

## ÚVOD

Učebnica je určená študentom, ktorí majú záujem študovať na Technickej univerzite v Košiciach, najmä záujemcom o štúdium na Ekonomickej fakulte. Poslúži však dobre aj na prípravu na iné vysoké školy, kde sú prijímacie pohovory z matematiky. Dá sa dobre využiť aj na strednej škole pri opakovaní stredoškolského učiva a príprave na maturitu. Autori sa pri tvorbe učebnice prísne držali iba osnov stredoškolskej matematiky.

Náplňou publikácie je učivo, ktoré by mal mať študent zvládnuté, aby bol schopný plynulo pokračovať v štúdiu na Ekonomickej fakulte TU. Príklady sú rozdelené do deviatich častí. Cieľom publikácie ani tak nie je, aby sa študent pomocou nej učil stredoškolskú matematiku, ale skôr aby si pri riešení úloh overil, či jeho vedomosti sú na požadovanej úrovni pre prijatie. Ak bude vedieť vyriešiť úlohy zo zbierky, je dobre pripravený na prijímacie pohovory z matematiky a nemusí sa obávať, že ho prekvapí niečo, s čím nepočítal. V prvom vydaní publikácie z roku 1998 bol počet úloh 600, v druhom vydaní 735 a tretie je prepracované a rozšírené na 810 úloh. To je síce dosť veľký počet, ale každý študent vie, že na jeho usilovnosti závisí, aký bude jeho celkový bodový výsledok. Pozná tak charakter aj obtiažnosť úloh na prijímacom konaní, čo je dôležité najmä pre uchádzačov o štúdium s bydliskom mimo Košíc.

Želáme Vám veľa trpezlivosti pri riešení úloh uvedených v zbierke. Preklepy a drobné chybičky sa vždy nájdu, autori radi prijímú aj námety na zlepšenie budúcich vydaní.

Ďakujeme recenzentom doc. RNDr. Martinovi Bačovi, CSc. a Mgr. Jane Schusterovej za pozorné prečítanie publikácie a za návrhy na jej zlepšenie.

Tešíme sa na stretnutie na prijímacích pohovoroch.

Autori



V úlohách 1 - 76 určte podmienky, pri ktorých majú nasledujúce výrazy zmysel a výrazy zjednodušte.

$$1. \left( a - \frac{4ab}{a+b} + b \right) : \left( \frac{a}{a+b} - \frac{b}{b-a} - \frac{2ab}{a^2-b^2} \right)$$

$$[ a - b; a \neq \pm b ]$$

$$2. \frac{x}{ax-2a^2} - \frac{2}{x^2+x-2ax-2a} \cdot \left( 1 + \frac{3x+x^2}{3+x} \right)$$

$$[ \frac{1}{a}; x \neq -1, x \neq -3, a \neq 0, x \neq 2a ]$$

$$3. \frac{2a}{a^2-4x^2} + \frac{1}{2x^2+6x-ax-3a} \cdot \left( x + \frac{3x-6}{x-2} \right)$$

$$[ \frac{1}{a+2x}; x \neq 2, x \neq -3, x \neq \pm \frac{a}{2} ]$$

$$4. \frac{3ab}{a^2-ab} + \frac{5a}{a+b} - 2 \frac{b^2+2a^2}{a^2-b^2}$$

$$[ \frac{a-b}{a+b}; a \neq 0, a \neq \pm b ]$$

$$5. \left( \frac{1}{2x-y} + \frac{3y}{y^2-4x^2} - \frac{2}{2x+y} \right) : \left( \frac{4x^2+y^2}{4x^2-y^2} + 1 \right)$$

$$[ -\frac{1}{4x}; x \neq \pm \frac{y}{2}, x \neq 0 ]$$

$$6. \left( \frac{m^2+n^2}{m^2-n^2} - \frac{m^2-n^2}{m^2+n^2} \right) : \left( \frac{m+n}{m-n} - \frac{m-n}{m+n} \right)$$

$$[ \frac{mn}{m^2+n^2}; m \neq 0, n \neq 0, m \neq \pm n ]$$

$$7. \quad 6a + \left( \frac{a}{a-2} - \frac{a}{a+2} \right) : \frac{4a}{a^4 - 2a^3 + 8a - 16}$$

$$[ (a+2)^2; a \neq 0, a \neq \pm 2 ]$$

$$8. \quad \left[ b^2 - \frac{a}{1 + \left( \frac{b-a}{a} \right)^{-1}} \cdot \left( \frac{ab}{b-a} - a \right) \right] : \frac{a^2 + ab + b^2}{b}$$

$$[ b-a; a \neq 0, b \neq 0, a \neq b ]$$

$$9. \quad \left( \frac{x^2 + y^2}{x} + y \right) : \left[ \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right) \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2} \right]$$

$$[ \frac{xy^2}{x-y}; x \neq 0, y \neq 0, x \neq y ]$$

$$10. \quad \frac{a^2 - 1}{n^2 + an} \cdot \left( \frac{1}{1 - \frac{1}{n}} - 1 \right) \cdot \frac{a - an^3 - n^4 + n}{1 - a^2}$$

$$[ \frac{n^2 + n + 1}{n}; a \neq \pm 1, a \neq -n, n \neq 0, n \neq 1 ]$$

$$11. \quad \frac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}{1 - \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}} \cdot \frac{2 - \frac{1+b^2}{b}}{\frac{1}{b^2} - \frac{2}{b} + 1}$$

$$[ 2a; a \neq \pm b, b \neq 0, b \neq 1 ]$$

$$12. \quad \left[ \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \cdot \frac{1}{a^2 + 2ab + b^2} + \frac{2}{(a+b)^3} \cdot \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \right] : \frac{a-b}{a^3 b^3}$$

$$[ \frac{ab}{a-b}; a \neq 0, b \neq 0, a \neq \pm b ]$$

$$13. \frac{\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 1\right) \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 1\right) (x^2 - y^2)}{\frac{x^4}{y^2} - \frac{y^4}{x^2}} \quad [ 1; x \neq 0, y \neq 0, x \neq \pm y ]$$

$$14. \left( \frac{x^{-1}}{1+x^{-1}} + \frac{1-x^{-1}}{x^{-1}} \right) : \left( \frac{x^{-1}}{1+x^{-1}} - \frac{1-x^{-1}}{x^{-1}} \right) \quad [ \frac{x^2}{2-x^2}; x \neq 0, -1, \pm\sqrt{2} ]$$

$$15. \left[ \frac{p^2 - q^2}{pq} - \frac{1}{p+q} \cdot \left( \frac{p^2}{q} - \frac{q^2}{p} \right) \right] : \frac{p-q}{p} \quad [ \frac{p}{p+q}; p \neq 0, q \neq 0, p \neq \pm q ]$$

$$16. \left[ \left( \frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) : (x+y) + x \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{x} \right) \right] : \frac{1+x}{y} \quad [ \frac{x-y}{x}; x \neq 0, y \neq 0, x \neq -1, x \neq -y ]$$

$$17. \frac{2b(a-1)}{(a-2)(b^2-1)} - \frac{a+b}{ab+a-2b-2} - \frac{a-b}{ab-a-2b+2} \quad [ 0; a \neq 2, b \neq \pm 1 ]$$

$$18. 2u - \left( \frac{2u-3}{u+1} - \frac{u+1}{2-2u} - \frac{u^2+3}{2u^2-2} \right) \cdot \frac{u^3+1}{u^2-u} \quad [ \frac{2(u-1)}{u}; u \neq 0, u \neq \pm 1 ]$$

$$19. \frac{a^4 - b^4}{a^2 b^2} : \left[ \left( 1 + \frac{b^2}{a^2} \right) \cdot \left( 1 - \frac{2a}{b} + \frac{a^2}{b^2} \right) \right] \quad [ \frac{a+b}{a-b}; a \neq 0, b \neq 0, a \neq b ]$$

$$\mathbf{20.} \quad \frac{\frac{a^2+1}{a-1} - a}{\frac{a^2-1}{a+1} + 1} \cdot \left( 1 - \frac{2}{1 + \frac{1}{a}} \right) \quad \left[ -\frac{1}{a}; a \neq 0, a \neq \pm 1 \right]$$

$$\mathbf{21.} \quad \frac{\left(\frac{a}{b} + 1\right)^2}{\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)} \cdot \frac{\frac{a^3}{b^3} - 1}{\frac{a^2}{b^2} + \frac{a}{b} + 1} : \frac{\frac{a^3}{b^3} + 1}{\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 1}$$

$$\left[ 1; a \neq 0, b \neq 0, a \neq \pm b \right]$$

$$\mathbf{22.} \quad a(x+y) + \frac{\frac{1}{a-x} - \frac{1}{a-y} + \frac{x}{(a-x)^2} - \frac{y}{(a-y)^2}}{\frac{1}{(a-y)(a-x)^2} - \frac{1}{(a-x)(a-y)^2}}$$

$$\left[ 2a^2; x \neq a, y \neq a, x \neq y \right]$$

$$\mathbf{23.} \quad \left( \frac{1}{3a-b} + \frac{3ab-4}{27a^3-b^3} \right) : \left( \frac{1}{9a^2+3ab+b^2} + \frac{2-2b}{b^3-27a^3} \right)$$

$$\left[ 3a+b+2; b \neq 3a, 3a+b \neq 2 \right]$$

$$\mathbf{24.} \quad \frac{\left( 1 + \frac{c}{a+b} + \frac{c^2}{(a+b)^2} \right) \cdot \left( 1 - \frac{c^2}{(a+b)^2} \right)}{\left( 1 - \frac{c^3}{(a+b)^3} \right) \cdot \left( 1 + \frac{c}{a+b} \right)}$$

$$\left[ 1; a \neq -b, a+b \neq \pm c \right]$$

$$\mathbf{25.} \quad \frac{2}{3} \left[ 1 + \left( \frac{2x+1}{\sqrt{3}} \right)^2 \right]^{-1} + \frac{2}{3} \left[ 1 + \left( \frac{2x-1}{\sqrt{3}} \right)^2 \right]^{-1}$$

$$\left[ \frac{x^2+1}{x^4+x^2+1} \right]$$

$$26. \frac{x^3 + y^3}{x + y} : (x^2 - y^2) + \frac{2y}{x + y} - \frac{xy}{x^2 - y^2} \quad [ 1; x \neq \pm y ]$$

$$27. \left( \frac{2}{a+2} - \frac{a+1}{a^2-9} - \frac{1}{a+3} \right) : \frac{a+7}{a^2-a-6} \\ [ -\frac{2}{a+3}; a \neq -7, \pm 3, -2 ]$$

$$28. \left[ \frac{1}{(x+y)^2} \cdot \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right) + \frac{2}{(x+y)^3} \cdot \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \right] : \frac{y}{x^2} \\ [ \frac{1}{y^3}; x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y ]$$

$$29. \left\{ \left[ \left( \frac{a+1}{a-1} \right)^2 + 3 \right] : \left[ \left( \frac{a-1}{a+1} \right)^2 + 3 \right] \right\} : \frac{a^3+1}{a^3-1} - \frac{2a}{a-1} \\ [ -1; a \neq \pm 1 ]$$

$$30. \left( \frac{pq^3}{(p+q)^{\frac{5}{2}}} - \frac{2pq^2}{(p+q)^{\frac{3}{2}}} + \frac{pq}{\sqrt{p+q}} \right) : \left( \frac{p^2}{(p+q)^{\frac{5}{2}}} - \frac{p^2q}{(p+q)^{\frac{7}{2}}} \right) \\ [ q(p+q); p > -q, p \neq 0 ]$$

$$31. (\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}) \cdot \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + 4\sqrt{x} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \right) \\ [ 4x; x > 0, x \neq 1 ]$$

$$32. \frac{(\sqrt{x}+2) \left( \frac{2}{\sqrt{x}} - 1 \right) - (\sqrt{x}-2) \left( \frac{2}{\sqrt{x}} + 1 \right) - \frac{8}{\sqrt{x}}}{(2 - \sqrt{x+2}) : \left( \sqrt{\frac{2}{x}} + 1 - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)} \\ [ 2; x > 0, x \neq 2 ]$$

$$33. \sqrt{t+4} + t \cdot \frac{1 + \frac{2}{\sqrt{t+4}}}{2 - \sqrt{t+4}} + \frac{4}{\sqrt{t+4}}$$

$$[-4; t > -4, t \neq 0]$$

$$34. \left( \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x-3}} + \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9} - x+3} \right) : \left( \sqrt{\frac{x^2}{9} - 1} \right)$$

$$[1; x > 3]$$

$$35. \left( \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{a-b}} + \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a+b}} \right) : \left( 1 + \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} \right)$$

$$\left[ \frac{\sqrt{a-b}}{b}; a \geq 0, a > b, a \geq -b, b \neq 0 \right]$$

$$36. \left( \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) : (a-b) + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

$$[1; a \geq 0, b \geq 0, a \neq b]$$

$$37. \frac{\left( \frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \right)^3 + 2a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{3a^2 + 3b\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{ab} - a}{a\sqrt{a} - b\sqrt{a}}$$

$$[0; a \neq b, a > 0, b \geq 0]$$

$$38. \left( \frac{a\sqrt{a} + 27b\sqrt{b}}{3\sqrt{a} + 9\sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \cdot \left( \frac{3\sqrt{a} + 9\sqrt{b}}{a - 9b} \right)^2$$

$$[3; a \geq 0, b \geq 0, a \neq 9b]$$



$$39. \left( \sqrt{2a} - \frac{2a}{a + \sqrt{2a}} \right) : \left( \frac{\sqrt{2a} - 2}{a - 2} \right)$$

[  $a; a \neq 2, a > 0$  ]

$$40. \left( \frac{a+2}{\sqrt{2a}} - \frac{a}{\sqrt{2a}+2} + \frac{2}{a-\sqrt{2a}} \right) \cdot \frac{\sqrt{a}-\sqrt{2}}{a+2}$$

[  $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{2}}; a \neq 2, a > 0$  ]

$$41. \left( \frac{\sqrt[4]{x^3} - \sqrt[4]{x}}{1 - \sqrt{x}} + \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}} \right)^2 \cdot \left( 1 + \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

[  $\frac{1}{1+\sqrt{x}}; x > 0, x \neq 1$  ]

$$42. 2x + \sqrt{x^2 - 1} \cdot \left( 1 + \frac{x^2}{x^2 - 1} \right) - \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}}{x + \sqrt{x^2 - 1}}$$

[  $2(x + \sqrt{x^2 - 1}); |x| > 1$  ]

$$43. \left( \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{1+x}} - \frac{\sqrt{1+x}}{1 + \sqrt{x}} \right)^{-2} - \left( \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{1+x}} - \frac{\sqrt{1+x}}{1 - \sqrt{x}} \right)^{-2}$$

[  $\frac{(1+x)\sqrt{x}}{x}; x > 0, x \neq 1$  ]

$$44. \frac{\frac{2x}{\sqrt{1+x}} + \sqrt{x-1}}{1 + \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \cdot \frac{2x}{(x+1)\sqrt{x+1} - (x-1)\sqrt{x-1}}$$

[  $x; x \geq 1$  ]

$$45. \quad 1 - \frac{\frac{1}{\sqrt{a-1}} - \sqrt{a+1}}{\frac{1}{\sqrt{a+1}} - \frac{1}{\sqrt{a-1}}} : \frac{\sqrt{a+1}\sqrt{a^2-1}}{(a-1)\sqrt{a+1} - (a+1)\sqrt{a-1}}$$

$$[ \sqrt{a^2-1}; a > 1 ]$$

$$46. \quad \frac{\sqrt{1-x^2}-1}{x} \cdot \left( \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}+x-1} + \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} \right)$$

$$[ -1; x \in \langle -1, 0 \rangle \cup (0, 1) ]$$

$$47. \quad \left( \sqrt{a} + \frac{b - \sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \right) : \left( \frac{a+b}{\sqrt{ab}} - \frac{b}{\sqrt{ab}} - \frac{a}{\sqrt{ab}+b} \right)$$

$$[ \frac{a+b}{\sqrt{a}}; a > 0, b > 0 ]$$

$$48. \quad \frac{a \left( \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2b\sqrt{a}} \right)^{-1} + b \left( \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2a\sqrt{b}} \right)^{-1}}{\left( \frac{a + \sqrt{ab}}{2ab} \right)^{-1} + \left( \frac{b + \sqrt{ab}}{2ab} \right)^{-1}}$$

$$[ \sqrt{ab}; a > 0, b > 0 ]$$

$$49. \quad \left( \frac{2 - a\sqrt{a}}{2a - \sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \cdot \left( \frac{2 + a\sqrt{a}}{2a + \sqrt{a}} - \sqrt{a} \right) : \frac{4 + a^2}{4a - 1}$$

$$[ \frac{1-a}{a}; a \neq \frac{1}{4}, a > 0 ]$$

$$50. \quad \left( \frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}{a - b} - \frac{a - b}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} \right) \cdot \left( \sqrt{ab} \cdot \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b} \right)^{-1}$$

$$[ 1; a \neq b, a > 0, b > 0 ]$$

$$51. \frac{a - a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}} - \frac{2}{a^{\frac{3}{2}}} - \frac{1 - a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}} \quad [ \sqrt{a}; a > 0, a \neq 1 ]$$

$$52. \left( \frac{1}{a - \sqrt{2}} - \frac{a^2 + 4}{a^3 - \sqrt{8}} \right) : \left( \frac{a}{\sqrt{2}} + 1 + \frac{\sqrt{2}}{a} \right)^{-1} \\ [ \frac{1}{a}; a \neq \sqrt{2}, a \neq 0 ]$$

$$53. \sqrt{\frac{(1+a)\sqrt[3]{1+a}}{3a}} \cdot \sqrt[3]{\frac{\sqrt{3}}{9 + 18a^{-1} + 9a^{-2}}} \quad [ \frac{\sqrt[3]{a}}{3}; a > 0 ]$$

$$54. x^3 \cdot \sqrt[3]{x\sqrt{x}} \cdot \left[ \frac{(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})^2 + (\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y})^2}{x + \sqrt{xy}} \right]^5 \\ [ 32x; x > 0, y \geq 0 ]$$

$$55. 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{4} \left( \sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ [ \frac{|a+b|}{a+b}; ab > 0, a \neq -b ]$$

$$56. \left( a + b^{\frac{3}{2}} : \sqrt{a} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left( \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \right)^{-\frac{2}{3}} \\ [ \sqrt[3]{(a-b)^2}; a > 0, b \geq 0, a \neq b ]$$

$$57. \frac{(x-y)^3 \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y})^{-3} + 2x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}} + \frac{3(\sqrt{x}\sqrt{y} - x)}{x-y} \\ [ 0; x \geq 0, y \geq 0, x \neq y ]$$

$$58. \sqrt{x\sqrt[3]{x^2}} + 4\sqrt[3]{x\sqrt{x}} - 2x\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{x}}} + 3x\sqrt{x^{-\frac{1}{3}}} \\ [2\sqrt{x}(\sqrt[3]{x} + 2); x > 0]$$

$$59. \frac{\left(\sqrt[5]{a^{4/3}}\right)^{3/2}}{\left(\sqrt[5]{a^4}\right)^3} \cdot \frac{\left(\sqrt{a\sqrt[3]{a^2b}}\right)^4}{\left(\sqrt[3]{a\sqrt{b}}\right)^6} \quad \left[\frac{1}{\sqrt[3]{a^2b}}; a > 0, b > 0\right]$$

$$60. \left(\frac{a\sqrt{2}}{2\sqrt{a}}\right)^{\frac{1}{4}} : \left(\frac{2a^{-1}}{\sqrt[4]{2a^4}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\frac{3\sqrt[4]{a^{2.5}}(6a)^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt[6]{27}}\right]^{-1} \quad [a; a > 0]$$

$$61. \left\{1 + \left[x(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}\right]^2\right\}^{-1} : \left[\frac{(x^0)^{-\frac{1}{3}}}{1-x}\right]^{-1} \\ [1+x; x \neq 0, |x| < 1]$$

$$62. \left[\frac{3x^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} - 2x^{-\frac{1}{3}}} - \frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{4}{3}} - x^{\frac{1}{3}}}\right]^{-1} - \left[\frac{1-2x}{3x-2}\right]^{-1} \\ \left[\frac{x^2}{2x-1}; x \neq 0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 1, 2\right]$$

$$63. \left(\frac{4a-9a^{-1}}{2a^{\frac{1}{2}}-3a^{-\frac{1}{2}}} + \frac{a-4+3a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}}\right)^2 \\ [9a; a > 0, a \neq 1, a \neq \frac{3}{2}]$$

$$64. \left[(a^{0.5} + b^{0.5})^2 - \left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a^{1.5}-b^{1.5}}\right)^{-1}\right] \cdot (ab)^{-0.5} \\ [1; a \neq b, a > 0, b > 0]$$

$$65. \left[ (a-b) \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} + a-b \right] \left[ (a-b) \left( \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} - 1 \right) \right]$$

$$[ (a-b) \cdot 2b; a \neq b, \frac{a+b}{a-b} \geq 0 ]$$

$$66. \left[ (a+b)^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \left[ (a+b)^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$[ 2\sqrt{ab}; a \geq 0, b \geq 0 ]$$

$$67. \frac{3y}{\sqrt{x}+y} + \frac{\sqrt{x}+y}{y-\sqrt{x}} - \frac{y\sqrt{x}-5x}{x-y^2} \quad [ 4; y \neq \pm\sqrt{x}, x \geq 0 ]$$

$$68. \left[ \left( a^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{3}} \right)^{-1} (a-x) - \frac{a+x}{a^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{3}}} \right] \cdot 2^{-1} \cdot (ax)^{-\frac{1}{3}}$$

$$[ 1; a \neq 0, x \neq 0, x \neq \pm a ]$$

$$69. \left[ \frac{\frac{1}{a} - a}{\left( \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{\frac{1}{a}} + 1 \right) \left( \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{\frac{1}{a}} - 1 \right)} + \sqrt[3]{a} \right]^{-3}$$

$$[ a; a \neq 0 ]$$

$$70. \left[ \frac{x}{y(y-x)} + \frac{y}{x(x-y)} \right] \cdot \frac{(x+y)^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{4}{3}} \cdot y^2}{(x+y)^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{3}}}$$

$$[ -y; x \neq 0, y \neq 0, x \neq \pm y ]$$

$$71. \left( \frac{1}{b-\sqrt{a}} - \frac{1}{b+\sqrt{a}} \right) : \frac{3a^{-2}b^{-1}}{a^{-2}-b^{-2}a^{-1}}$$

$$[ \frac{2\sqrt{a}}{3b}; a > 0, b \neq 0, \sqrt{a} \neq \pm b ]$$

$$72. \frac{\left[(x-y)^{\frac{3}{5}}\right]^{-\frac{4}{3}} + \sqrt[10]{(x-y)^{-8}}}{\sqrt[5]{(x-y)^{-2}}} \cdot \frac{x-y}{\sqrt[5]{(x-y)^3}}$$

[ 2;  $x \neq y$  ]

$$73. \sqrt{ab} \cdot \sqrt[3]{4a^2b^4} \cdot \sqrt[4]{8a^3b^5} \cdot \sqrt[6]{a^5b^7} \cdot \sqrt[12]{2a^3b^9}$$

[  $2\sqrt{2}a^3b^5$ ;  $ab \geq 0$  ]

$$74. \sqrt{a\sqrt[3]{b-1}} : \sqrt[3]{b^2\sqrt{a}} + \sqrt[6]{b} : b$$

[  $\frac{\sqrt[3]{a+1}}{\sqrt[6]{b^5}}$ ;  $a > 0, b > 0$  ]

$$75. \left[ \frac{\left(a^{\frac{1}{4}}b^{-1}\right)^{-1}}{c^{-2}d^{\frac{1}{2}}} \right]^{-3} \cdot \left[ \frac{a^{\frac{3}{4}}\sqrt[3]{b^2}\sqrt{d^5}}{\left(c^{\frac{3}{2}}\right)^4} \right]^{-1}$$

[  $b^{-\frac{11}{3}}d^{-1}$ ;  $a > 0, c > 0, d > 0, b \neq 0$  ]

$$76. \left( \frac{x^{-\frac{2}{3}}}{y^{-1}} - \frac{y^{-1}}{x^{-\frac{2}{3}}} \right) : \left( \frac{x^{-\frac{1}{3}}}{y^{-\frac{1}{2}}} - \frac{y^{-\frac{1}{2}}}{x^{-\frac{1}{3}}} \right)$$

[  $\frac{y+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[6]{x^2y^3}}$ ;  $x \neq 0, y > 0, y \neq \sqrt[3]{x^2}$  ]

V úlohách 77-80 zjednodušte výrazy:

$$77. \frac{\left(15^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{-\frac{1}{2}}\right)^{-3}}{\left(25^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{\frac{1}{8}}\right)^{-2}} : \frac{\sqrt{3\sqrt[3]{9}}}{\sqrt[3]{3\sqrt[4]{27}}}$$

[  $27 \cdot \sqrt[4]{3^3}$  ]

$$78. \left( \frac{15}{\sqrt{6}+1} + \frac{4}{\sqrt{6}-2} - \frac{12}{3-\sqrt{6}} \right) (\sqrt{6}+11)$$

[ -115 ]

$$79. \left( \frac{3}{2 + \sqrt{3}} + 3\sqrt{3} \right)^4 \quad [ 6^4 ]$$

$$80. \left( \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} + \frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right)^2 \quad \left[ \frac{9(3 + 2\sqrt{2})}{2} \right]$$