_1 \quad (20)$$

$$I_1 = g_{m2} V_C = \frac{g_{m1} g_{m2}}{sC} V_1. \quad (21)$$

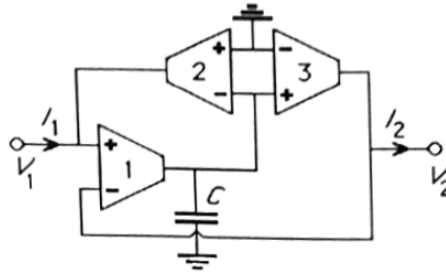
Výsledná indukčnost - impedance vstupu byla vyjádřena vztahem (11).

$$Z_{in}(s) = \frac{V_1}{I_1} = s \frac{C}{g_{m1} g_{m2}} \quad (22)$$

Byl obdržen induktor o hodnotě

$$L = \frac{C}{g_{m1} g_{m2}}. \quad (23)$$





Obrázek 11: Obvod pro simulaci indukčnosti [8]

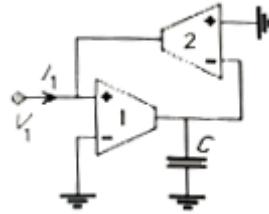
Pro uzemněnou indukčnost o impedanci  $Z_L = \frac{1}{sC}$  byl použit obvod na obrázku 12. Vyjádřením napětí a proudů v obvodu bylo získáno napětí na kapacitoru a vstupní proud

$$V_C = \frac{g_{m1}}{sC} V_1 \quad (24)$$

$$I_1 = g_{m2} V_C = \frac{g_{m1} g_{m2}}{sC} V_1. \quad (25)$$

Výsledná indukčnost - impedance vstupu byla vyjádřena vztahem (16).

$$Z_{in}(s) = \frac{V_1}{I_1} = s \frac{C}{g_{m1} g_{m2}} \quad (26)$$

Obrázek 12: Obvod pro simulaci uzemněné indukčnosti pro  $g_{m1} = g_{m2}$  [8]

Nyní je možno za odpor a indukčnost dosadit do vztahu (8). Byly uvažovány kapacitory o stejné hodnotě C.

$$H(s) = \frac{\frac{1}{C^2}}{\frac{1}{g_{m1} g_{m2}} + \frac{s}{C} + \frac{1}{C^2}} = \frac{\frac{g_{m1} g_{m2}}{C^2}}{s^2 + \frac{s g_{m2}}{C} + \frac{g_{m1} g_{m2}}{C^2}} = \frac{g_{m1} g_{m2}}{s^2 C^2 + s g_{m2} C + g_{m1} g_{m2}}. \quad (27)$$

Porovnáním jmenovatele se jmenovatelem přenosu filtru 2. řádu byl obdržěn vztah

$$s^2 + s \frac{\omega_c}{Q} + \omega_c^2 = s^2 C^2 + s g_{m2} C + g_{m1} g_{m2} \quad (28)$$

$$s^2 + s \frac{\omega_c}{Q} + \omega_c^2 = s^2 + \frac{s g_{m2}}{C} + \frac{g_{m1} g_{m2}}{C^2}. \quad (29)$$

Z tohoto vztahu byl vyjádřen mezní kmitočet jako

$$\omega_c^2 = \frac{g_{m1} g_{m2}}{C^2} \quad (30)$$

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g_{m1} g_{m2}}{C^2}} \quad (31)$$

a činitel jakosti dosazením za  $\omega_c$

$$Q = \frac{\omega_c}{\frac{g_{m2}}{C}} = \sqrt{\frac{g_{m1}}{g_{m2}}}. \quad (32)$$

Pokud navíc byly uvažovány stejné transkonduktance  $g_{m1}, g_{m2} = g_m$ , byl obdržen výsledek

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g_m^2}{C^2}}, \quad (33)$$

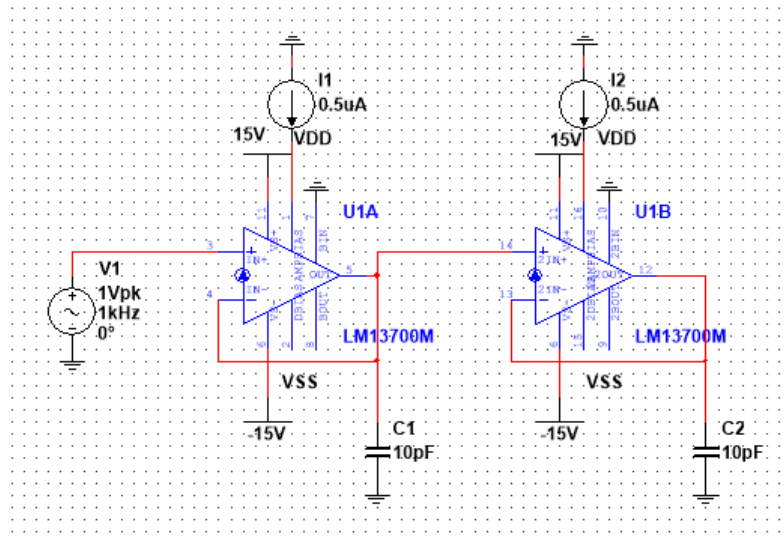
$$Q = \sqrt{1} = 1. \quad (34)$$

## 6 Dolní propust 2. řádu

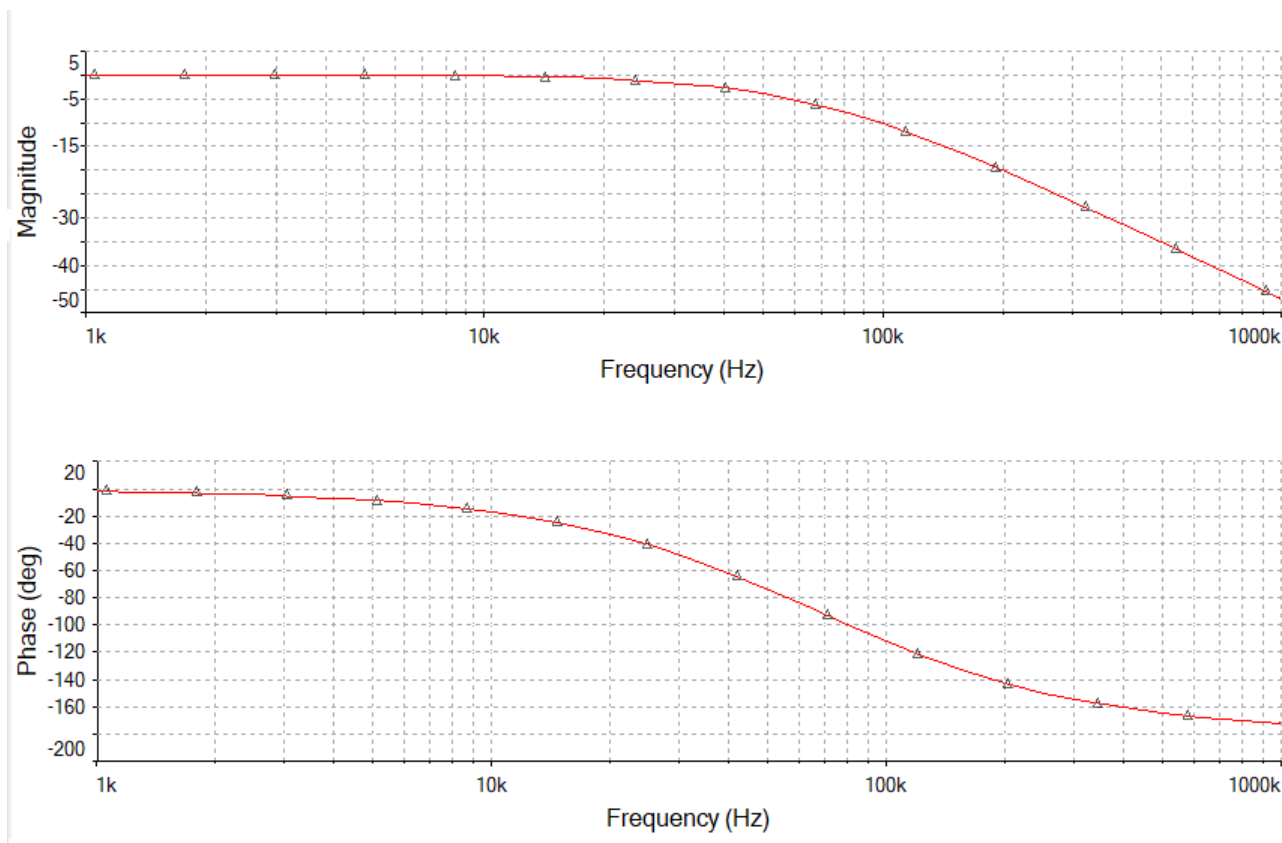
Dolní propust druhého řádu má přenos v nekonečnu nulový  $H_\infty = 0$ . Přenosová funkce je

$$H(j\omega) = \frac{H_0 \omega_c^2}{(j\omega)^2 + \frac{\omega_c}{Q}(j\omega) + \omega_c^2}. \quad (35)$$

Obvodová simulace byla realizována v programu Multisim. Zapojení dvou OTA-C v sérii vede na dolní propust druhého řádu. Bylo zvoleno symetrické napájení OZ  $V_{DD}, V_{SS} = \pm 15$  V. Regulací vstupního proudu je ovlivňován pracovní bod obvodu (mezí kmitočet). Vstupní externí proud  $I_{ABC} = 0.5 \mu\text{A}$  byl zvolen tak, aby byl obdržen mezí kmitočet cca 100 kHz. Externím proudem  $I_{ABC} \in < 5 \mu\text{A} ; 500 \mu\text{A} >$  je výrobcem garantováno minimální výstupní napětí  $U_{OUT} = \pm 12$  V, standardně  $V_{peak1} = 14.2$  V a  $V_{peak2} = -14.4$  V. Při výstupním napětí v tomto intervalu je šum vzhledem k signálu zanedbatelný a nezkrusí výsledky simulace.

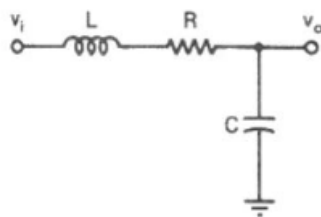


Obrázek 13: Schéma zapojení dolní propusti 2. řádu



Obrázek 14: Amplitudová a fázová charakteristika dolní propusti 2. řádu

Obvod lze realizovat i zapojením indukčnosti (náhradní schéma pro OTA - Obrázek 11), odporu (náhradní schéma - Obrázek 10) a uzemněného kapacitoru.



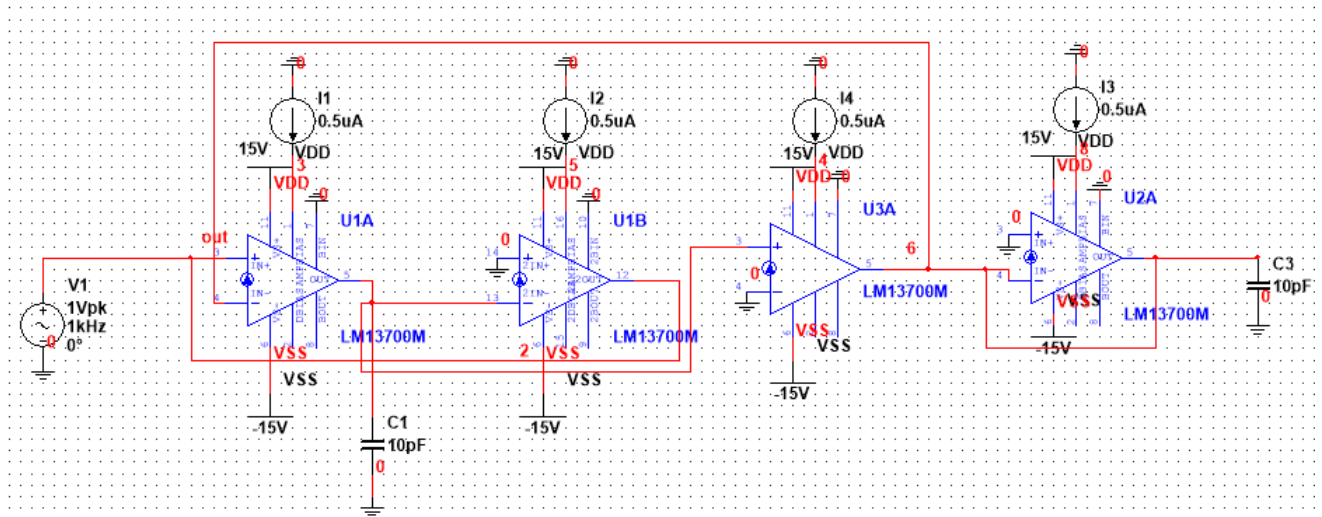
Obrázek 15: RLC obvod [9]

Mezní frekvence a činitel jakosti tohoto obvodu byly spočítány jako

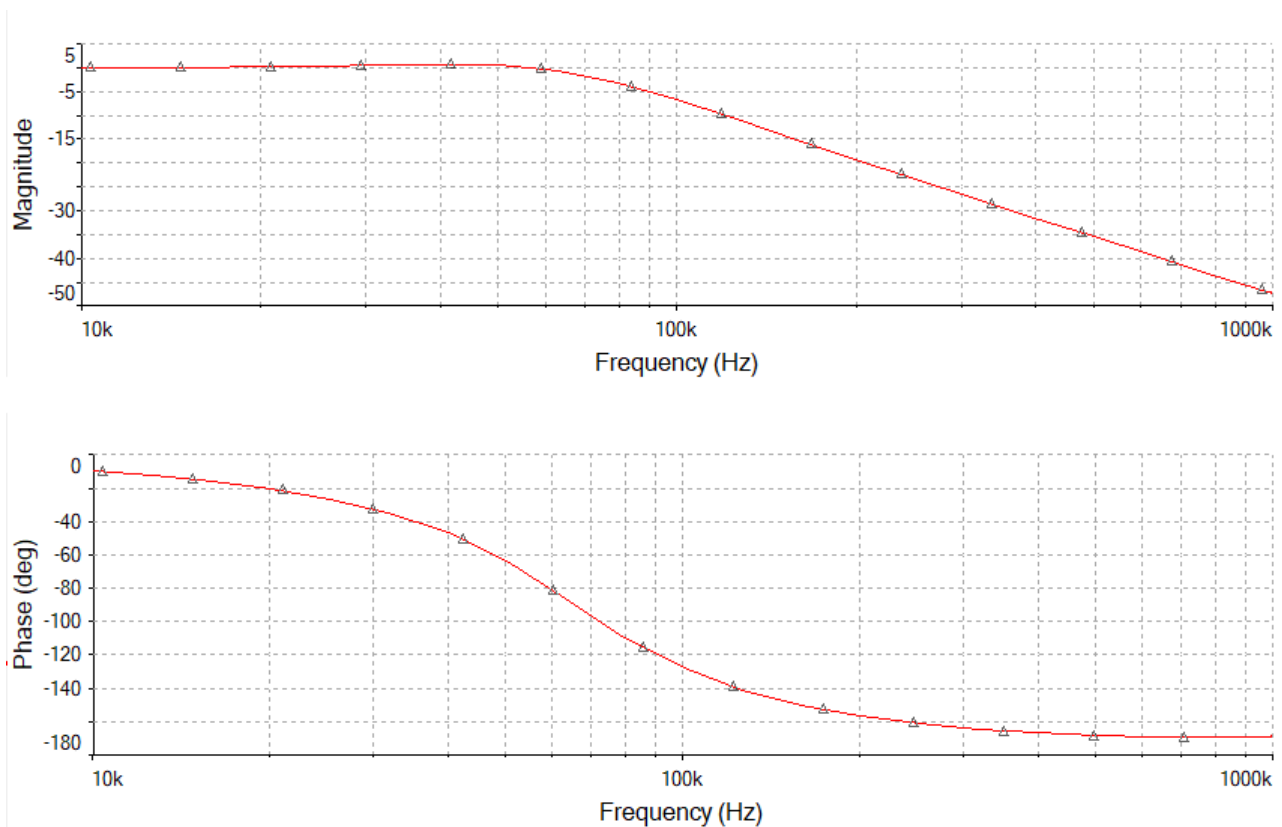
$$\omega_c = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (36)$$

$$Q = \frac{L\sqrt{\frac{C}{L}}}{RC}. \quad (37)$$

Zapojení obvodu v Multisimu ilustruje Obrázek 15.



Obrázek 16: Schéma zapojení dolní propusti 2. řádu

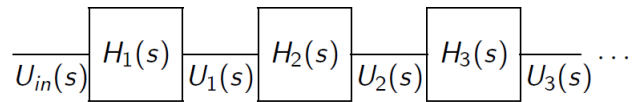


Obrázek 17: Amplitudová a fázová charakteristika dolní propusti 2. řádu

Lze použít i zapojení z kapitoly 4 s uzemněným kapacitorem a odporem, avšak při této realizaci dochází v amplitudové charakteristice k překmitu. Proto bylo zvoleno řešení zmíněné výše.

## 7 Dolní propust 4. řádu

Kaskádní zapojení je realizováno násobením sériově zapojených bloků.



Obrázek 18: Kaskádní zapojení [4]

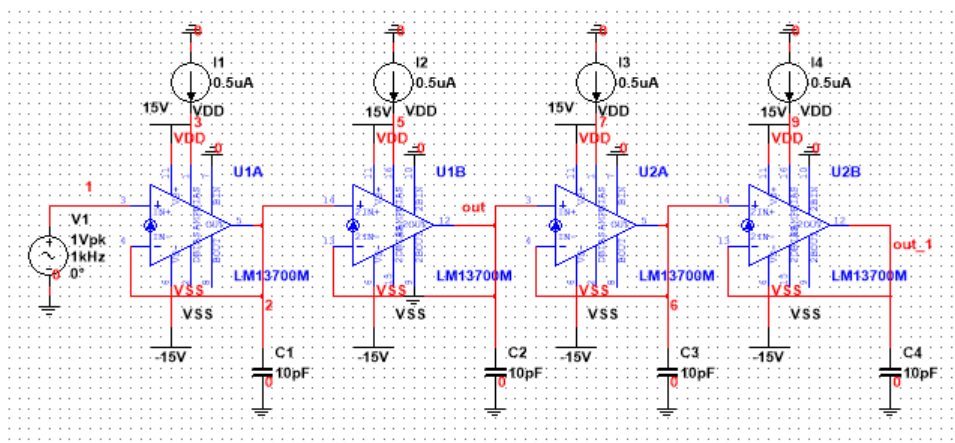
Přenosové funkce jednotlivých bloků se násobí

$$H_k(j\omega) = \frac{U_k(j\omega)}{U_{k-1}(j\omega)}. \quad (38)$$

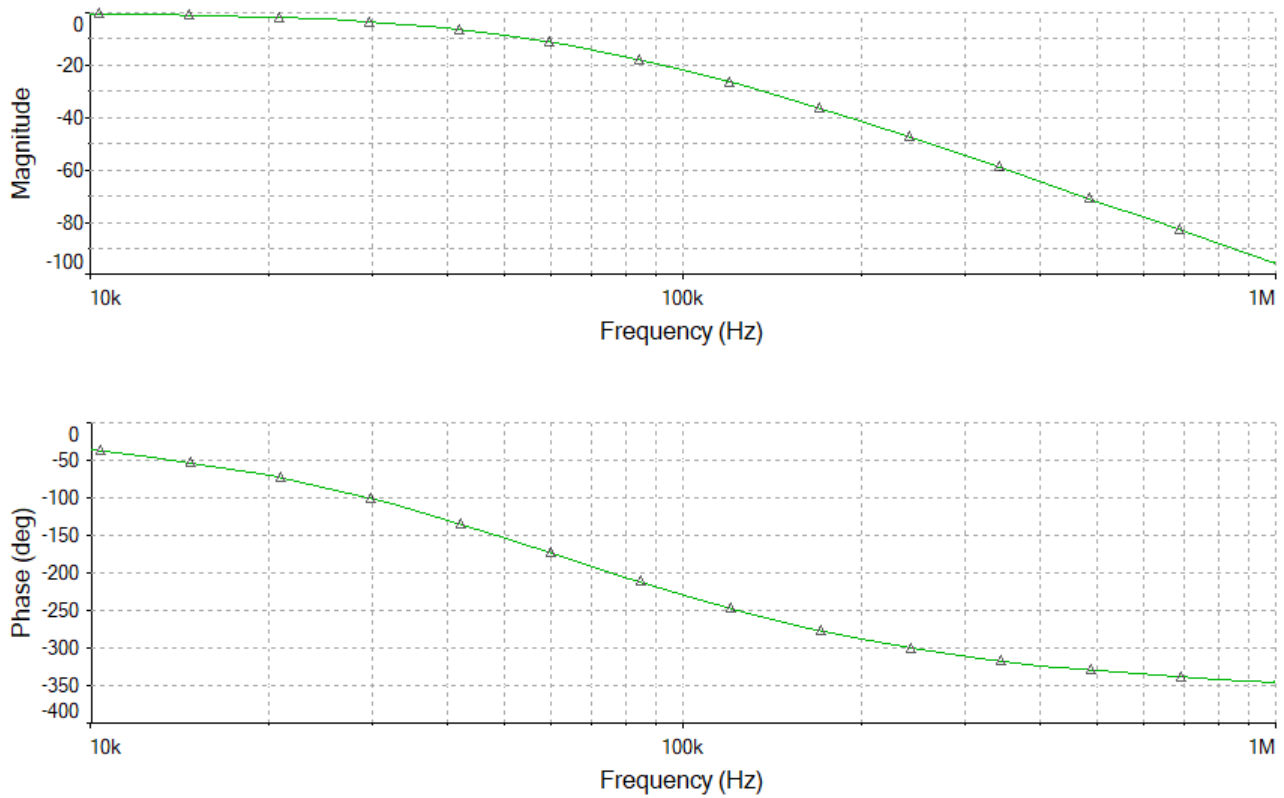
Přenos posledního bloku je dán vztahem

$$H_{1 \rightarrow k}(j\omega) = \frac{U_k(j\omega)}{U_{in}(j\omega)} = \prod_{n=1}^k H_n(j\omega). \quad (39)$$

Kaskádním zapojením dvou dolních propustí ze sekce 5 byl obdržen filtr 4. řádu s poklesem -80 dB/dek.

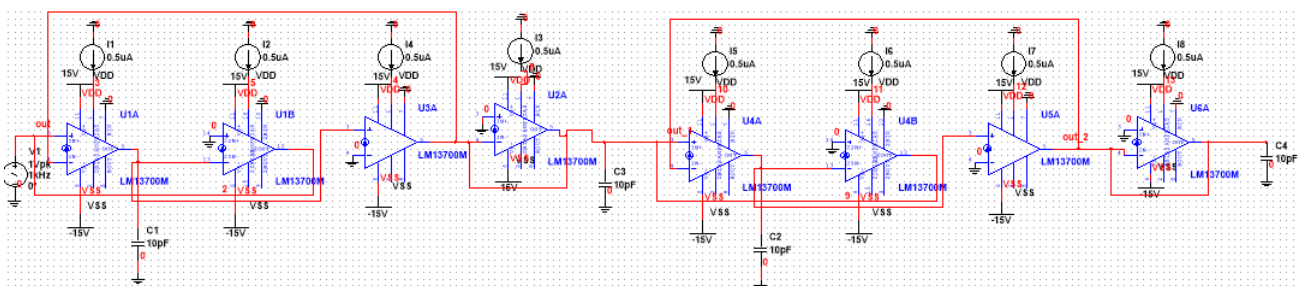


Obrázek 19: Schéma kaskádního zapojení dolní propusti 4. řádu

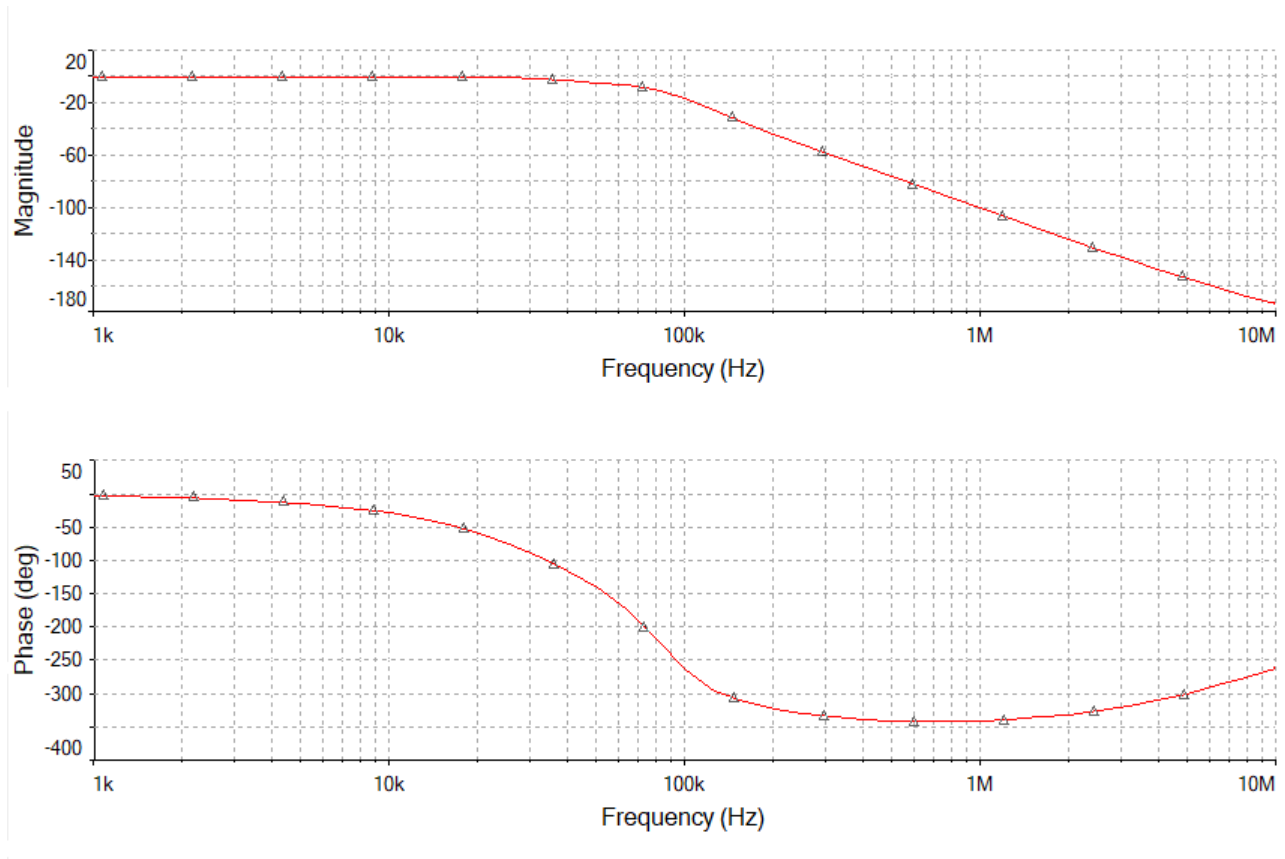


Obrázek 20: Amplitudová a fázová charakteristika kaskádního zapojení dolní propusti 4. řádu

Sériovým zapojením indukčnosti, odporu a uzemněného kapacitoru jako dolní propusti z bloků OTA byly obdrženy následující průběhy.



Obrázek 21: Schéma kaskádního zapojení dolní propusti 4. řádu



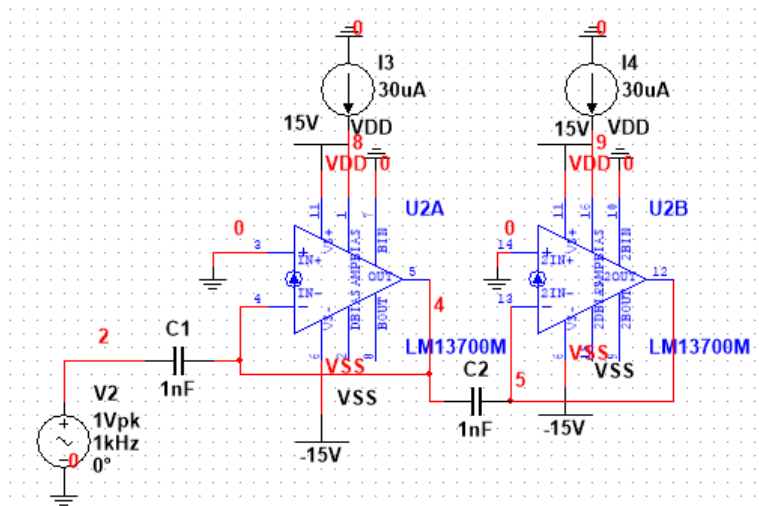
Obrázek 22: Amplitudová a fázová charakteristika kaskádního zapojení dolní propusti 4. řádu

## 8 Pásmová propust 2. řádu

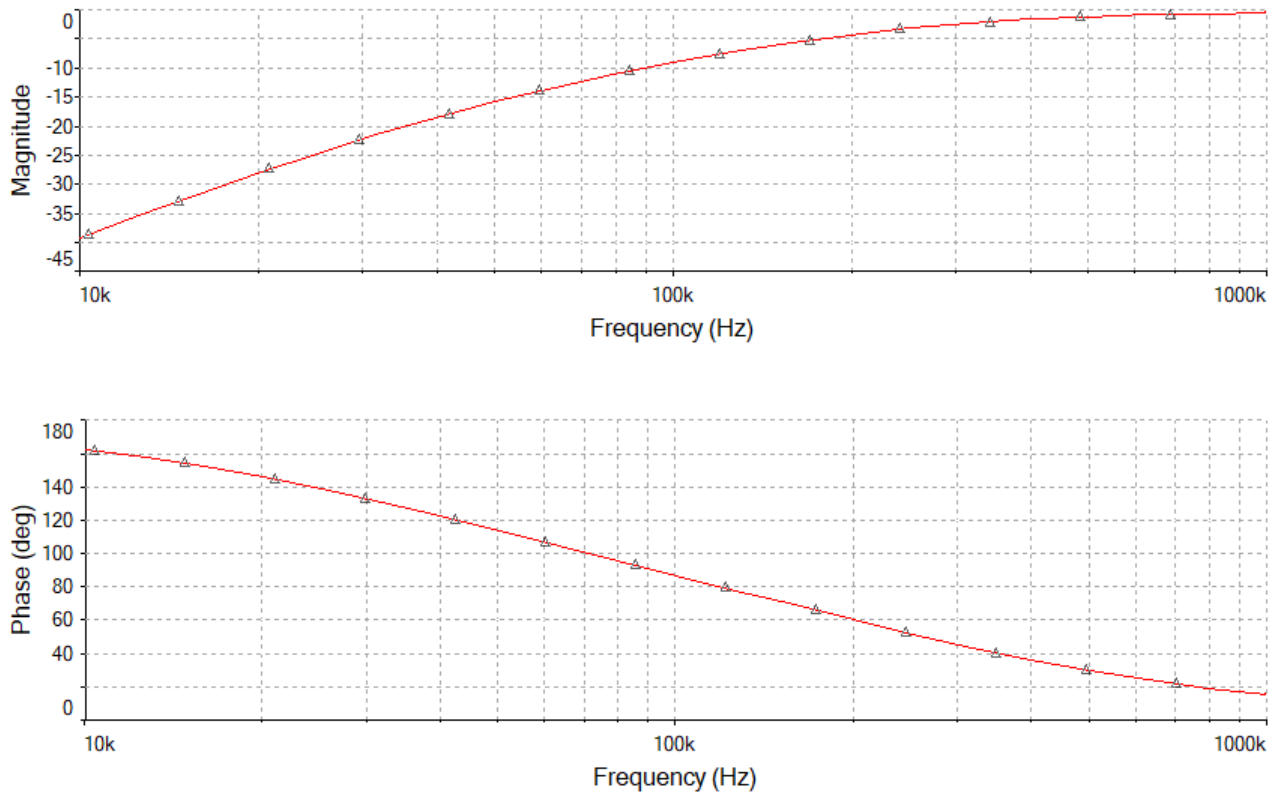
Horní propust druhého řádu má přenos v nule nulový  $H_0 = 0$ . Přenosová funkce je

$$H(j\omega) = \frac{H_\infty(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + \frac{\omega_c}{Q}(j\omega) + \omega_c^2}. \quad (40)$$

Nejprve byla získána horní propust kaskádním zapojením dvou RC článků.



Obrázek 23: Schéma zapojení horní propusti 2. řádu

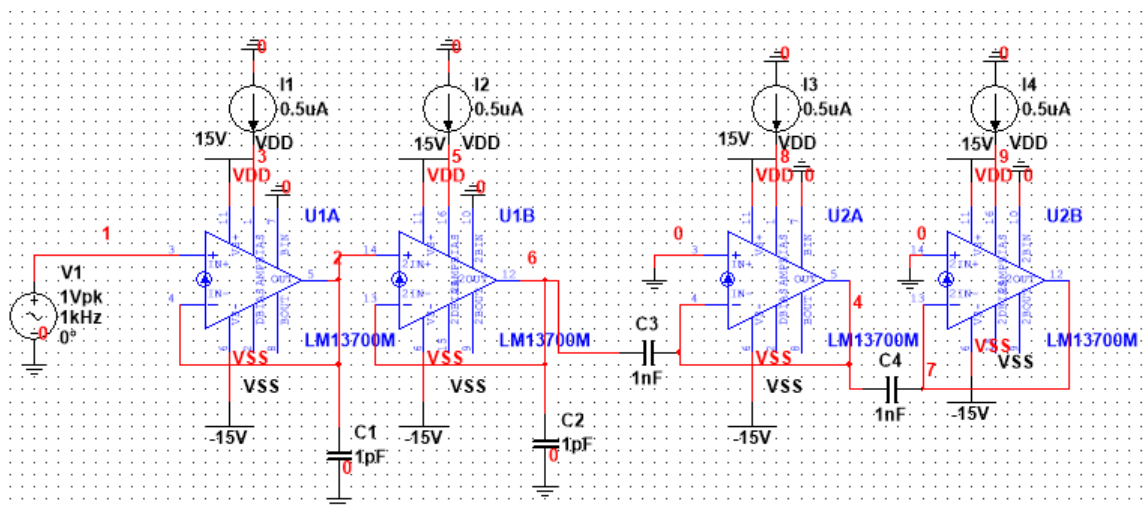


Obrázek 24: Amplitudová a fázová charakteristika horní propusti 2. řádu

Pásmová propust má přenos v nule i nekonečnu nulový  $H_0 = H_\infty = 0$ . Přenosová funkce je

$$H(j\omega) = \frac{H_B \frac{\omega_c}{Q}(j\omega)}{(j\omega)^2 + \frac{\omega_c}{Q}(j\omega) + \omega_c^2}. \quad (41)$$

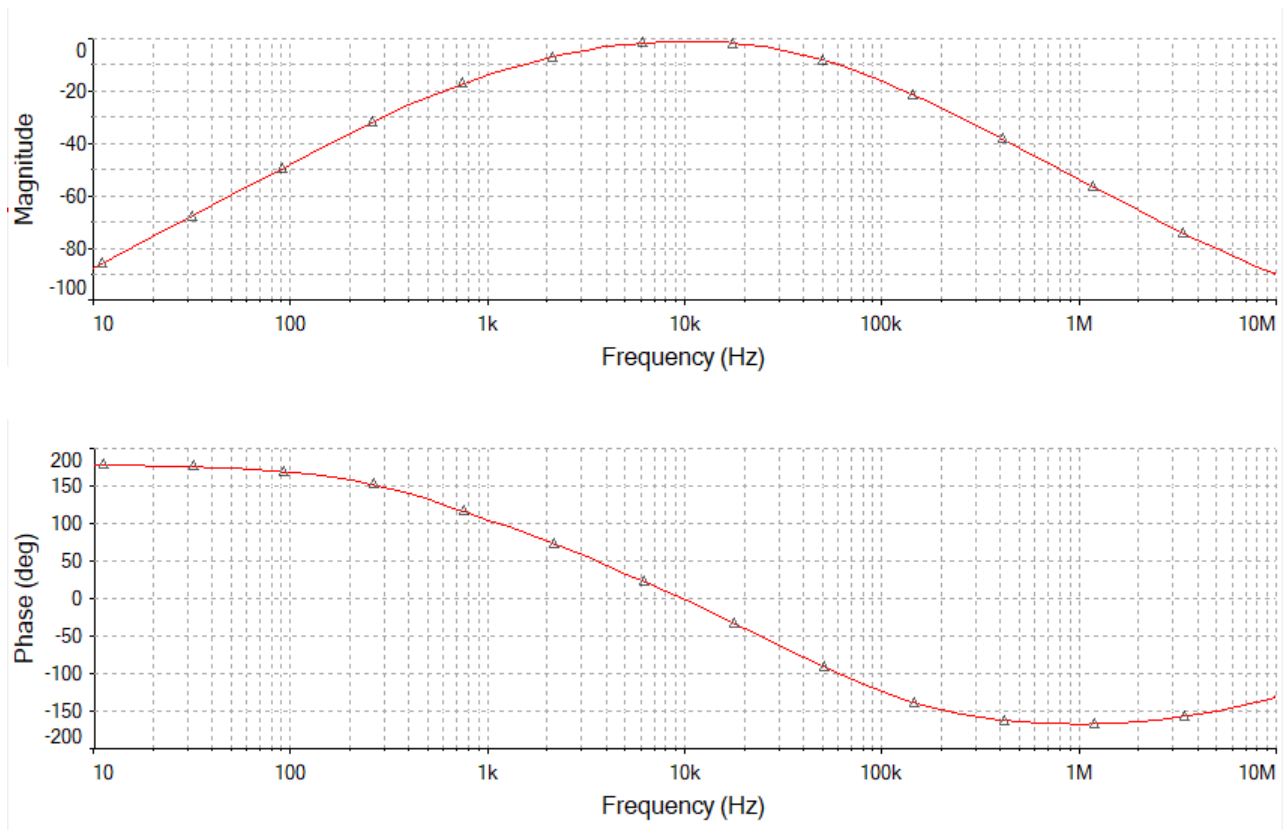
Následně byla sériovým zapojením dolní a horní propusti 2. řádu obdržena pásmová propust 2. řádu.



Obrázek 25: Schéma zapojení pásmové propusti 2. řádu



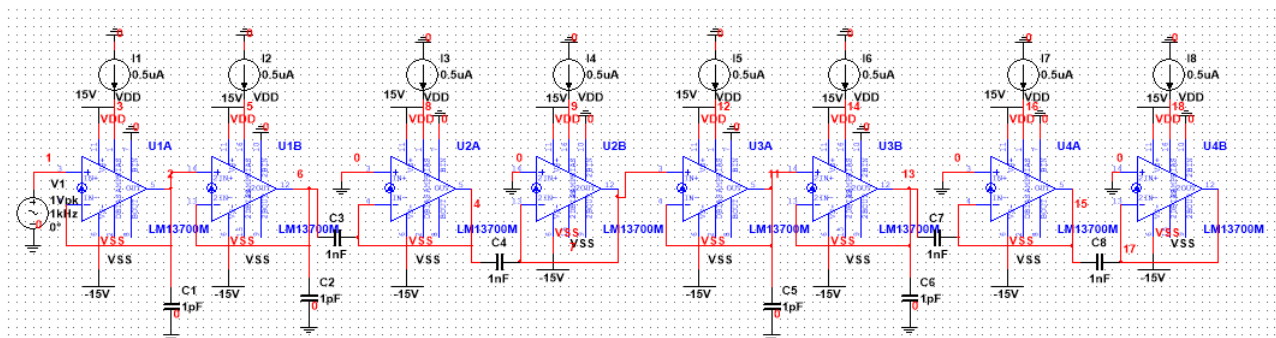




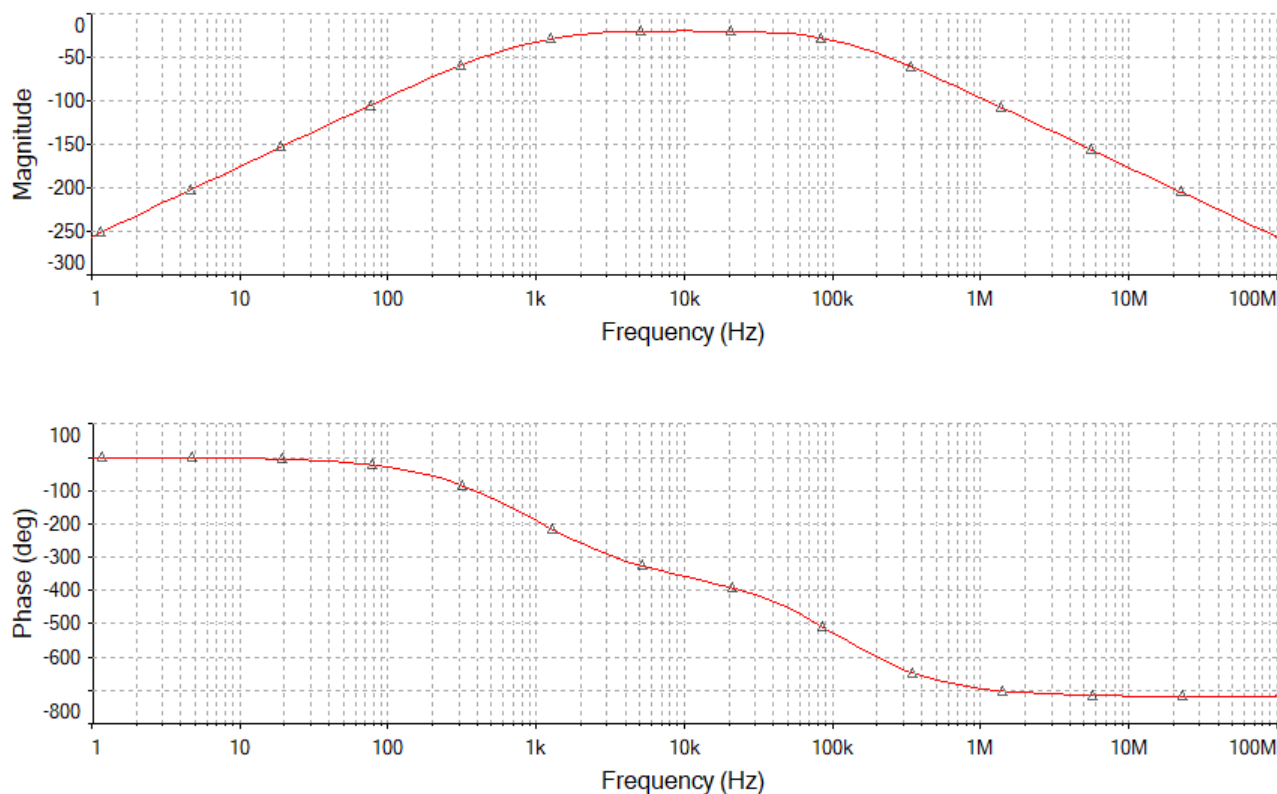
Obrázek 28: Amplitudová a fázová charakteristika kaskádního zapojení pásmové propusti 2. řádu

## 9 Pásmová propust 4. řádu

Kaskádním zapojením dvou pásmových propustí 2. řádu byl obdržen filtr 4. řádu s poklesem -80 dB/dek.

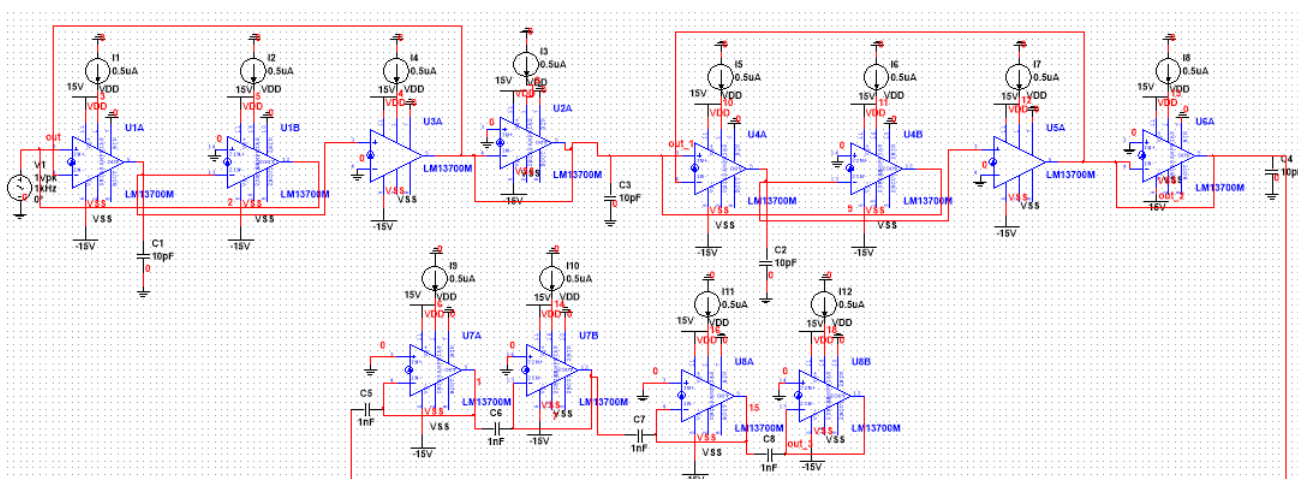


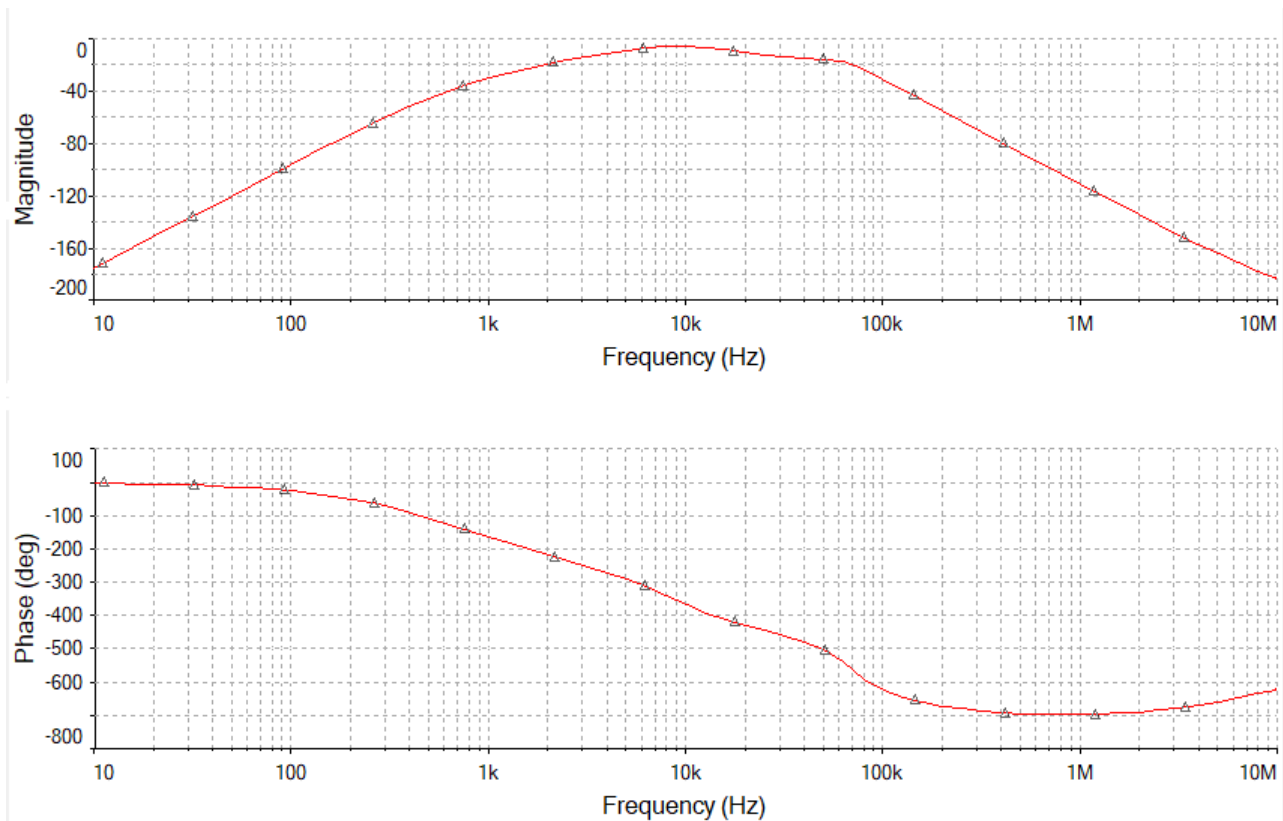
Obrázek 29: Schéma kaskádního zapojení pásmové propusti 4. řádu



Obrázek 30: Amplitudová a fázová charakteristika kaskádního zapojení pásmové propusti 4. řádu

Sériovým zapojením indukčnosti, odporu a uzemněného kapacitoru jako dolní propusti 4. řádu a následným zapojením dvou horních propustí 2. řádu byla obdržena pásmová propust 4. řádu. Průběh v okolí 0 dB není zcela hladký, protože hodnoty prvků v obvodu nebyly zvoleny přesně.



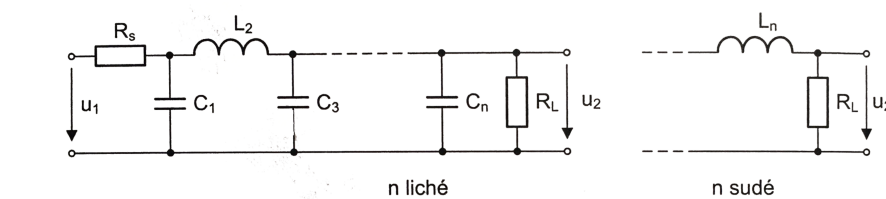
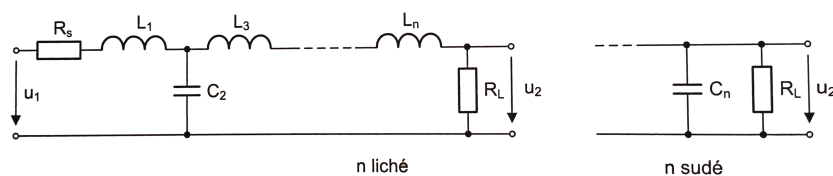


Obrázek 32: Amplitudová a fázová charakteristika kaskádního zapojení pásmové propusti 4. řádu

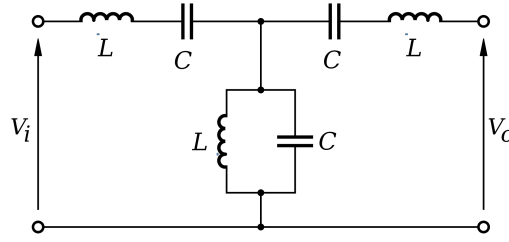
## 10 Příčkové LC filtry

Pasivní dolní propust je realizována zapojením induktoru ke vstupnímu napětí a k této větvi je následně zapojen paralelně rezistor. Pasivní horní propust má ke vstupu připojený sériově rezistor a poté k této větvi paralelně induktor.

K realizaci filtrů vyšších řádů se užívají  $\pi$  nebo T články s LC prvky. Při návrhu filtru musí být zohledněn vnitřní odpor zdroje  $R_s$  a zatěžovací odpor  $R_L$ . LC filtry jsou tedy dvojité zakončeny. Indukčnosti a kapacity prvků se určí z rovnic pro normované kapacity a indukčnosti. Normované hodnoty budou vypočteny pro mezní kmitočet  $\omega_c = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  a pro zatěžovací odpor  $R_L$ . Hodnoty prvků lze pro požadovanou aproximaci odečíst z tabulek.

Obrázek 33: Pasivní dolní propust n-tého řádu s  $\pi$  články [10]

Obrázek 34: Pasivní dolní propust n-tého řádu s T články [10]



Obrázek 35: Zapojení pásmové propusti [11]

## 11 Návrh v Maple

Pro návrh pásmové propusti 4. řádu s Caurovou aproximací typu C byly zvoleny parametry tolerančního schématu

$$fm := 80000Hz$$

$$delta\_fp := 130000Hz$$

$$delta\_fs := 300000Hz$$

$$ap := 20dB$$

$$as := 80dB,$$

kde  $fm$  značí geometrický střed propustného pásma [Hz],  $delta\_fp$  šířku propustného pásma [Hz],  $delta\_fs$  šířku nepropustného pásma [Hz],  $ap$  maximální útlum v propustném pásmu [dB],  $as$  minimální útlum v nepropustném pásmu [dB]. Funkcí  $BP22NLP$  byla provedena transformace tolerančního schématu symetrické pásmové propusti (PP) na toleranční schema normované dolní propusti (NDP). Byly spočteny spodní a horní hranice nepropustného pásma  $f\_s, fs$  a spodní a horní hranice propustného pásma  $f\_p, fp$ .

$$f\_s = \frac{\sqrt{delta\_fs^2 + 4f\_m^2} - delta\_fs}{2} \quad (42)$$

$$f\_p = \frac{\sqrt{delta\_fp^2 + 4f\_m^2} - delta\_fp}{2} \quad (43)$$

$$fp = \frac{\sqrt{delta\_fp^2 + 4f\_m^2} + delta\_fp}{2} \quad (44)$$

$$fs = \frac{\sqrt{delta\_fs^2 + 4f\_m^2} + delta\_fs}{2} \quad (45)$$

$$x := BP22NLP(80e3, 130e3, 300e3, 20, 80)$$

$$f\_s = 20000Hz$$

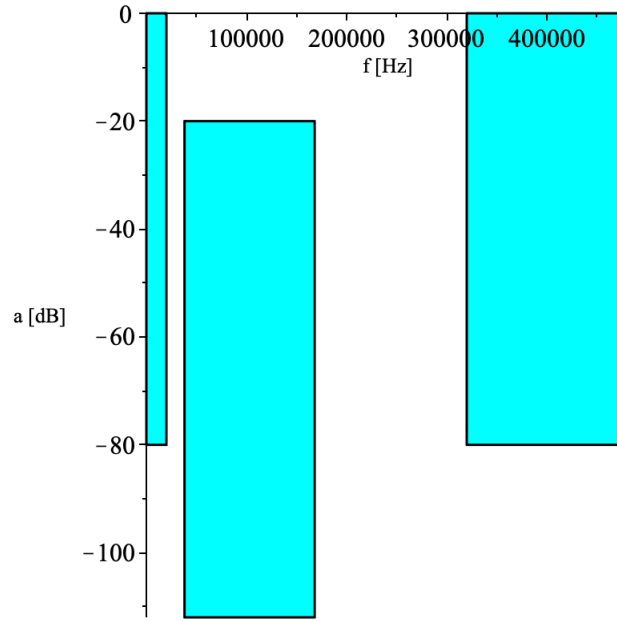
$$f\_p = 38077Hz$$

$$fp = 168077Hz$$

$$fs = 320000Hz$$

Byl obdržen kmitočet hranice nepropustného pásma normované dolní propusti (NDP)  $Os$  [1/s].

$$Os = 2.307691/s$$



Obrázek 36: Toleranční schéma navrhované pásmové propusti

Stupeň Cauerovy aproximace normované dolní propusti byl určen jako  $order = 4$ .

$$Nc := CauerNLPOrder(0s)$$

$$Nc := 4, 2.30769, 20$$

Dále byla funkcí *Cauer\_asnew* určena nová hodnota útlumu v nepropustném pásmu NDP *asnew*.

$$asnew := Cauer\_asnew(Nc)$$

$$asnew := 83.3624$$

$$asnew = 10 \log_{10} \left( 1 + \left( \frac{\epsilon}{kl\_new} \right)^2 \right) \quad (46)$$

$$\epsilon = \sqrt{10^{0.1ap} - 1} \quad (47)$$

$$k = \frac{1}{Os} \quad (48)$$

$$kl\_new = k^{order} \left( \prod_{i=1}^n \text{JacobiCD} \left( \frac{(2i-1+m) \text{EllipticK}(k)}{order}, k \right) \right)^4, \quad (49)$$

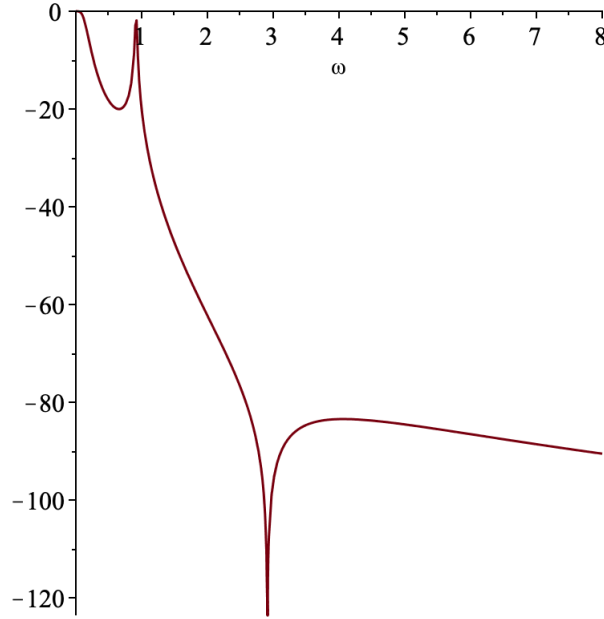
kde  $m$  je celočíselný zbytek po dělení řádu 2 a  $n$  celočíselný výsledek dělení. Jakobiho eliptických funkcí je 12 a vycházejí ze škálování na jednotkové elipse ( $\cos \phi$ ,  $\sin \phi$  se nevází k jednotkovému kruhu, ale k elipse). *JacobiCD* funkce je definována jako podíl cosinu Jakobiho funkce s dvěma parametry (*JacobiAM*( $z, k$ )) a derivace této funkce podle prvního parametru  $z$ .

$$\text{EllipticK}(k) = \int_0^1 \left( \frac{1}{\sqrt{(-\alpha_1^2 + 1)} \sqrt{(-k^2 - \alpha_1^2 + 1)}} \right) d\alpha_1 \quad (50)$$

Následně byl spočten koeficient nejvyšší mocniny polynomu ve jmenovateli přenosové funkce  $G_c$ , póly a nuly přenosové funkce *poles*, *zeros* pomocí funkce *CauerCPolesZeros*. Počet pólů je dán řádem filtru *order* a počet nul pro aproximaci typu C je roven  $order - 2$ . Dále byla spočtena Caurerova aproximace typu C - provozní činitel přenosu  $G$  jako racionální lomená funkce  $G(j\omega) = \frac{1}{H(j\omega)}$ , charakteristická funkce *chf* jako  $\Phi(j\omega)$  s nulami a póly na imaginární ose a nuly přenosu. Charakteristická funkce má shodný jmenovatel s  $G(j\omega)$ .

$$G_c, poles, zeros := CauerCPolesZeros(Nc)$$

$$\begin{aligned}
G, chf, zer &:= \text{CauerC}(Nc, p) \\
Gc, poles, zeros &:= 459.404, \\
[-0.106147 + 0.103691I, -0.106147 - 0.103691I, -0.0119965 + 0.915370I, -0.0119965 - 0.915370I], \\
[2.91159I - 2.91159I] \\
G, chf, zer &:= \frac{459.404p^4 + 108.551p^3 + 397.458p^2 + 81.9762p + 8.47734}{p^2 + 8.47736}, \frac{(459.404p^2 + 384.647)p^2}{p^2 + 8.47736}, [2.91159I - 2.91159I]
\end{aligned}$$



Obrázek 37: Modulová frekvenční charakteristika NDP

Charakteristika byla vykreslena z přenosu funkcí *MagnitudeHdB*, která vypočte modul přenosu podle předpisu  $|H(j\omega)|$ .

## 12 Výpočet prvků LC filtru

Funkcí *DroppNLP* byly vypočteny prvky LC příčkového filtru typu normovaná dolní propust (NDP). Zakončení bylo zvoleno standardní (common), odpory o hodnotě 1  $\Omega$ , směr zpracování od posledního prvku (rear), s T strukturou (začíná zepředu podélným induktorem). Standardní (common) zakončení je oboustranné ( $R_1! = 0, R_1! = \infty$ ). Výstupem funkce je LC struktura s orientací prvků ve větvi podélně (direct) nebo příčně (shunt).

$$elems\_NLP := \text{DroppNLP}('common', 1, rear, T, G, chf, zer)$$

$$Rem\_matrix = \begin{pmatrix} 1.00624 & 0 \\ 0. & 1.00150 \end{pmatrix}$$

$$type = LC\_NLP\_common$$

$$R1 = 1$$

$$R2 = 1.004$$

$$block(1), [orientation = direct, elements = L1 = 27.298, Z = pL1]$$

$$block(2), [orientation = shunt, elements = C1 = 1.6705, Z = \frac{1}{pC1}]$$

$$block(3), [orientation = direct, elements = C1 = 0.14180, L1 = 0.83190, Z = \frac{1}{\frac{1}{pL1} + pC1}]$$

$$\text{block}(4), [\text{orientation} = \text{shunt}, \text{elements} = C1 = 8.3068, Z = \frac{1}{pC1}]$$

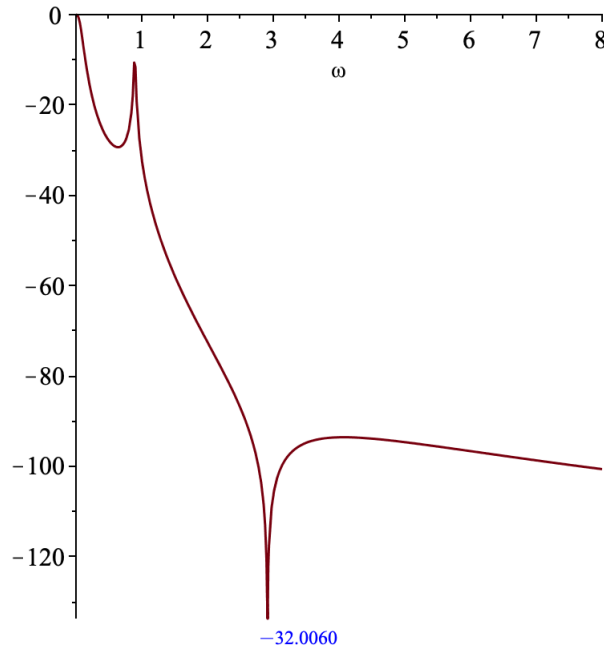
Přenosová funkce pasivních a aktivních struktur filtru byla spočtena funkcí MakeH. Byl spočten napěťový i výkonový přenos.

$$H\_NLPV := \text{MakeH}(\text{elems\_NLP}, V)$$

$$H\_NLPV := \frac{p^2 + 8.47735}{2943.77p^4 + 455.340p^3 + 2381.21^2 + 322.099p + 16.9209}$$

$$H\_NLP := \text{MakeH}(\text{elems\_NLP}, P)$$

$$H\_NLP := \frac{0.999999p^2 + 8.4773}{1474.83p^4 + 228.125p^3 + 1192.99p^2 + 161.371p + 8.47736}$$



Obrázek 38: Modulová frekvenční charakteristika NDP - LC příčkový filtr

Hodnota přenosové funkce v 1 byla vyhodnocena jako  $-32.006$ .

Byla provedena transformace hodnot prvků normované dolní propusti (NDP) na pásmovou propust (PP). Zakoňčovací rezistor byl zvolen  $1 \Omega$ , další dva parametry funkce značí spodní a horní hranici propustného pásma.

$$\text{elems\_BP} := \text{ElemsBP}(\text{elems\_NLP}, 1, 38077.640640, 168077.640640)$$

$$\text{type} = \text{LC\_BP\_common}$$

$$R1 = 1$$

$$R2 = 1.004$$

$$\text{block}(1), [Z = pL1 + \frac{1}{pC1}, \text{orientation} = \text{direct}, \text{elements} = C1 = 1.1843 * 10^{-7}, L1 = 3.3420 * 10^{-5}]$$

$$\text{block}(2), [Z = \frac{1}{\frac{1}{pL1} + pC1}, \text{orientation} = \text{shunt}, \text{elements} = C1 = 2.0451 * 10^{-6}, L1 = 1.9353 * 10^{-6}]$$

$$\text{block}(3), [Z = \frac{1}{pC1 + \frac{1}{\frac{1}{pL1} + \frac{1}{pL2 + \frac{1}{pC2}}}}, \text{orientation} = \text{direct}, \text{elements} = C1 = 1.7360 * 10^{-7},$$

$$C2 = 3.8861 * 10^{-6}, L1 = 2.2799 * 10^{-5}, L2 = 1.0185 * 10^{-6}]$$

$$\text{block}(4), [Z = \frac{1}{\frac{1}{pL1} + pC1}, \text{orientation} = \text{shunt}, \text{elements} = C1 = 1.0170 * 10^{-5}, L1 = 3.8918 * 10^{-7}]$$



Byly nastaveny jakosti cívek v LC příčkové struktuře na konečnou hodnotu. Funkce *MakeRealL* zařadí do výsledné LC příčkové struktury sériově rezistory k induktorům podle zadaného činitele jakosti  $Q$  a zadaného kmotočtu (ten odpovídá u pásmové propusti geometrickému středu propustného pásma - nebo je možno zadat obě hranice propustného pásma). Výpočet sériového odporu je proveden podle předpisu  $R_s = \frac{L1.2\pi f}{Q}$ .

$$Q := 50 :$$

$$elems\_BPQ := MakeRealL(elems\_BP, Q, 38077.640640, 168077.640640) :$$

$$type = LC\_BP\_common\_Q$$

$$R1 = 1$$

$$R2 = 1.004$$

$$block(1), [Z = pL1 + Rs1 + \frac{1}{pC1}, orientation = direct, elements = C1 = 1.1843 * 10^{-7}, L1 = 3.3420 * 10^{-5},$$

$$Rs1 = 0.33598]$$

$$block(2), [Z = \frac{1}{\frac{1}{pL1+Rs1} + pC1}, orientation = shunt, elements = C1 = 2.0451 * 10^{-6}, L1 = 1.9353 * 10^{-6},$$

$$Rs1 = 0.019455]$$

$$block(3), [Z = \frac{1}{\frac{1}{pC1 + \frac{1}{\frac{1}{pL1+Rs1} + pC1} + \frac{1}{pL2+Rs2 + \frac{1}{pC2}}}}, orientation = direct, elements = C1 = 1.7360 * 10^{-7},$$

$$C2 = 3.8861 * 10^{-6}, L1 = 2.2799 * 10^{-5}, L2 = 1.0185 * 10^{-6},$$

$$Rs1 = 0.2292, Rs2 = 0.010239]$$

$$block(4), [Z = \frac{1}{\frac{1}{pL1+Rs1} + pC1}, orientation = shunt, elements = C1 = 1.0170 * 10^{-5}, L1 = 3.8918 * 10^{-7},$$

$$Rs1 = 0.0039125]$$

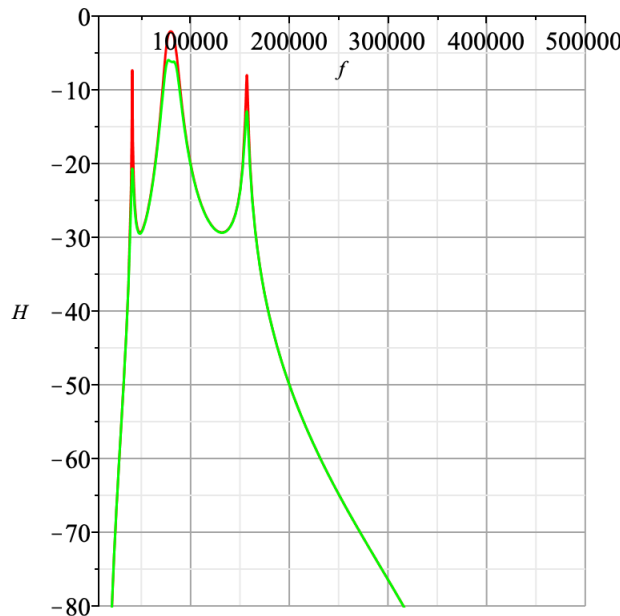
Byl spočten přenos pro LC strukturu bez a s přidáními sériovými rezistory. Pro oba přenosy byla vykreslena modulová frekvenční charakteristika.

$$H\_BP := MakeH(elems\_BP);$$

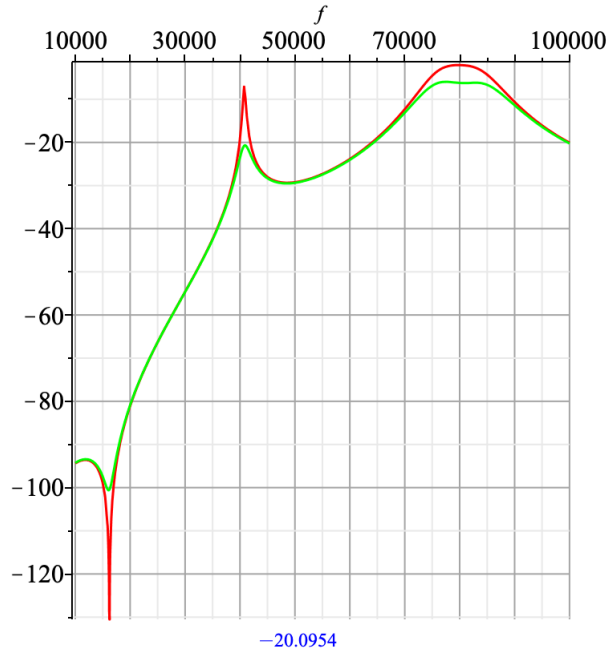
$$H\_BPQ := MakeH(elems\_BPQ);$$

$$H\_BP := \frac{p^6 + 6.1612 \cdot 10^{12} p^4 + 6.38385 \cdot 10^{22} p^2}{2.2105310^{-9} p^8 + 0.000279286 p^7 + 3427.09 p^6 + 3.43505 \cdot 10^8 p^5 + 1.45520 \cdot 10^{15} p^4 + 8.6791310^{19} p^3 + 2.18778 \cdot 10^{26} p^2 + 4.50478 \cdot 10^{30} p + 9.00862 \cdot 10^{36}}$$

$$H\_BPQ := \frac{p^7 + 40212.3 p^6 + 6.16193 \cdot 10^{12} p^5 + 1.85826 \cdot 10^{17} p^4 + 6.57069 \cdot 10^{22} p^3 + 1.28981 \cdot 10^{27} p^2 + 6.4518410^{30} p}{2.21053 \cdot 10^{-9} p^9 + 0.000390400 p^8 + 3442.71 p^7 + 4.81598 \cdot 10^8 p^6 + 1.47026 \cdot 10^{15} p^5 + 1.30876 \cdot 10^{20} p^4 + 2.21624 \cdot 10^{26} p^3 + 8.92708 \cdot 10^{30} p^2 + 9.11067 \cdot 10^{36} p + 9.09122 \cdot 10^{40}}$$



Obrázek 39: Modulová frekvenční charakteristika z přenosu LC struktury



Obrázek 40: Modulová frekvenční charakteristika z přenosu LC struktury se sériovými rezistory k induktorům

Vyčíslením v  $100 \cdot 10^3 \cdot 2\pi$  Hz byl obdržén útlum -20 dB.

Odnormované prvky byly vyčísleny následovně:

```

ele_BP := L1 = subs(eval(elems_BPQ[1][elements]), L1), C1 = subs(eval(elems_BPQ[1][elements]), C1),
C2 = subs(eval(elems_BPQ[2][elements]), C1), L2 = subs(eval(elems_BPQ[2][elements]), L1),
L3 = subs(eval(elems_BPQ[3][elements]), L1), L4 = subs(eval(elems_BPQ[3][elements]), L2),
C3 = subs(eval(elems_BPQ[3][elements]), C1), C4 = subs(eval(elems_BPQ[3][elements]), C2),
C5 = subs(eval(elems_BPQ[4][elements]), C1), L5 = subs(eval(elems_BPQ[4][elements]), L1),
R1 = subs(eval(elems_BPQ[1][elements]), Rs1), R2 = subs(eval(elems_BPQ[2][elements]), Rs1),
R3 = subs(eval(elems_BPQ[3][elements]), Rs1), R4 = subs(eval(elems_BPQ[3][elements]), Rs2),
R5 = subs(eval(elems_BPQ[4][elements]), Rs1),
R0 = eval(elems_BPQ)[R1], Rz = eval(elems_BPQ)[R2];
ele_BP := C1 = 1.18426 * 10-7, C2 = 0.00000204513, C3 = 1.73599 * 10-7, C4 = 0.00000388609,
C5 = 0.0000101698, L1 = 0.0000334204, L2 = 0.00000193526, L3 = 0.0000227988, L4 = 0.00000101846,
L5 = 3.89179 * 10-7,
R0 = 1, R1 = 0.335978, R2 = 0.0194554, R3 = 0.229198, R4 = 0.0102387, R5 = 0.00391246, Rz = 1.004

```

### 13 Závěr

Cílem práce bylo navrhnout pásmovou propust 4. řádu. Prvním krokem bylo odzkoušení zapojení OTA v Multisimu. Bylo realizováno zapojení filtru typu dolní propust 2. řádu (Sekce 6), poté byl kaskádním zapojením obdržén filtr typu dolní propust 4. řádu (Sekce 7). Následně byla pomocí kaskádního zapojení horní a dolní propusti obdržena pásmová propust 2. řádu (Sekce 8) a 4. řádu (Sekce 9).

Pomocí knihovny Syntfil navržena pásmová propust 4. řádu a její zapojení pomocí LC příčkové struktury. Mezikrokem byl převod pásmové propusti na normovanou dolní propust. Pro LC strukturu byly obdrženy odnormované hodnoty prvků. LC struktura poté byla převedena na zapojení s gyrátory, přičemž hodnoty prvků zůstaly nezměněny.

Cíl práce byl částečně splněn, dále bude realizována simulace LC příčkového filtru v Multisimu s výsledky obdrženími z knihovny Syntfil. Dalším krokem bude pak praktická realizace a odzkoušení navrhnutého obvodu.

## Reference

- [1] KAŠPER, Ladislav. *Návrh kmitočtového filtru* [online]. Ostrava, 2012 [cit. 2019-04-28]. Dostupné z: [https://dspace.vsb.cz/bitstream/handle/10084/92901/KAS279\\_FEI\\_N2647\\_2601T013\\_2012.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://dspace.vsb.cz/bitstream/handle/10084/92901/KAS279_FEI_N2647_2601T013_2012.pdf?sequence=1&isAllowed=y). Diplomová práce. VŠB-TU Ostrava, FEL. Strana 18/69.
- [2] *High-pass filtering pre-processing before computing audio features*. Stack Exchange Inc [online]. 2019 [cit. 2019-04-22]. Dostupné z: <https://dsp.stackexchange.com/questions/27586/high-pass-filtering-pre-processing-before-computing-audio-features>
- [3] MICHAL, Vratislav. *Vybrané vlastnosti obvodů pracujících v proudovém módu a napětovém módu* [online]. Brno, 2017 [cit. 2019-03-30]. Dostupné z: <https://docplayer.cz/43256146-Vybrane-vlastnosti-obvodu-pracujicich-v-proudovem-modu-a-napetovem-modu.html>. Článek. Brno University of Technology. Strana 5/6.
- [4] HOSPODKA, Jiří. *Úvod do analogových filtrů* [online]. Praha, 2018 [cit. 2019-03-30]. Dostupné z: <https://moodle.fel.cvut.cz/course/view.php?id=1434>. Přednáška. ČVUT FEL. Pořadí slide 24/41, 21/41.
- [5] *Transconductance Amplifiers* [online]. 2019 [cit. 2019-03-30]. Dostupné z: [https://cz.mouser.com/Semiconductors/Integrated-Circuits-ICs/Amplifier-ICs/Transconductance-Amplifiers/\\_/N-6j731?P=1y95od0](https://cz.mouser.com/Semiconductors/Integrated-Circuits-ICs/Amplifier-ICs/Transconductance-Amplifiers/_/N-6j731?P=1y95od0)
- [6] LM13700: Dual Operational Transconductance Amplifiers With Linearizing Diodes and Buffers. In: *Texas Instruments* [online]. Dallas, Texas: Texas Instruments Incorporated, 2018 [cit. 2019-03-30]. Dostupné z: [www.ti.com/lit/ds/symlink/lm13700.pdf](http://www.ti.com/lit/ds/symlink/lm13700.pdf) Strana 1/37. Strana 9/37 - Obrázek 16.
- [7] Low-pass filter. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2019-03-30]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Low-pass\\_filter](https://en.wikipedia.org/wiki/Low-pass_filter)
- [8] SCHAUMANN, Rolf a Mac E. Van VALKENBURG. *Design of Analog Filters*. New York: Oxford University Press, 2001. ISBN 0195118774. Pořadí obrázků 4-13, 4-36 a), b).
- [9] WADE, Augustus. Presentation on theme: *Circuits for sensors Ideal OP Amps Basic OP Amp Circuit Blocks* [online]. In: . 2015 [cit. 2019-04-26]. Dostupné z: <https://slideplayer.com/slide/4458062> Prezentace. Slide 20/48.
- [10] VEDRAL, Josef a Jakub SVATOŠ. *Zpracování a digitalizace analogových signálů v měřicí technice*. Praha: Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2018. ISBN 978-80-01-06424-5. Strana 136, Obrázek 5.3.9, 5.3.10.
- [11] Band-pass filter. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2019-04-29]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Band-pass\\_filter](https://en.wikipedia.org/wiki/Band-pass_filter)