

PRINCÍP INKLÚZIE A EXKLÚZIE

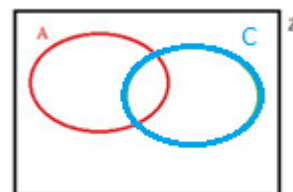
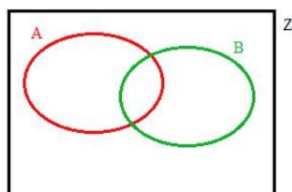
Úloha

Sú dané množiny.

$$A = \{n \in \mathbb{N}, n < 15: 3|n\}$$

$$B = \{n \in \mathbb{N}, n < 15: 5|n\}$$

$$C = \{n \in \mathbb{N}, n < 15: 2|n\}$$



- vypíšte prvky daných množín
- znázorníte dvojice množín A, B a A, C pomocou Vennových diagramov
- určte množiny $A \cup B$, $A \cup C$
- určte mohutnosť množín $A, B, C, A \cup B, A \cup C$

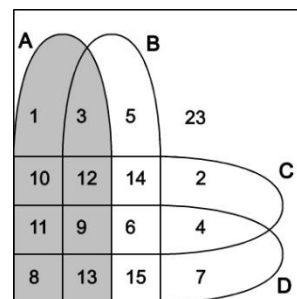
$$A \cup B = \quad \quad \quad |A \cup B| =$$

$$A \cup C = \quad \quad \quad |A \cup C| =$$

Úloha

Na obrázku je znázornený Vennov diagram pre 4 množiny A, B, C, D (sivo vyznačená je množina A). V každej zo 16 častí, z ktorých tento diagram pozostáva, je napísaný počet prvkov, ktorý v tejto časti leží (teda napríklad počet prvkov množiny $|A| = 1 + 3 + 10 + 12 + 11 + 9 + 8 + 13$).

Zistite počet prvkov množiny $(C \cap D) \cup (B - A)$.



Úloha

Na jazykovom gymnáziu si študenti musia vybrať jeden, dva alebo tri jazyky. Majú na výber z angličtiny, nemčiny a francúzštiny.

V triede 1. A si angličtinu zvolilo 21 študentov, nemčinu 16 študentov a 14 si zvolili francúzštinu.

Angličtinu a nemčinu má 9 študentov, angličtinu a francúzštinu má 8 študentov a nemčinu a francúzštinu má 7 študentov. 3 študenti si zvolili všetky tri jazyky. Koľko študentov je v 1. A triede?



Záver:

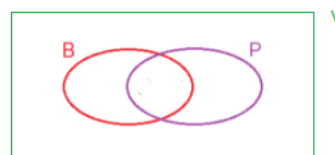
$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|; A \cap B = \emptyset$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|; A \cap B \neq \emptyset$$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

Úlohy

1. Dopravná kontrola zisťovala technický stav brzd a ojazdených pneumatík. Za zlý stav brzd dala pokutu 15 vodičom, za ojazdené pneumatiky dala pokutu 12 vodičom. Zo všetkých 53 kontrolovaných vodičov nezistili žiadnu chybu u 30. Vypočítajte, koľko vodičov zaplatilo pokutu za obidva spomínané priestupky svojho vozidla, koľkí iba za brzdy a koľkí za ojazdené pneumatiky.



2. Z 326 žiakov určitej školy hrá 92 žiakov volejbal, 143 žiakov nehrá futbal. Práve jeden z týchto dvoch športov pestuje 213 žiakov. Koľko žiakov hrá futbal aj volejbal?



3. Koľko kladných celých čísel menších ako 10 000 nie je deliteľných 2 ani 3 ani 5?

$$\begin{aligned}
 |D_2| &= 4999 & |D_{2,3,5}| &= 333 & |D_2 \cap D_3 \cap D_5| &= 2 \\
 |D_3| &= 3333 & & & & \\
 |D_5| &= 1999 & & & & \\
 |D_2 \cup D_3 \cup D_5| &= |D_2| + |D_3| + |D_5| - |D_2 \cap D_3| - |D_2 \cap D_5| - |D_3 \cap D_5| + |D_2 \cap D_3 \cap D_5| \\
 &= 4999 + 3333 + 1999 - 1666 - 999 - 666 + 333 = 2667
 \end{aligned}$$

4. Každý zo 100 študentov Fakulty informatiky UGBM študuje aspoň jeden z týchto odborov:

matematika, informatika a ekonómia. Nech U je množina všetkých študentov FI UGBM, M je množina študentov matematiky, I je množina študentov informatiky a E je množina študentov ekonómie.

Počty študentov sú určené **tabuľkou**:

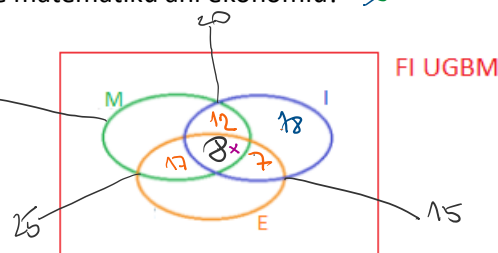
Študenti	symbol	počet
Všetci	$ U $	100
matematika	$ M $	65
informatika	$ I $	45
ekonómia	$ E $	42
matematika a informatika	$ M \cap I $	20
matematika a ekonómia	$ M \cap E $	25
informatika a ekonómia	$ I \cap E $	15

- a. Koľko študentov študuje všetky tri odbory? 8

- b. Koľko študentov študuje matematiku a informatiku, ale nie ekonómiu? 12

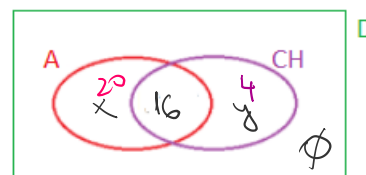
- c. Koľko študentov študuje len informatiku ale nie matematiku ani ekonómiu? 18

$$\begin{aligned}
 |U| &= 100 \\
 |M| + |E| + |I| &= 152 \\
 |U| &= |M| + |E| + |I| - |M \cap E| - |M \cap I| - |E \cap I| + |M \cap E \cap I| \\
 100 &= 65 + 42 + 45 - 25 - 20 - 15 + x \\
 x &= 8
 \end{aligned}$$



5. Pri prieskume životnej úrovne sa zistilo, že zo 40 rodín bývajúcich v jednom dome má 40% auto i chatu. Pritom auto vlastní o 16 rodín viac než chatu a nie je rodina, ktorá by nemala chatu alebo auto.

- a. Koľko rodín z domu má auto. 36
 b. Koľko percent rodín z domu má iba auto?



$$(x + 16) = (y + 16) + 16$$

$$\begin{aligned}
 x &= y + 16 \\
 x + y + 16 &= 40 \\
 2y + 32 &= 40 \\
 y &= 4
 \end{aligned}$$