

NumLA 8. cvičenie

1. Vyplňte tabuľku definíciou a opisom vlastností jednotlivých iteračných metód. Stručne uveďte, kedy je zaručená konvergencia a jej rýchlosť v porovnaní s ostatnými metódami

Metóda	Vlastnosti
Jacobi	
Gauss-Seidel	
SOR	
CG	
GMRES	
BiCG	

2. If $A \in R^{n \times n}$, $x \in R^n$ a $\Phi(x) = \frac{1}{2}x^T Ax - x^T b$. Ukážte že gradient $\Phi(x)$ je

$$\nabla \Phi(x) = \frac{1}{2}A^T x + \frac{1}{2}Ax - b.$$

3. Naprogramujte metódu BiConjugate Gradient (BiCG) a metódu BiConjugate Gradient Stabilized (BiCGSTAB) podľa predlohy. Vyriešte sústavu $Ax = b$ pre zadané matice a prave strany. Porovnajte *reziduum* vs. *cislo iteracie* pre obe metódy.

```

 $r_0 = b - Ax_0.$ 
Vyberte  $r_0^*$  aby platilo  $(r_0, r_0^*) \neq 0$ .
 $p_0 = r_0, p_0^* = r_0^*.$ 
for  $j = 0, 1, \dots$ 
     $\alpha_j = \frac{(r_j, r_j^*)}{(Ap_j, p_j^*)}$ 
     $x_{j+1} = x_j + \alpha_j p_j$ 
     $r_{j+1} = r_j - \alpha_j Ap_j$ 
     $r_{j+1}^* = r_j^* - \alpha_j A^T p_j^*$ 
     $\beta_j = \frac{(r_{j+1}, r_{j+1}^*)}{(r_j, r_j^*)}$ 
     $p_{j+1} = r_{j+1} + \beta_j p_j$ 
     $p_{j+1}^* = r_{j+1}^* + \beta_j p_j^*$ 
skontrolujte konvergenciu;
pokračujte ak treba
end

```

```

 $r_0 = b - Ax_0$ 
 $r_0^*$  ľubovolne
 $p_0 = r_0.$ 
for  $j = 0, 1, \dots$ 
     $\alpha_j = \frac{(r_j, r_0^*)}{(Ap_j, r_0^*)}$ 
     $s_j = r_j - \alpha_j Ap_j$ 
     $\omega_j = \frac{(As_j, s_j)}{(As_j, As_j)}$ 
     $x_{j+1} = x_j + \alpha_j p_j + \omega_j s_j$ 
     $r_{j+1} = s_j - \omega_j As_j$ 
     $\beta_j = \frac{(r_{j+1}, r_0^*)}{(r_j, r_0^*)} \cdot \frac{\alpha_j}{\omega_j}$ 
     $p_{j+1} = r_{j+1} + \beta_j (p_j - \omega_j Ap_j)$ 
skontrolujte konvergenciu;
pokračujte ak treba
end

```