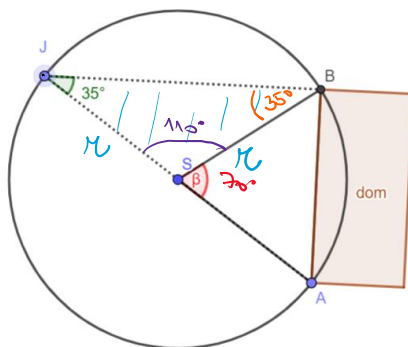


Úloha

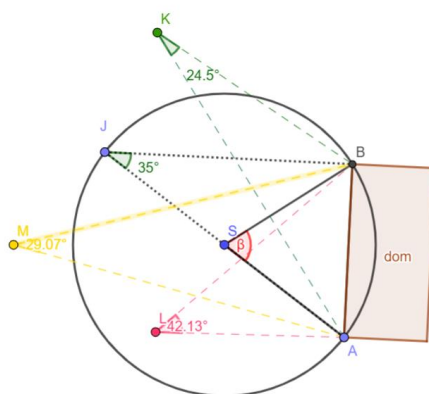
Ján fotografoval dom z bodu J . Pri využitom nastavení umožňoval objektív snímať pod 35° zorným poľom. Potom chcel spraviť ďalšiu fotografiu, a to z bodu S (zo stredu kružnice určenej bodmi J, A, B). Ako musel zmeniť zorné pole objektívu, aby mohol odfoťovať celý dom?



$$p = 70^\circ \quad \checkmark$$

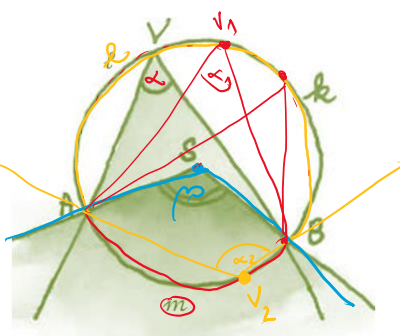
$\triangle BJS$ — rovnoramenný
 $|JS| = |BS|$

Kde by ešte mohol stáť Ján, aby odfoťil celý dom s 35° zorným poľom objektívu?



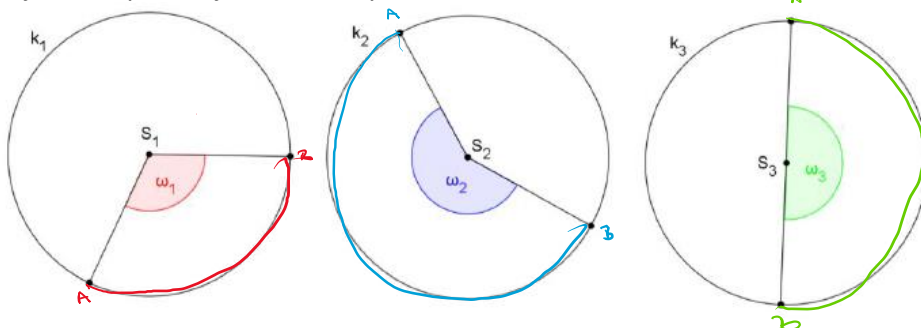
UHLY V KRUŽNICI

- A, B rozdelia kružnicu k na dva oblúky
 - oblúk m , oblúk ℓ
- V je ľubovoľný bod na k
- **stredový uhol** $\sphericalangle ASB$ prislúchajúci oblúku m je práve jeden,
- **obvodových uhlov** $\sphericalangle AVB$ prislúchajúcich oblúku m je nekonečne veľa

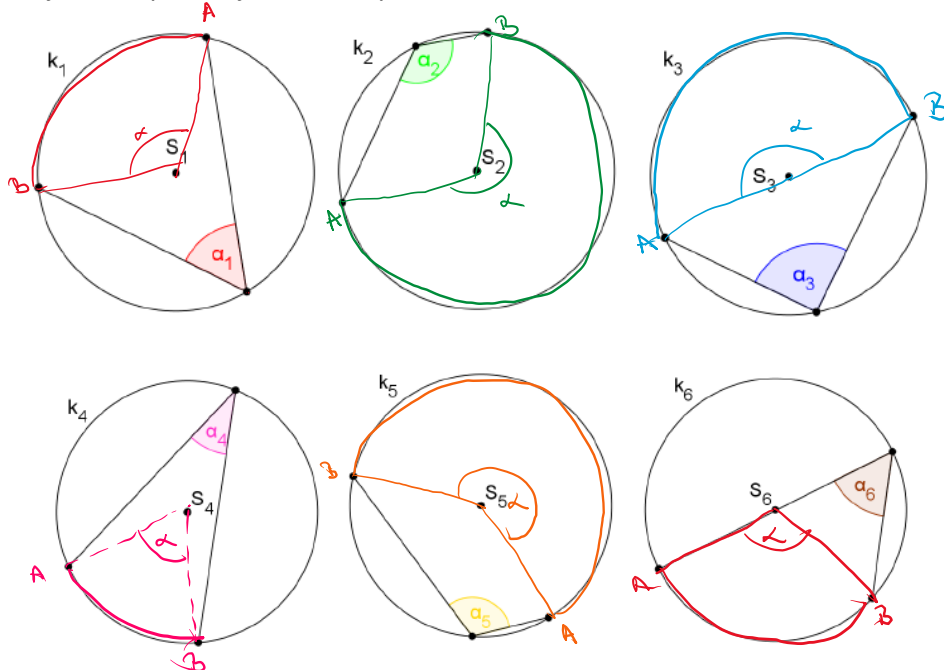


Úlohy

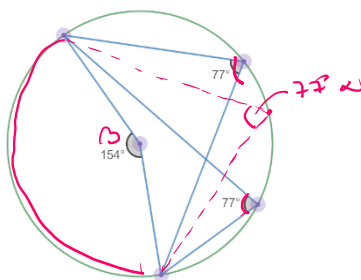
1. Na obrázkoch sú znázornené kružnice a stredové uhly v nich. Ku každému stredovému uhlu nájdite zodpovedajúci obvodový uhol.



2. Na obrázkoch sú znázornené kružnice a obvodové uhly v nich. Ku každému obvodovému uhlu nájdite zodpovedajúci stredový uhol.



Vety



<https://www.desmos.com/geometry/yhr60rizil>

Veta o obvodových uhloch všetky obovodové uhly prisluchajúce k tomu istému oblúku sú zhodné

Veta o vzťahu medzi obvodovým a stredovým uhlom – pre stredový uhol β prisluchajúci k tomu istému oblúku ako obvodový uhol α platí $\beta = 2\alpha$

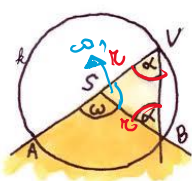
Dôkaz vety 1



$$\begin{array}{l} \beta \rightarrow \alpha_1 \rightarrow \beta = 2\alpha_1 \\ \beta \rightarrow \alpha_2 \rightarrow \beta = 2\alpha_2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2\alpha_1 = 2\alpha_2 \\ \alpha_1 = \alpha_2 \end{array}$$

Dôkaz vety 2

$$\omega = 2\alpha$$



$\triangle VSB$ je rovnostranný

$$|SVB| = |SAB| = \alpha$$

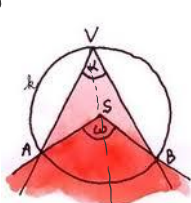
$$\omega_1 = 180^\circ - 2\alpha$$

↓

$$\omega = 180^\circ - \omega_1 \text{ (nulový)}$$

$$\omega = 180^\circ - (180^\circ - 2\alpha)$$

$$\boxed{\omega = 2\alpha} \quad \checkmark$$



$\triangle ASV$ je rovnostranný. $\triangle VBS$ je rovnostranný

$$|SAV| = |ASV| = \alpha_1 \quad |BVS| = |SBV| = \alpha_2$$

$$\omega_1' = 180^\circ - 2\alpha_1$$

$$\omega_1 = 180^\circ - \omega_1' = 180^\circ - (180^\circ - 2\alpha_1)$$

$$\omega_1 = 2\alpha_1$$

$$\omega_2' = 180^\circ - 2\alpha_2$$

$$\omega_2 = 180^\circ - \omega_2' = 180^\circ - (180^\circ - 2\alpha_2)$$

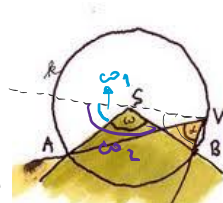
$$\omega_2 = 2\alpha_2$$

$$\omega = \omega_1 + \omega_2$$

$$\omega = 2\alpha_1 + 2\alpha_2$$

$$\omega = 2(\alpha_1 + \alpha_2)$$

$$\boxed{\omega = 2\alpha} \quad \checkmark$$



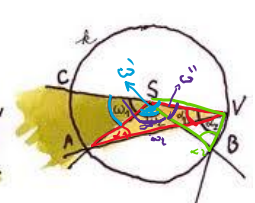
$\triangle AVS$ - rovnostranný

$$|SAV| = |ASV| = \alpha_1$$

$$\omega_1' = 180^\circ - 2\alpha_1$$

$$\omega_1 = 180^\circ - \omega_1'$$

$$\omega_1 = 2\alpha_1$$



$\triangle SVB$ - rovnostranný

$$|SVB| = |SBV| = \alpha_2$$

$$\omega_2' = 180^\circ - 2\alpha_2$$

$$\omega_2 = 180^\circ - \omega_2'$$

$$\omega_2 = 2\alpha_2$$

$$\omega = \omega_2 - \omega_1$$

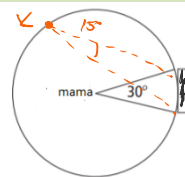
$$\omega = 2\alpha_2 - 2\alpha_1$$

$$\omega = 2(\alpha_2 - \alpha_1) = 2\alpha \quad \checkmark$$

QED

Úlohy

- V dome zhasli svetlá, takže Kamil a jeho mama pomocou bateriek hľadali elektrický panel. Kamilova baterka osvetlí plochu pod uhlom 15° . Baterka jeho mami osvetlí plochu s uhlom 30° . Ukážte, kde by mal Kamil stáť, aby na elektrický panel svietili obe baterky.



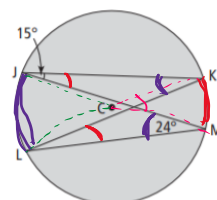
- Určte veľkosť uhlov

a. $|\angle KLM| = 15^\circ$

b. $|\angle JKL| = 24^\circ$

c. $|\angle JCL| = 48^\circ = 2 \cdot 24^\circ$

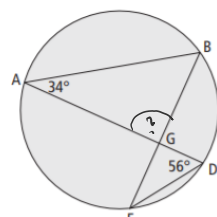
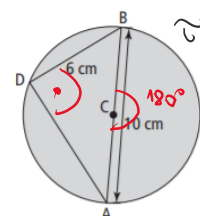
d. $|\angle KCM| = 30^\circ = 2 \cdot 15^\circ$



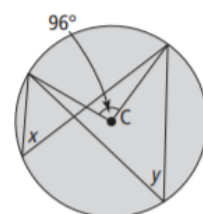
- Bod C je stred kružnice, priemer kružnice má dĺžku 10 cm a tetiva BD má dĺžku 6 cm. Určte dĺžku tetivy AD.

$|AD| = 8 \text{ cm}$

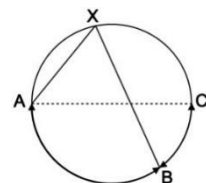
2- $\triangle ABD$: $\sqrt{100 - 36} = |AD|$
 $8 \text{ cm} = |AD|$



- Určte veľkosť vyznačených uhlov x, y



- Úsečka AC je priemerom kružnice na obrázku. Pomer dĺžok oblúkov AB a BC je 7:3. Určte (v stupňoch) veľkosť uhla $\angle AXB$

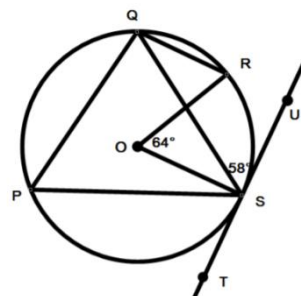


- Na kruhovom ciferníku hodín navzájom pospájame body prislúchajúce číslam 2, 5, 9, čím vznikne trojuholník. Vypočítajte veľkosti všetkých vnútorných uhlov toho trojuholníka.

8. Vypočítajte veľkosť uhla, ktorý zvierajú uhlopriečky AE a AF v pravidelnom osemuholníku ABCDEFGH.
9. Dokážte, že spojnice bodov, ktoré na ciferníku označujú 3 a 6, je kolmá na spojnicu 4 a 11.
10. Do kružnice je vpísaný pravidelný 9 – uholník *ABCDEFGHI*. Vypočítajte:
- vnútorné uhly štvoruholníka *ADFI*,
 - vnútorné uhly štvoruholníka *BDEH*,
 - uhol, ktorý zvierajú uhlopriečky štvoruholníka *BDEH*.
11. Na kružnici sú dva rôzne body *A, B* tak, že veľkosť obvodového uhla prislúchajúceho k väčšiemu oblúku sa rovná veľkosti stredového uhla prislúchajúceho k menšiemu oblúku. Určte veľkosti oboch prislúchajúcich obvodových uhlov.

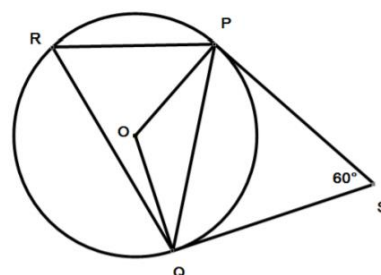
12. Body P, Q, R, S ležia na kružnici so stredom v bode O. Priamka TU je dotyčnicou ku kružnici v bode S. Sú dané uhly vyznačené na obrázku $|\angle ROS| = 64^\circ$, $|\angle QSU| = 58^\circ$.

- Vypočítajte veľkosti uhlov
 $|\angle OSQ| =$
 $|\angle SQR| =$
 $|\angle QPS| =$
 $|\angle QRS| =$
- Sú priamky QR a OS rovnobežné?



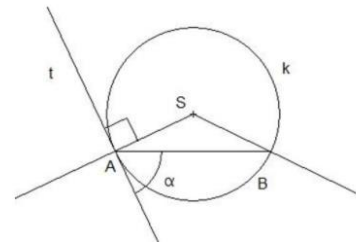
13. P, Q a R sú body na kružnici so stredom v bode O. Uhol $|\angle PSQ| = 60^\circ$. SP a SQ sú dotyčnice ku kružnici v bodoch P, Q.

- Vypočítajte veľkosti uhlov
 $|\angle POQ| =$
 $|\angle PRQ| =$
 $|\angle PQO| =$
 $|\angle QPS| =$
- Čo platí pre uhly $|\angle SPQ|$ a $|\angle PRQ|$?



Úsekový uhol

uhol, ktorý zvierá tetiva AB s dotyčnicou v bode A



Veta o úsekovom uhle úsekový uhol prislúchajúci tetive AB sa rovná

Dôkaz

