

PRINCÍP INKLÚZIE A EXKLÚZIE

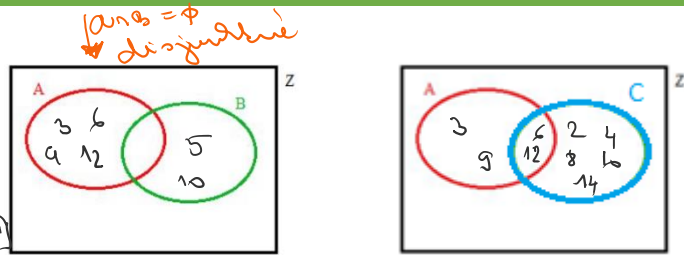
Úloha

Sú dané množiny.

$$A = \{n \in \mathbb{N}, n < 15 : 3|n\} = \{3, 6, 9, 12\}$$

$$B = \{n \in \mathbb{N}, n < 15 : 5|n\} = \{5, 10\}$$

$$C = \{n \in \mathbb{N}, n < 15 : 2|n\} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$$



- vypíšte prvky daných množín ✓
- znázorníte dvojice množín A, B a A, C pomocou Vennových diagramov ✓
- určte množiny $A \cup B, A \cup C$ ✓
- určte mohutnosť množín $A, B, C, A \cup B, A \cup C$

$$A \cup B = \{3, 5, 6, 9, 10, 12\}$$

$$A \cup C = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14\}$$

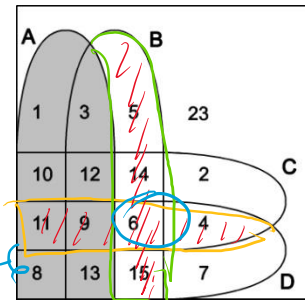
$$|A \cup B| = 6 = |A| + |B|$$

$$|A \cup C| = 9 = |A| + |C| - |A \cap C|$$

Úloha

Na obrázku je znázornený Vennov diagram pre 4 množiny A, B, C, D (sivo vyznačená je množina A). V každej zo 16 častí, z ktorých tento diagram pozostáva, je napísaný počet prvkov, ktorý v tejto časti leží (teda napríklad počet prvkov množiny $|A| = 1 + 3 + 10 + 12 + 11 + 9 + 8 + 13$).

Zistite počet prvkov množiny $(C \cap D) \cup (B - A)$.



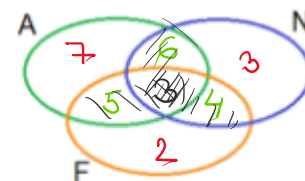
$$|(C \cap D) \cup (B - A)| = 11 + 9 + 6 + 4 + 5 + 14 + 6 + 15 = 70$$

Úloha

Na jazykovom gymnáziu si študenti musia vybrať jeden, dva alebo tri jazyky. Majú na výber z angličtiny, nemčiny a francúzštiny.

V triede 1. A si angličtinu zvolilo 21 študentov, nemčinu 16 študentov a 14 si zvolili francúzštinu.

Angličtinu a nemčinu má 9 študentov, angličtinu a francúzštinu má 8 študentov a nemčinu a francúzštinu má 7 študentov. 3 študenti si zvolili všetky tri jazyky. Koľko študentov je v 1. A triede?



$$|A| + |N| + |F| = 21 + 16 + 14 = 51$$

$$51 - 9 - 8 - 7 + 3 = 30$$

Záver:

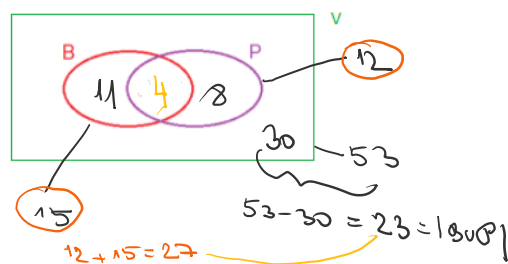
$$|A \cup B| = |A| + |B| \quad ; A \cap B = \emptyset \text{ , disjunkcie}$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \quad ; A \cap B \neq \emptyset$$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

Úlohy

1. Dopravná kontrola zisťovala technický stav brzd a ojazdených pneumatík. Za zlý stav brzd dala pokutu 15 vodičom, za ojazdené pneumatiky dala pokutu 12 vodičom. Zo všetkých 53 kontrolovaných vodičov nezistili žiadnu chybu u 30. Vypočítajte, koľko vodičov zaplatilo pokutu za obidva spomínané priestupky svojho vozidla, koľkí iba za brzdy a koľkí za ojazdené pneumatiky.



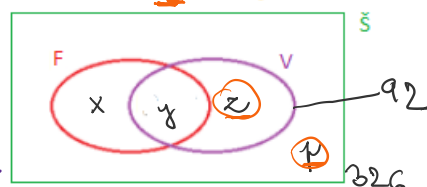
2. Z 326 žiakov určitej školy hrá 92 žiakov volejbal, 143 žiakov nehrá futbal. Práve jeden z týchto dvoch športov pestuje 213 žiakov. Koľko žiakov hrá futbal aj volejbal?

$$(1) x + y + 143 = 326$$

$$(2) y - x + 213 = 92$$

$$z + p = 143 \quad x + z = 213 \quad x + y + z + p = 326 \quad y + z = 92$$

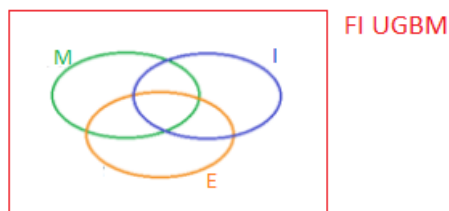
$$z = 213 - x \quad (1) \quad 143 \quad (2) \quad y + 213 - x = 92$$



3. Koľko kladných celých čísel menších ako 10 000 nie je deliteľných 2 ani 3 ani 5?
4. Každý zo 100 študentov Fakulty informatiky UGBM študuje aspoň jeden z týchto odborov: matematika, informatika a ekonómia. Nech U je množina všetkých študentov FI UGBM, M je množina študentov matematiky, I je množina študentov informatiky a E je množina študentov ekonómie. Počty študentov sú určené **tabuľkou**:

Študenti	symbol	počet
Všetci	$ U $	100
matematika	$ M $	65
informatika	$ I $	45
ekonómia	$ E $	42
matematika a informatika	$ M \cap I $	20
matematika a ekonómia	$ M \cap E $	25
informatika a ekonómia	$ I \cap E $	15

 - a. Koľko študentov študuje všetky tri odbory?
 - b. Koľko študentov študuje matematiku a informatiku, ale nie ekonómiu?
 - c. Koľko študentov študuje len informatiku ale nie matematiku ani ekonómiu?



5. Pri prieskume životnej úrovne sa zistilo, že zo 40 rodín bývajúcich v jednom dome má 40% auto i chatu. Pritom auto vlastní o 16 rodín viac než chatu a nie je rodina, ktorá by nemala chatu alebo auto.

- a. Koľko rodín z domu má auto.
- b. Koľko percent rodín z domu má iba auto?

