

# ZHRNUTIE KVADRATICKÝCH ROVNÍC V ŠTYROCH ÚLOHÁCH

1. Kupec kúpil koňa a po čase ho predal za 24 pištolí. Pritom stratil toľko percent, koľko pištolí ho kôň stál. Za koľko pištolí kúpil koňa? (Bézoutova úloha, 18. storočie)

$x_1 \dots$  pôvodná  $x_2 = 24$

$$x_1 \cdot \left(1 - \frac{x_1}{100}\right) = x_2$$

$$x \left(1 - \frac{x}{100}\right) = 24$$

$$x^2 - 100x + 2400 = 0$$

$$D = 400$$

$$x_{1,2} = \frac{100 \pm 20}{2} = 60$$

$$x = 40 \vee x = 60$$

2. Zo stanice má byť vypravených 11 vlakov, každý má 35 vagónov. Aby sa uvoľnilo niekoľko lokomotív, zmenší sa počet vlakov tým, že sa ku každému vlaku pridá toľkokrát po päť vagónov, koľko lokomotív sa uvoľní. Tak budú vypravené všetky vagóny. Koľko lokomotív sa uvoľní na údržbu?  $x \dots$  počet uvoľnených lokomotív

celkový počet vagónov

$$11 \cdot 35 = (11 - x) \cdot (35 + 5x)$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x \cdot (x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = 4$$

3. Rovnica  $x^2 + px + q = 0$  má korene  $x_1, x_2$ , rovnica  $x^2 - px + pq = 0$  má korene  $x_1 + 1, x_2 + 1$ . Určte čísla  $p, q$ .

$x^2 + px + q = 0 \rightarrow x_1, x_2$   $\xrightarrow{\text{Vieta}} x_1 \cdot x_2 = q, x_1 + x_2 = -p$

$x^2 - px + pq = 0 \rightarrow x_1 + 1, x_2 + 1 \rightarrow (x_1 + 1)(x_2 + 1) = pq$   $x_1 + 1 + x_2 + 1 = p$

$x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1 = pq$

$q - p + 1 = p \cdot q$

$q - p + 1 = q$

$-p + 1 = 0 \Rightarrow p = 1$

$q = q$  vždy

$D > 0$

$D = p^2 - 4q = 1 - 4q > 0$

$\frac{1}{4} > q$

$\Rightarrow p = 1; q \in (-\infty; \frac{1}{4})$

4. Vyriešte rovnicu v množine reálnych čísel  $(x - 2)|x + 3| + 6 = 0$

$x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$

$(x - 2)(x + 3) + 6 = 0$

$x^2 + x = 0$

$x(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = -1$

$x + 3 < 0 \Rightarrow x < -3$

$(x - 2)(-x - 3) + 6 = 0$

$-x^2 - x + 12 = 0$

$x^2 + x - 12 = 0$

$(x - 4)(x + 3) = 0 \Rightarrow x = 4 \vee x = -3$

$x = \{-1, -4, 0\}$

$D = b^2 - 4ac$

$D > 0 \dots 2$

$D = 0 \dots 1$

$D < 0 \dots \emptyset \rightarrow \mathbb{R}$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

$x^2 + px + q = 0 \rightarrow x_1, x_2$

$(x - x_1)(x - x_2) = 0$

$x_1 \cdot x_2 = q$

$x_1 + x_2 = -p$