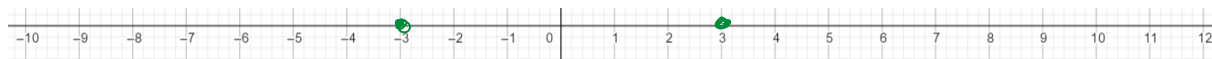


ABSOLÚTNA HODNOTA

Úloha: Na číselnej osi vyznačte:

- všetky čísla, ktorých vzdialenosť od 0 je rovná 3



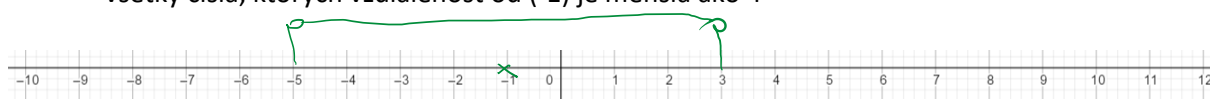
- všetky čísla, ktorých vzdialenosť od (-5) je rovná 2



- všetky čísla, ktorých vzdialenosť od 2 je väčšia alebo rovná 3



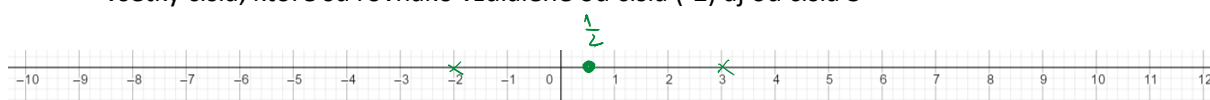
- všetky čísla, ktorých vzdialenosť od (-1) je menšia ako 4



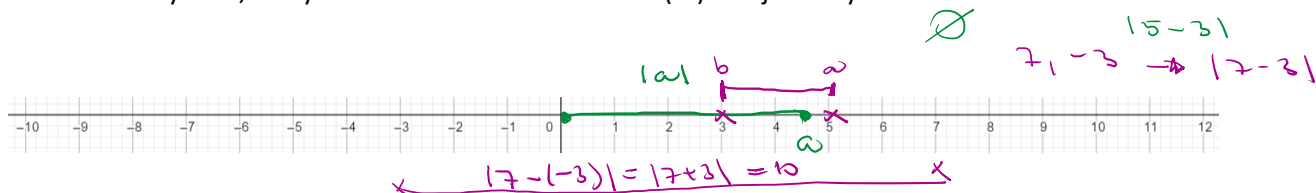
- všetky čísla, ktorých vzdialenosť od 6 je rovná (-3) \emptyset



- všetky čísla, ktoré sú rovnako vzdialené od čísla (-2) aj od čísla 3



- všetky čísla, ktorých súčet vzdialeností od čísel (-3) a 5 je rovný 0



Geometrický význam absolútnej hodnoty:

Pre $a, b \in \mathbb{R}$ vyjadruje

$|a|$ → vzdialenosť čísla a od 0 na čísl. osi

$|a - b|$ → vzdialenosť čísel a, b na čísl. osi

$|7 - (-3)|$

$|7| = 7$

$|-2| = 2$

Algebraická definícia

Nech a je ľubovoľné reálne číslo. Pre absolútnu hodnotu čísla a platí

$$|a| = \begin{cases} a & ; a \geq 0 \\ -a & ; a < 0 \end{cases} \rightarrow \text{oprávnené číslo}$$

Doplňte nasledujúce **vlastnosti absolútnej hodnoty**:

Nech $a, b \in \mathbb{R}$, potom

- $|a| \geq 0$
- $(-a)^2 = (-a)^2 \leftarrow \begin{matrix} 3^2=9 \\ (-3)^2=9 \end{matrix}$
- $|-a| = |a| \rightarrow | -2 | = 2 \quad | 2 | = 2$
- $|a| \geq a \rightarrow | 5 | = 5 \quad | -5 | > -5$
- $|a \cdot b| = |a| \cdot |b| \rightarrow | 3 \cdot (-5) | = | -15 | = 15 \quad | 3 | \cdot | -5 | = 3 \cdot 5 = 15$
- $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \rightarrow \left| \frac{24}{-3} \right| = | -8 | = 8 \quad \frac{|24|}{|-3|} = \frac{24}{3} = 8$
- $|a + b| \leq |a| + |b| \rightarrow \begin{matrix} | 7 + 3 | = 10 & | 7 + (-2) | = 5 < 10 \\ | 7 | + | 3 | = 10 & | 7 | + | -2 | = 9 < 10 \end{matrix}$
- $|a - b| \geq |a| - |b| \rightarrow \begin{matrix} | -3 - 7 | = 10 \\ | -3 | - | -7 | = 3 - 7 = -4 \end{matrix}$
- $\sqrt{a^2} = |a| \rightarrow \begin{matrix} \sqrt{9} = 3 & \dots & 3^2 = 9 \\ & & -3 & \dots & (-3)^2 = 9 \end{matrix}$

Úlohy

- $60 + |-2| - |(-3)(-4)(-5)| = 60 + 2 - | -60 | = 2$
- Určte hodnotu výrazu $1 + |x - |x||$ pre $x \in \{-10, -1, 0, 1\}$
 - $x = -10 \rightarrow 1 + |-10 - 10| = 21$
 - $x = -1 \rightarrow 1 + |-1 - 1| = 3$
 - $x = 0 \rightarrow 1 + |0 - 0| = 1$
 - $x = 1 \rightarrow 1 + |1 - 1| = 1$
- Vypočítajte $\frac{1-\sqrt{3}}{1+|2-\sqrt{3}|+2|1-\sqrt{3}|} - \sqrt{3} = \frac{1-\sqrt{3}}{1+2-\sqrt{3}+2(-1+\sqrt{3})} - \sqrt{3} = \frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} - \sqrt{3} = \frac{1-\sqrt{3}-\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}+1} = \frac{1-\sqrt{3}-3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} = \frac{-2(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}+1} = -2$
- Znázornite na číselnej osi čísla $n, |n|$, ak je a) $n < 0$, b) $n > 0$. Akú hodnotu má súčet $n + |n|$?
- Akú hodnotu má výraz $|5 - x|$ pre $x > 5$? $|5 - x| = -5 + x \rightarrow -2 + |-2| = 0$
 $n + |n| = 0$
 $n + |n| = 2n$
- Pre ktoré čísla x nadobúda výraz $|12x|$ hodnotu 6? $-x = \frac{1}{2} \quad x = -\frac{1}{2}$
- Pre ktoré čísla y nadobúda výraz $|2y - 1|$ hodnotu 5? $y = -2, y = 3$

8. Pre $x \in (0; \infty)$ upravte výraz $2x + |2x| = 2x + 2x = 4x$

9. Pre $x \in (-\infty; 0)$ upravte výraz $2x + |-x| = 2x - x = x$

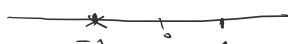
10. Pre $x \in \mathbb{R}$ upravte výraz $(x + 3|x|)(|x| + 3x)$

$x \geq 0 \rightarrow (x + 3x)(x + 3x) = 4x \cdot 4x = 16x^2$

$x < 0 \rightarrow (x - 3x)(-x + 3x) = (-2x) \cdot 2x = -4x^2$

11. Vyznačte dané podmienky na číselnej osi a zapíšte ich s využitím absolútnej hodnoty

a. $x = 1 \vee x = -1$



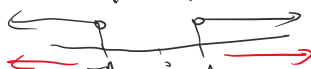
$x = \pm 1 \quad |x| = 1$

b. $-1 < x < 1$



$|x| < 1$
"vzdial od 0", $|x - 0| = |x|$
 $x < 1$ alebo $x > -1$

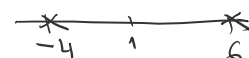
c. $(x < -1) \vee (x > 1)$



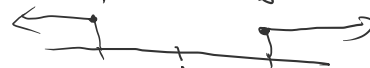
$|x| > 1$

12. Vyznačte na číselnej osi množiny všetkých reálnych čísel, pre ktoré platí

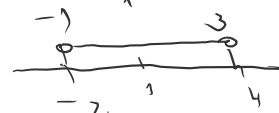
a. $|x - 1| = 5 \rightarrow$ čísla: vzdial od 1 = 5



b. $|x - 1| \geq 2 \rightarrow$ čísla: vzdial. od 1 ≥ 2



c. $|x - 1| < 3 \rightarrow$ vzdial. od 1 < 3



13. Ak platí: $y = \frac{1}{x}$ a $|x - 4| < 2$, čo môžeme povedať o hodnotách y ?

14. Na číselnej osi vyznačte

a. $\{x \in \mathbb{R}; |x + 2| < 1\}$

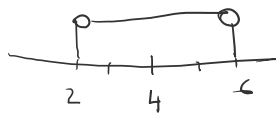
b. $\{x \in \mathbb{R}; |x - 3| \geq 4\}$

c. $\{x \in \mathbb{R}; |x| \leq 2\}$

d. $\{x \in \mathbb{R}; |x + 5| = 0\}$

e. $\{x \in \mathbb{R}; |x + \frac{2}{3}| + 5 < 0\}$

f. $\{x \in \mathbb{R}; |x + 2| = |x - 4|\}$



$x \in (2, 6)$

$\frac{1}{x} = y \in (\frac{1}{6}, \frac{1}{2})$

Def: $|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$

$|x - 1| < 5$
 $x - 1 < 5$
 $x - 1 > -5$
 $-x + 1 < -5$
 $-4 = x$

DD