

La théorie du tout

Ivan FESSLER et Raphaël GARNAUD

12 Décembre 2016

Table des matières

I	Le modèle standard	3
1	Théorie	4
1.1	Pourquoi le modèle standard : L'instabilité du modèle atomique de Rutherford . . .	4
1.2	La quantification de Dirac	4
1.3	Concepts contre-intuitifs	5
2	Outils mathématiques	8
2.1	Espace de Hilbert	8
2.2	Série de Fourier	8
II	La relativité générale	10
1	Relativité restreinte	11
2	Relativité générale	13
III	Les théories du tout	14
1	Incompatibilité	15
1.1	Difficultés théoriques	15
1.1.1	Différence de nature	15
1.1.2	Difficultés mathématiques	15
1.2	Est-ce vraiment utile : deux exemples	16
1.2.1	Centre des trous noirs	16
1.2.2	Problème cosmologique	16
2	Rayonnement de Hawking	17
2.1	Théorie	17
2.2	Vérifications expérimentales	17
3	Théorie des cordes	19
4	Gravité quantique à boucles	20
4.1	Théorie	20
4.2	Résultats expérimentaux	22

Introduction

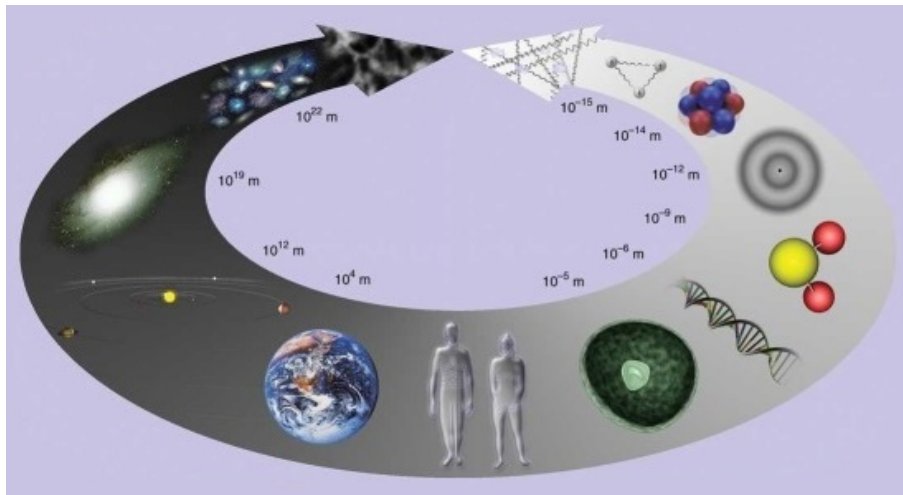
Si je vous disais que le but des scientifiques était de prévoir l'imprévisible, vous trouveriez sûrement cela paradoxal. Et pourtant c'est bel et bien un objectif atteignable, avant de pouvoir prédire les trajectoires des planètes, leurs évolutions apparaissaient certainement à nos ancêtres comme imprévisibles. Mais dans ce cas, pourquoi ne pas tout mesurer, faire toutes les expériences possibles et imaginables ?

Et, seulement avoir à chercher dans un registre pour savoir comment l'objet va évoluer en prenant une situation identique déjà observée. Le problème est justement dans ce caractère identique, il est rare que la même situation se reproduise exactement, et des conditions tout à fait nouvelles peuvent arriver. Ainsi, il devient nécessaire d'interpréter et généraliser les résultats. Cette nouvelle méthode permet de répondre à de nombreux problèmes en changeant juste la valeur de quelques paramètres. Mais alors comment généraliser un résultat ?

Généraliser un résultat consiste à émettre des hypothèses puis les vérifier avec des données expérimentales, mais comment choisir entre deux hypothèses qui sont vérifiées empiriquement : le rasoir d'Ockham est là pour nous dire laquelle choisir. « Pluralitas non est ponenda sine necessitate », en français cela veut dire que les multiples ne doivent pas être utilisées sans nécessité.

Ce désir de généralisation est un puissant moteur des avancées scientifiques. C'est bien celui-ci qui a poussé Newton à faire un incroyable lien entre une pomme qui tombe une planète qui décrit des trajectoires dans le ciel, ce qui a mené aux lois de la gravitation universelle de Newton. C'est également celui-ci qui a unifié les trois forces fondamentales, autre que la gravitation, au sein du modèle standard. Ce désir se retrouve aussi chez Einstein quand il fait un lien entre matière et énergie, qui est aujourd'hui connu de tous au travers de son équation $E = m \cdot c^2$.

La dernière pierre, qu'il manque encore à cet édifice est une théorie qui expliquerait tout du comportement des atomes aux mouvements des galaxies : celle-ci est appelé théorie du tout.



Première partie

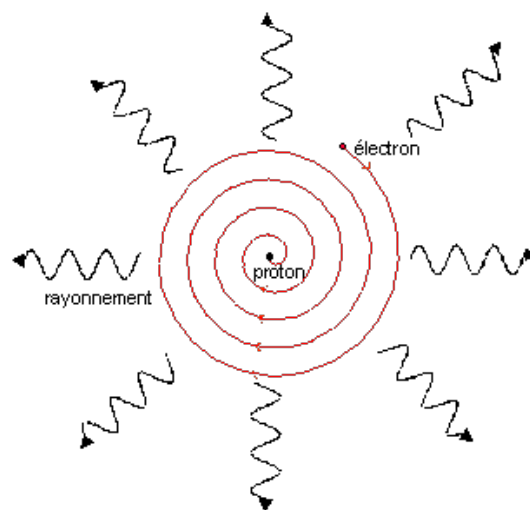
Le modèle standard

Chapitre 1

Théorie

1.1 Pourquoi le modèle standard : L'instabilité du modèle atomique de Rutherford

D'après le rasoir d'Ockham, la théorie la plus simple est la plus juste. Ainsi, pourquoi chercher un modèle compliqué, comme celui prévu par la mécanique quantique avec un électron qui est sur une orbite bien définie et un peu partout à la fois, alors que l'on pourrait prendre un modèle planétaire où le noyau serait le soleil et les électrons les planètes. Le problème de ce dernier modèle [1] est la différence de nature entre l'interaction gravitationnelle et l'électromagnétisme. En effet, lorsque l'électron de charge négative tourne autour du proton de charge positive, il produit de l'énergie sous forme de rayonnement ; de la même manière qu'un aimant tournant autour d'une bobine va créer un courant électrique dans cette dernière. D'après la conservation de l'énergie, l'électron en perd au cours du temps, ainsi au bout de 10^{-11} s secondes l'électron devrait s'écraser sur le noyau.



1.2 La quantification de Dirac

La méthode de Paul Dirac consiste à fournir une version à l'échelle quantique d'une théorie macroscopique.

Celle-ci n'est pas vraiment une recette détaillée disant comment obtenir la nouvelle théorie : elle dit ce qu'il faut atteindre mais pas comment. Ensuite cette méthode engendre des problèmes de mathématique. La nouvelle théorie, produite par la quantification de Dirac, a des objets mathématiques bien plus compliqués que les modèles dont elle est issue.

En pratique, cette méthode n'est pas facile à appliquer, directement elle permet d'obtenir un modèle de l'atome d'hydrogène, mais rien que pour l'électromagnétisme, cela est déjà plus compliqué. Un moyen de contourner le problème est d'utiliser la quantification perturbative, et de se limiter à des cas simples, là où il n'y a pas trop de paramètres à prendre en compte. En électromagnétisme par exemple les physiciens se sont limités à des champs pas trop intenses, où il y avait peu d'interactions entre les particules. Cela reste une image de vulgarisation, mais pour étudier les mouvements de l'océan une approche perturbative serait de ne considérer que les vaguelettes en

ignorant les courants et tempêtes. Les accélérateurs à particules sont un bon endroit pour faire une approche perturbative car il y a peu de particules et elles sont étudiées avec une grande précision. Mais malheureusement, l'approche perturbative n'est généralement pas suffisante et on trouve souvent des infinis dans les expressions. Une autre astuce est d'accepter ces infinis et de leur chercher un sens physique, cela s'appelle la renormalisation.

Voici un tableau représentant les théories quantiques qui sont associées aux trois grandes interactions fondamentales sans compter la relativité générale.

Théorie macroscopique	Théories microscopiques
Électromagnétisme	Électrodynamique quantique
Force nucléaire forte	Chromodynamique quantique
Force nucléaire faible	Théorie électrofaible

1.3 Concepts contre-intuitifs

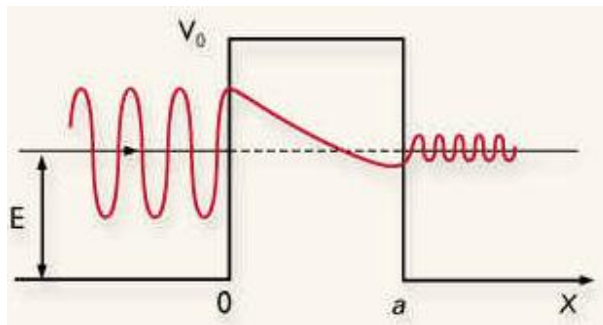
Principe de superposition

Un objet quantique [2] peut être dans une superposition de plusieurs états propres. Il peut par exemple être à la fois excité et non excité.

Quantification

Les grandeurs physiques quantiques ne peuvent prendre que des valeurs multiples de quantités fixes. Par exemple, l'énergie d'un atome d'hydrogène ne peut prendre que des valeurs multiples d'une valeur minimale.

Effet tunnel



Quand un objet quantique rencontre une barrière, sa probabilité de passer de l'autre côté décroît exponentiellement, mais elle n'est pas nulle.

Démonstration

Hypothèse : on réduit l'étude à un problème en 2 dimensions.

Ψ : fonction d'onde.

V : Le potentiel, qui dépend de x .

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \quad i \cdot \hbar \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar}{2 \cdot m} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V \cdot \Psi$$

Hypothèse : $\Psi(x, t) = \Phi(x) \cdot u(t)$

$$i \cdot \hbar \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \cdot t} = -\frac{\hbar}{2 \cdot m} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \cdot x^2} \cdot (\Phi(x) \cdot u(t)) + V \cdot \Phi(x) \cdot u(t)$$

$$i \cdot \hbar \cdot \Phi(x) \cdot \dot{u}(t) = -\frac{\hbar}{2 \cdot m} \cdot \ddot{\Phi}(x) \cdot u(t) + V \cdot \Phi(x) \cdot u(t)$$

En divisant par $\Phi(x) \cdot u(t)$, on obtient

$$i \cdot \hbar \cdot \frac{\dot{u}(t)}{u(t)} = -\frac{\hbar}{2 \cdot m} \cdot \ddot{\Phi}(x) \cdot u(t) + V \cdot \Phi(x) \cdot u(t)$$

On a une constante pour x, que l'on va appeler $E = i \cdot \hbar \cdot \frac{\dot{u}(t)}{u(t)}$ et une constante pour t que l'on va appeler $K = -\frac{\hbar}{2 \cdot m} \cdot \ddot{\Phi}(x) \cdot u(t) + V \cdot \Phi(x) \cdot u(t)$
Calcul de u(t) en fonction de E

$$E = i \cdot \hbar \cdot \frac{\dot{u}(t)}{u(t)} i \cdot \hbar \cdot \dot{u}(t) = E \cdot$$

$$u(t) \cdot \dot{u}(t) = \frac{E}{i \cdot \hbar} \cdot u(t)$$

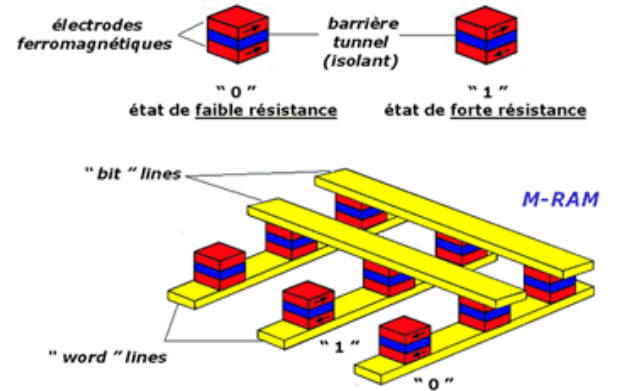
$$u(t) = A \cdot \exp\left(\frac{E}{i \cdot \hbar} \cdot t\right)$$

Exemple : mémoire vive

Les électrodes sont composées de deux parties chargées, les électrodes ferromagnétiques, séparées par un isolant, du chromonium [3].

Les électrodes ferromagnétiques peuvent avoir des orientations magnétiques différentes l'une de l'autre. Ainsi, si elles sont parallèles, par effet tunnel le courant aura une grande probabilité de passer, il y aura une faible résistance, cette information est codée par un 0. A l'inverse, quand les électrodes ferromagnétiques sont anti-parallèles, le courant aura une probabilité beaucoup plus faible de passer, on appelle cela un état de forte résistance, cela code pour un 1.

Ce type de mémoire est appelé vive parce qu'elle est accessible directement, pour peu, que l'on connaisse l'adresse [4]. Il n'est pas nécessaire de faire tourner un disque, où les informations arrivent au fur et à mesure, il suffit de connaître l'adresse, et le temps pour aller chercher n'importe quelle donnée sera constant. De plus cette mémoire est non volatile, c'est à dire qu'elle n'a pas besoin d'un apport d'énergie pour conserver les informations.



La dualité ondes-corpuscules

Il est possible d'associer à n'importe quelle particule une onde. Mais son caractère ondulatoire ne sera observable que si son diamètre est de l'ordre de la longueur d'onde de Broglie [2].

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Durant l'expérience des fentes d'Young [5] par exemple, les objets quantiques, qui sont dans ce cas des électrons, sont envoyés sur un mur au travers de deux fentes, en théorie ils devraient former deux tranches d'impacts sur le mur (comme le feraient des billes à leur place). Mais en réalité, ils forment un patron d'interférence, comme le ferait des ondes à leur place.

Chapitre 2

Outils mathématiques

2.1 Espace de Hilbert

Définitions

Soit [6] H un espace vectoriel complexe et (u, v) une fonction des variables $u, v \in H$ à valeurs complexes.

On dit que (\cdot, \cdot) est un produit scalaire sur H si les propriétés suivantes sont vérifiées pour tous $u, v, w \in H$ et $\lambda \in \mathbb{C}$:

$$(\lambda u, v) = \lambda(u, v), \quad (u + v, w) = (u, w) + (v, w), \quad (u, v) = \overline{(v, u)}, \quad (2.1)$$

$$(u, v) \geq 0, \quad (u, v) = 0 \quad \text{si et seulement si} \quad u = 0. \quad (2.2)$$

Tout espace vectoriel muni d'un produit scalaire est appelé un espace pré-hilbertien.

Un espace vectoriel normé $(H, \|\cdot\|)$ sur \mathbb{C} (ou \mathbb{R}) est de Hilbert si sa norme provient d'un produit scalaire et s'il est complet par rapport à la métrique associée à celle-ci.

Un exemple d'espace de Hilbert

L'espace l des suites complexes $x = (x_n)_{n \geq 1}$ dont les éléments sont nuls à partir d'un certain rang ; le produit scalaire est définie par : $(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} x_n \cdot \bar{y}_n$

Le (2.1) est essentiellement dû à la linéarité de la somme. Le (2.2) est dû au fait qu'un produit de facteur est nul si et seulement l'un d'eux l'est lui-même.

2.2 Série de Fourier

Définition

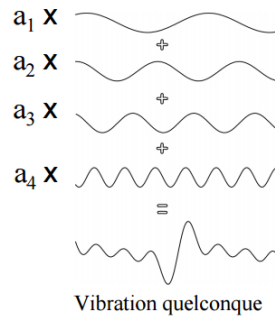
Notons [7] $E := e_n : n$, la famille des fonctions $e_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, $e_n(t) := e^{int}$, $t \in \mathbb{R}$.

Si $f \in L^1(T)$, on appelle n -ième coefficient de Fourier de f , le nombre complexe :

$$c_n(f) := \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(t) \cdot e^{-int} d\lambda(t)$$

Ceci peut être reformulé avec le produit scalaire : on voit ici le lien avec les espace de Hilbert.

$$c_n(f) = (f, e_n)$$



Plus intuitivement, n'importe quelle fonction périodique de forme quelconque peut-être obtenue en faisant la somme de sinusoïdes (sinus et cosinus).

Un exemple de série de Fourier

Plus pratiquement, la série de Fourier [8] associée à une fonction f , périodique de période T , s'écrit :

$$S(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cdot \cos(n\omega t) + b_n \cdot \sin(n\omega t) \quad (2.3)$$

Avec $\omega = \frac{2\pi}{T}$ et :

$$\begin{cases} a_0 &= \frac{1}{T} \cdot \int_{\alpha}^{\alpha+T} f(t) dt \\ b_n &= \frac{1}{T} \cdot \int_{\alpha}^{\alpha+T} f(t) \cdot \cos(n\omega T) dt \\ b_n &= \frac{2}{T} \cdot \int_{\alpha}^{\alpha+T} f(t) \cdot \sin(n\omega T) dt \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(t) &= 1 \quad \text{si } 0 \leq t < \pi \\ f(t) &= -1 \quad \text{si } \pi \leq t < 2\pi \end{cases}$$

Avec le calcul des intégrales on obtient :

$$\begin{cases} a_0 &= 0 \\ b_n &= 0 \\ b_n &= \frac{2}{n\pi} \cdot (1 - \cos(n\pi)) \end{cases}$$

Et ainsi, la série de Fourier associée à la fonction f vaut :

$$S(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (1 - \cos(n\pi)) \cdot \sin(nt)$$

Deuxième partie

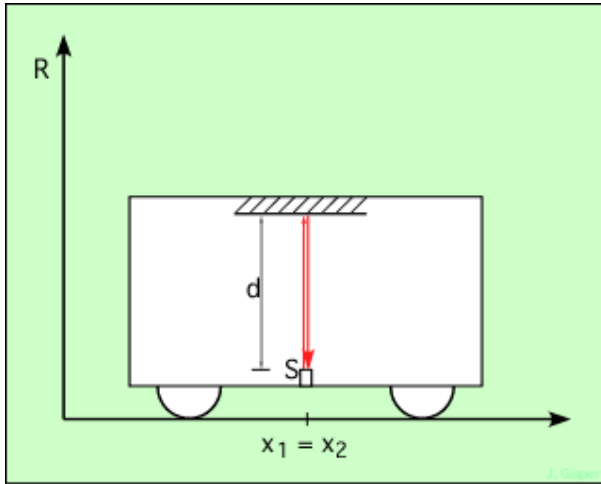
La relativité générale

Chapitre 1

Relativité restreinte

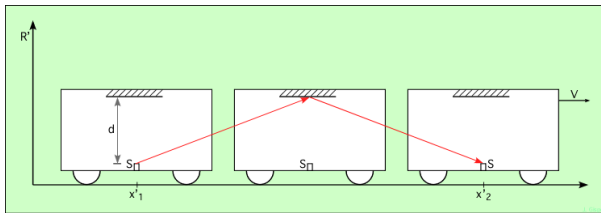
On observe que

$$c = \frac{2h}{t_1} \iff t_1 = \frac{2h}{c}$$



D'après le schéma

$$\frac{d}{2} = \sqrt{h^2 + \frac{v^2 \cdot t_2^2}{4}}$$



$$d = 2 \cdot \sqrt{h^2 + \frac{v^2 \cdot t_2^2}{4}} \iff t_2 = \frac{d}{c} = \frac{\sqrt{4h^2 + v^2 \cdot t_2^2}}{c} \iff d = C \cdot t_2 = \sqrt{4h^2 + v^2 \cdot t_2^2}$$

Par ailleurs :

$$d = \sqrt{4h^2 + v^2 \cdot t_2^2}$$

Ainsi :

$$c \cdot t_2 = \sqrt{4h^2 + v^2 \cdot t_2^2} = \sqrt{4h^2 + v^2 \cdot t_1^2} \iff c^2 \cdot t_2^2 = 4h^2 + v^2 \cdot t_2^2 \iff t_2^2 = \frac{4h^2}{c^2 - v^2}$$

Or $t_2 > 0$, donc :

$$t_2 = \frac{4h^2}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

Posons $\gamma = \frac{t_2}{t_1}$

$$\gamma = \frac{2h}{\sqrt{c^2 - v^2}} \cdot \frac{c}{2h} = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \sqrt{\frac{c^2}{c^2 - v^2}} = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

On observe que cette formule a du sens physique puisque dans les faibles vitesses $t_1 \approx t_2$: $v \rightarrow 0$ alors $\gamma \rightarrow 1$. Et dans les vitesses proches de celles de la lumière c , le facteur de proportionnalité diverge : $v \rightarrow c$ et donc $\gamma \rightarrow +\infty$

Ce résultat est à l'origine du paradoxe des jumeaux de Langevin. Un jumeau part en orbite autours de la terre avec une vitesse proche de celle de la vitesse de la lumière. Tandis que son frère, lui, reste sur terre. Ainsi quand le premier rentrera sur terre, il trouvera son frère beaucoup plus vieux que lui, parce que le temps ne s'est pas écoulé de la même manière dans le référentiel du vaisseau et dans celui de la terre.

Autres expressions dépendant de γ

Energie cinétique : $E = m \cdot c^2 \cdot (\gamma - 1)$, on retrouve le fait que l'on ne peut pas atteindre la vitesse de la lumière, car il nous faudrait une énergie infinie : $E \rightarrow$ quand $v \rightarrow$. De plus, on peut retrouver la formule classique dans le cas des vitesses faibles $v \rightarrow 0$.

$$E = m \cdot c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2} + o\left(\left(\frac{v^2}{c^2}\right)^2\right)\right) - 1$$

Avec le développement limité de au voisinage de 0 : $\gamma = \frac{v^2}{c^2} + o\left(\left(\frac{v^2}{c^2}\right)^2\right)$.

On en déduit que :

$$E = \frac{1}{2}m \cdot v^2 + o\left(\frac{m \cdot v^4}{c^2}\right)$$

Chapitre 2

Relativité générale

Théorie

- Prendre en compte la présence de matière (et plus généralement d'énergie, confère $E = m \cdot c^2$) : courbure de l'espace temps.
- Outils mathématique : géométrie différentielle. Application des ... de calcul différentiel à la géométrie, elle permet de modéliser ses courbures. La gravitation n'est plus vu comme une force, mais comme une conséquence de la courbure de l'espace temps ... masse.
- Outils mathématiques : ... hypercomplexes pour modéliser cela.
Exemple : quaternion pour représenter le monde en 3 dimensions.

Comparaison avec la mécanique Newtonienne : l'exemple du trou noir

Une définition fausse et pourtant conceptuellement intéressante d'un trou noir serait un astre dont la vitesse de libération serait plus grande que la vitesse de la lumière. A première vu, cela paraît cohérent, pour libérer une pomme de l'attraction terrestre, il faut la lancer suffisamment vite pour que l'énergie cinétique soit supérieure à l'énergie gravitationnelle. Ainsi si cette vitesse limite devient supérieure à la vitesse de la lumière, qui ne peut être dépassée, rien ne peut s'échapper de l'attraction de l'astre, même pas la lumière, ce qui correspond bien à la définition d'un trou noir. Cette explication est fausse parce que l'énergie cinétique nécessaire à libération de l'astre est inversement proportionnelle à la distance au centre de celui-ci. Ainsi, quand il « suffit » de ne pas arrêter les moteurs une fois qu'on a décollé, et alors, avec suffisamment de carburant, on pourrait s'extraire de n'importe qu'elle astre, même avec une vitesse ridicule. Enfin, ceci est vrai que si on suit la mécanique de Newton. Enfin si on considère la relativité générale, cela devient faux. Il suffit de prendre la force qu'il faudrait pour rester statique à une distance r d'un trou noir. La théorie de la relativité générale prévoit qu'au centre du trou noir : il y a un point de densité et de courbure de l'espace temps infinie. Mais si ce point est de densité infinité, il est aussi infiniment petit et doit donc suivre les lois de la mécanique quantique. Il en est de même pour l'origine de l'univers. Dans ce cas-ci, c'est même plus une étoile supergéante qui s'est effondré et a formé un trous-noirs, non il s'agit de l'univers tout entier qui était alors concentré en un point infiniment dense. On y retrouve l'implication de la mécanique quantique.

Troisième partie

Les théories du tout

Chapitre 1

Incompatibilité

1.1 Difficultés théoriques

1.1.1 Différence de nature

La relativité générale décrit une interaction : l'interaction gravitationnelle [1]. Tandis que la mécanique quantique est l'ensemble des principes qui définissent comment va se comporter une force au niveau microscopique. Ainsi, parler d'unifier la relativité générale et la mécanique quantique est un abus de langage. Le but ne serait d'ailleurs même pas de l'unifier avec le modèle standard, bien que là cela aurait du sens. L'objectif est de trouver un modèle qui inclut les deux théories. Par contre, pour trouver ce modèle cela peut passer par une application des principes de la mécanique quantique à la relativité générale.

1.1.2 Difficultés mathématiques

La relativité générale utilise une géométrie Riemannienne dans laquelle les fonctions sont continues et lisses. Cela semble cohérent, en première année, nous avons étudié les intégrales de Riemann, où l'on fait tendre le pas vers l'infini, et parce que la fonction est continue, on obtient l'intégrale.

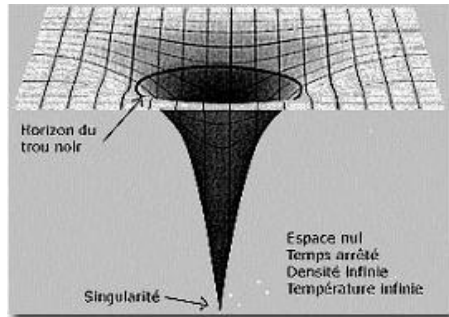
A l'inverse, la mécanique quantique elle, utilise plutôt l'algèbre linéaire et les espaces de Hilbert, où les objets sont beaucoup plus généraux. L'algèbre linéaire trouve en effet une cohérence et des liens entre des objets qui à première vue n'auraient rien à voir : la notion d'anneau et de polynôme annulateur par exemple.

Ainsi quand on tente de quantifier la relativité générale, on se retrouve à devoir faire de la topologie algébrique : étude des espaces topologiques avec des outils d'algèbre. Ce qui doit être particulièrement ardu car la topologie est souvent étudiée avec des outils d'analyse comme la compacité ou les ouverts.

La recherche dans le domaine de la gravité quantique à boucle a apporté une anecdote assez amusante à l'histoire des mathématiques, un physicien, Edward Witten, a fait une découverte en mathématique pure : il a construit des invariants de variétés ; traditionnellement c'est plutôt les mathématiques qui aident la physique et non l'inverse.

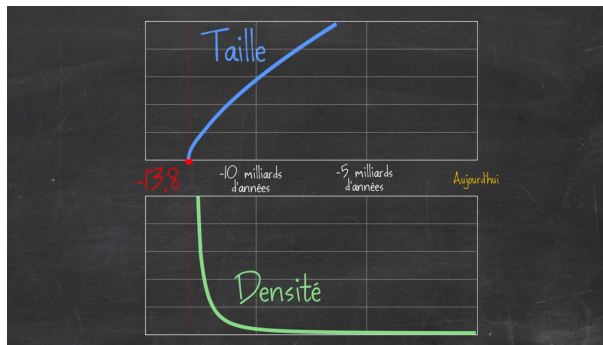
1.2 Est-ce vraiment utile : deux exemples

1.2.1 Centre des trous noirs



La théorie de la relativité générale prévoit qu'au centre du trou noir : il y a un point de densité et de courbure de l'espace temps infini. Mais si ce point est de densité infini, il est aussi infiniment petit et doit donc suivre les lois de la mécanique quantique.

1.2.2 Problème cosmologique



Il en est de même pour l'origine de l'univers. Dans ce cas-ci, c'est même plus une étoile supergéante qui s'est effondré et a formé un trou-noir, non il s'agit de l'univers tout entier qui était alors concentré en un point infiniment dense. On y retrouve l'implication de la mécanique quantique.

Chapitre 2

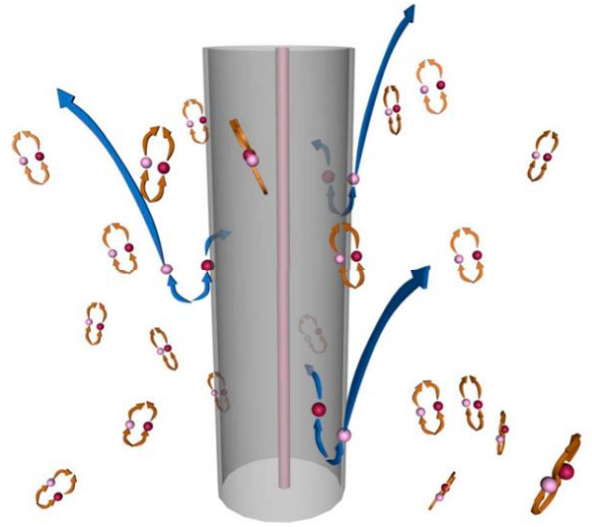
Rayonnement de Hawking

2.1 Théorie

Dans le vide, il se crée en permanence des paires particules/antiparticules qui s'annihilent au bout d'un temps très court : ce phénomène se nomme la fluctuation quantique du vide [9]. (schéma flèches oranges). Mais si une paire se forme de part et d'autre de l'horizon d'un trou noir, une particule se fait happer par le trou noir et l'autre pourra s'échapper (flèche bleu), il y aurait donc un flux de particules émises par le trou noir.

Mais un prix Nobel de Physique Frank Wilcsed a proposé une autre interprétation. Dans son hypothèse, une paire particule/antiparticule se formerait à l'intérieur du trou noir et par effet tunnel l'une des deux pourrait s'en échappée et faire le rayonnement de Hawking. On voit bien ici l'utilisation d'une notion de mécanique quantique, l'effet tunnel pour discuter d'un objet prédit par la relativité générale : le trou noir.

Si un tel rayonnement existe bien, à force de perdre de l'énergie par le rayonnement, un trou noir pourrait finir par disparaître : ce phénomène a été appelé l'évaporation des trous noirs. De plus, ce rayonnement est de type corps noir, on peut donc calculer une température qui lui est associée.



2.2 Vérifications expérimentales

Cherchons un ordre de grandeur de la température de Hawking.

L'énergie cinétique d'agitation thermique, en statistique, donne $E = k_b \cdot T$ avec k_b la constante de Boltzman en $J \cdot K^{-1}$ et T la température du système en Kelvin K .

Or un photon de lumière de fréquence ν est relié à son énergie par la relation : $E = h \cdot \nu$, on en déduit donc que $k_b \cdot T = h \cdot \nu$.

De plus, on peut utiliser la condition de Bohr pour évaluer la longueur d'une onde qui serait à l'horizon d'un trou noir. Celle-ci doit avoir une valeur multiple d'un nombre bien définie $2\pi R_s$, cette évaluation suit une logique de quantification.

Pour une énergie minimale, la longueur d'onde vaut : $\lambda = 2 \cdot \pi \cdot R_s$.

On obtient donc : $T_H = \frac{h \cdot c^3}{(2\pi \cdot M \cdot G \cdot k_b)}$ avec le rayon de Schwartzchild qui vaut $R_s = \frac{2 \cdot M \cdot G}{c^2}$ et la constante de Planck $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.

Bien que cette valeur soit une approximation, elle est tout de même proche de la vrai valeur : $T_H = \frac{\hbar \cdot c^3}{2MGk_b}$.

Mais malheureusement avec les technologie actuelles, ce rayonnement est indétectable puisque pour un trou noir stellaire sa température de Hawking est inférieur à quelques microkelvin.

Chapitre 3

Théorie des cordes

Hypothèses : Les particules sont vues comme des cordelettes vibrantes auxquelles on associe une tension. Les propriétés physiques (masse, charge et spin) traduisent la manière de vibrer des cordes.

Les particules

- Existence de 11 dimensions, dont 8 repliées sur elle mêmes.
- Analogie du zoom
- Outils mathématiques : ... hypercomplexes pour modéliser cela.
Exemple : quaternion pour représenter le monde en 3 dimensions.

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1$$

$$\begin{cases} ij &= k \\ jk &= i \\ kj &= j \end{cases}$$

$$\begin{cases} ji &= -k \\ kj &= -i \\ ik &= -j \end{cases}$$

Ceci est utile dans les jeux-vidéos.

- Il existe d'autres théories faisant intervenir 26 dimensions.

Chapitre 4

Gravité quantique à boucles

4.1 Théorie

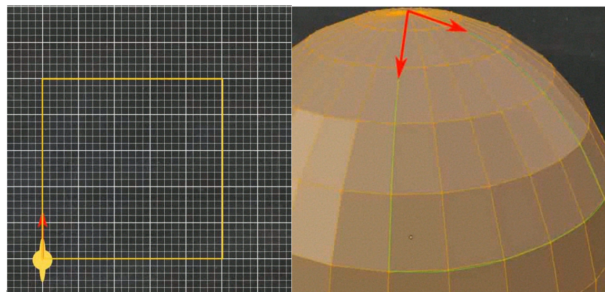
Reformulation de la relativité générale

En toute logique, pour quantifier la relativité générale, il suffirait de lui appliquer la méthode de Dirac. Mais celle-ci ne fonctionne, directement, seulement avec des modèles très simple comme celui de l'atome d'hydrogène. L'approche perturbative a été essayé, mais elle fournissait des infinis n'ayant pas de sens physique interprétable. En effet, ce qui est appelé le comptage des puissances dans les équations avait depuis longtemps fait sentir aux physiciens que cette méthode ne fonctionnerait pas : la vrai démonstration n'a été donnée par Goroff et Sagnotti que dans les années 80.

Mais en 1986, Abhay Ashtekar un physicien indien propose de reformuler la relativité générale pour se rapprocher du formalisme de l'électromagnétisme. On peut par exemple retrouver un équivalent du champ électrique E et du potentiel vecteur A . Depuis différentes reformulations ont permises de débloquent telle ou telle partie de la gravité quantique à boucles. Chacune de ces reformulations, en rapprochant la relativité générale d'une autre interaction ayant déjà une forme quantifiée (l'électromagnétisme pour Abhay Ashtekar), rend plus facile l'application de la méthode de Dirac.

Courbure de l'espace

En relativité générale la notion de courbure de l'espace temps est essentielle, c'est elle qui entre autre permet de modéliser l'interaction gravitationnelle. La gravité quantique à boucle, porte ce nom, parce qu'elle a un moyen spécifique de déterminer la courbure d'un espace. Sur un plan, on prend une flèche et on la tient dans la direction où l'on va. Au bout d'une certaine distance, on s'arrête puis on tourne à 90 sans changer l'orientation de la flèche, on recommence ce procédé jusqu'à revenir à notre point de départ. Dans ce cas notre flèche n'aura pas changé de direction tandis que si on est sur une sphère ou un espace courbe, la flèche aura changé de direction. En remplaçant la notion de courbe et de métrique par la notion de boucle, l'application du programme de Dirac devient plus facile.



Un espace quantifié

En gravité quantique à boucle, l'espace temps est quantifié. De la même manière que l'atome d'hydrogène a un plus bas niveau d'énergie, il existe une plus petite longueur : la longueur de Planck 10^{-35} m, 100 fois plus petit qu'un proton. L'existence de cette plus petite longueur engendre un volume de taille minimum qui composerait l'espace temps, un genre d'atome d'espace. Mais la comparaison avec l'atome d'hydrogène ne s'arrête pas là, puisqu'il ne peut exister des objets de l'espace temps que de volume multiple du volume minimal.

Un réseau de spin est la manière dont les différents atomes de l'espace s'agencent entre eux, cela forme une structure avec des arêtes et des faces. Un réseau de spin étant un objet quantique, on doit pouvoir lui associer des états quantiques. Pour en décrire un entièrement il faut mettre sur chaque arête un demi-entier. De la même manière, pour décrire le degré d'excitation d'un atome, il faut trois nombres : le nombre quantique principal n , l'orbital l et le magnétique m . Pour passer d'un réseau de spin à un autre, ce qui serait l'émission ou l'absorption pour l'atome d'hydrogène, est effectué par une mousse de spin.

Dans ce nouvel espace, on réalise que l'espace n'est pas si lisse et continue que celui dépeint par la relativité générale.

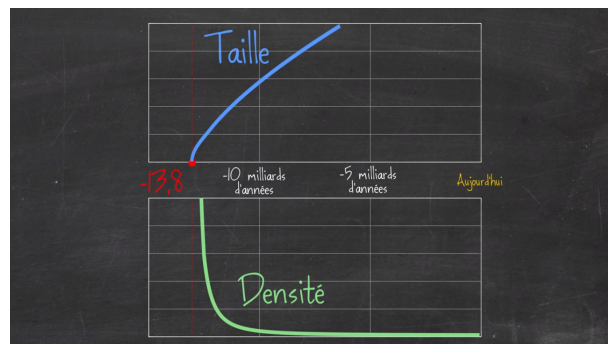
Cosmologie quantique à boucles

La gravité quantique à boucle est pleine de surprise quant aux hypothèses qu'elle donne sur le Big Bang. Dans les années 2000, Martin Bowvald, un jeune physicien français a appliqué les équations de la gravité quantique à boucle au problème de la cosmologie classique. C'est à dire qu'il a supposé l'univers homogène et isotrope, puis a quantifié ce modèle simplifié. Cette démarche est beaucoup moins générale, que de quantifier la relativité générale toute entière, puis de supposer l'univers homogène et isotrope, c'est le même problème que l'implication en mathématique : on perd de l'information.

L'espace étant quantifié, il est impossible d'accumuler indéfiniment de la matière en un point. Il existe donc une densité maximale : elle s'appelle la densité de Planck et vaut $5 \cdot 10^{96} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

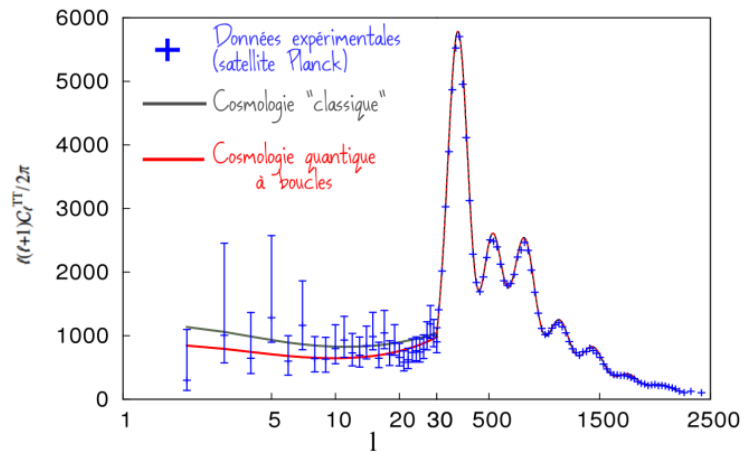
Aux premiers instants de l'univers, celui-ci ne peut dépasser une certaine densité qui correspond au volume minimal de l'atome d'espace : tout se passe comme si il y avait une force de répulsion quantique qui empêche la « contraction » dans un plus petit volume. Il y a une valeur limite de la même manière que l'atome d'hydrogène ne peut descendre plus bas qu'un certain niveau d'énergie et qu'il semble qu'il y est une sorte de répulsion de l'électron de la part du noyau.

Ainsi, le Big Bang n'aurait pas été la création mais certainement le rebond d'un univers précédent, qui se serait effondré jusqu'à atteindre la densité de Planck, avant de rebondir. Malheureusement, cette dernière théorie ne sera probablement jamais vérifiable, puisque toutes traces de l'univers précédent ont été effacées lors Big Bounce.



4.2 Résultats expérimentaux

Rayonnement fossile



Ce graphique représente le spectre de puissance des fluctuations, un phénomène qui a pu être mesuré sur le rayonnement fossile. Or il s'avère que la gravité quantique à boucles permet de faire des prédictions pour ce phénomène. On observe que les deux cosmologies donnent des prédictions différentes pour des fluctuations sur des grandes tailles angulaires. Malheureusement, il est impossible de discriminer les théories puisque dans cette zone les mesures sont beaucoup plus difficiles et les barres d'erreur énormes.

Structure de l'espace temps

L'objectif est de sonder la structure de l'espace pour en déterminer son caractère discret. A titre de comparaison, si on veut voir la structure atomique d'une pierre, il ne suffit pas de la regarder avec un microscope, où l'on verrait alors un objet lisse, on a besoin de rayon X. Ainsi, pour la brique élémentaire, qui est 100 fois plus petite qu'un proton, nous aurions besoin de rayon beaucoup plus puissant. Heureusement certains phénomènes astrophysiques, comme le rayon "Oh My God" par exemple qui avait une énergie de 320 milliards de GeV, peuvent produire des rayons bien plus puissants, cela peut nous donner de l'espoir.

Conclusion

Pour conclure, la théorie du tout qui englobe et permet une coexistence entre le modèle standard et la relativité générale n'est pas un problème résolu à ce jour. Il demeure de nombreuses difficultés mathématiques à ce jour : mathématiques, dû à la création d'objets bien plus compliqués que ceux des théories initiales. Mais aussi purement et simplement à suivre la méthode de Dirac qui définit des objectifs mais non comment les atteindre.

Certaines théories seraient attrayantes, comme la gravité quantique à boucle par exemple, mais ne représentent pas en réalité une vraie théorie du tout : elle quantifie la relativité générale, ce qui est déjà pas mal, mais elle ne propose pas une théorie englobant, à la fois la relativité générale, et le modèle standard. Enfin, certaines théories semblent si compliquées, créant tellement de nouveaux objets, que l'on pourrait se demander s'il ne faudrait pas faire appel au rasoir d'Ockham pour peut-être les écarter.

Mais malgré cela, des pistes existent. Les théories sont peut-être très complexes ou non complètes mais au fur et à mesure des avancées technologiques dans les instruments de mesure, on peut avoir bon espoir, qu'un jour on pourra les vérifier.

Bibliographie

- [1] David Louapre. La gravité quantique à boucle, sept 2016. <https://sciencetonnante.wordpress.com/2016/09/02/la-gravite-quantique-a-boucles/>.
- [2] Séminaire 2015, dec 2015. https://moodle1.u-bordeaux.fr/pluginfile.php/175792/mod_resource/content/2/Seminaire2015partie1.pdf.
- [3] Albert Fert. The cnrs has attributed this year's "medaille d'or" (golden medal) to the physicist albert fert, oct 2003. <http://www2.cnrs.fr/en/38.html>.
- [4] Télé-université. *Comprendre l'ordinateur : organisation, exploitation et programmation*, 2002.
- [5] Mark Vicente Betsy et William Arntz. Que sait-on vraiment de la réalité!? dans le terrier du lapin, inconnu 2005. <https://www.youtube.com/watch?v=La64lUHfqs>.
- [6] Armen Shirikyan. Espace de hilbert, mar 2009. <http://shirikyan.u-cergy.fr/afedp-cours1.pdf>.
- [7] Ch. Suquet. Espaces de hilbert et séries de fourier, inconnu 2003-2004. <http://math.univ-lille1.fr/suquet/ens/IFP/Cours/cours04/Chap7ifp04.pdf>.
- [8] Yoann Morel. Séries de fourier - calculs fondamentaux, dec 2012. <http://xymaths.free.fr/BTS/Cours-Series-Fourier-Calculs-IPP/Cours-Series-Fourier-Calculs-IPP.pdf>.
- [9] Olivier Legrand. D'où vient le rayonnement de hawking, 2007-2008. <http://physique.unice.fr/sem6/2007-2008/PagesWeb/TrousNoirs/PAGES/rayonnement.html>.