

Úprava mnohočlenov na súčin

PREČO?

Mnohočleny upravené na súčin

- umožňujú krátenie v zlomkoch
- uľahčujú úpravu výrazov
- umožňujú riešenie rovníc, nerovníc, atď.

AKO?

Rozklad mnohočlenov na súčin vyžaduje vhodné kombinovanie rôznych metód

- vynímanie pred zátvorku
- použitie algebraických vzorcov
- úprava kvadratického trojčlena na úplný štvorec

1. Vynímanie pred zátvorku

Upravte mnohočleny na súčin pomocou vynímania pred zátvorku

- $-2x^2 - 4x + 6$
- $xy - xz$
- $9x^2y - 12xy^2$
- $2x^2 - \sqrt{2}x$
- $2x^3 - x^2 + 2x - 1$
- $3x^4 - 2x^3 + 3x - 2$
- $(x - y)^2 - 3zx + 3zy$
- $x^3 - x^2 - x + 1$

Z mnohočlenu vyberte pred zátvorku výraz uvedený hranatej zátvorke

- $2x - 1$; $[2]$
- $4x^2 - 2x + 3$; $[4]$
- $9x^2 + 3x + 1$; $[3x]$
- $2x^3 - 3x^2 + 5x - 8$; $[2x^3]$
- $\frac{4}{3}x^2y - \frac{3}{2}y$; $[\frac{2}{3}xy]$

2. Použitie algebraických vzorcov

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



Pomocou vzorcov umocnite



$$(3x + 1)^2 =$$

$$(x - 2)^2 =$$

Upravte na súčin



$$x^2 + 8x + 16 =$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 =$$

$$x^2 + 6x + 9 =$$

$$x^2 - \frac{2}{3}xy + \frac{y^2}{9} =$$

$$x^2 + 2xy^2 + y^4 =$$

$$(a + b) \cdot (a - b) =$$



Pomocou vzorca vynásobte



$$(4x - 2)(4x + 2) =$$

$$(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) =$$

Upravte na súčin



$$x^2 - 9 =$$

$$4a^2 - 25b^2 =$$

$$16x^2 - 1 =$$

$$x^4 - y^4 =$$

$$y^2 - 2 =$$

Upravte na súčin

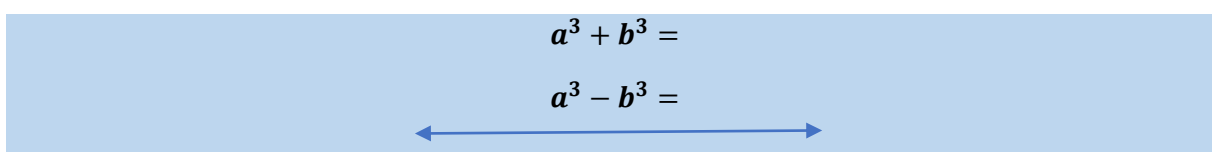
a. $4y^3 - 9x^2y$

b. $9x^2 - y^2 + 2xy - x^2$

Nájdite chybu v nasledujúcom postupe

$$a^2 + b^2 = a^2 - (-b)^2 = [a - (-b)][a + (-b)] = (a + b)(a - b)$$

Z výsledkov úloh na delenie mnohočlenov doplňte vzorce

$$\begin{array}{c} a^3 + b^3 = \\ a^3 - b^3 = \end{array}$$


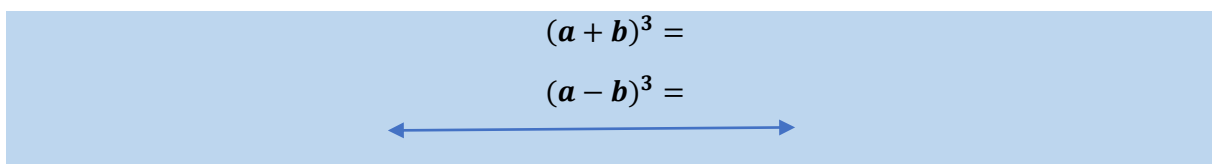
Použitím týchto vzorcov upravte na súčin

$$x^3 + 8 =$$

$$27x^3 - 1 =$$


$$x^6 - \frac{1}{8} =$$

Umocnite $(a + b)^3$; $(a - b)^3$ a doplňte vzorce

$$\begin{array}{c} (a + b)^3 = \\ (a - b)^3 = \end{array}$$


Použitím vzorcov umocnite

a. $(x + 1)^3 =$



b. $(2x - 3)^3 =$

Použitím vzorcov upravte na súčin



a. $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

b. $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

Vysvetlenie úprava na štvorec – video: <https://www.youtube.com/watch?v=DFILICYW6cQ>

Príklady

Rozložte na súčin

$$1. \quad 2a - 4ab + 2ab^2 = 2(a - 2ab + ab^2)$$

$$(a+b)^2 \quad (2) \quad 2x^2 + 4xy + 2y^2$$

$$a^2 - b^2 \quad 3. \quad 36t^2 - (t^2 + 9)^2$$

$$4. \quad 9 - p^2 + 2pq - q^2 = 9 - (p^2 - 2pq + q^2) = 9 - (p - q)^2 = A^2 - B^2$$

$$\rightarrow 5. \quad m^3 + m^2n - mn^2 - n^3$$

$$\rightarrow 6. \quad a^3 - 8 + 6a^2 - 12a$$

$$7. \quad a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc$$

3. Úprava kvadratického trojčlena na úplný štvorec

Upravte na súčin

$$x^2 - 12x + 20 = (x - 6)^2 - 36 + 20 = (x - 6)^2 - 16 = (x - 6 + 4)(x - 6 - 4)$$

$$A^2 - B^2 \quad (A+B) \cdot (A-B)$$

$$A = x - 6 \quad B = 4$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$x^2 = a^2 \rightarrow -12x = -2ab$$

$$x = a \rightarrow -12x = -2xb \quad | :(-2x) + 0$$

$$6 = b$$

$$x^2 - 12x + 20 = (x - 2) \cdot (x - 10)$$

$$x^2 + 2x - 3 \quad (\text{prečo úprava na štvorec?})$$

$$x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4 = (x + 1 + 2)(x + 1 - 2) = (x + 3)(x - 1)$$

$$x^2 + 3x + 10 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 10 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 10 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} = \left(x + \frac{3}{2} + \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2} - \frac{3}{2}\right) = (x + 3)(x + 2)$$

$$2x^2 - 7x - 4 =$$

$$\text{Sk.} \quad (x+5)(x+2) = x^2 + 2x + 5x + 10 = x^2 + 7x + 10 \quad \checkmark$$

Vysvetlenie úprava na štvorec – video: <https://www.youtube.com/watch?v=DFILICYW6cQ>

$$x^2 + 5x + 8 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 8 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + \frac{32}{4} = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$$

~~A + 8~~
upravené na štvorec
neviem na súčin!

$$(x-1)^2 - 7 = (x-1+\sqrt{7})(x-1-\sqrt{7})$$

$$2x^2 - 7x - 4 = 2 \cdot \left(x^2 - \frac{7}{2}x - 2\right) = 2 \cdot \left[\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 - \left(\frac{7}{4}\right)^2 - 2\right] =$$

$$= 2 \cdot \left[\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 - \frac{49}{16} - \frac{32}{16}\right] = 2 \cdot \left[\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 - \frac{81}{16}\right] =$$

$$= 2 \cdot \left[\underbrace{\left(x - \frac{7}{4} + \frac{9}{4}\right)}_{x+1} \underbrace{\left(x - \frac{7}{4} - \frac{9}{4}\right)}_{x-4}\right] = 2 \cdot (x+1)(x-4) =$$

$$= (2x+1)(x-4)$$

(Sk.) $(2x+1)(x-4) =$
 $= 2x^2 - 8x + x - 4$
 $= 2x^2 - 7x - 4 \quad \checkmark$

$$x^2 + x - 6$$

$$3x^2 + 3x - 60$$

$$2x^2 + x + 3$$