

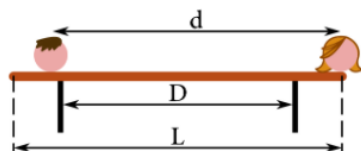
## Ťažisko telesa - samostatná práca

štvrtok 22. apríla 2021 12:30

### Úloha 1:

Simon si tak minule sedel na lavičke v parku, keď tu zrazu si k nemu prisadla veľmi atraktívna slečna. Chcel na ňu urobiť dojem veľmi známou baliacou fintou „vieš, že vzdialenosť odtiaľto sem je rovnaká ako odtiaľto sem?“, avšak nechcel ju svojím rýchlym postupom vyplašiť.

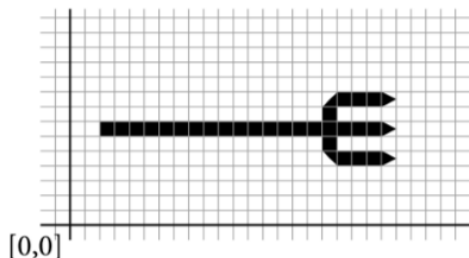
Preto sa k nej začal pomaly posúvať. Po istom čase sa však neprajná lavička prevážila na stranu a Simon aj so slečnou sa z nej zosypali. Kde na lavičke sa v tomto momente Simon hmotnosti  $m_{SI}$  nachádzal, ak si slečna s hmotnosťou  $m_{SL}$  sadla na opačný koniec lavičky? Lavička je osovo súmerná, má hmotnosť  $M$ , dĺžku  $L$  a rozstup oporných bodov  $D$ .



### Úloha 2

**9** Od budúceho roka by sa Náboj mohol uskutočniť aj v oceánoch. Lenže bez vhodného žezla tam nikto nebude organizátorov brať vážne. Nájdite súradnice ťažiska trojzubca, ak je štvorčeková sieť tvorená štvorčekmi rozmeru  $a \times a$ .

Odovzdajte výsledok v tvare zlomku.



Ťažisko komplikovanejšieho telesa vyrátame podľa momentovej vety nasledovne:

$$X = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \dots + m_nx_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n}.$$

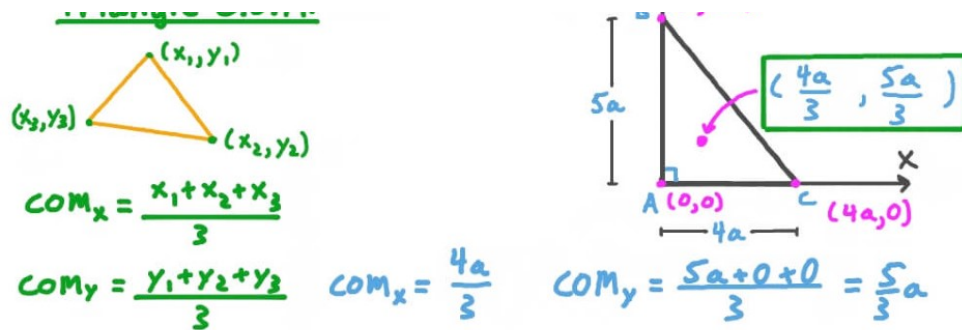
$$Y = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 + \dots + m_ny_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n}.$$

Začnime s  $x$ -ovou zložkou ťažiska. Rozdeľme si trojzubec na menšie časti, ktorých hmotnosti a ťažiská vieme jednoducho vyčítať z obrázka. Pre štvorce a obdĺžniky je to ich geometrický stred, pre trojuholníky využijeme fakt, že ťažisko trojuholníka sa nachádza v jednej tretine jeho výšky.

In the figure shown, find the position of the center of mass of the uniform triangular lamina ABC, considering A to be the origin point.

Triangle C.O.M.

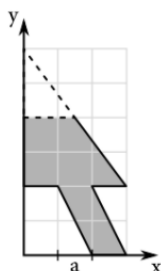




### Úloha 3:

Marcel sa pri učení na maturitu veľmi nudil. Keďže ho už ani fotenie nenapĺňalo ako predtým, našiel si nové hobby. Naučil sa čarovať. Po istom čase si chcel vyskúšať svoje prvé kúzlo. Dokáže zhmotniť hocikaký predmet z obrazovky počítača. Urobil svoje čáry-máry a kurzor mu v okamihu vyskočil do rúk.

Výtvar v Marcelovi vyvolal údiv. S nadšením si obzeral kurzor zo všetkých strán. Najviac ho však zaujímalo, kde by mohol mať takýto útvar ťažisko? Ako tak dumať nad touto otázkou, vypadol mu kurzor z ruky. Kurzor pád neprežil v celku a odlomil sa mu hrot. Pri smútení nad ulomeným hrotom sa zamyslel nad veľmi zaujímavou kuriozitou. Mohlo sa ťažisko posunúť mimo pôvodne trojuholníkovej časti kurzora?



Obrázok 1: kurzor vyzerá takto

Zamyslite sa a nájdite, kde bolo pôvodné ťažisko kurzora a zistite, či nové ťažisko zostalo vo vnútri trojuholníkovej časti kurzora, alebo sa posunulo von.

Ak chceme nájsť ťažisko nejakého komplikovanejšieho útvaru, tak si ho rozdelíme na nejaké jednoduchšie (napr. trojuholník, rovnobežník, ...), pri ktorých vieme určiť ťažisko a ťažisko nášho útvaru je váženým priemerom ťažísk jednoduchších útvarov. Platí pritom, že ako váhu ťažiska určíme hmotnosť tohto jednoduchšieho útvaru. Keďže však kurzor je vyrobený z materiálu s rovnomerne rozloženou hustotou a výška kurzora je všade rovnaká, môžeme hmotnosť zameniť za obsah. Inými slovami, pre každý z jednoduchších útvarov súradnice jeho ťažiska vynásobíme jeho obsahom, tieto súčiny sčítame a výsledok vydělíme obsahom výsledného útvaru. Túto myšlienku si treba zapamätať, pretože sa pri úlohách s ťažiskom častokrát využíva a aj my ju ešte viackrát využijeme pri riešení.

<https://ufo.fks.sk/ulohy/riesenia/1718/>