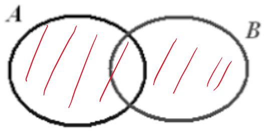
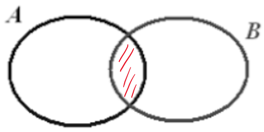
Operácie s množinami

Ak s dvoma množinami vykonáme množinovú operáciu, výsledkom bude opäť množina. Množinové operácie:

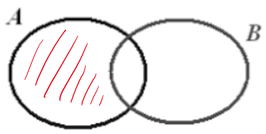
- **zjednotenie $\boldsymbol{\mathcal{A}} \cup \boldsymbol{\mathcal{B}}$**
  - je množina, ktorá obsahuje prvky, ktoré patria aspoň do jednej z množín $\mathcal{A}, \mathcal{B}$
  - $x \in (\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) \Leftrightarrow (x \in \mathcal{A} \vee x \in \mathcal{B})$
  - $\mathcal{A} = \{1,2,3\}$ $\qquad$ $\mathcal{B} = \{2,3,4,5\}$
    $\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \{\qquad\}$



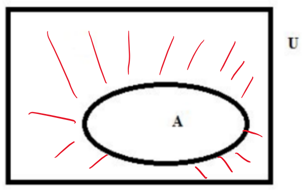
- **prienik $\boldsymbol{\mathcal{A}} \cap \boldsymbol{\mathcal{B}}$**
  - je množina, ktorá obsahuje prvky, ktoré patria súčasne obom množinám $\mathcal{A}, \mathcal{B}$
  - $x \in (\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) \Leftrightarrow (x \in \mathcal{A} \wedge x \in \mathcal{B})$
  - $\mathcal{A} = \{1,2,3\}$ $\qquad$ $\mathcal{B} = \{2,3,4,5\}$
    $\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \{\qquad\}$
  - množiny $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ sú **disjunktné**, ak $\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset$



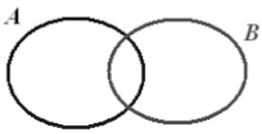
- **rozdiel $\boldsymbol{\mathcal{A}} - \boldsymbol{\mathcal{B}}$**
  - je množina, ktorá obsahuje prvky, ktoré patria do množiny $\mathcal{A}$ ale nepatria do $\mathcal{B}$
  - $x \in (\mathcal{A} - \mathcal{B}) \Leftrightarrow (x \in \mathcal{A} \wedge x \notin \mathcal{B})$
  - $\mathcal{A} = \{1,2,3\}$ $\qquad$ $\mathcal{B} = \{2,3,4,5\}$
    $\mathcal{A} - \mathcal{B} = \{\qquad\}$



- **doplnok množiny $\boldsymbol{\mathcal{A}}$ v množine $\boldsymbol{\mathcal{U}}$ $\quad \boldsymbol{\mathcal{A}'_{\mathcal{U}}}$**
  - je množina, ktorá obsahuje prvky, ktoré patria do množiny $\mathcal{U}$ a nepatria do $\mathcal{A}$
  - $x \in (\mathcal{A}'_{\mathcal{U}}) \Leftrightarrow x \in (\mathcal{U} - \mathcal{A}) \Leftrightarrow (x \in \mathcal{U} \wedge x \notin \mathcal{A})$
  - $\mathcal{A} = \{2,3\}$ $\qquad$ $\mathcal{U} = \{2,3,4,5\}$
    $\mathcal{A}'_{\mathcal{U}} = \{\qquad\}$



- **symetrický rozdiel $\boldsymbol{\mathcal{A}} \div \boldsymbol{\mathcal{B}}$**
  - je množina
  - $x \in (\mathcal{A} \div \mathcal{B}) \Leftrightarrow$
  - $\mathcal{A} = \{1,2,3\}$ $\qquad$ $\mathcal{B} = \{2,3,4,5\}$
    $\mathcal{A} \quad \mathcal{B} = \{\qquad\}$

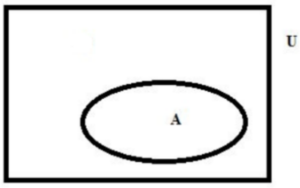


Doplňte tabuľku

	komutatívnosť	$\boldsymbol{\mathcal{A}} * \boldsymbol{\mathcal{B}}$	$\boldsymbol{\mathcal{A}} * \emptyset$
$\boldsymbol{\mathcal{A}} \cup \boldsymbol{\mathcal{B}}$			
$\boldsymbol{\mathcal{A}} \cap \boldsymbol{\mathcal{B}}$			
$\boldsymbol{\mathcal{A}} - \boldsymbol{\mathcal{B}}$			
$\boldsymbol{\mathcal{A}} \div \boldsymbol{\mathcal{B}}$			

Doplňte tabuľku

$\mathcal{A} \cap \mathcal{A}'_{\mathcal{U}}$	=
$\mathcal{A} \cup \mathcal{A}'_{\mathcal{U}}$	=
$(\mathcal{A}'_{\mathcal{U}})'$	=
$\mathcal{U}'$	=
$\emptyset'$	=



Úlohy

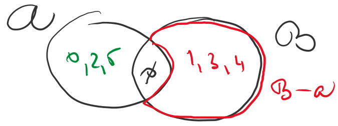
1. Označme $M = \{1,2, \dots ,20\}$, P – prvočísla z M, N – nepárne čísla z M, T – čísla z M, ktoré sú deliteľné tromi. Vypíšte prvky množín
   a. $[N'_M - (T - (P'_M \cap N))]$ b. $M - [(T'_M \cap N)'_N \cup N'_M]$

$P = \{2,3,5,7,11,13,17,19\}$
$N = \{1,3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$
$T = \{3,6,9,12,15,18\}$
$(P' \cap N) = \{1,9,15\}$
$T - (\quad) = \{3,6,12,18\}$
$N' - (\quad) = \{2,4,8,10, 14,16,20\}$

$P'_M = \{1,4,6,8,9,10,12,14,15,16,18,20\}$
$N'_M = \{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\}$
$T'_M = \{1,2,4,5,7,8,10,11,13,14,16,17,19,20\}$

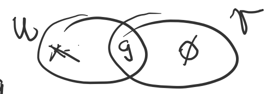
2. Pre množiny M, K platí $M \subset K$. Doplňte, čomu sa rovná
   a. $(M \cap K) - M = \emptyset$ b. $(M \cup K) - M'_K = M$
3. Určte množiny A, B vymenovaním prvkov tak, aby platilo $A \cup B = \{0,1,2,3,4,5\}, A \cap B = \emptyset, B - A = \{1,3,4\}$.

$A = \{0,2,5\}$
$B = \{1,3,4\}$



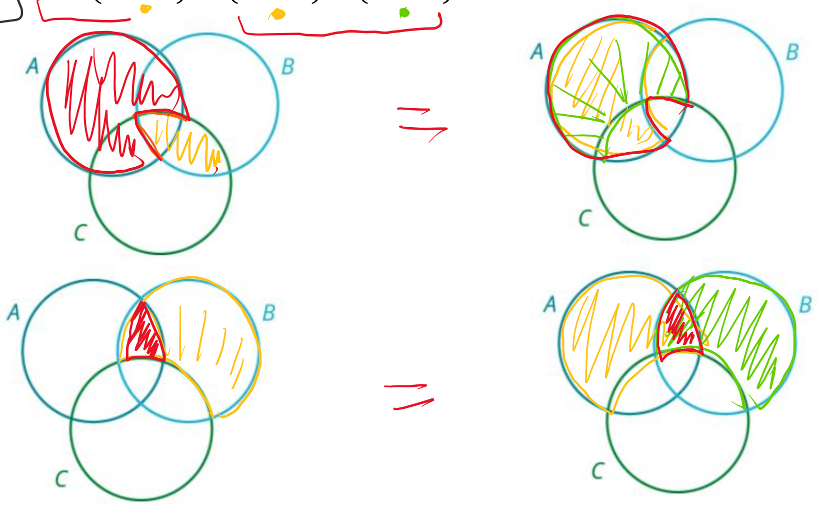
4. Pre dve neprázdne množiny U, V platí: $U \cup V$ má 17 prvkov, $U \cap V$ má 9 prvkov a množina $V - U$ je prázdna. Koľko prvkov má množina $U - V$?

$U - V = 8 = x$

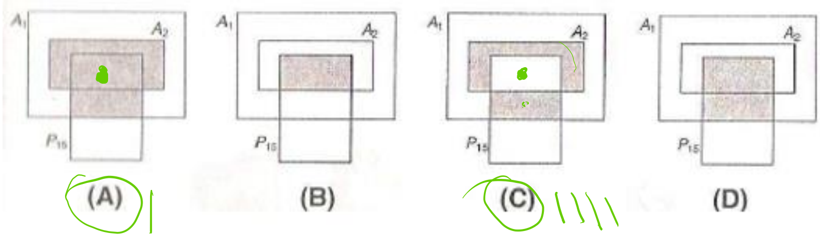


$x = 17 - 9$

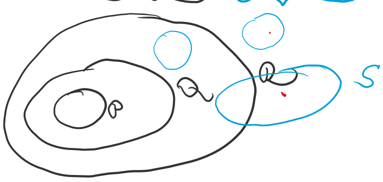
5. Pomocou Vennových diagramov dokážte, že pre ľubovoľné tri množiny platí
   a. $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$
   b. $A \cap (B - C) = (A - C) \cap (B - C)$



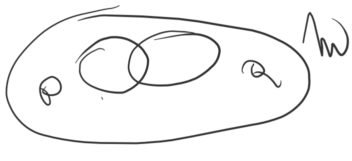
6. Primár vydal nariadenie: „Na oddelení smú operovať iba lekári s druhou atestáciou, prípadne lekári s prvou atestáciou, pokiaľ majú aspoň 15 rokov praxe.“ Na ktorom z diagramov je správne vyznačená množina všetkých lekárov, ktorí budú môcť podľa nariadenia operovať? (A_1 – lekári s 1. atestáciou, A_2 - lekári s 2. atestáciou, P_{15} – lekári s 15-ročnou praxou)



7. Nech P, Q, R, S sú štyri neprázdne množiny, pre ktoré platí $P \subset Q \subset R, Q \cap S = \emptyset$. Potom určite musí platiť
   a. $Q \subset S$
   b. $S \subset R$
   c. $P \cap S = \emptyset$
   d. $R \cap S \neq \emptyset$



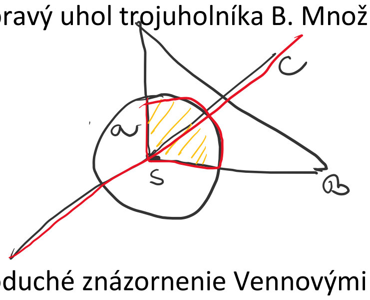
8. Dané sú dve množiny P, Q také, že $P \subset M, Q \subset M$. Ktoré z nasledujúcich tvrdení sú nepravdivé?
   a. $(P \cup Q)'_M = P'_M \cap Q'_M$
   b. $(P \cap Q)'_M = P'_M \cup Q'_M$
   c. $(P'_M)'_M = \cancel{M}$ P
   d. $P'_\emptyset = \emptyset$



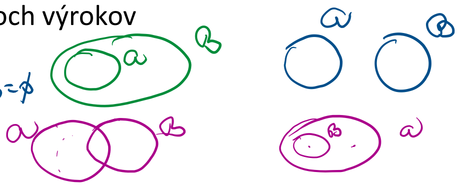
$(A \wedge B)' \equiv A' \vee B'$
$(A \vee B)' \equiv A' \wedge B'$
$(V')' \equiv V$

9. Nech A, B sú neprázdne množiny. Ktoré z nasledujúcich tvrdení je nepravdivé?
   a. Ak sú množiny A, B konečné, je aj množina $A \cap B$ konečná.
   b. Ak sú množiny A, B konečné, je aj množina $A \cup B$ konečná.
   c. Ak je množina A nekonečná a množina B konečná, potom $A \cup B$ je nekonečná.
   d. Ak sú množiny A, B nekonečné, potom množina $A \cap B$ konečná.

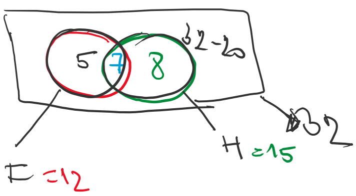
10. **Nakreslite kružnicu**. Množinu bodov vo vnútri kružnice **označte A.**
Nakreslite pravouhlý trojuholník, ktorý má vrchol pravého uhla v strede kružnice A a ktorého odvesny sa rovnajú priemeru kružnice. Množinu bodov vo vnútri trojuholníka **označte B.**
Ďalej **nakreslite priamku**, ktorá rozpoľuje pravý uhol trojuholníka B. Množinu bodov na priamke **označte C**.
Nakreslite samostatné obrázky pre
   a. $(A \cap B) \cup C$
   b. $(A \cup C) \cap (B \cup C)$
   c. $(A \cap B) \cup (B \cap C)$
   d. $(A \cup C) \cap B$



11. Pokúste sa o množinové vyjadrenie a jednoduché znázornenie Vennovými diagramami tzv. kategorických úsudkov, t. j. štyroch výrokov
   a. Každé a je b. → $a \subseteq b$
   b. Nijaké a nie je b. → $a \cap b = \emptyset$
   c. Niektoré a sú b.
   d. Niektoré a nie sú b



12. V triede je 32 študentov, z toho je 12 futbalistov a 15 hokejistov. Obom športom sa venuje 7 študentov. Určte koľko študentov
   a. hrá futbal alebo hokej
   $5+7+8=20$
   b. nehrá ani hokej ani futbal.
   $32-20=12$



Domáca úloha

1. Dané sú množiny:
   $A = \{x \in \mathbb{Z};\ x^2 < 10\}$, $B = \{x \in \mathbb{N};\ 3|x \wedge x < 17\}$, $C = \{x \in \mathbb{Z}; x^2 = 2\}$.
   Vymenovaním prvkov určte množiny $A, B, C, A \cap B, B \cup C, C'_A$.

2. Pomocou Vennových diagramov rozhodnite, či sa dané množiny rovnajú
   $(X \cup Y) \cap Z' = (X \cap Z') \cup (Y \cap Z')$