

1. Určte, aké hodnoty môže nadobúdať výraz

$$V = ab + bc + cd + da = b(a+c) + d(a+c) = (a+c)(b+d)$$

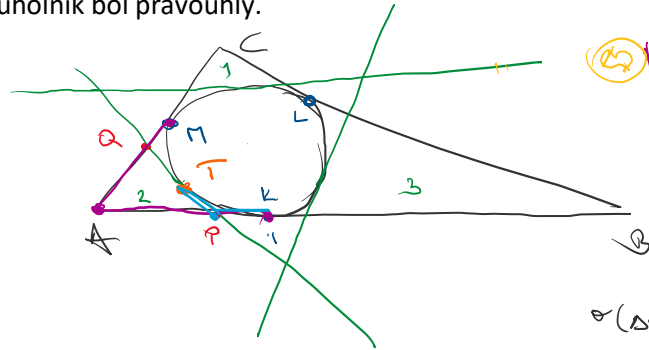
ak reálne čísla a, b, c, d spĺňajú dvojicu podmienok

$$\begin{aligned} 3 \cdot 1 \quad 2a - 5b + 2c - 5d &= 4 \rightarrow 2(a+c) - 5(b+d) = 4 \\ \text{alebo } (-2) \cdot 1 \quad 3a + 4b + 3c + 4d &= 6 \rightarrow 3(a+c) + 4(b+d) = 6 \end{aligned} \quad \begin{matrix} \textcircled{+} \\ \textcircled{-} \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{11} \textcircled{9P} \quad -23b - 23d &= 0 \\ b &= -d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a+c) + 9(b+d) &= 2 \\ 5(a+c) - (b+d) &= 10 \end{aligned}$$

2. Majme trojuholník ABC. Nakreslíme tri dotyčnice k jeho vpísanej kružnici tak, že každá „odreže“ iný vrchol trojuholníka. Obvody odrezaných trojuholníkov sú 1, 2 a 3. Dokážte, že pôvodný trojuholník bol pravouhlý.



$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad |AM| &= |AK| \\ |PK| &= |PT| \\ |QM| &= |QT| \end{aligned} \quad \textcircled{*}$$

$$\begin{aligned} \sigma(\triangle APQ) &= AP + PQ + AQ \\ &= AT + TQ \quad \textcircled{*} \\ &= PK + QM \end{aligned}$$

$$\sigma(\triangle BPR) = BP + PR + BR = AK + QM + AQ$$