

Espaces de Probabilités Probabilités Conditionnelles, Indépendance

Exercice 1. On lance une infinité de fois une pièce. On obtient donc une suite infinie formée de piles et de faces, qui appartient à $\{\text{Pile}, \text{Face}\}^{\mathbb{N}}$. On note A_n l'événement "Pile apparaît au n -ième coup". Décrire les événements suivants avec des opérations ensemblistes :

1. On obtient face au deuxième coup.
2. On obtient au moins un pile.
3. On obtient jamais pile.
4. On obtient exactement un pile.
5. On obtient que des faces après le 100-ième coup.
6. On obtient pile un nombre fini de fois.
7. On obtient pile un nombre infini de fois.

Exercice 2. On tire simultanément 5 cartes au hasard dans un jeu de 32 cartes. Quelle est la probabilité :

1. p_2 de tirer exactement deux as ?
2. p_3 de tirer au moins un as ?
3. p_4 de tirer une double paire ?
4. p_5 de tirer un full (3 cartes d'une valeur et deux d'une seconde valeur) ?

Exercice 3. Les villages A et B sont reliés par deux routes, ainsi que les villages B et C. Chacune des 4 routes a une probabilité p d'être bloquée par la neige, indépendamment les unes des autres. Quelle est la probabilité qu'on puisse aller de A à C par la route (en passant par B) ?

Exercice 4. On jette deux dés non pipés, un dé noir et un dé blanc. Soit A l'évènement « le chiffre du dé noir est pair », B l'évènement « le chiffre du dé blanc est impair » et C l'évènement « les deux chiffres ont même parité ». Montrer que ces trois évènements sont indépendants deux à deux mais ne sont pas indépendants dans leur ensemble.

Exercice 5. Un lot de montres identiques est reçu par un détaillant parisien. Celui-ci provient de façon équiprobable soit de Hong-Kong, soit de Singapour. L'usine de Hong-Kong produit un article défectueux sur 1000 en moyenne, celle de Singapour un sur 200. Le détaillant inspecte une première montre : elle marche. Sachant ceci, quelle est la probabilité que la deuxième montre inspectée marche elle aussi ?