

Úprava mnohočlenov na súčin

PREČO?

Mnohočleny upravené na súčin

- umožňujú krátenie v zlomkoch
- uľahčujú úpravu výrazov
- umožňujú riešenie rovníc, nerovníc, atď.

AKO?

Rozklad mnohočlenov na súčin vyžaduje vhodné kombinovanie rôznych metód

- vynímanie pred zátvorku
- použitie algebraických vzorcov
- úprava kvadratického trojčlena na úplný štvorec

1. Vynímanie pred zátvorku

Upravte mnohočleny na súčin pomocou vynímania pred zátvorku

a. $-2x^2 - 4x + 6 = -2(x^2 + 2x - 3)$

b. $xy - xz = x(y - z) \rightarrow xy - xz(-x) = x(y - z(-1)) !!$

c. $9x^2y - 12xy^2 = 3xy(3x - 4y)$

d. $2x^2 - \sqrt{2}x = x(2x - \sqrt{2}) ; \sqrt{2}x(\sqrt{2}x - 1)$

e. $2x^3 - x^2 + 2x - 1 = 2x(x^2 + 1) - x^2 - 1 = 2x(x^2 + 1) - (x^2 + 1) = (x^2 + 1)(2x - 1)$
 $3x(x^2 + 1) - 2(x^2 + 1) = (x^2 + 1)(3x - 2)$
 $x^2(2x - 1) + (2x - 1) = (2x - 1)(x^2 + 1)$

f. $3x^4 - 2x^3 + 3x - 2 = x^3(3x - 2) + (3x - 2) = (3x - 2)(x^3 + 1)$

g. $(x - y)^2 - 3zx + 3zy = (x - y)^2 - 3z(x - y) = (x - y)(x - y - 3z)$

h. $x^3 - x^2 - x + 1 = x(x^2 - 1) - x^2 + 1 = x(x^2 - 1) - (x^2 - 1) = (x^2 - 1)(x - 1)$
 $(x + 1)(x - 1)(x - 1)$

Z mnohočlenu vyberte pred zátvorku výraz uvedený hranatej zátvorke

a. $2x - 1; [2] \quad 2x - 1 = 2 \cdot (x - \frac{1}{2})$

b. $4x^2 - 2x + 3; [4] \quad 4x^2 - 2x + 3 = 4 \cdot (x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{4})$

c. $9x^2 + 3x + 1; [3x] \quad 9x^2 + 3x + 1 = 3x(3x + 1) + \frac{1}{3x}$

d. $2x^3 - 3x^2 + 5x - 8; [2x^3] \quad 2x^3 - 3x^2 + 5x - 8 = 2x^3(1 - \frac{3}{2x} + \frac{5}{2x^2} - \frac{8}{2x^3})$
 $= 2x^3(1 - \frac{3}{2}x^{-1} + \frac{5}{2}x^{-2} - 4x^{-3})$

$$e. \frac{4}{3}x^2y - \frac{3}{2}y; \left[\frac{2}{3}xy\right] \Rightarrow \frac{2}{3}xy \cdot \left(2x - \frac{9}{4x}\right)$$

2. Použitie algebraických vzorcov

$$(a+b)(a+b) = (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a-b) = (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Pomocou vzorcov umocnite

$$(3x+1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

Upravte na súčin

$$x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = (x-2y)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$$

$$x^2 - \frac{2}{3}xy + \frac{y^2}{9} = \left(x - \frac{y}{3}\right)^2$$

$$x^2 + 2xy^2 + y^4 = (x+y^2)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$x^2 - 7x + 25 = (x-5)^2$$

$$x^2 - 10x + 25$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Pomocou vzorca vynásobte

$$(4x-2)(4x+2) = 16x^2 - 4$$

$$(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) = 3 - 1 = 2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Upravte na súčin

$$x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$4a^2 - 25b^2 = (2a+5b)(2a-5b)$$

$$16x^2 - 1 = (4x-1)(4x+1)$$

$$x^4 - y^4 = (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = (x^2 + y^2)(x+y)(x-y)$$

$$y^2 - 2 = (y - \sqrt{2})(y + \sqrt{2})$$

$$y^2 - (\sqrt{2})^2 = (y - \sqrt{2})(y + \sqrt{2})$$

Upravte na súčin

$$a. \quad 4y^3 - 9x^2y = y(4y^2 - 9x^2) = y(2y+3x)(2y-3x)$$

$$b. \quad 9x^2 - y^2 + 2xy - x^2 = 8x^2 - (y^2 - 2xy + x^2) = 8x^2 - (y-x)^2 =$$

$$= (3x-y+x)(3x+y-x) = (4x-y)(2x+y)$$

Nájdite chybu v nasledujúcom postupe

$$a^2 + b^2 = a^2 - (-b)^2 = [a - (-b)][a + (-b)] = (a+b)(a-b)$$

Z výsledkov úloh na delenie mnohočlenov doplňte vzorce

$$! \quad a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

Použitím týchto vzorcov upravte na súčin

$$x^3 + 8 =$$

$$27x^3 - 1 =$$

$$x^6 - \frac{1}{8} =$$

Umocnite $(a+b)^3$; $(a-b)^3$ a doplňte vzorce

$$(a+b)(a+b)(a+b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a+b) =$$

$$a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$$

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 =$$

Použitím vzorcov umocnite

$$a. \quad (x+1)^3 =$$

$$b. \quad (2x-3)^3 =$$

Použitím vzorců upravte na součin



a. $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

b. $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

Príklady

Rozložte na součin



1. $2a - 4ab + 2ab^2$

2. $2x^2 + 4xy + 2y^2$

3. $36t^2 - (t^2 + 9)^2$

4. $9 - p^2 + 2pq - q^2$

5. $m^3 + m^2n - mn^2 - n^3$

6. $a^3 - 8 + 6a^2 - 12a$

7. $a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc$

3. Úprava kvadratického trojčlena na úplný štvorec

Upravte na součin

$$x^2 - 12x + 20 =$$

$$x^2 - 2x - 3 =$$

$$x^2 + 7x + 10 =$$

$$x^2 + 5x + 8 =$$

$$2x^2 - 7x - 4 =$$