

# Úprava mnohočlenov na súčin

## PREČO?

Mnohočleny upravené na súčin

- umožňujú krátenie v zlomkoch
- uľahčujú úpravu výrazov
- umožňujú riešenie rovníc, nerovníc, atď.

## AKO?

Rozklad mnohočlenov na súčin vyžaduje vhodné kombinovanie rôznych metód

- vynímanie pred zátvorku
- použitie algebraických vzorcov
- úprava kvadratického trojčlena na úplný štvorec

### 1. Vynímanie pred zátvorku

Upravte mnohočleny na súčin pomocou vynímania pred zátvorku

- $-2x^2 - 4x + 6$
- $xy - xz$
- $9x^2y - 12xy^2$
- $2x^2 - \sqrt{2}x$
- $2x^3 - x^2 + 2x - 1$
- $3x^4 - 2x^3 + 3x - 2$
- $(x - y)^2 - 3zx + 3zy$
- $x^3 - x^2 - x + 1$

Z mnohočlenu vyberte pred zátvorku výraz uvedený hranatej zátvorke

- $2x - 1$ ;  $[2]$
- $4x^2 - 2x + 3$ ;  $[4]$
- $9x^2 + 3x + 1$ ;  $[3x]$
- $2x^3 - 3x^2 + 5x - 8$ ;  $[2x^3]$
- $\frac{4}{3}x^2y - \frac{3}{2}y$ ;  $[\frac{2}{3}xy]$

## 2. Použitie algebraických vzorcov

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



**Pomocou vzorcov umocnite**



$$(3x + 1)^2 =$$

$$(x - 2)^2 =$$

**Upravte na súčin**



$$x^2 + 8x + 16 =$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 =$$

$$x^2 + 6x + 9 =$$

$$x^2 - \frac{2}{3}xy + \frac{y^2}{9} =$$

$$x^2 + 2xy^2 + y^4 =$$

$$(a + b) \cdot (a - b) =$$



**Pomocou vzorca vynásobte**



$$(4x - 2)(4x + 2) =$$

$$(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) =$$

**Upravte na súčin**



$$x^2 - 9 =$$

$$4a^2 - 25b^2 =$$

$$16x^2 - 1 =$$

$$x^4 - y^4 =$$

$$y^2 - 2 =$$

Upravte na súčin

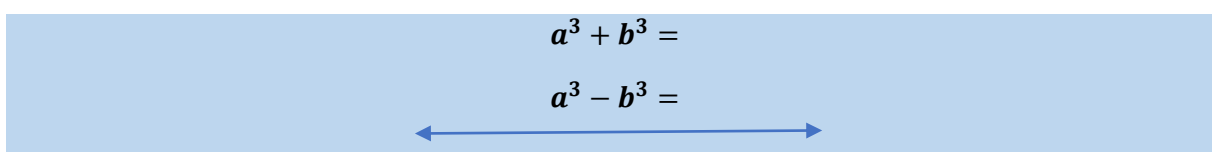
a.  $4y^3 - 9x^2y$

b.  $9x^2 - y^2 + 2xy - x^2$

Nájdite chybu v nasledujúcom postupe

$$a^2 + b^2 = a^2 - (-b)^2 = [a - (-b)][a + (-b)] = (a + b)(a - b)$$

Z výsledkov úloh na delenie mnohočlenov doplňte vzorce

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 &= \\ a^3 - b^3 &= \end{aligned}$$


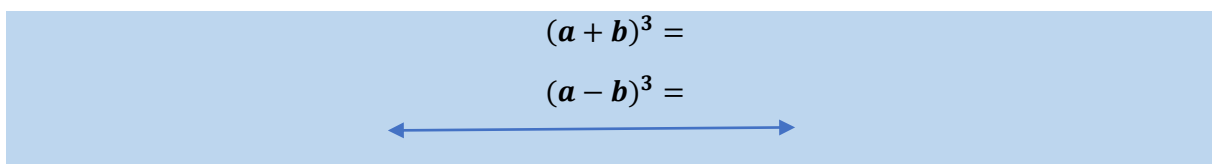
Použitím týchto vzorcov upravte na súčin

$$x^3 + 8 =$$

$$27x^3 - 1 =$$


$$x^6 - \frac{1}{8} =$$

Umocnite  $(a + b)^3$ ;  $(a - b)^3$  a doplňte vzorce

$$\begin{aligned} (a + b)^3 &= \\ (a - b)^3 &= \end{aligned}$$


Použitím vzorcov umocnite

a.  $(x + 1)^3 =$



b.  $(2x - 3)^3 =$

Použitím vzorcov upravte na súčin



a.  $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

b.  $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

Vysvetlenie úprava na štvorec – video: <https://www.youtube.com/watch?v=DFILICYW6cQ>

## Príklady

Rozložte na súčin

$$1. \quad 2a - 4ab + 2ab^2 \rightarrow 2a(1 - 2b + b^2) = 2a(1 - b)^2$$

$$2. \quad 2x^2 + 4xy + 2y^2 \rightarrow 2(x^2 + 2xy + y^2) \quad (\sqrt{2}x + \sqrt{2}y)^2$$

$$3. \quad \frac{36t^2}{A^2} - \frac{(t^2 + 9)^2}{B^2} \quad \begin{matrix} A=6t \\ B=t^2+9 \end{matrix} \quad (A+B)(A-B)$$

$$4. \quad 9 - p^2 + 2pq - q^2 = 9 - (p^2 - 2pq + q^2) = 9 - (p - q)^2$$

$$5. \quad m^3 + m^2n - mn^2 - n^3$$

$$\rightarrow 6. \quad \frac{a^3 - 8}{a^3 - 2^3} + \frac{6a^2 - 12a}{6a(a-2)}$$

$$7. \quad \frac{a^2 + 2ab + b^2}{(a+b)^2} - \frac{ac + bc}{c(a+b)} = \frac{(a+b)^2}{(a+b)^2} - \frac{c(a+b)}{c(a+b)} = (a+b) \cdot (a+b-c)$$

### 3. Úprava kvadratického trojčlena na úplný štvorec

Upravte na súčin

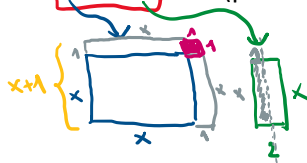
$$x^2 - 12x + 20 = (x - 6)^2 - 16 + 20 = (x - 6)^2 - 4 = (x - 6 - 2)(x - 6 + 2) = (x - 8)(x - 4)$$

$$\begin{aligned} x^2 - 2ax + b^2 &= (x - a)^2 - b^2 \\ x^2 - 12x + 20 &= (x - 6)^2 - 16 + 20 \\ x^2 - 12x + 20 &= (x - 6)^2 - 4 \end{aligned}$$

$$(x - 2)(x - 10) = x^2 - 10x - 2x + 20 = x^2 - 12x + 20 \quad \checkmark$$

$$x^2 + 2x - 3 \quad (\text{prečo úprava na štvorec?})$$

$$x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4 - 3 = (x + 1)^2 - 7 = (x + 1 + \sqrt{7})(x + 1 - \sqrt{7})$$



$$x^2 + 7x + 10 = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 10 = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} + \frac{40}{4} = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} = \left(x + \frac{7}{2} + \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{7}{2} - \frac{3}{2}\right) = (x + 5)(x + 2)$$

$$x^2 + 5x + 8 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + \frac{32}{4} = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \rightarrow \text{upravené na štvorec na súčin nevieme (2)}$$

$$2x^2 - 7x - 4 = 2 \cdot \left(x^2 - \frac{7}{2}x - 2\right) =$$

$$(x - 1)^2 - 3 = (x - 1 + \sqrt{3})(x - 1 - \sqrt{3})$$

$$\begin{aligned} &= 2 \cdot \left[ \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 - \frac{49}{16} - \frac{32}{16} \right] = 2 \cdot \left[ \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 - \frac{81}{16} \right] = 2 \cdot \left(x - \frac{7}{4} + \frac{9}{4}\right) \left(x - \frac{7}{4} - \frac{9}{4}\right) = \\ &= 2 \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) (x - 4) = (2x + 1)(x - 4) \end{aligned}$$

Vysvetlenie úprava na štvorec – video: <https://www.youtube.com/watch?v=DFILICYW6cQ>

~~D. 4~~

①  $x^2 + x - 6$

②  $3x^2 + 3x - 60$

③  $2x^2 + x + 3$