

3. ESTYMACJA PRZEDZIAŁOWA, TESTY PARAMETRYCZNE DLA JEDNEJ POPULACJI

1. Ornitolog, badający określony gatunek, pobrał próbę losową 10 dorosłych ptaków i zmierzył ich wagę, otrzymując następujące wyniki (w kg):

5.21, 5.15, 5.20, 5.48, 5.19, 5.25, 5.09, 5.17, 4.94, 5.11.

Zakładamy, że waga ptaków badanego gatunku ma rozkład normalny.

- a) Utworzyć 95% przedział ufności dla średniej wagi ptaków badanego gatunku.
 - b) Czy na poziomie istotności 0,05 można stwierdzić, że średnia waga ptaków badanego gatunku wynosi 5,15 kg?
 - c) Czy na poziomie istotności 0,05 można stwierdzić, że średnia waga ptaków badanego gatunku jest mniejsza niż 5,20 kg?
 - d) Z jakim prawdopodobieństwem test, przeprowadzony w pkt. c), przyjmie na poziomie istotności 0,05 hipotezę, że średnia waga ptaków badanego gatunku jest mniejsza niż 5,20 kg, w sytuacji, gdy w rzeczywistości ta średnia waga wynosi 5,15 kg?
 - e) Ile by musiała wynosić średnia waga ptaków tego gatunku by test z pkt. c) z prawdopodobieństwem 0,8, na poziomie istotności 0,05, przyjmował hipotezę, że średnia waga jest mniejsza niż 5,20 kg?
 - f) Załóżmy, że rzeczywista średnia waga ptaków jest równa 5,15 kg. Wyznaczyć minimalną licznosc próby, która zagwarantuje, że test na poziomie istotności 0,05, z prawdopodobieństwem nie mniejszym niż 0,8, będzie przyjmował hipotezę, że średnia waga jest mniejsza niż 5,20 kg.
 - g) Utworzyć 95% przedział ufności dla wariancji wagi ptaków badanego gatunku.
 - h) Utworzyć 95% przedział ufności dla odchylenia standardowego wagi ptaków badanego gatunku.
 - i) Czy na poziomie istotności 0,05 można stwierdzić, że odchylenie standardowe wagi ptaków badanego gatunku wynosi 0,20 kg?
2. W kolumnie *WeightInitial* w pliku *goats.txt* zapisano wagę (w kg) losowo wybranych młodych kóz hodowanych w Australii. Wiadomo, że rozkład badanej cechy jest normalny.
- a) Utworzyć 95% przedział ufności dla wartości oczekiwanej wagi młodych kóz hodowanych w Australii.
 - b) Na poziomie istotności 0,05 przetestować hipotezę, że średnia waga młodych kóz hodowanych w Australii przekracza 23 kg.
 - c) Zakładając, że rzeczywista średnia waga młodych kóz hodowanych w Australii wynosi 24 kg, wyznaczyć prawdopodobieństwo, że przeprowadzając test na poziomie istotności 0,05 i na podstawie 40 obserwacji, błędnie uznamy, że średnia waga takich kóz nie przekracza 23 kg.
 - d) Załóżmy, że rzeczywista średnia waga młodych kóz hodowanych w Australii wynosi 24 kg. Ile trzeba by zebrać pomiarów wag takich kóz, by test (przeprowadzony na poziomie istotności 0,05) wykrywał, z prawdopodobieństwem nie mniejszym niż 0,8, że średnia waga takich kóz przekracza 23 kg?
 - e) Utworzyć 90% przedział ufności dla wariancji wagi młodych kóz hodowanych w Australii.
 - f) Czy można przyjąć, że wariancja wagi młodych kóz hodowanych w Australii wynosi 20 kg²? Zweryfikować odpowiednią hipotezę na poziomie istotności 0,1.

- g) Na poziomie istotności 0,1 zweryfikować hipotezę, że odchylenie standardowe wagi młodych kóz hodowanych w Australii przekracza 3 kg.
3. Pełnomocnik rządu Alfalandii d/s równego statusu kobiet i mężczyzn podejrzewa, że udział mężczyzn wśród pracowników przedszkoli jest niższy niż minimum przewidziane w ustawie wynoszące 35%.
- a) Czy na poziomie istotności 0,05 można uznać to stwierdzenie za uzasadnione, jeśli wśród losowo zbadanych 400 pracowników przedszkoli było 128 mężczyzn?
 - b) Utworzyć 95% przedział ufności dla odsetka mężczyzn wśród pracowników przedszkoli wykorzystując wyniki badania z punktu a).
 - c) Czy odpowiedź uzyskana w pkt. a). zmieniłaby się, gdyby pełnomocnik pobrał reprezentatywną próbkę 10 pracowników przedszkoli i 3 z nich okazałoby się mężczyznami?
 - d) Utworzyć 95% przedział ufności dla odsetka mężczyzn wśród pracowników przedszkoli dla danych z punktu c).
4. Badano staż pracy osób zatrudnionych w pewnej dużej sieci handlowej. Na 150 losowo wybranych pracowników, 118 pracowało w tej sieci mniej niż 5 lat. Czy na tej podstawie można twierdzić, że 80% pracowników tej sieci legitymuje się stażem pracy mniejszym niż 5 lat? Zweryfikować odpowiednią hipotezę przyjmując poziom istotności 0,05.
5. a) Napisać funkcję, która dla dużej próby losowej ($n \geq 100$) z dowolnego rozkładu, zwraca przedział ufności dla średniej na zadanym poziomie ufności. Zadbać by funkcja zwracała błąd w przypadku jej użycia do próby o liczności mniejszej niż 100.
- b) W pakiecie MASS znajduje się zbiór danych *geyser* zawierający kolumnę *duration* z czasami trwania (w min) wybuchów gejzeru Old Faithful w Parku Narodowym Yellowstone w USA. Na poziomie ufności 0,95 wyznaczyć przedział ufności dla średniego czasu trwania wybuchu tego gejzera.