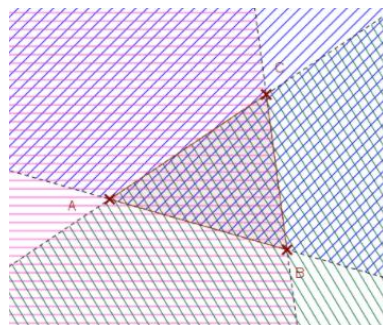
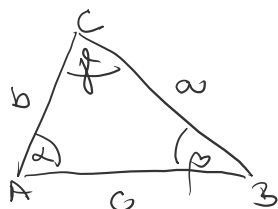


TROJUHOLNÍK

Čo je trojuholník?

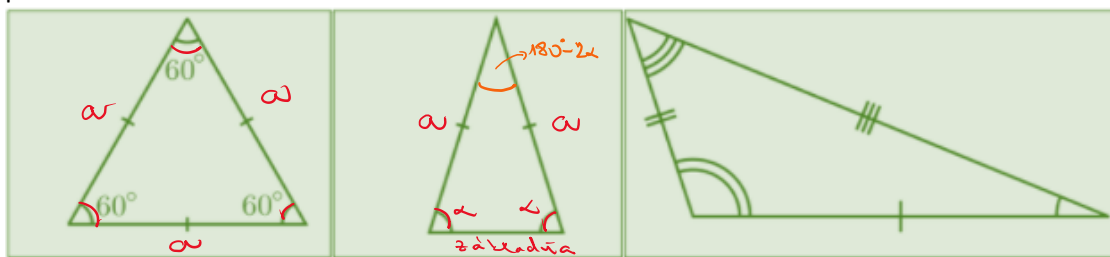
$$\triangle ABC \rightarrow \overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{AC} \cap \overrightarrow{BC}$$



označenie:

Delenie trojuholníkov

- podľa strán

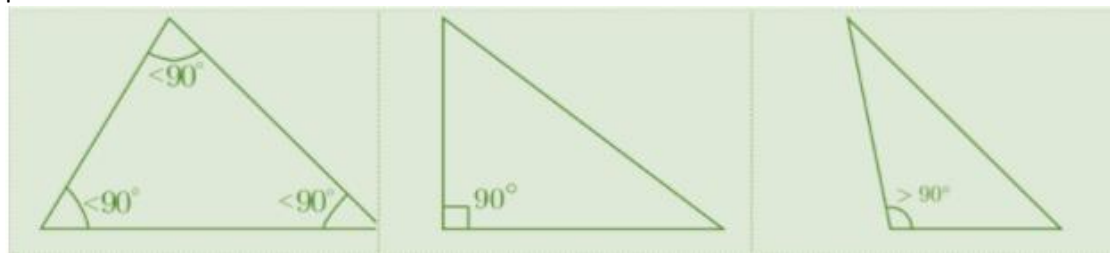


ROVNOSTRANNÝ

ROVNORAMENNÝ

ROZNOSTRANNÝ
VŠEOBECNÝ

- podľa uhlov



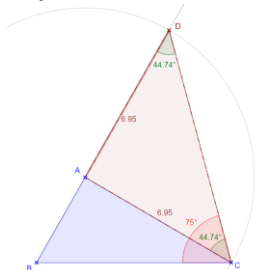
OSTROHĽÝ

PRAVOHĽÝ

TUPOHĽÝ

Základné vety trojuholníka

- trojuholníková nerovnosť \rightarrow súčet 2 strán $>$ tretia

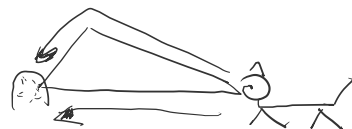


$\triangle ACD$ je rovnoramenný

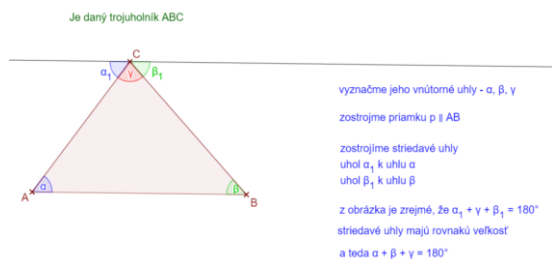
$\angle ACD \cong \angle ADC$

$\angle BCD > \angle ADC$

Odkiaľ $(BD = AB + AC) > BC$

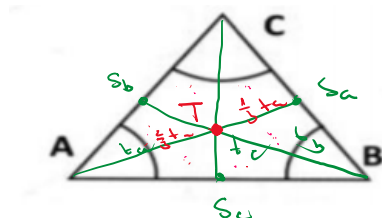


- súčet uhlov v trojuholníku $\Rightarrow 180^\circ$

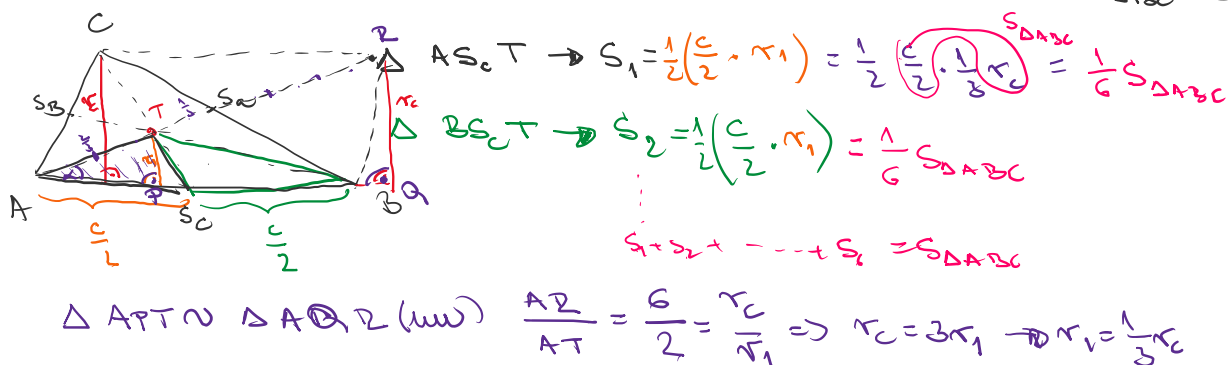


Významné prvky trojuholníka

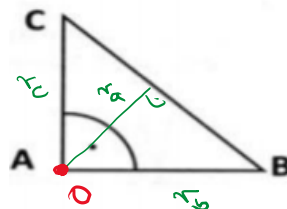
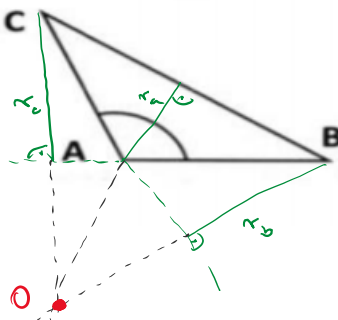
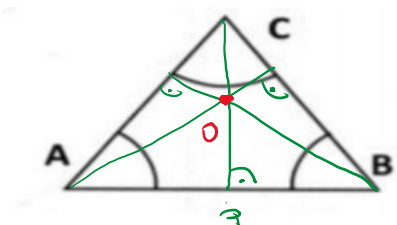
- ťažnice (ťažisko) \rightarrow úsečky, kt. spájajú vrchol a stred protív. strany



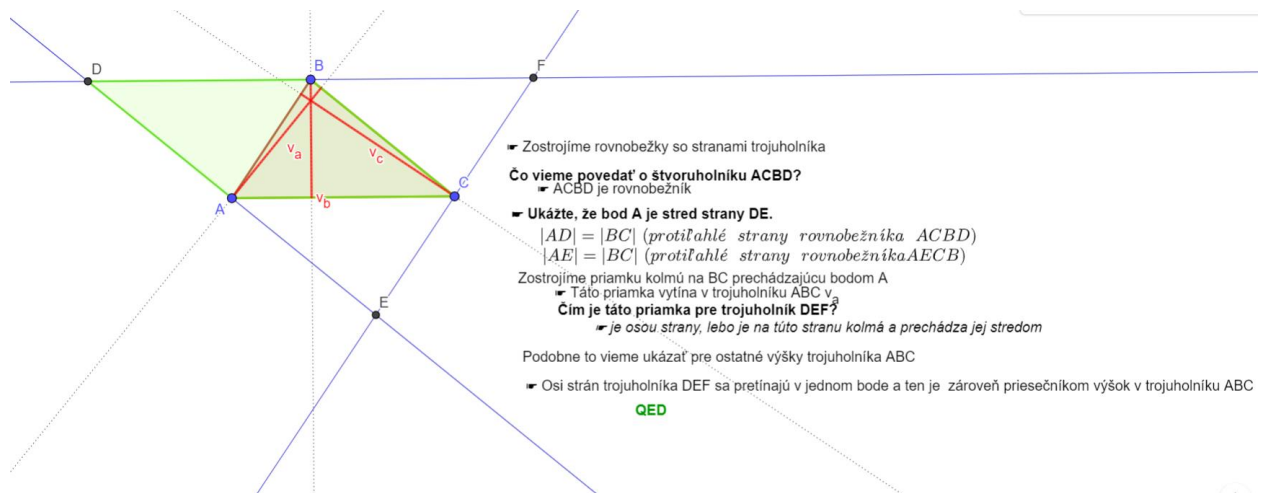
Úloha: Dokážte, že každý trojuholník rozdeľujú ťažnice na 6 trojuholníkov s rovnakým obsahom $S_{\Delta ABC} = \frac{c \cdot r_c}{2}$



- výšky (ortocentrum)



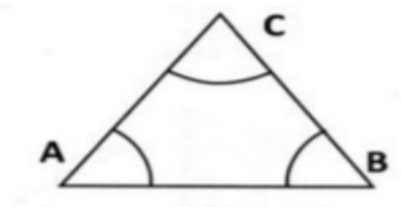
Úloha: Dokážte, že sa výšky pretínajú v jednom bode.



→ **Úloha:** Nájdite vzťah medzi výškami a stranami trojuholníka a pomocou tohto vzťahu rozhodnite, či existuje trojuholník, ktorého výšky majú veľkosť $1; \sqrt{5}, 1 + \sqrt{5}$

$$r_a = 1 \quad r_b = \sqrt{5} \quad r_c = 1 + \sqrt{5}$$

• stredné priečky



Úloha: Na koľko trojuholníkov rozdelia trojuholník jeho stredné priečky – aké sú takto vzniknuté trojuholníky?

• kružnica opísaná

- stred opísanej kružnice
- polomer kružnice opísanej



Úloha: Pomocou konštrukcie v GeoGebre ukážte, že platia nasledujúce vety:

- ? **Nagelova veta:** Spojnica stredu opísanej kružnice a vrcholu trojuholníka je kolmá k strane jeho ortického trojuholníka (trojuholník, ktorý je tvorený spojnicami piat výšok trojuholníka)
- ? **Simsonova priamka:** Ak z ľubovoľného bodu X opísanej kružnice zostrojíme kolmice k jednotlivým stranám trojuholníka, päty týchto kolmíc budú ležať na jednej priamke. Pokiaľ tento bod X spojíme s ortocentrom (priesečník výšok trojuholníka), potom Simsonova priamka prechádza stredom tejto úsečky.
- ? Je daný všeobecný trojuholník ABC . Označme A' , B' , C' postupne obrazy ortocentra v osovej súmernosti podľa strán trojuholníka BC , CA , AB . Dokážte, že body A' , B' , C' ležia na kružnici opísanej trojuholníku ABC .

- **kružnica vpísaná**

- stred vpísanej kružnice
- polomer vpísanej kružnice



Úloha: Pomocou konštrukcie v GeoGebre ukážte, že platí: Ortocentrum ostrouhlého trojuholníka je stredom kružnice vpísanej jeho ortického trojuholníka.

- **pripísaná kružnica**

$$o = a + b + c$$

$$S = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{b \cdot v_b}{2} = \frac{c \cdot v_c}{2}$$

ale aj ďalšie:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma = \frac{1}{2} b \cdot c \sin \alpha = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin \beta$$

$$S = \frac{abc}{4r}$$

$$S = \rho \cdot s \quad \text{Dôkaz:}$$

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}; s = \frac{a+b+c}{2}$$

Úlohy

1. Odvodte výšku v rovnostrannom trojuholníku.
2. V rovnoramennom trojuholníku ABC je $c = 6 \text{ cm}$, $a = 5 \text{ cm}$. Vypočítajte výšky v_a, v_b, v_c .
3. V pravouhlom trojuholníku ABC s pravým uhlom pri vrchole C je $t_c = 5 \text{ cm}$. Určte polomer kružnice opísanej trojuholníku ABC.
4. Označme S obsah rovnostranného trojuholníka a o jeho obvod. Aké je vyjadrenie obvodu o ako funkcie premennej S ?
5. Existuje pre každý trojuholník ABC bod, ktorý má rovnakú vzdialenosť od všetkých troch jeho vrcholov A, B, C?
6. Je daný trojuholník ABC. Vrcholom C vedte rovnobežku s osou uhla β , jej priesečník s priamkou AB označme M. Dokážte, že trojuholník MBC je rovnoramenný.
7. Priesečník osí uhlov α, β v trojuholníku ABC označme O. Dokážte, že $|\angle AOB| = 90^\circ + \frac{\gamma}{2}$.
8. V rovnoramennom trojuholníku ABC so základňou AB je dané: $|AB| = 12 \text{ cm}$, $|\angle CAB| = 30^\circ$. Osi strán AC, BC pretnú základňu AB v bodoch M, N. Dokážte, že trojuholník MNC je rovnostranný. Vypočítajte dĺžku strany trojuholníka MNC.