

1. Pre parameter $t \in \mathbb{R}$ nájdite všetky **prirodzené** čísla x , ktoré sú riešením rovnice

$$2tx = (t+2)x + 12$$

$$2tx = tx + 2x + 12$$

$$2tx - tx - 2x = 12$$

$$x(2t - t - 2) = 12$$

$$x(t-2) = 12$$

$$t-2=0$$

$$t=2$$

$$x \cdot (2-2) = 12$$

$$0 = 12; x \in \emptyset$$

$$t \neq 2$$

$$x = \frac{12}{t-2} \in \mathbb{N}$$

t	2	{3, 4, 5, 6, 8, 14}
x	\emptyset	$\frac{12}{t-2}$

$$(t-2) | 12$$

$$t-2 \in \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$t \in \{3, 4, 5, 6, 8, 14\}$$

2. Vyriešte v \mathbb{R} rovnici s neznámou x a parametrom a

$$a - \frac{1}{a} = \frac{a^2-1}{x}$$

$$| \cdot a - x; a \neq 0; x \neq 0$$

$$a^2x - x = a(a^2-1)$$

$$x(a^2-1) = a(a^2-1)$$

$$a^2-1=0$$

$$a=1 \dots 0=0; x \in \mathbb{R}$$

$$a=-1 \dots 0=0; x \in \mathbb{R}$$

$$\frac{a^2(x+1)+x(a+2)}{x+1} = 4 \quad | \cdot (x+1); x \neq -1$$

$$a^2(x+1) + x(a+2) = 4x+4$$

$$a^2x + a^2 + xa + 2x = 4x+4$$

$$x(a^2 + a - 2) = (2-a)(2+a)$$

$$x(a+2)(a-1) = (2-a)(2+a)$$

$$a=-2 \dots 0=0; x \in \mathbb{R}$$

$$a=1 \dots 0=3; x \in \emptyset$$

$$a \neq -2; a \neq 1$$

$$x = \frac{(2-a)}{a-1}$$

$$= -1$$

a	-2	1	$\mathbb{R} - \{-2, 1\}$
x	\mathbb{R}	\emptyset	$\left\{\frac{2-a}{a-1}\right\}$

3. Vyriešte v \mathbb{R} rovniciu $\frac{u+1}{v} + \frac{u+3}{v} = u-1$ / r ; $r \neq 0$

- s neznámou u a parametrom v

$$2w+4 = r(w-r)$$

$$w(2-r) = -4-r$$

$$r=2 \dots 0=-6 \dots w \in \emptyset \quad r \neq 2 \dots w = \frac{-4-r}{2-r}$$

r	0	2	$\mathbb{R} - \{0, 2\}$
w	\emptyset	\emptyset	$\left\{\frac{-4-r}{2-r}\right\}$

- s neznámou v a parametrom u

$$2w+4 = r(w-r)$$

$$2w+4 = r(w-1)$$

$$w=1 \dots 6=0; \emptyset$$

$$u \neq 1$$

$$r = \frac{2w+4}{w-1}$$

$$r \neq 0 \rightarrow w = -2$$

w	1	-2	$\mathbb{R} - \{1, -2\}$
r	\emptyset	\emptyset	$\left\{\frac{2w+4}{w-1}\right\}$

4. V R riešte lineárnu rovnicu s absolútnou hodnotou $|x - 1| = x + a$ (x - neznáma, a je reálny parameter). <https://www.desmos.com/calculator/cophyqllhn>

$|x - 1| = x + a$
 \checkmark
 $x - 1 \geq 0 \quad \dots x - 1 = x + a$
 $\boxed{x \geq 1}$
 $-1 = a$
 $\dots x \in \langle 1, \infty \rangle$
 $x - 1 < 0 \quad \dots 1 - x = x + a$
 $\boxed{x < 1}$
 $1 - a = 2x$
 $\frac{1-a}{2} = x$
 $\dots x \in \left\{ \frac{1-a}{2} \right\}$
 $\frac{1-a}{2} < 1$
 $1-a < 2 \rightarrow a > -1$

a	-1	$a > -1$	$a < -1$
x	$\langle 1, \infty \rangle$	$\left\{ \frac{1-a}{2} \right\}$	\emptyset

5. V rovnici $\frac{b}{x} + \frac{b-1}{3} = 4 - \frac{2}{x}$ určte hodnotu parametra $b \in R$ tak, aby koreňom rovnice bolo číslo 6.

$\rightarrow x = 6$
 $\frac{b}{6} + \frac{b-1}{3} = 4 - \frac{2}{6} \rightarrow b =$

6. Určte všetky tie hodnoty parametra $a \in R$, pre ktoré je číslo $x = 3(1 + a)$ riešením rovnice $|3 - x| + |2x - 3a| = 6$.