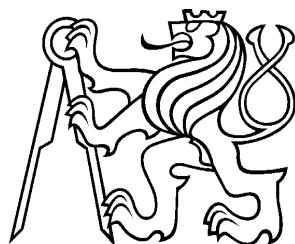


České vysoké učení technické v Praze



Semestrální práce z předmětu

Lineární obvody a systémy

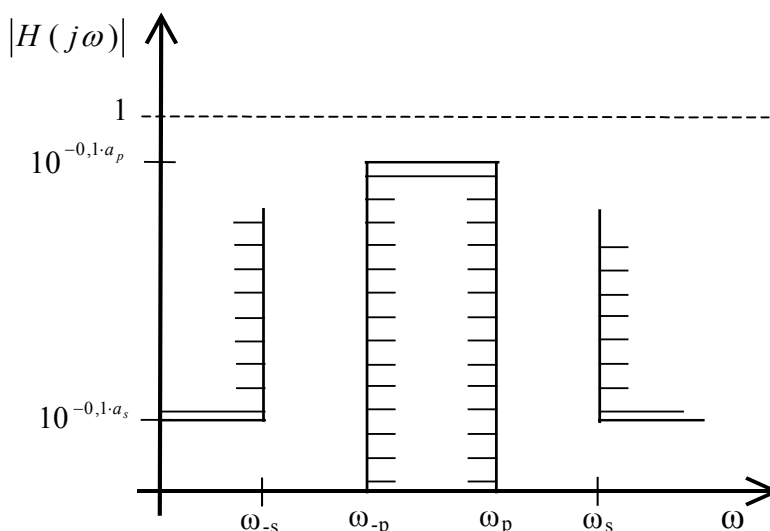
Standardní zadání č.9-PP

## Zadání a požadavky

1. Pro standardní pásmovou propust PP č.9, zobrazte výchozí toleranční schema.
2. Zobrazte toleranční schema normované dolní propusti NDP (tj.  $a_{\min}$ ,  $a_{\max}$ , normovaný kmitočet meze nepropustného pásma).
3. Navrhněte schema LC filtru pro jednotlivé aproximace (Butterworthova, Čebyševova, Inverzní Čebyševova, Caurova).
4. Tabulkově zpracujte přehled hodnot součástek pro jednotlivé aproximace se zaměřením na porovnání rozptylu hodnot realizací pro jednotlivé aproximace.
5. Porovnejte hodnoty zlomového kmitočtu  $\omega_0$  a činitele jakosti  $Q$  pro dílčí přenosové funkce při kaskádní syntéze pro jednotlivé aproximace. (Tvar jmenovatele dílčí přenosové funkce:  $p^2 + p\omega_0/Q + \omega_0^2$ ).
6. V jednom grafu orientačně zakreslete průběhy modulu přenosu v logaritmickém měřítku pro jednotlivé aproximace pro ideální součástky a s uvažováním činitele jakosti  $Q$  cívek. (Resp. ve dvou grafech - celkový průběh, t.j. orientace na nepropustné pásmo a detail propustného pásma.) Stejně zpracujte průběh skupinového zpoždění.
7. Zobrazte schema filtru realizovaného kaskádní syntézou pro Čebyševovu aproximaci.
8. Závěr, ve kterém bude provedeno porovnání jednotlivých aproximací, s ohledem na výše uvedené body.

## Zadané toleranční schema pásmové propusti

1. Toleranční schema pásmové propusti PP



2. Zadané parametry standardní PP č.9

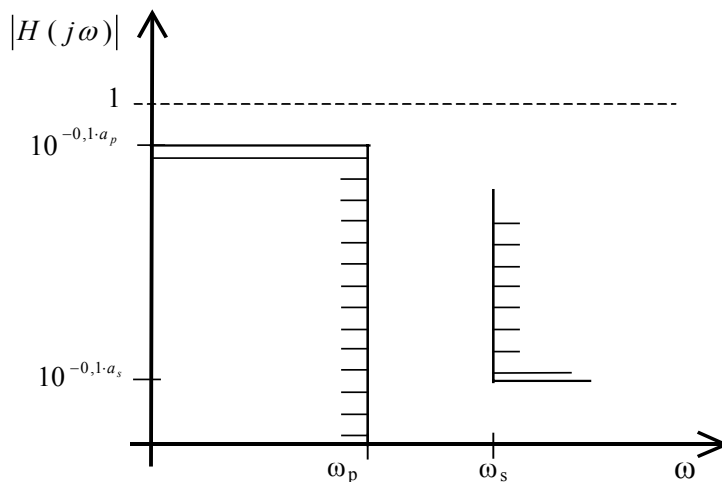
Filtr oboustranně zakončete impedanci  $Z=300\Omega$  a zvolte strukturu **T** filtru.

Útlum v propustném pásmu	Útlum v nepropustném pásmu	Dolní mez nepropustného pásma	Meze propustného pásma		Horní mez nepropustného pásma
$a_p[\text{dB}]$	$a_s[\text{dB}]$	$f_{-s}[\text{Hz}]$	$f_{-p}[\text{Hz}]$	$f_p[\text{Hz}]$	$f_s[\text{Hz}]$
2	18	260	730	2800	4970

# VYPRACOVÁNÍ

## Toleranční schema normované dolní propusti

### 1. Toleranční schema normované dolní propusti NDP



### 2. Vypočítané hodnoty pro NDP

Útlum v propustném pásmu	Útlum v nepropustném pásmu	Horní mez normovaného propustného pásma	Horní mez normovaného nepropust. pásma
$a_p[\text{dB}]$	$a_s[\text{dB}]$	$\Omega_p[-]$	$\Omega_s[-]$
2	18	1	2,202

### 3. Výpočty pro NDP

$$\Delta f = f_p - f_{-p} = 2800 - 730 = \underline{\underline{2070 \text{ Hz}}}$$

$$f_m = \sqrt{f_p \cdot f_{-p}} = \sqrt{2800 \cdot 730} = \underline{\underline{1429,69 \text{ Hz}}}$$

Primární parametry NDP:

$$\Omega_p = \frac{f_s^2 - f_m^2}{\Delta f \cdot f_s} = \frac{2800^2 - 1429,69^2}{2070 \cdot 2800} = \underline{\underline{1}}$$

$$\Omega_{-p} = \frac{f_{-s}^2 - f_m^2}{\Delta f \cdot f_{-p}} = \frac{260^2 - 1429,69^2}{2070 \cdot 730} = \underline{\underline{-1}}$$

$$\Omega_s = \frac{f_s^2 - f_m^2}{\Delta f \cdot f_s} = \frac{4970^2 - 1429,69^2}{2070 \cdot 4970} = \underline{\underline{2,202}}$$

$$\Omega_{-s} = \frac{f_{-s}^2 - f_m^2}{\Delta f \cdot f_{-s}} = \frac{260^2 - 1429,69^2}{2070 \cdot 260} = \underline{\underline{-3,672}}$$

Z uvedeného je zřejmé, že propustné pásmo se nám přetransformovalo do intervalu  $(-1,1)$ . Rovněž je vidět, že nám vyšly u normované dolní propusti dvě meze nepropustného pásma. ( $\Omega_{s1} = 2,202$  a  $\Omega_{s2} = 3,672$ ). Rozdílnost je dána z důvodu nesymetrického zadání filtru. Bereme však v úvahu tvrdší podmínku meze nepropustného pásma, tedy  $\Omega_s = 2,202$ . Aby bylo zadání symetrické, muselo by platit:  $f_p \cdot f_p = f_s \cdot f_s$ , což po dosazení neplatí. Výsledné toleranční schema normované dolní propusti jsem uvedl výše.

## NÁVRH BUTTERWORTHOVA FILTRU

- **Butterworthova aproximace normované dolní propusti**

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0,1a_p} - 1} = \sqrt{10^{0,1 \cdot 2} - 1} = \underline{0,76478}$$

Sekundární parametry:  $k = \frac{1}{\Omega_s} = \frac{1}{2,202} = \underline{0,45413}$

$$k_1 = \sqrt{\frac{10^{a_p/10} - 1}{10^{a_s/10} - 1}} = \sqrt{\frac{10^{0,1 \cdot 2} - 1}{10^{0,1 \cdot 18} - 1}} = \underline{0,0971}$$

Řád filtru:  $n \geq \frac{\log \frac{1}{k_1}}{\log \frac{1}{k}} = \underline{2,954}$ , po zaokrouhlení  $n = 3$

Pro  $n=3$  dále provedeme přepočty  $k_1$  a  $a_s$  dosazením do :

$$k_1 = k^n = 0,45413^3 = \underline{0,09366}$$

$$a_s = 10 \cdot \log \left( 1 + \frac{\varepsilon^2}{k_1^2} \right) = 10 \cdot \log \left( 1 + \frac{0,76478^2}{0,09366^2} \right) = \underline{18,3dB}$$

Póly přenosové funkce jsou v levé polorovině  $s = \sum + j\Omega$  a leží na kružnici o poloměru :

$$r = \frac{1}{\varepsilon^{\frac{1}{n}}} = \frac{1}{0,76478^{\frac{1}{3}}} = \underline{1,0935}$$

Dále potřebujeme určit póly přenosové funkce ze vztahu:

$$s_\mu = \frac{1}{\varepsilon^{\frac{1}{n}}} \left[ -\sin \frac{(2\mu-1)\pi}{2n} + j \cos \frac{(2\mu-1)\pi}{2n} \right] = \alpha_\mu + j\beta_\mu$$

, kde  $n = 4$  a  $\mu = 1, 2 \dots n$ .

Po dosazení nám vyjdou tyto póly přenosové funkce:

$$S_1 = -0,546752 + j0,947004$$

$$S_2 = -1,093506 + j0$$

$$S_3 = -0,546752 - j0,947004$$

Přenosová funkce NDP: - pro  $n$ -liché

$$H(s) = \frac{H_0}{(s - \alpha_0) \prod_{\mu=1}^m (s^2 - 2\alpha_\mu s + \alpha_\mu^2)}; \quad H_0 = \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{0,76478} = 1,307566, \quad \alpha_0 = -\frac{1}{\varepsilon^{\frac{1}{n}}}$$

$$\alpha_\mu = -\frac{1}{\varepsilon^n} \sin(2\mu - 1) \frac{\pi}{2n}; m = \frac{n-1}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

po dosazení

$$H(s) = \frac{1,307566}{s^3 + s^2(2 \cdot 0,546752 + 1,0935) + s(1,0935^2 + 2 \cdot 0,546752 \cdot 1,0935) + 1,0935^3}$$

Charakteristická funkce  $\varphi(s) = \varepsilon \cdot s^n = 0,76478 \cdot s^3$

#### • Schéma LC filtru-NDP pro Butterworthovu aproximaci

Schéma filtru pro Butterworthovu aproximaci určíme metodou odštěpení pólů v nekonečno z imitance. Tuto metodu lze použít právě v případech Butterworthových a Čebyševových NDP, jejichž přenosové funkce  $H(s)$  mají všechny nulové body v  $s = \infty$ .

Z funkcí  $H(s)$  a  $\varphi(s)$  sestavíme normovanou vstupní impedanci filtru  $z_{vst}(s)$  podle vztahu

$$z_{vst} = \frac{H(s)^{-1} - \varphi(s)}{H(s)^{-1} + \varphi(s)} : \text{pro PI článek}$$

$$z_{vst} = \frac{H(s)^{-1} + \varphi(s)}{H(s)^{-1} - \varphi(s)} : \text{pro T článek}$$

Pro volbu T článku symetricky zakončený obdržíme:

$$z_{vst} = \frac{1,529559 s^3 + 1,672583 s^2 + 1,828979s + 1}{1,672583 s^2 + 1,828979s + 1}$$

Po rozvedení výrazu  $z_{vst}(s)$  pro T článek dostáváme řetězový zlomek:

$$z_{vst} = 0,91449 s + \frac{1}{1,828981s + \frac{1}{0,914481 s + 1}}$$

#### • Hodnoty součástek a schema zapojení pro LC realizace Butterworthova filtru-PP

Řetězovému zlomku  $Z_{vst}$  (Cauer 1) odpovídá zapojení LC filtru pro NDP. Ze schematu normované dolní propusti kmitočtovým odnormováním dostaneme hledané schema Butterworthovských filtrů pásmové propusti. Všechny induktory nahradíme sériovým

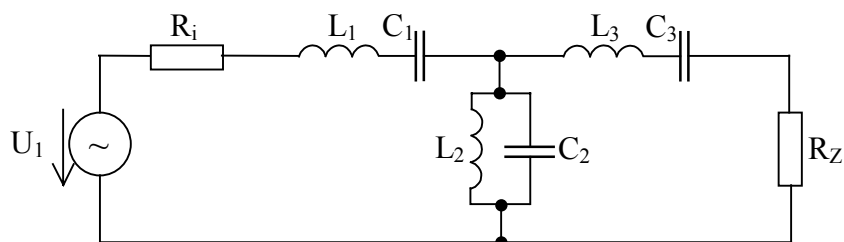
zapojením induktoru a kapacitoru podle vztahů:  $L = \frac{R_0 l}{\Delta\omega}$  a  $C = \frac{\Delta\omega}{R_0 l \omega_m^2}$ , kde  $l$  je indukčnost

normované dolní propusti. Obdobně nahradíme všechny kondenzátory paralelním zapojením

induktoru a kapacitoru, podle vztahů:  $L = \frac{\Delta\omega R_0}{\omega_m^2 c}$  a  $C = \frac{c}{R_0 \Delta\omega}$ . Z těchto vztahů dostaneme

následující zapojení.

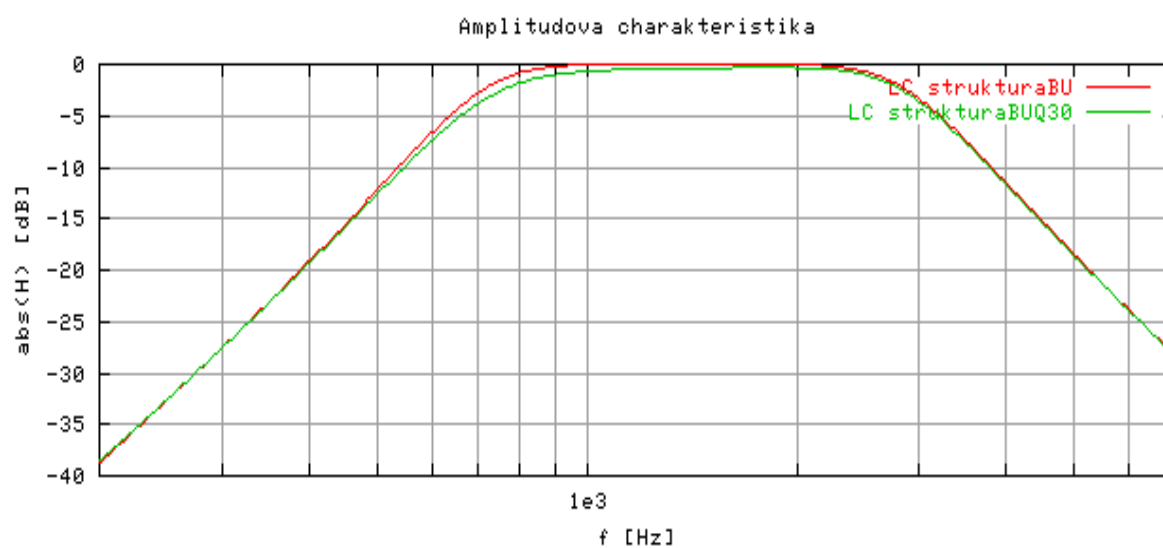
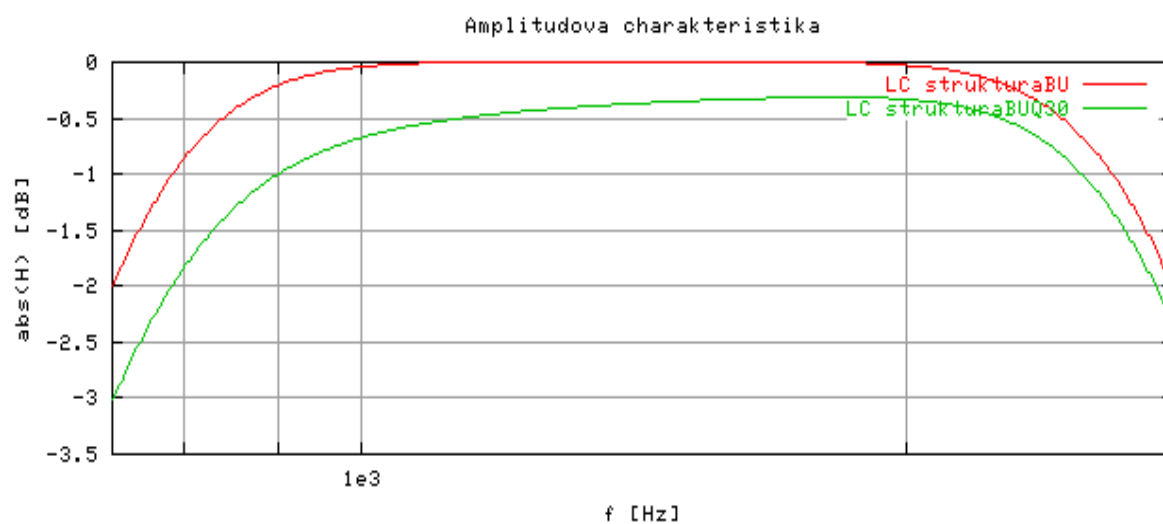
- Schema zapojení, hodnoty a rozptyl hodnot součástek pro Butterworthovský filtr



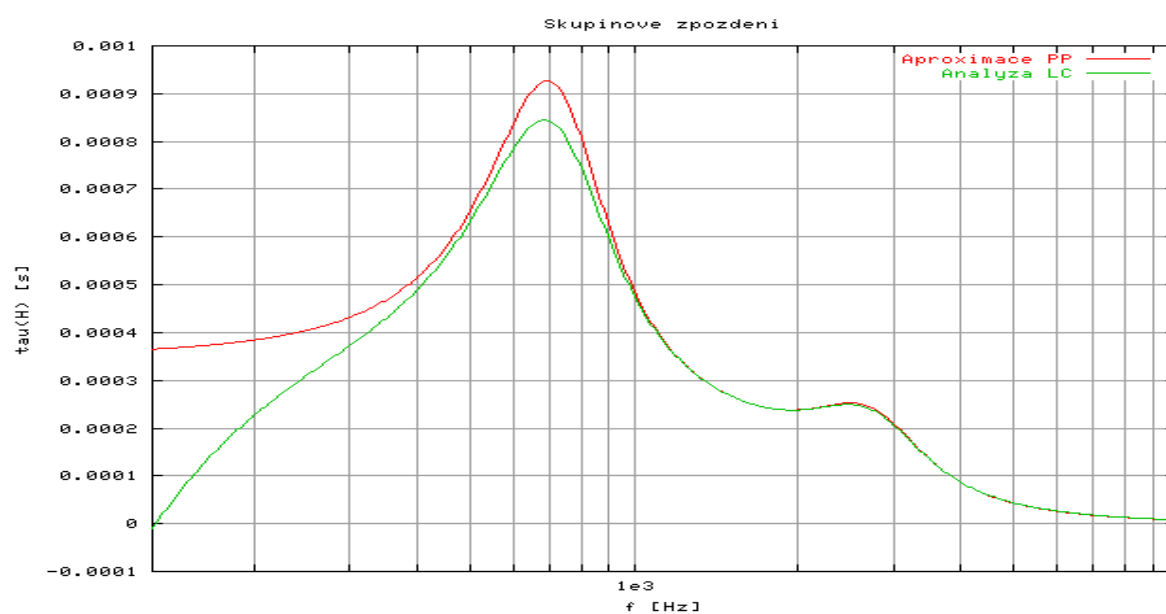
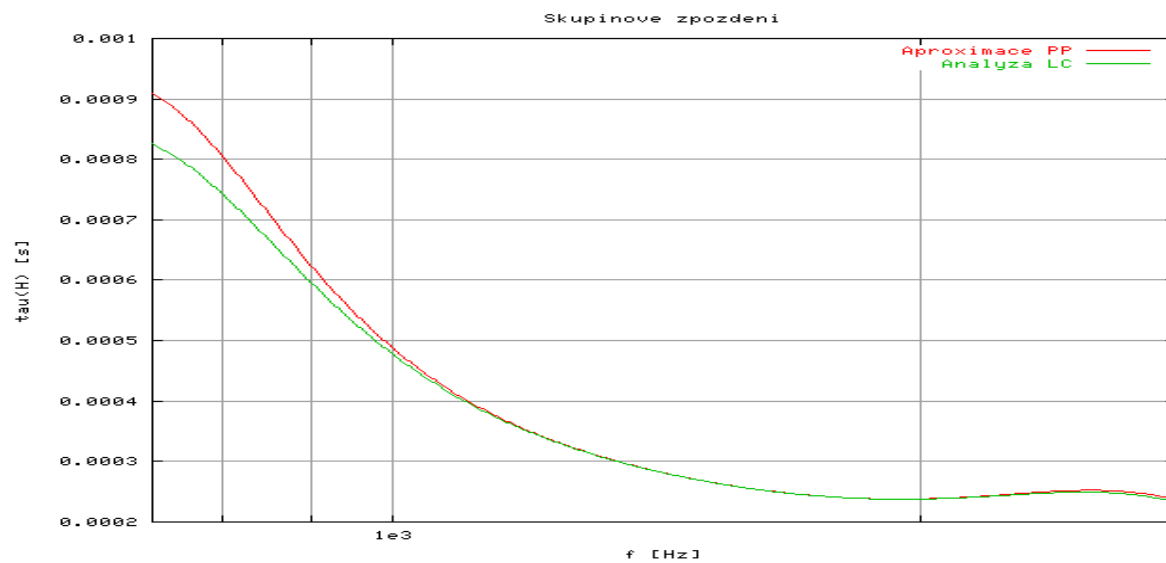
Součástky	$R_i=R_Z[\Omega]$	$L_1[\text{mH}]$	$C_1[\text{nF}]$	$L_2[\text{mH}]$	$C_2[\text{nF}]$	$L_3[\text{mH}]$	$C_3[\text{nF}]$
Hodnoty sou.	300	21,094	587,50	26,438	468,764	21,094	587,50

Rozptyl hodnot součástek:  $L = (21,094 \div 26,438) \text{mH}$ ,  $C = (468,764 \div 587,50) \text{nF}$

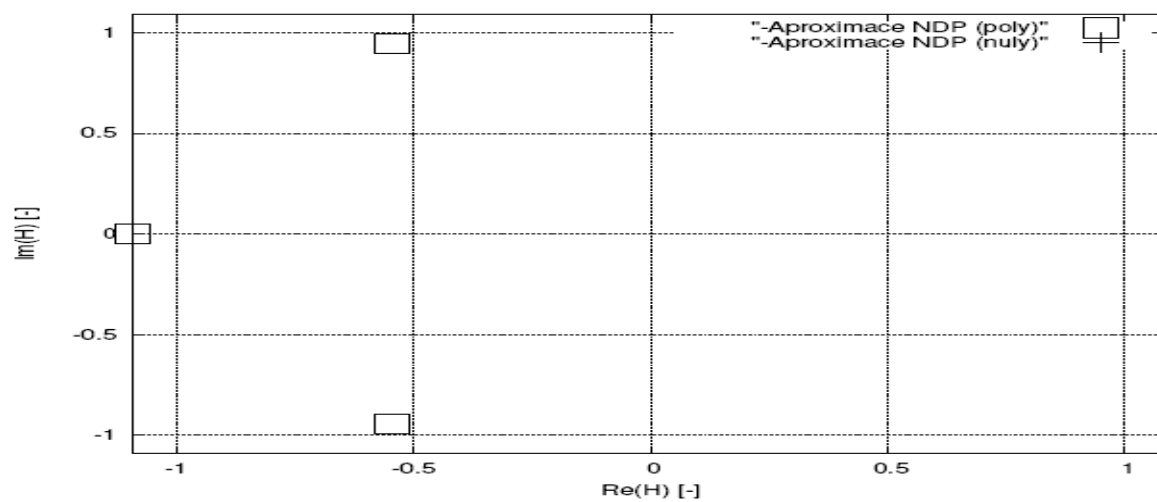
- Graf průběhu modulu přenosu  $|H(j\omega)|$  i s uvažováním  $Q=30$  cívek



- Graf průběhu skupinového zpoždění  $\tau(\omega)$  i s uvažováním  $Q=30$  cívek



- Graf rozložení pólů a nul NDP



## NÁVRH FILTRU S IZOEXTREMÁLNÍ APROXIMACÍ (ČEBYŠEV)

- **Základní vztahy pro Izotermální aproximaci**

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0,1a_p} - 1} = \sqrt{10^{0,1 \cdot 2} - 1} = \underline{0,76478}$$

Sekundární parametry:  $k = \frac{1}{\Omega_s} = \frac{1}{2,202} = \underline{0,45413}$

$$k_1 = \sqrt{\frac{10^{a_p/10} - 1}{10^{a_s/10} - 1}} = \sqrt{\frac{10^{0,1 \cdot 2} - 1}{10^{0,1 \cdot 18} - 1}} = \underline{0,0971}$$

Řád filtru:  $n = \frac{\arg \cosh \frac{1}{k_1}}{\arg \cosh \frac{1}{k}} = 2,119$ , po zaokrouhlení  $n = 3$

Přenosová funkce pro NDP:

$$H_0 = \frac{1}{\varepsilon 2^{2m}}$$

$$H(s) = \frac{H_0}{(s+a) \prod_{\mu=1}^m (s^2 - 2\alpha_{\mu} s + \alpha_{\mu}^2 + \beta_{\mu}^2)} = \frac{0,32689}{s^3 + 0,7378 s^2 + 1,02219 s + 0,32688}$$

Charakteristická funkce:  $\varphi(s) = 2^{2m} s \prod_{\mu=1}^m (s^2 + \Omega_{0\mu}^2) = 4s^3 + 3s$

Z funkcí  $H(s)$  a  $\varphi(s)$  sestavíme normovanou vstupní impedanci filtru  $z_{\text{vst}}(s)$  podle vztahu pro T článek:

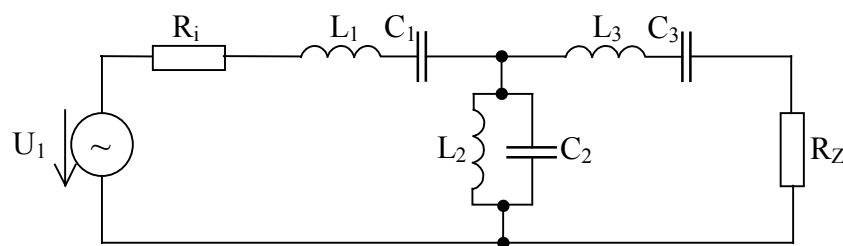
$$z_{\text{vst}} = \frac{H(s)^{-1} + \varepsilon \varphi(s)}{H(s)^{-1} - \varepsilon \varphi(s)} = \frac{6,118 s^3 + 2,257 s^2 + 5,421 s + 1}{2,257 s^2 + 0,8326 s + 1}$$

Po rozvedení výrazu  $z_{\text{vst}}(s)$  pro T článek dostáváme řetězový zlomek:

$$z_{\text{vst}} = 2,7107 s + \frac{1}{0,8327 s + \frac{1}{2,7103 s + 1}}$$

Stejným postupem jako u Butterworthova filtru obdržíme shema NDP, ze které se kmitočtovým odnormováním obdrží odnormované shema PP.

- **Schema zapojení, hodnoty a rozptyl hodnot součástek pro Čebyševský filtr**

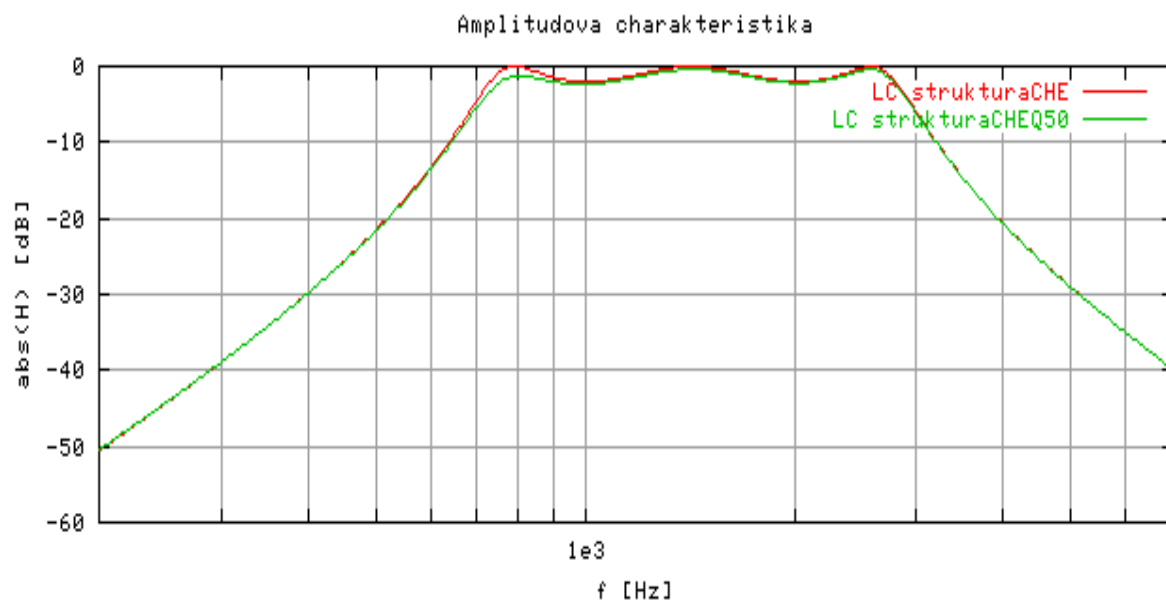
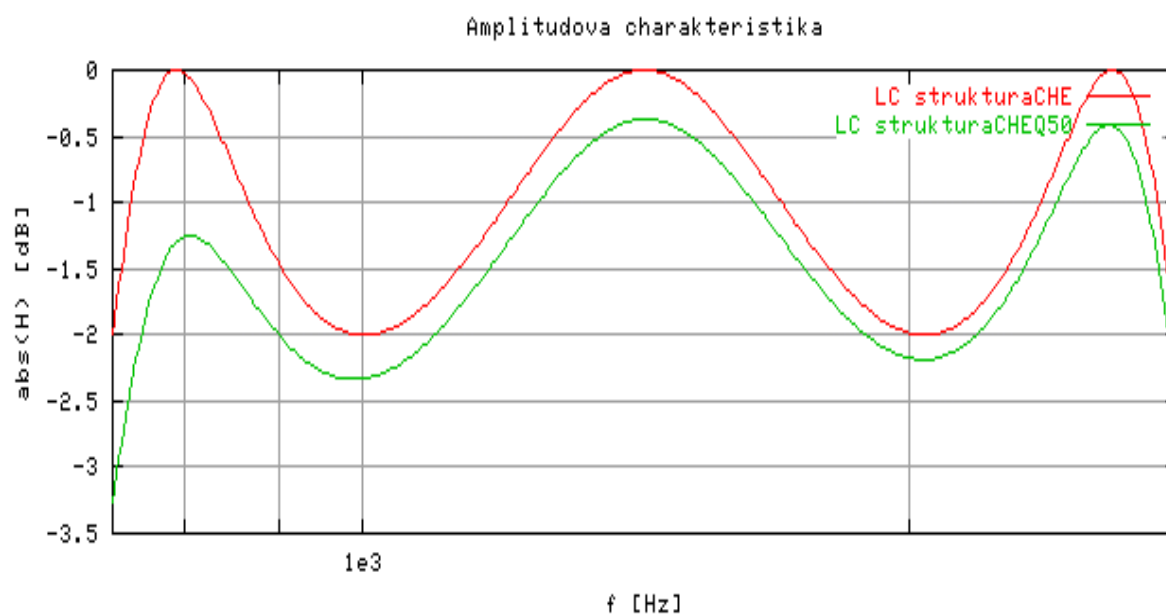




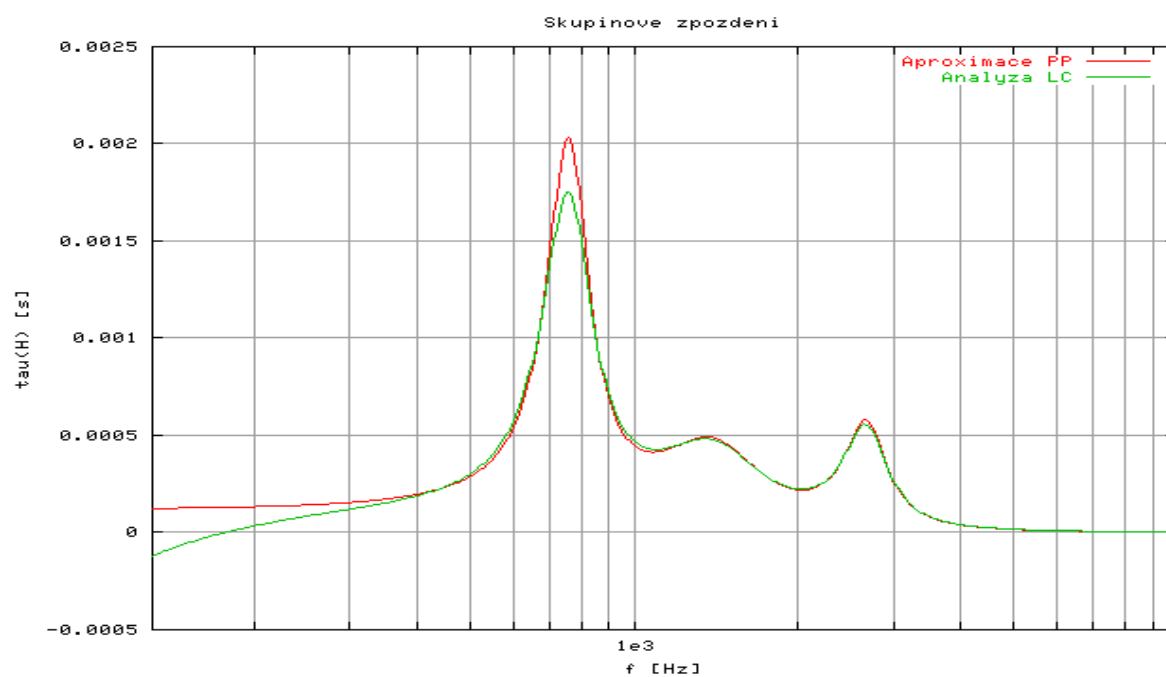
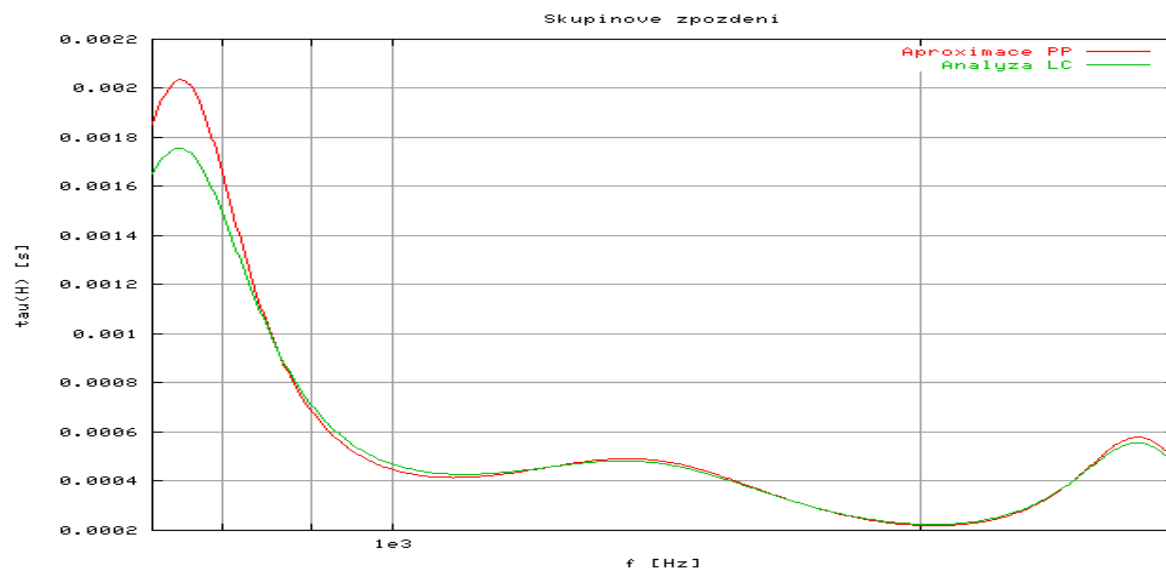
Součástky	$R_i=R_Z[\Omega]$	$L_1[\text{mH}]$	$C_1[\text{nF}]$	$L_2[\text{mH}]$	$C_2[\text{nF}]$	$L_3[\text{mH}]$	$C_3[\text{nF}]$
Hodnoty sou.	300	62,524	198,203	58,071	213,403	62,524	198,203

Rozptyl hodnot součástek:  $L = (58,071 \div 62,524) \text{mH}$ ,  $C = (198,203 \div 213,403) \text{nF}$

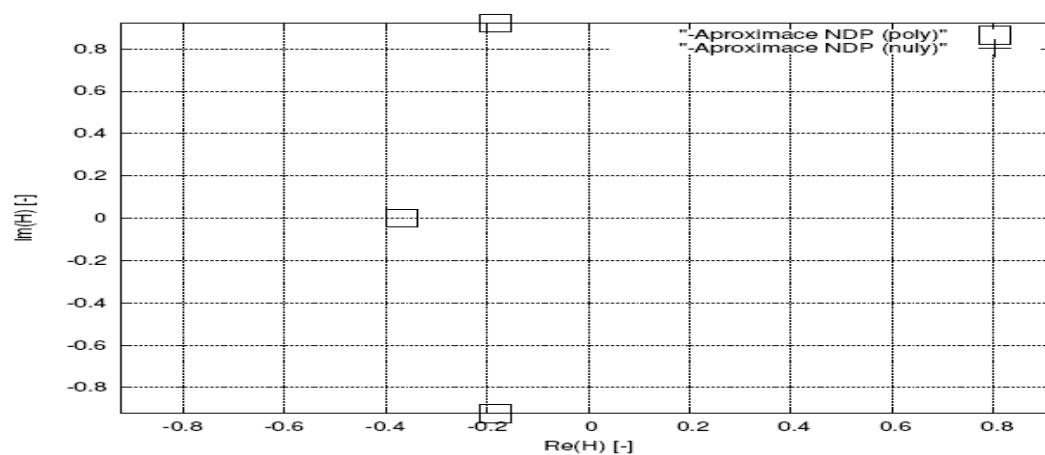
- **Graf průběhu modulu přenosu  $|H(j\omega)|$  i s uvažováním  $Q=50$  cívek**



- Graf průběhu skupinového zpoždění  $\tau(\omega)$  i s uvažováním  $Q=50$  cívek

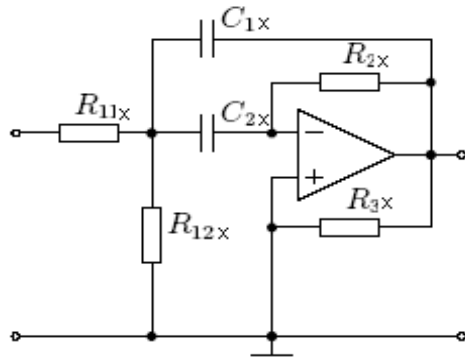


- Graf rozložení pólů a nul NDP



- Filtru realizovaný kaskádní syntézou

- Schema filtru



Filtr je realizován třemi bloky viz obr.1 řazenými sériově postupně za sebou. X zde znamená pořadí bloku.

obr. 1 Blok pro ARC

- Hodnoty součástek pro tři bloky řazené sériově

Blok 1.	$R_{111}[\text{k}\Omega]$	$R_{121}[\text{k}\Omega]$	$R_{21}[\text{k}\Omega]$	$C_{11}[\text{nF}]$	$C_{21}[\text{nF}]$	$R_{31}[\Omega]$
	280,95	25,24	1886	1	1	infinity
Blok 2.	$R_{112}[\text{k}\Omega]$	$R_{122}[\text{k}\Omega]$	$R_{22}[\text{k}\Omega]$	$C_{12}[\text{nF}]$	$C_{22}[\text{nF}]$	$R_{32}[\Omega]$
	79,71	7,16	535,09	1	1	infinity
Blok 3.	$R_{113}[\text{k}\Omega]$	$R_{123}[\text{k}\Omega]$	$R_{23}[\text{k}\Omega]$	$C_{13}[\text{nF}]$	$C_{23}[\text{nF}]$	$R_{33}[\Omega]$
	62,09	57,04	416,83	1	1	infinity

## NÁVRH INVERZNÍ ČEBYŠEVOVY APROXIMACE

- Základní vztahy pro Inverzní Čebyševovu aproximaci

Řád filtru:  $n = \frac{\arg \cosh \frac{1}{k_1}}{\arg \cosh \frac{1}{k}} = 2,119$  , po zaokrouhlení  $n = 3$

Přenosová funkce pro NDP:

$$H_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\varepsilon^2}{k_1^2}}}$$

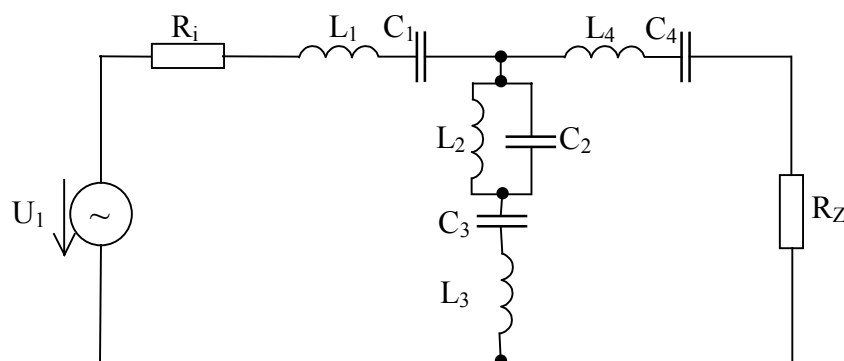
$$H(s) = \frac{H_0}{s - \frac{1}{a \cdot k}} \prod_{\mu=1}^m \frac{s^2 + \Omega_{0\mu}^2}{s^2 - 2\alpha_\mu s + \alpha_\mu^2 + \beta_\mu^2} = \frac{0,239184 p^2 + 1,546744}{p^3 + 2,244735 p^2 + 2,490813 p + 1,546744}$$

$$k = \frac{1}{\cosh \left[ \arg \cosh \left( \frac{1}{k_1} \right) / 4 \right]} = 0,76959$$

Charakteristická funkce:

$$\varphi(s) = \frac{(-1)^m k}{nk_1} s^n \prod_{\mu=1}^m \frac{1}{s^2 + \Omega_{0\mu}^2} = \frac{-0,76959 \cdot s^3}{3 \cdot 0,0971 \left( s^2 + \left( \frac{1}{0,76959 \cdot \cos \frac{\pi}{6}} \right) \right)}$$

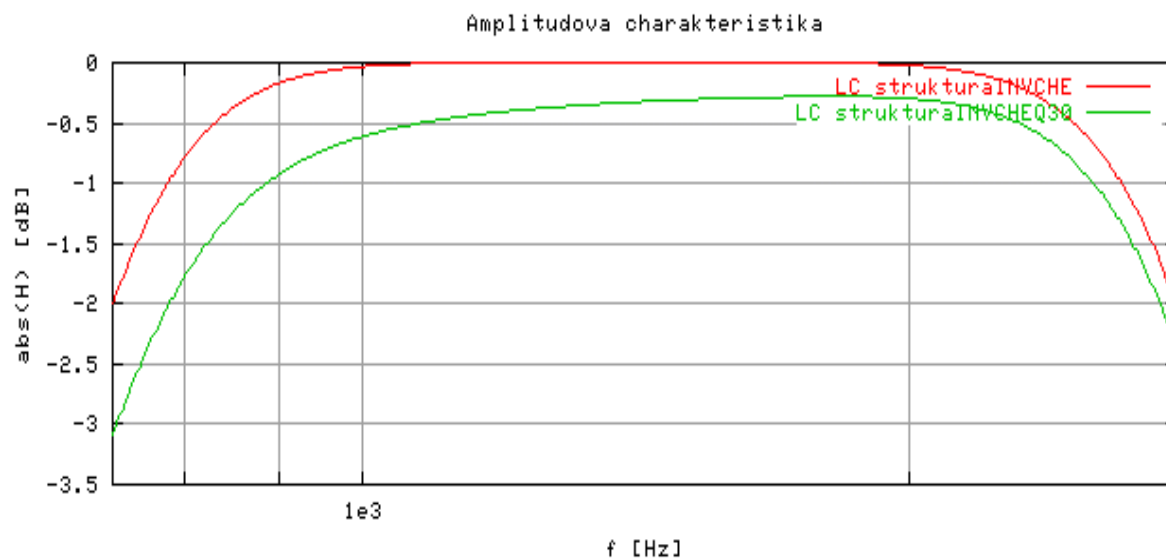
- Schema zapojení, hodnoty a rozptyl součástek pro Inverzní Čebyševskou aproximaci

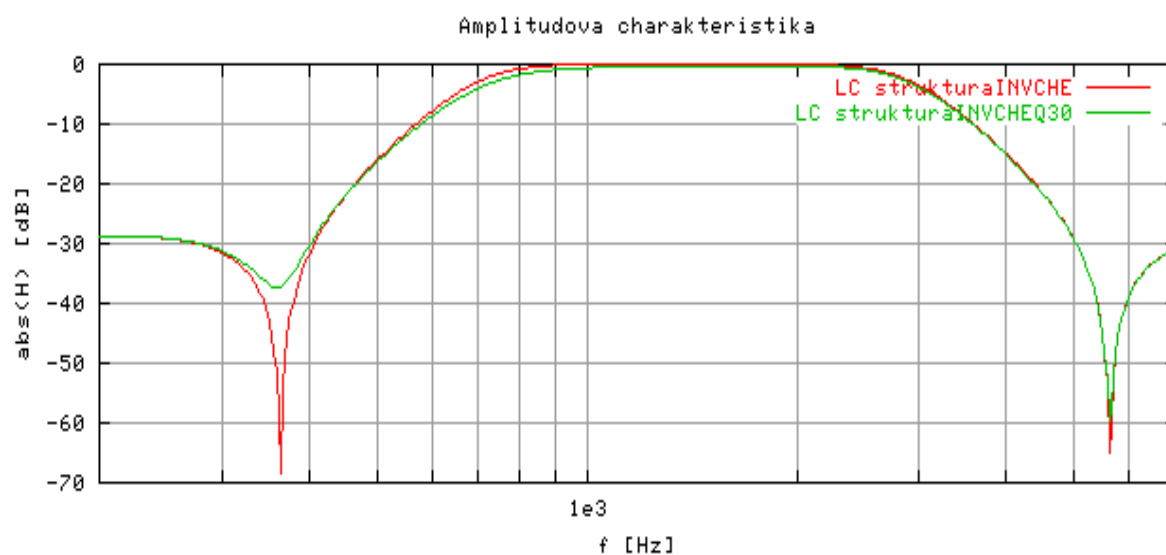


Součástky	$R_i=R_Z[\Omega]$	$L_1[\text{mH}]$	$C_1[\text{nF}]$	$L_2[\text{mH}]$	$C_2[\text{nF}]$	$L_3[\text{mH}]$	$C_3[\mu\text{F}]$	$L_4[\text{mH}]$	$C_4[\text{nF}]$
Hodnoty sou.	300	18,57	667,26	30,027	412,72	2,215	5,595	18,572	667,26

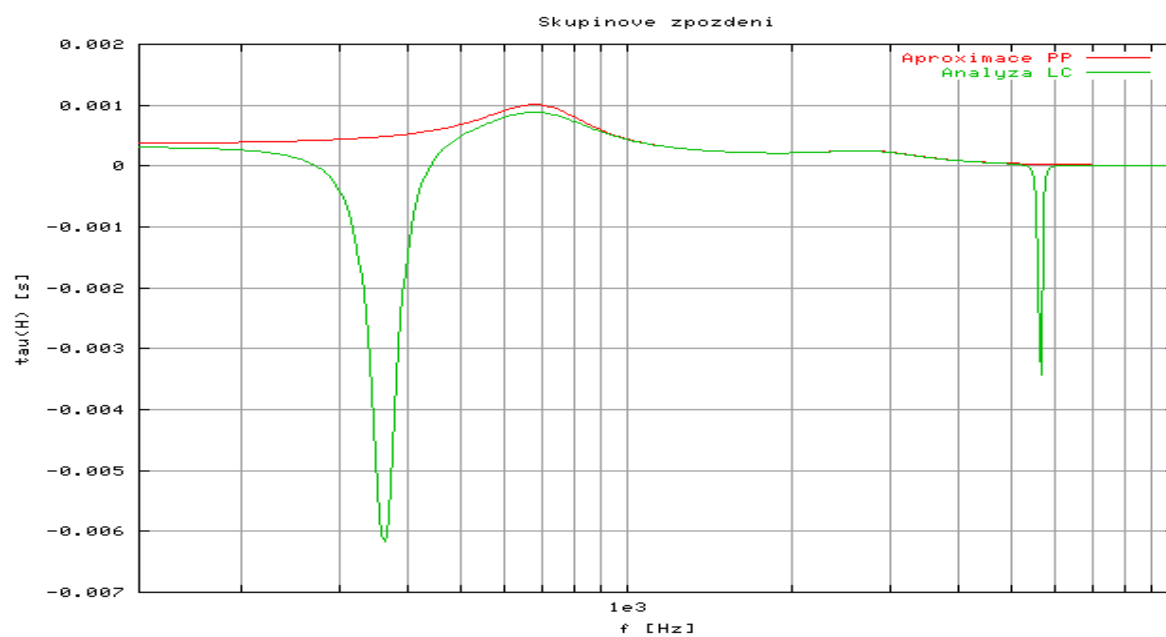
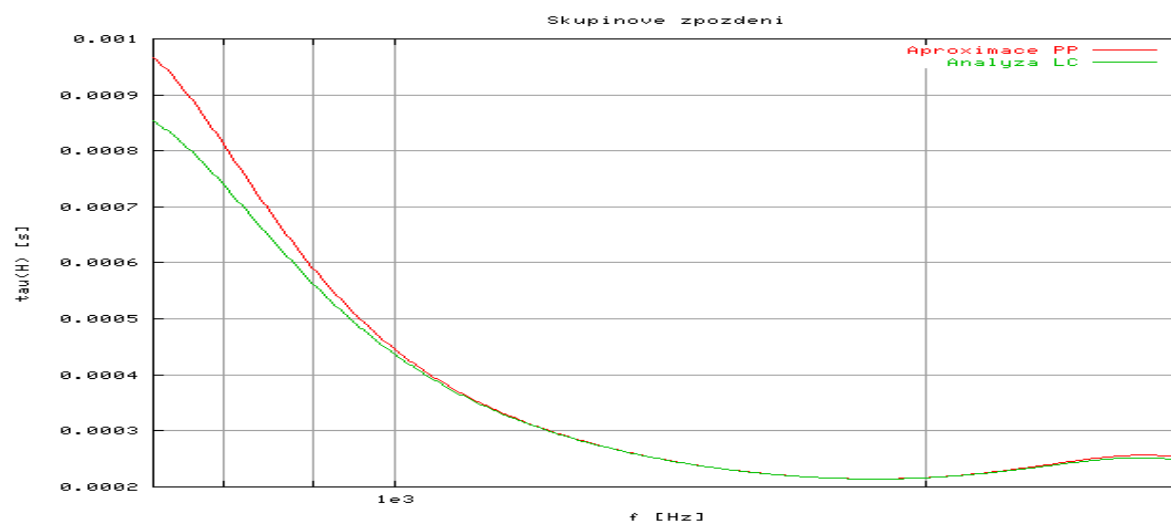
Rozptyl hodnot součástek:  $L=(2,215 \div 30,027)\text{mH}$ ,  $C=(412,72 \div 5595)\text{nF}$

- Graf průběhu modulu přenosu  $|H(j\omega)|$  i s uvažováním  $Q=30$  cívek

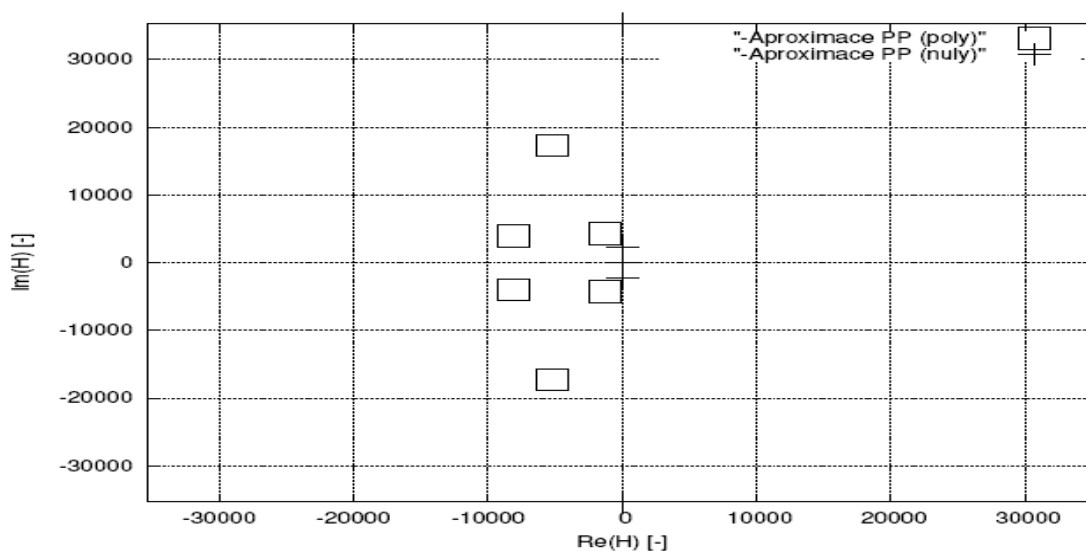




- Graf průběhu skupinového zpoždění  $\tau(\omega)$  i s uvažováním  $Q=30$  cívek



- Graf rozložení pólů a nul NDP

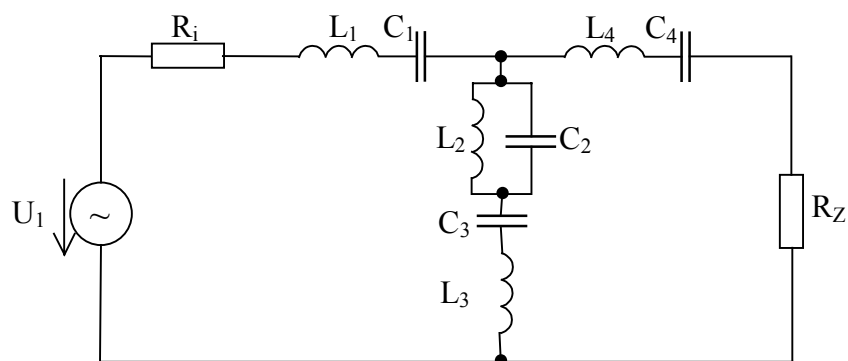


## NÁVRH STEJNOMĚRNÉ APROXIMACE (CAUER)

- Základní vztahy pro Caerovu aproximaci

Přenosová funkce pro NDP: 
$$H(s) = \frac{0,100399 p^2 + 0,379017}{p^3 + 0,726752 p^2 + 1,045962 p + 0,379017}$$

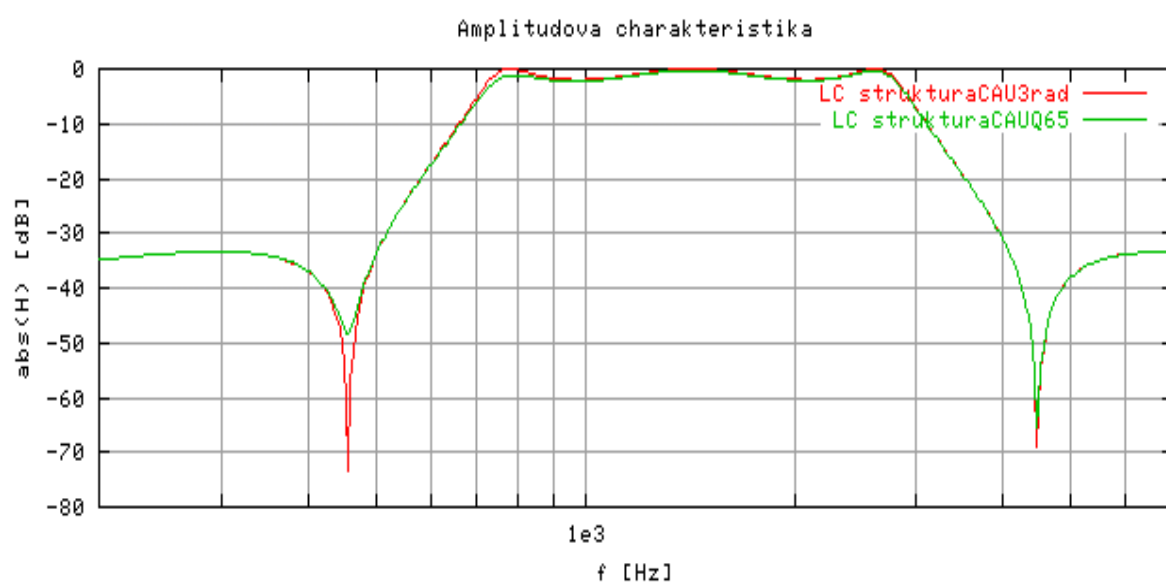
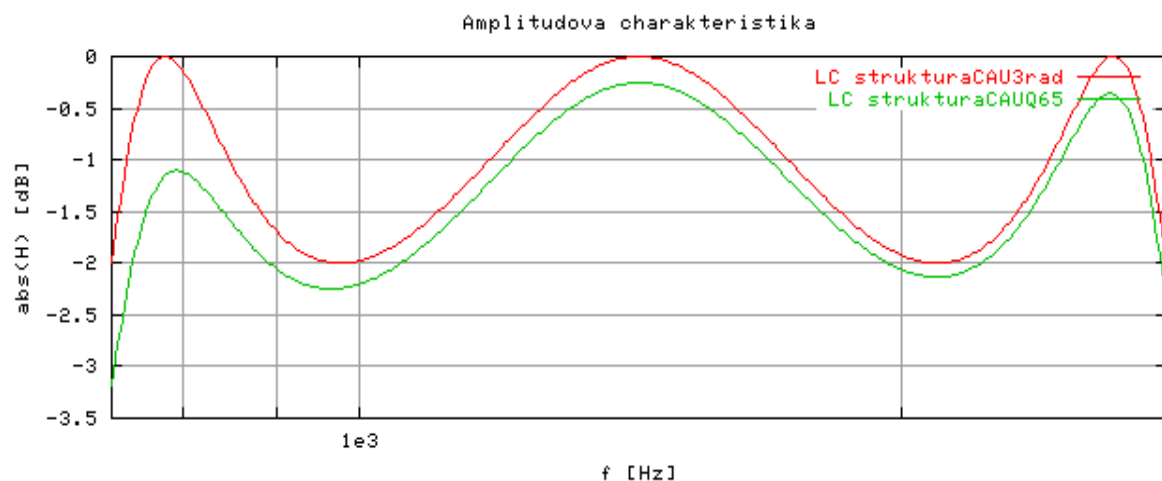
- Schema zapojení a hodnoty součástek pro Stejnosemřnou aproximaci



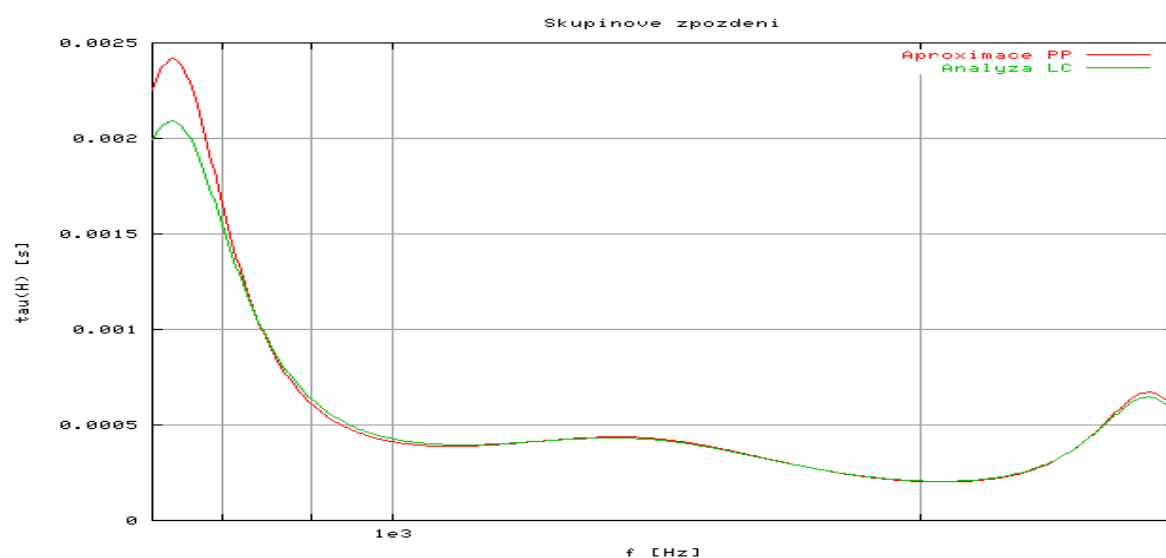
Součástky	$R_i=R_Z[\Omega]$	$L_1[\text{mH}]$	$C_1[\text{nF}]$	$L_2[\text{mH}]$	$C_2[\text{nF}]$	$L_3[\text{mH}]$	$C_3[\mu\text{F}]$	$L_4[\text{mH}]$	$C_4[\text{nF}]$
Hodnoty sou.	300	55,77	222,20	70,75	175,16	8,94	1,384	55,77	222,20

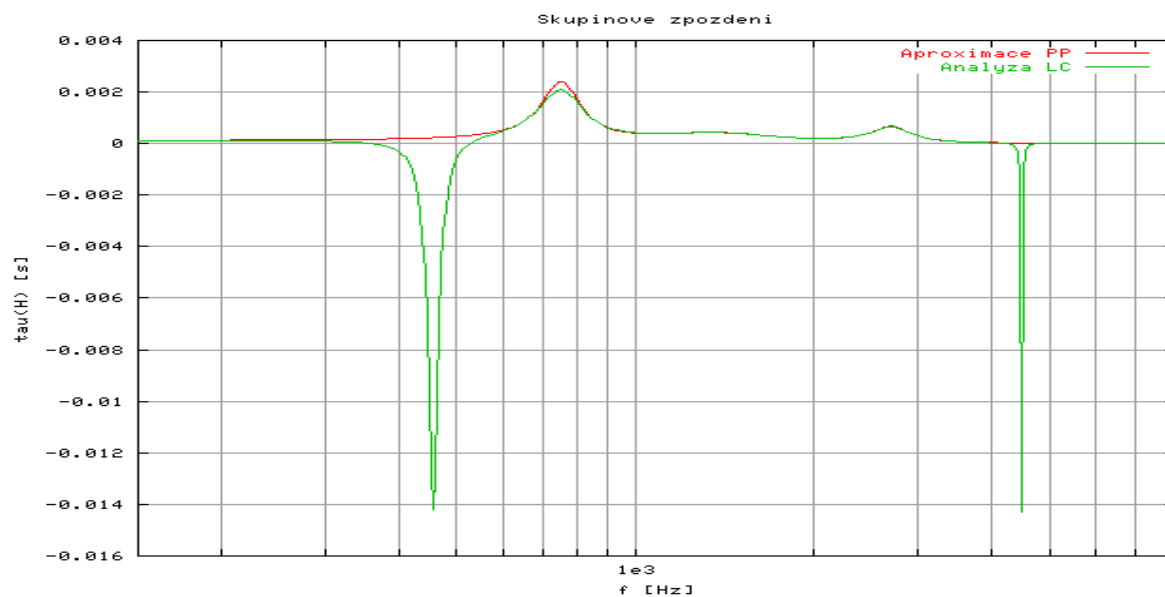
Rozptyl hodnot součástek:  $L=(8,94\div 70,75)\text{mH}$ ,  $C=(175,16\div 1384)\text{nF}$

- Graf průběhu modulu přenosu  $|H(j\omega)|$  i s uvažováním  $Q=65$  cívek

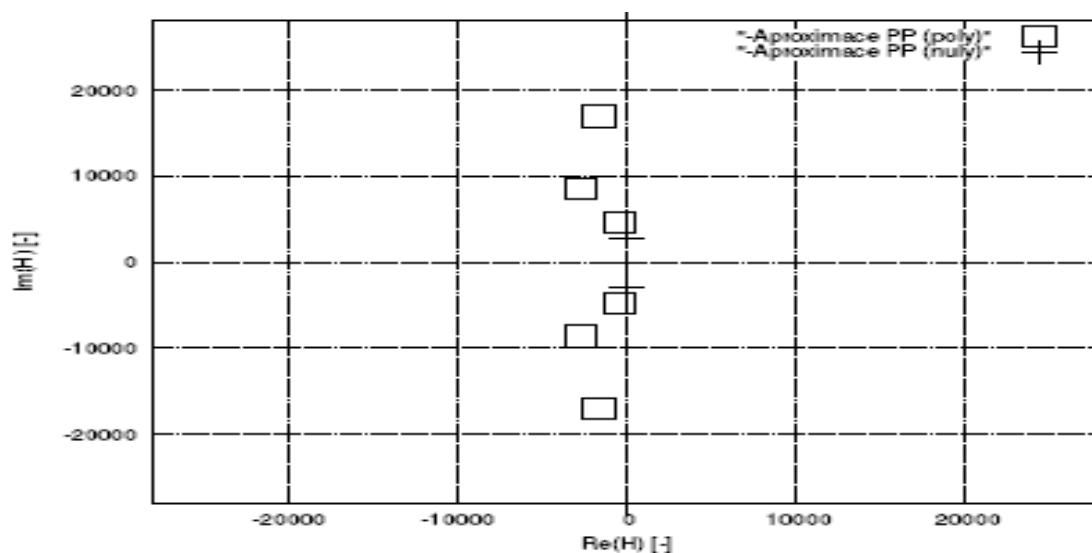


- Graf průběhu skupinového zpoždění  $\tau(\omega)$  i s uvažováním  $Q=65$  cívek





- Graf rozložení pólů a nul NDP



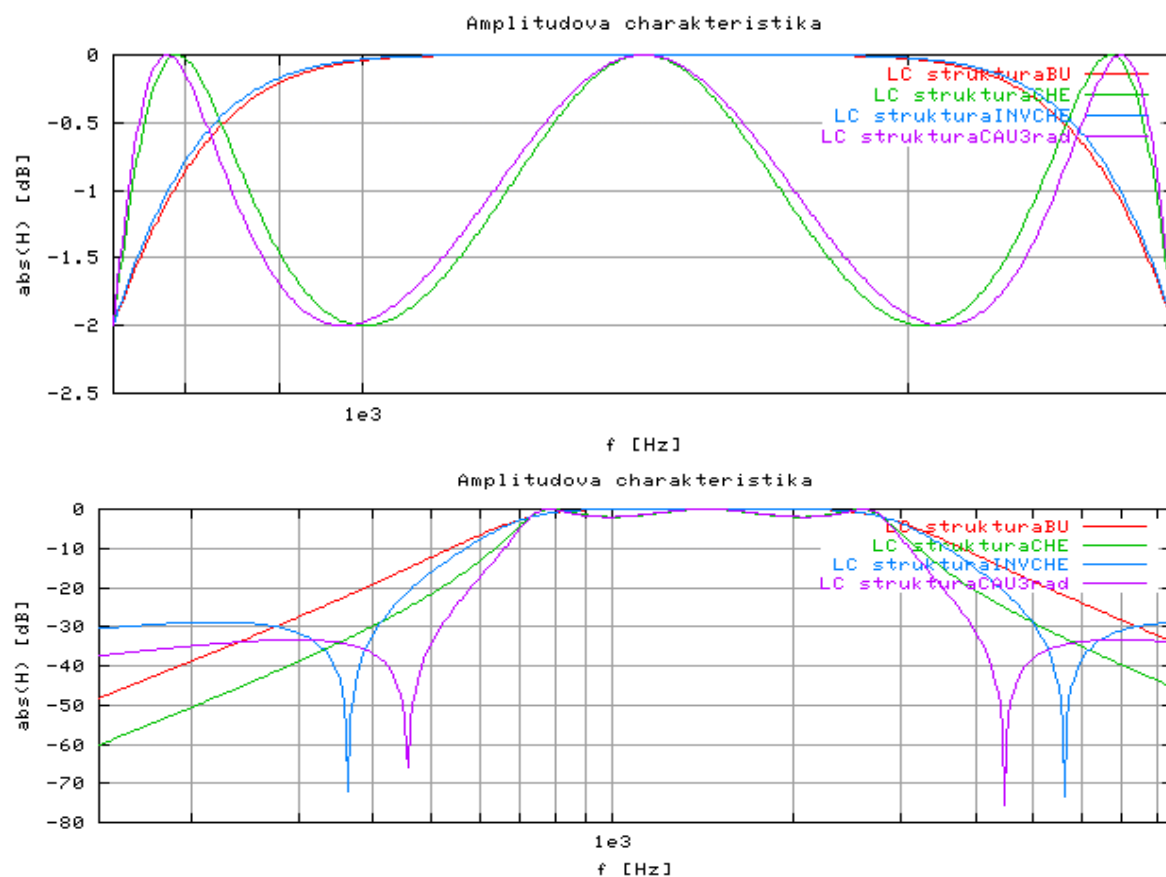
## ŘEHLEDNÉ SROVNÁNÍ JEDNOTLIVÝCH TYPŮ APROXIMACÍ

- Přehled rozptylu hodnot součástek pro všechny aproximace

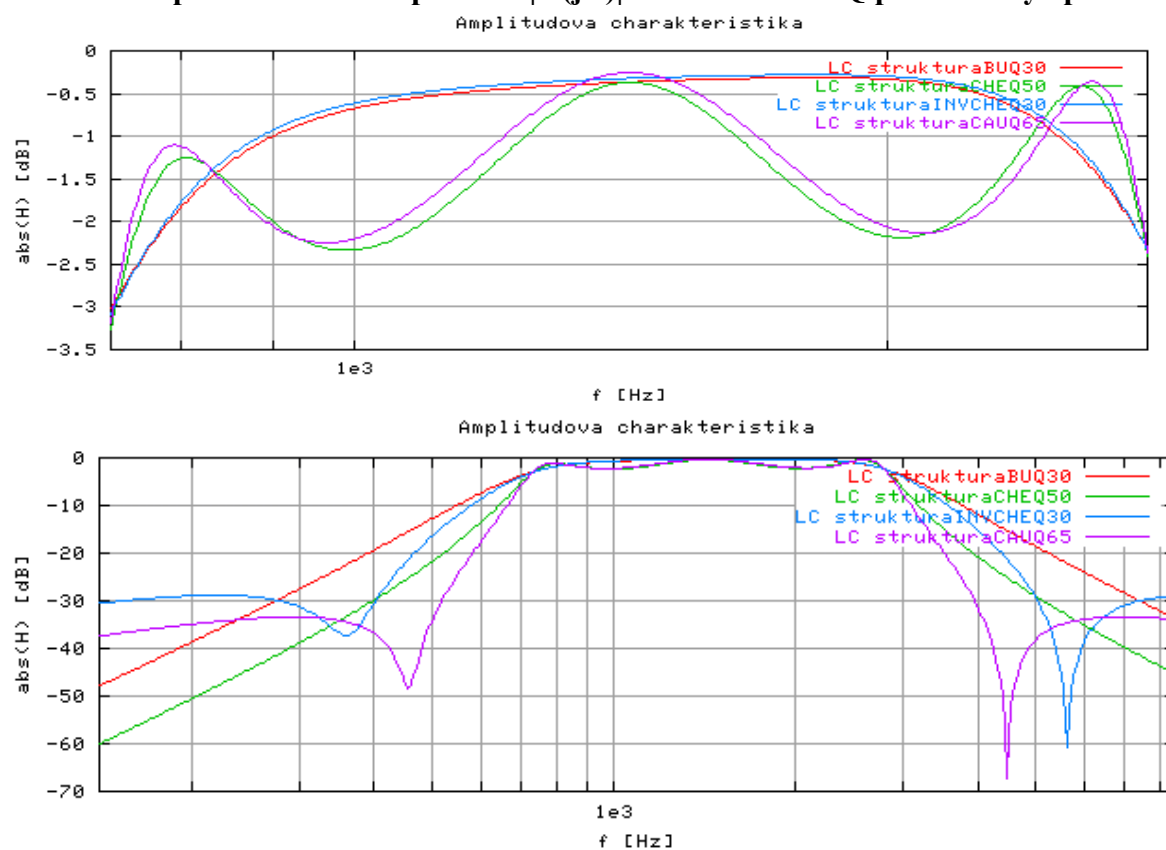
Butterworthova aproximace	$L = (21,094 \div 26,438) \text{mH}$	$C = (468,764 \div 587,50) \text{nF}$
Čebyševova aproximace	$L = (58,071 \div 62,524) \text{mH}$	$C = (198,203 \div 213,403) \text{nF}$
Inverzní Čebyševova aprox.	$L = (2,215 \div 30,027) \text{mH}$	$C = (412,72 \div 5595) \text{nF}$
Cauerova aproximace	$L = (8,94 \div 70,75) \text{mH}$	$C = (175,16 \div 1384) \text{nF}$



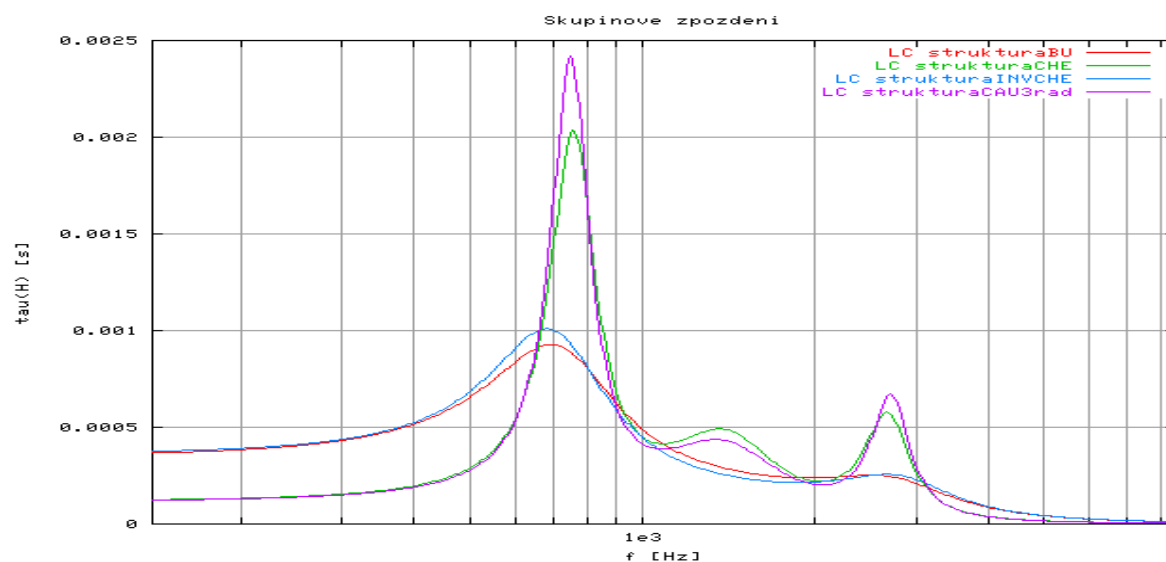
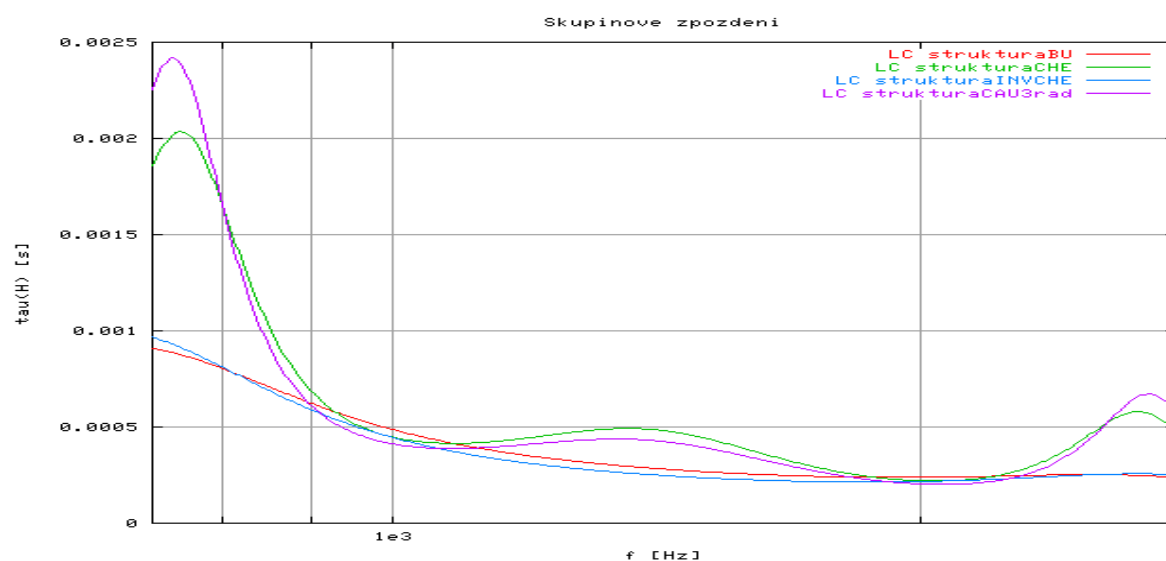
- Graf průběhu modulu přenosu  $|H(j\omega)|$  pro všechny aproximace



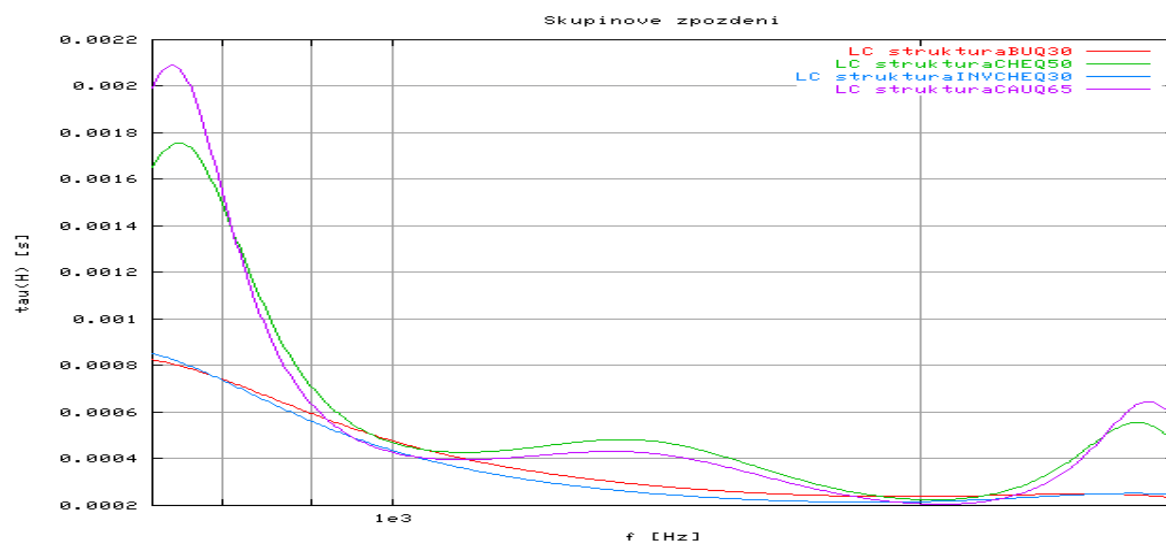
- Graf průběhu modulu přenosu  $|H(j\omega)|$  i s uvažováním Q pro všechny aproximace

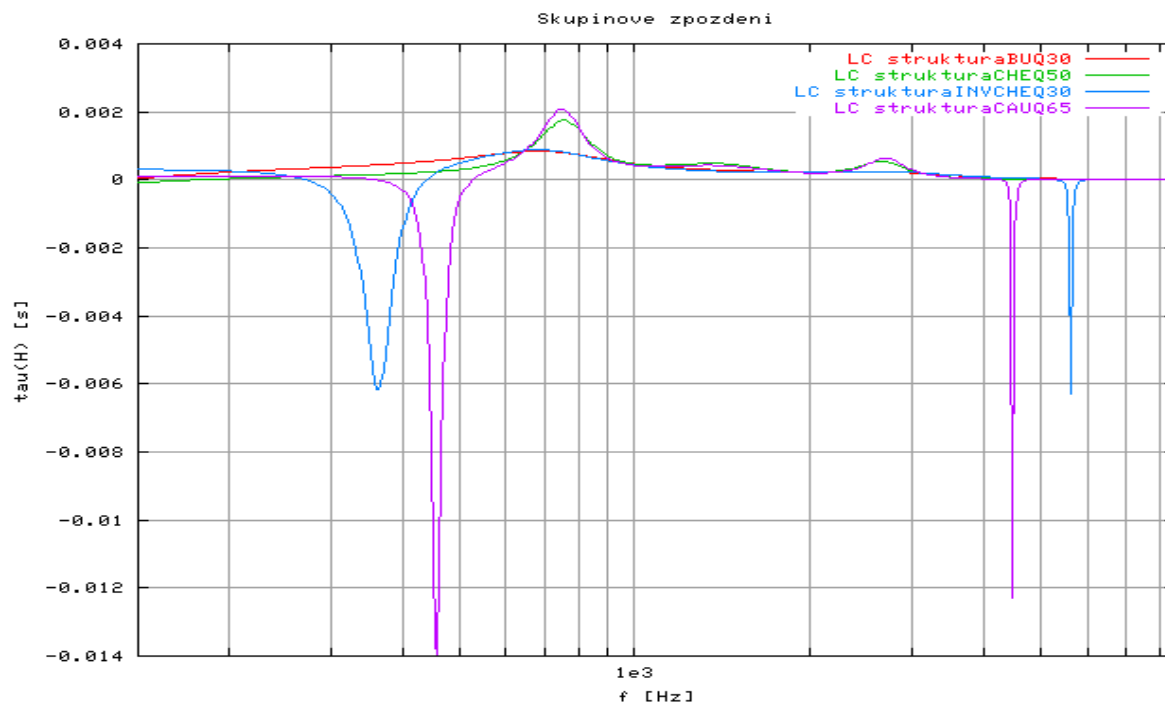


- Graf průběhu skupinového zpoždění  $\tau(\omega)$  pro všechny aproximace



- Graf průběhu skupinového zpoždění  $\tau(\omega)$  i s uvažováním  $Q$  pro všechny aproximace





- Porovnání hodnot zlomového kmitočtu  $\omega_0$  a činitele jakosti  $Q$  pro dílčí přenosové funkce při kaskádní syntéze pro jednotlivé aproximace.

- Butterworthova aproximace

$\omega$ [Hz]	4587	17591	8983
$Q[-]$	1,559	1,559	0,6316

- Čebyševova aproximace

$\omega$ [Hz]	4785	16865	8983
$Q[-]$	4,512	4,512	1,872

- Inverzní Čebyševova aproximace

$\omega$ [Hz]	4477	18025	8983
$Q[-]$	1,725	1,725	0,905

- Caurova aproximace

$\omega$ [Hz]	4728	17066	8983
$Q[-]$	5,351	5,351	1,67

## ZÁVĚR

Z uvedených realizací se dá usoudit, že při návrhu LC filtru pro aproximaci Butterworth a Chebyshev, ušetříme počet součástek oproti zbývajícím aproximacím. Tyto zmíněné aproximace mají také minimální rozptyl hodnot, viz přehled rozptylu součástek pro jednotlivé aproximace. Z toho plyne výhoda použití těchto aproximací pro realizaci filtru s využitím součástek L a C.

Při porovnání filtrů LC a filtrů realizovaných pomocí kaskádní syntézy, jsou filtry realizované kaskádní syntézou výhodnější. Jejich výhoda spočívá v použitých součástkách R a C. Hlavní výhoda je, že nepoužívají cívky, které se musí složitě vyrábět na danou hodnotu a jejich jakost bývá v řádu desítek.

Já si zvolil pro realizaci kaskádní syntézy Chebyshevovský filtr. Z návrhu je patrné, že kondenzátory mají jednu hodnotu a ta je v řadě vyráběných hodnot, nevýhodou kondenzátorů je ale jejich odchylka od jmenovité hodnoty. U rezistorů se vyrábí větší počet hodnot odporů a mohou se jednoduše i sestavit. Rezistory mají obecně minimální odchylky hodnot od jmenovité hodnoty. Pro větší stabilitu a spolehlivost je výhodnější filtr realizovaný kaskádní syntézou.

U jednotlivých filtrů byla vykreslena závislost modulu přenosu. Zde byla do grafů vykreslena závislost jakosti cívek na vlastnostech modulu přenosu. Z jednotlivých charakteristik je patrné, že jakost cívek se pohybuje kolem mezi hodnotami 30÷65. Jakost Q pro cívky L u jednotlivých aproximací byla volena tak, aby daný filtr ještě vyhověl zadaným podmínkám.

Při porovnání zlomového kmitočtu kaskádních prvků je pozorovatelné, že jsou si velice podobné u všech aproximací, jediná odlišnost je jen u jakosti Q jednotlivých členů.

U aproximace Cauer mi vyšel řád filtru 2. Sudý řád není vhodný pro tuto realizaci. Proto jsem zvolil řád filtru 3 a tím zpřísnil parametry propusti.

Z rozložení pólů je patrné, že všechny přenosové funkce jsou stabilní.

Také jsem uvedl v jednom grafu závislosti pro modul přenosu  $|H(j\omega)|$  a pro skupinové zpoždění pro všechny aproximace. Tyto grafy slouží ke zpřehlednění rozdílnosti jednotlivých aproximací.