

MNOŽINY – ZÁKLADNÉ POJMY

- koncepcia množiny patrí medzi základné formálne prostriedky matematiky
- umožňuje formulovať prehľadným a jednotným spôsobom všetky oblasti matematiky prostredníctvom elementárnej štruktúry množiny a operáciami nad ňou
- Teória množín vznikla koncom 19. storočia zásluhou nemeckého matematika **Georga Cantora**. Zásluhu na jej rozšírení má anglický logik a filozof **Bertrand Russell**.
- my budeme prezentovať pôvodnú intuitívnu (neaxiomatickú) výstavbu teórie množín
- základným pojmom teórie množín je element (prvok), pod ktorým budeme rozumieť nejaký reálny alebo abstraktný objekt, pričom postulujeme, že objekty medzi sebou sú dobre odlišiteľné.

→ **Definícia:** Množina je neusporiadaný súbor elementov.

- * množina žiakov 1. A triedy na GymPos s maturitou v roku 2024 → $G = \{Bač, Čerň, Delinová, \dots\}$
- * množina bodov, ktoré majú od bodu $S[0,0]$ rovnakú vzdialenosť $d = 1$ → $K = \{(1,0), (0,1), \dots\}$
- * množina prirodzených čísel, ktoré sú menšie ako 5 → $M = \{1, 2, 3, 4\}$
- * množina všetkých reálnych čísel, ktorých druhá mocnina je záporné číslo
 $\hookrightarrow \emptyset = \{ \} = \emptyset$

→ ozn.: $A, B, C, D, \dots, M, \dots$

→ skutočnosť, že element a patrí do množiny M označíme výrazom $a \in M$

→ skutočnosť, že element a nepatrí do množiny M označíme výrazom $a \notin M$

→ množina môže byť určená

- vymenovaním prvkov $A = \{a, b, c, d\}$
 - nezáleží na poradí prvkov – množina $\{1, 2, 3\}$ je rovnaká ako $\{2, 1, 3\}$
 - každý prvok je v množine uvedený iba raz $\{1, 5, 4, \frac{1}{2}\}$ nie je správne zapísaná
- charakteristickou vlastnosťou $M = \{x \in U; P(x)\}$

Úloha: Zapíšte množiny (*) vymenovaním prvkov aj charakteristickou vlastnosťou.

→ množiny podľa počtu prvkov delíme na

- konečné množiny, pr.: $A = \{1, 2, 3\} \rightarrow |A| = 3$
- nekonečné množiny, pr.: $\mathbb{N} \rightarrow \infty$

→ ak množina M je konečná, potom jej **mohutnosť** (kardinalita), označená $|M|$, je počet prvkov, ktoré obsahuje $|M| = n; n \in \mathbb{N}$

→ ak množina M je nekonečná, potom jej **mohutnosť** (kardinalita), označená $|M|$, je počet prvkov, ktoré obsahuje $|M| = \infty$

→ ak $|M| = 0$, tak množinu nazývame **prázdna množina** a označujeme $M = \emptyset$ alebo $M = \{ \}$

Úloha: Zapište mohutnosť množín (*)

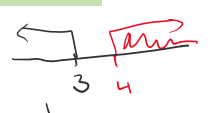
$$|G| = 32$$

$|B| \rightarrow$ nekonečná množina

$$|M| = 4$$

$$|\emptyset| = 0$$

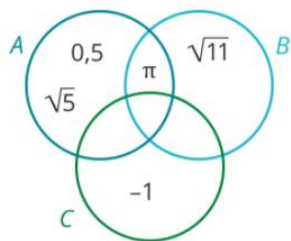
Úloha: Vyslovte negáciu výrokov

- a. Množina A obsahuje najviac tri prvky. \neg : A obsahuje aspoň 4 prvky 
- b. Množina B obsahuje aspoň jeden prvok. \neg : B neobsahuje ani jeden prvok
- c. $\forall x: (x \in A \Rightarrow x \in B)$ \neg : $\exists x: (x \in A \wedge x \notin B)$
- c. Každý prvok množiny A je aj prvkom množiny B . \neg : Existuje prvok, kt. patrí A a nepatrí B
- d. Množina M má práve dva prvky. \neg : M má najviac 1 alebo aspoň 3 prvky

→ grafické znázornenie množín – **Vennove diagramy**



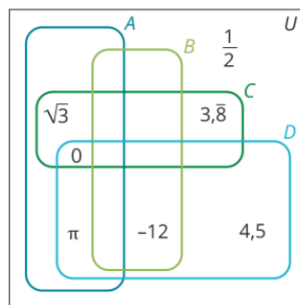
Úloha: Urč z Vennovho diagramu množiny A, B, C a zapiš ich vymenovaním prvkov



$$A = \{0,5; \sqrt{5}; \pi\} \rightarrow |A| = 3$$

$$B = \{\pi; \sqrt{11}\} \rightarrow |B| = 2$$

$$C = \{-1\} \rightarrow |C| = 1$$



$$A = \{\sqrt{3}; 0; \pi\}$$

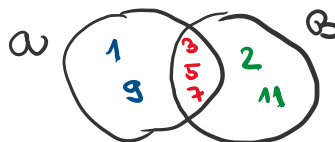
$$B = \{-12\}$$

$$C = \{\sqrt{3}; 0; 3,8\}$$

$$D = \{0; \pi; -12; 4,5\}$$

$$\text{Pr: } A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$$



Úlohy

1. Nasledujúce množiny vyjadrite vymenovaním prvkov

a. Množina všetkých dievčat vašej triedy, ktorých meno začína na samohlásku.

$$\{Ema, Adela, Alžbeta\}$$

b. Množina všetkých prvočísel väčších ako 9 a menších ako 25.

$$\{11, 13, 17, 19, 23\}$$

c. Množinu všetkých celých čísel, ktoré sú deliteľné číslom 8 a sú väčšie ako 5 a menšie

$$\{8, 16, 24, 32, 40, 48\}$$

ako 50.

2. Množiny, ktoré sú dané charakteristickou vlastnosťou, určte vymenovaním prvkov.

a. $\mathcal{A} = \{x \in \mathbb{Z}; x \neq -x\} = \{0\}$

b. $\mathcal{B} = \{x \in \mathbb{Z}; 2x + 3 = 1\} = \{-1\}$
 $2x = -2$
 $x = -1$

c. $\mathcal{C} = \{x \in \mathbb{Z}; |x| > x\} = \{-1, -2, -3, \dots\} = \mathbb{Z}^-$

$$\begin{aligned} |-5| &= 5 \\ |5| &= 5 \end{aligned}$$

d. $\mathcal{D} = \{x \in \mathbb{N}; 2x = 1\} = \{\} = \emptyset$
 $x = \frac{1}{2}$

3. Množiny, ktoré sú dané vymenovaním prvkov, určte charakteristickou vlastnosťou.

a. $\mathcal{A} = \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \mathcal{A} = \{x \in \mathbb{N}; x \leq 5\}$

b. $\mathcal{B} = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \rightarrow \mathcal{B} = \{x \in \mathbb{Z}; |x| \leq 2\} = \{x \in \mathbb{Z}; -2 \leq x \leq 2\} = \{x \in \mathbb{Z}; -3 < x < 3\}$

c. $\mathcal{C} = \emptyset$; $\mathcal{C} = \{x \in \mathbb{N}; x < -6\}$

d. $\mathcal{D} = \{1, 4, 9, 16, 25, 36\} \rightarrow \mathcal{D} = \{x \in \mathbb{N}; x = \frac{1}{2}, 1 \leq x \leq 6\}$
 $x \in \mathbb{N}$

4. Určte počet prvkov množín

a. $\{1, 5\}$

b. $\{1, 5, \{2, 3\}\}$

c. \emptyset

d. $\{\emptyset\}$

Domáca úloha

1. Určte vymenovaním prvkov množiny

a. $\mathcal{A} = \{x \in \mathbb{N}; x^2 < 20\}$

b. $\mathcal{B} = \{x \in \mathbb{Z}; |x| = 5\}$

c. $\mathcal{C} = \{x \in \mathbb{N}; x|60\}$

2. Množiny, ktoré sú dané vymenovaním prvkov, určte charakteristickou vlastnosťou

a. $\mathcal{A} = \{5, 10, 15, 20, 25\}$

b. $\mathcal{B} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$

c. Znázornite množiny \mathcal{A}, \mathcal{B} pomocou Vennových diagramov pre dve množiny