LR $\to ax+b=0$; $a,b \in \mathbb{R}$

KVADRATICKÉ ROVNICE

- je každá rovnica tvaru $ax^2 + bx + c = 0$; $a,b,c \in \mathbb{R} \wedge$ $a \neq 0$
  ax^2 – kvadratický člen
  bx – lineárny člen
  c – absolútny člen

Pr.: $\frac{3}{5}x^2 - 2x + \sqrt{2} = 0$
$x^2 - \frac{4}{3}x = 0$
$x^2 - 7{,}2 = 0$

- kvadratické rovnice
  - neúplné
    - bez absolútneho členu $(c=0) \to ax^2+bx=0$
    - bez lineárneho členu (rýdzokvadratická) $(b=0) \to ax^2+c=0$
  - úplné $(a\neq 0, b\neq, c\neq 0) \to ax^2+bx+c=0$
- počet riešení kvadratickej rovnice:

NEÚPLNÉ KVADRATICKÉ ROVNICE

$x^2 - 2x = 0$
$x(x-2)=0 \Leftrightarrow x_1=0$; $x_2=2$

$x^2 + \frac{5}{2}x = 0$
$x(x+\frac{5}{2})=0 \Leftrightarrow x_1=0$; $x_2=-\frac{5}{2}$

$\sqrt{2}x^2 - \pi x = 0$
$x(\sqrt{2}x-\pi)=0 \Leftrightarrow x_1=0$; $x_2=\frac{\pi}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$

$x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x_1=0$; $x_2=-1$
$x(x+1)=0$

upraviť na súčinový tvar

$ax^2 + bx = 0$
$x(\underbrace{ax+b}_{ax+b=0})=0 \Leftrightarrow x_1=0$; $x_2=-\frac{b}{a}$; $a\neq 0$
$x=-\frac{b}{a}$

$x^2 - 9 = 0 \to x^2=9 / \sqrt{\ }$ $\quad \sqrt{x^2}=|x|$
$|x|=3$
$(x+3)(x-3)=0 \Leftrightarrow x_1=-3$; $x_2=3$

$x^2 + 16 = 0 \to x^2=-16$
? $\quad x\in\emptyset \quad (+) \neq (-)$

$25x^2 - 1 = 0 \to x^2=\frac{1}{25}$
$|x|=\frac{1}{5}$
$(5x+1)\cdot(5x-1)=0 \Leftrightarrow x_1=-\frac{1}{5}$; $x_2=\frac{1}{5}$

$x^2 - 6 = 0 \to x^2=6$
$|x|=\sqrt{6}$
$(x+\sqrt{6})(x-\sqrt{6})=0$

na súč. tvar

$ax^2 + c = 0$
$x^2=-\frac{c}{a} \; / \sqrt{\ }$; $-\frac{c}{a}\geq 0$
$|x|=\sqrt{-\frac{c}{a}}$

2 korene (navzájom opačné)

$-\frac{c}{a}<0$
$x\in\emptyset$

? popíšte metódu riešenia neúplných kvadratických rovníc $\to$ na súčin. tvar

? môže mať kvadratická rovnica bez absolútneho člena $(c=0)$ jedno riešenie
$x_1=0$
$x_2=\boxed{0=-\frac{b}{a}} \Leftrightarrow b=0 \to ax^2=0$

? kedy má rýdzo kvadratická rovnica $(b=0)$ jedno riešenie $\to |x|=\sqrt{-\frac{c}{a}}$
$=0 \Leftrightarrow c=0 \Leftrightarrow ax^2=0$

$ax^2=0$
má jedno riešenie $\boxed{x=0}$

ÚPLNÉ KVADRATICKÉ ROVNICE

na štvorec

$2x^2 + 6x - 20 = 0 \quad /:2$

$x^2 + 3x - 10 = 0$

$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - \frac{40}{4} = 0$

$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} = 0$

$A^2 - B^2$

$\left(\underbrace{x + \frac{3}{2}}_{A} + \underbrace{\frac{7}{2}}_{B}\right)\left(\underbrace{x + \frac{3}{2}}_{A} - \underbrace{\frac{7}{2}}_{B}\right) = 0$

$(x+5)\cdot(x-2) = 0 \iff x_1 = -5;\ x_2 = 2$

$ax^2 + bx + c = 0 \quad /: a \neq 0$

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ → normovaná KR ($a=1$)

$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0$

$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0$

$D = b^2 - 4ac$ diskriminant

$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{D}{4a^2} = 0$

$A^2 - B^2$

$\left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{D}}{2a}\right)\cdot\left(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{D}}{2a}\right) = 0 \iff$

$x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{D}}{2a} = 0 \qquad x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{D}}{2a} = 0$

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

$2x^2 + 6x - 20 = 0 \qquad a = 2,\ b = 6,\ c = -20$

→ $D = b^2 - 4ac = 36 - 4\cdot 2\cdot(-20) = 36 + 160 = 196$

→ $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{196}}{4} = \begin{cases} x_1 = \frac{-6+14}{4} = 2 \\ x_2 = \frac{-6-14}{4} = -5 \end{cases}$

Vyriešte v množine reálnych čísel nasledujúce kvadratické rovnice

$3x^2 - 2x + 5 = 0$

$4x^2 - 4x + 1 = 0$

$3x^2 + x - 2 = 0$

? koľko riešení môže mať kvadratická rovnica

? ako súvisí počet riešení kvadratickej rovnice s hodnotou diskriminantu

Úlohy

Vyriešte v množine reálnych čísel

$2x^2 + 5 = 10 \rightarrow 2x^2 - 5 = 0 \longrightarrow (\sqrt{2}x + \sqrt{5})(\sqrt{2}x - \sqrt{5}) = 0$

$x^2 = \frac{5}{2}$

$|x| = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$ $\quad K = \left\{ \frac{\sqrt{10}}{2} ; -\frac{\sqrt{10}}{2} \right\}$

$4x^2 = 4x$ $\quad \cancel{x = 1}$ $\rightarrow 4x^2 - 4x = 0$

$4x(x-1) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 ; x_2 = 1$ $\quad K = \{0, 1\}$

$3x + 2 = \frac{1}{2}x^2$

$x^2 + x - 2x\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$

$$\frac{2}{2x+3} + \frac{2}{2x-3} = \frac{4x^2 - 21}{4x^2 - 9}$$

$$\frac{x-3}{x+6} + \frac{x-10}{x+5} + \frac{15}{x^2 + 11x + 30} = \frac{9-x}{6+x}$$

$$\frac{x+12}{x+2} + \frac{5}{x^2 - x - 6} + \frac{x-4}{x-3} = 1$$

$$1 - \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2 - x} - \frac{1}{x-1}$$

$6(x^2 - 5x + 1) = -14 - (x^2 - 5x + 2)^2$

$x^2 + 4|x| - 12 = 0$

$x^2 - |x - 5| = |x| + 3$

$(|x| - 3)(x + 1) = -3$

$|x^2 + 3x| - 4 = 0$