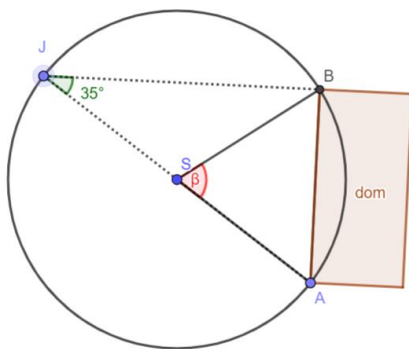
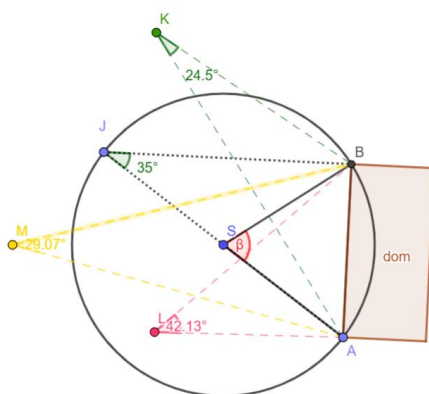


## Úloha

Ján fotografoval dom z bodu  $J$ . Pri využitom nastavení umožňoval objektív snímať pod  $35^\circ$  zorným poľom. Potom chcel spraviť ďalšiu fotografiu, a to z bodu  $S$  (zo stredu kružnice určenej bodmi  $J, A, B$ ). Ako musel zmeniť zorné pole objektívu, aby mohol odфотографovať celý dom?

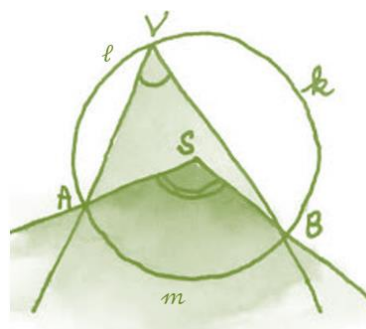


Kde by ešte mohol stáť Ján, aby odfotoil celý dom s  $35^\circ$  zorným poľom objektívu?



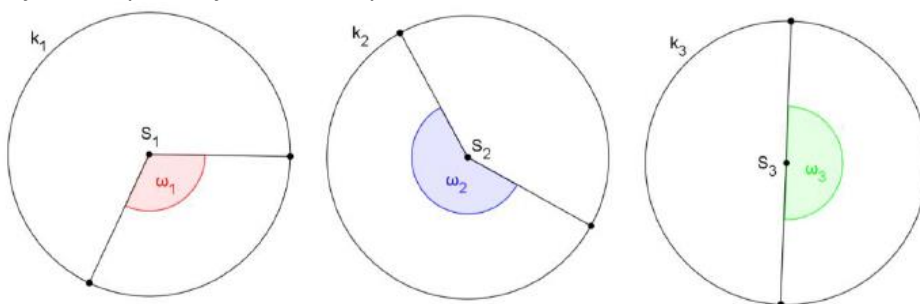
## UHLY V KRUŽNICI

- $A, B$  rozdelia kružnicu  $k$  na dva oblúky
  - oblúk  $m$ , oblúk  $\ell$
- $V$  je ľubovoľný bod na  $k$
- **stredový uhol**  $\sphericalangle ASB$  prislúchajúci oblúku  $m$  je práve jeden,
- **obvodových uhlov**  $\sphericalangle AVB$  prislúchajúcich oblúku  $m$  je nekonečne veľa

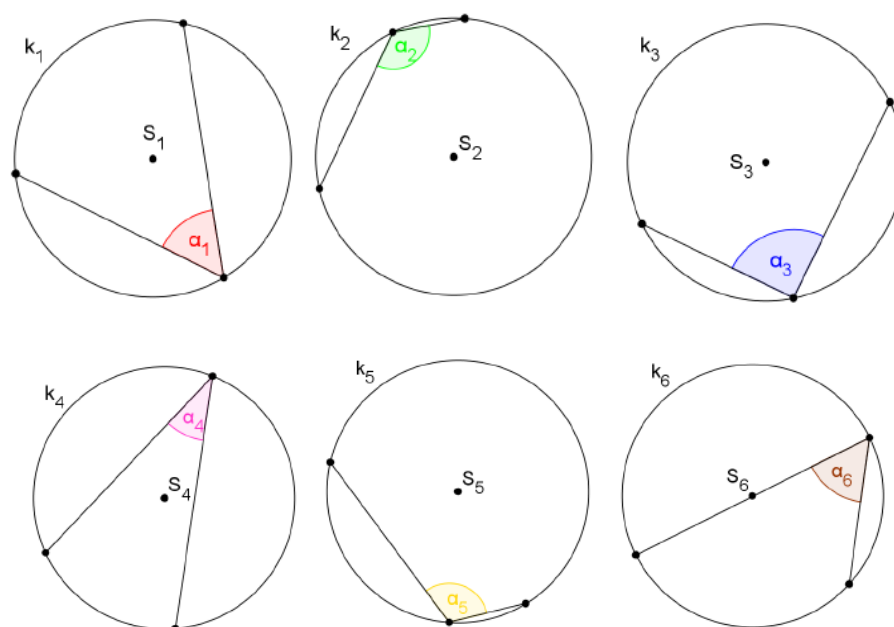


## Úlohy

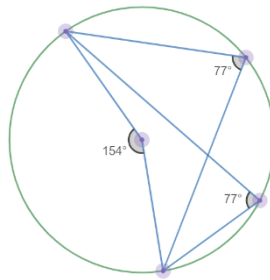
1. Na obrázkoch sú znázornené kružnice a stredové uhly v nich. Ku každému stredovému uhlu nájdite zodpovedajúci obvodový uhol.



2. Na obrázkoch sú znázornené kružnice a obvodové uhly v nich. Ku každému obvodovému uhlu nájdite zodpovedajúci stredový uhol.



## Vety

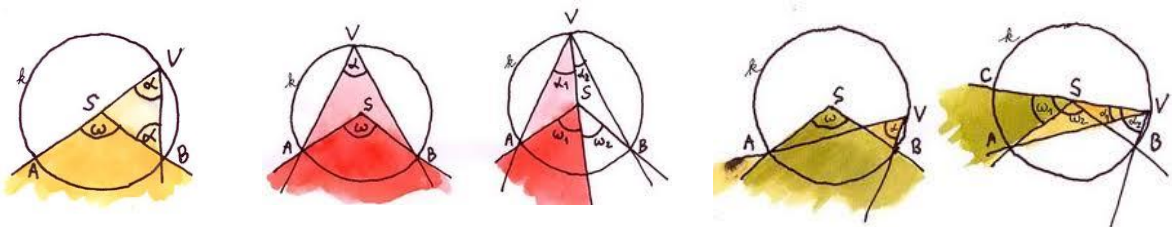


<https://www.desmos.com/geometry/yhr60rizil>

### Veta o obvodových uhloch

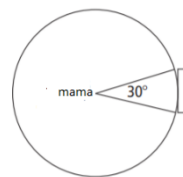
### Veta o vzťahu medzi obvodovým a stredovým uhlom

### Dôkaz vety 2



## Úlohy

1. V dome zhasli svetlá, takže Kamil a jeho mama pomocou bateriek hľadali elektrický panel. Kamilova baterka osvetlí plochu pod uhlom  $15^\circ$ . Baterka jeho mami osvetlí plochu s uhlom  $30^\circ$ . Ukážte, kde by mal Kamil stáť, aby na elektrický panel svietili obe baterky.



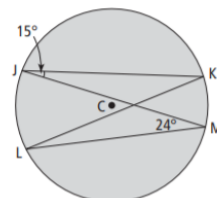
2. Určte veľkosť uhlov

a.  $|\angle KLM| =$

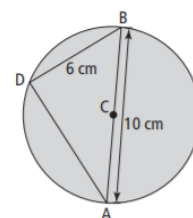
b.  $|\angle MJK| =$

c.  $|\angle JCL| =$

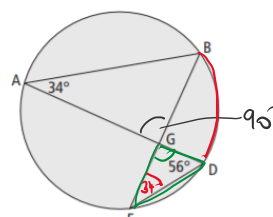
d.  $|\angle KCM| =$



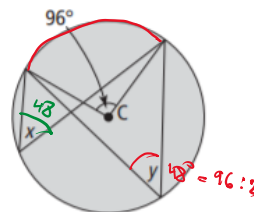
3. Bod C je stred kružnice, priemer kružnice má dĺžku 10 cm a tetiva BD má dĺžku 6 cm. Určte dĺžku tetivy AD.



4. Určte veľkosť uhla  $\angle AGB$



5. Určte veľkosť vyznačených uhlov  $x, y$

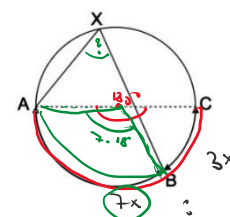


6. Úsečka AC je priemerom kružnice na obrázku. Pomer dĺžok oblúkov AB a BC je 7:3. Určte (v stupňoch) veľkosť uhla  $\angle AXB$

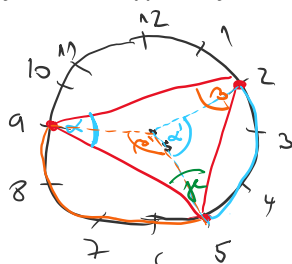
$$AC \rightarrow 7x + 3x = 10x \rightarrow 180^\circ$$

$$x = 18^\circ$$

$$|\angle AXB| = \frac{18 \cdot 7}{2} = 9 \cdot 7 = 63^\circ$$



7. Na kruhovom ciferníku hodín navzájom pospájame body prislúchajúce číslam 2, 5, 9, čím vznikne trojuholník. Vypočítajte veľkosti všetkých vnútorných uhlov toho trojuholníka.



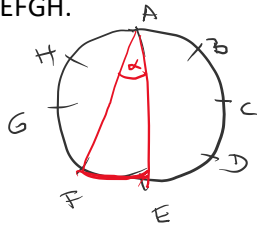
$$\text{vred. uhol pre 1 dieli} \rightarrow \frac{360}{12} = 30^\circ$$

$$\alpha' = 3 \cdot 30^\circ = 90^\circ \rightarrow \alpha = \frac{90}{2} = 45^\circ$$

$$\beta' = 4 \cdot 30^\circ = 120^\circ \rightarrow \beta = \frac{120}{2} = 60^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) =$$

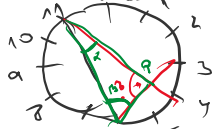
8. Vypočítajte veľkosť uhla, ktorý zvierajú uhlopriečky AE a AF v pravidelnom osemuholníku ABCDEFGH.



$$1 \text{ dielik} = \frac{360}{8} = 45^\circ \rightarrow \alpha' = 45^\circ$$

$$\alpha = \frac{45^\circ}{2} = 22,5^\circ = 22^\circ 30'$$

9. Dokážte, že spojnice bodov, ktoré na ciferníku označujú 3 a 6, je kolmá na spojnicu 4 a 11.



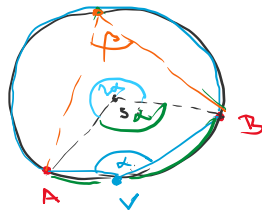
$$\Delta MPG \rightarrow |\angle MPG| = 180^\circ - (30^\circ + 60^\circ) = 90^\circ \checkmark$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\beta = 60^\circ$$

10. Do kružnice je vpísaný pravidelný 9 – uholník ABCDEFGHI. Vypočítajte:
- vnútorné uhly štvoruholníka ADFI,
  - vnútorné uhly štvoruholníka BDEH,
  - uhol, ktorý zvierajú uhlopriečky štvoruholníka BDEH.

11. Na kružnici sú dva rôzne body A, B tak, že veľkosť obvodového uhla prislúchajúceho k väčšiemu oblúku sa rovná veľkosti stredového uhla prislúchajúceho k menšiemu oblúku. Určte veľkosti oboch prislúchajúcich obvodových uhlov.



$$2\alpha + \alpha = 360^\circ$$

$$3\alpha = 360^\circ$$

$$\alpha = 120^\circ$$

$$\beta = \frac{\alpha}{2} = 60^\circ$$

12. Body P, Q, R, S ležia na kružnici so stredom v bode O. Priamka TU je dotyčnicou ku kružnici v bode S. Sú dané uhly vyznačené na obrázku  $|\angle ROS| = 64^\circ$ ,  $|\angle QSU| = 58^\circ$ .

- a. Vypočítajte veľkosti uhlov

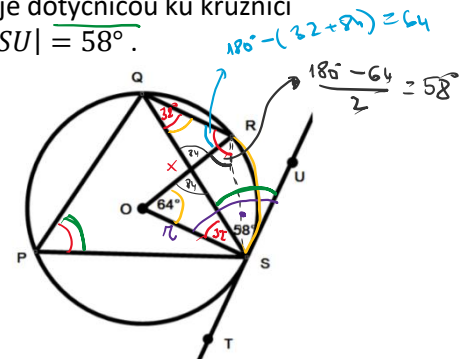
$$|\angle OSQ| = 32^\circ$$

$$|\angle SQR| = 32^\circ$$

$$|\angle QPS| = 58^\circ$$

$$|\angle QRS| = 122^\circ$$

- b. Sú priamky QR a OS rovnobežné?  $\checkmark$



13. P, Q a R sú body na kružnici so stredom v bode O. Uhol  $|\angle PSQ| = 60^\circ$ . SP a SQ sú dotyčnice ku kružnici v bodoch P, Q.

- a. Vypočítajte veľkosti uhlov

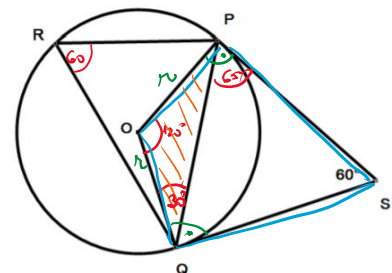
$$|\angle POQ| = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 60^\circ) = 120^\circ$$

$$|\angle PRQ| = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$|\angle PQO| = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ \text{ (normálny } \Delta)$$

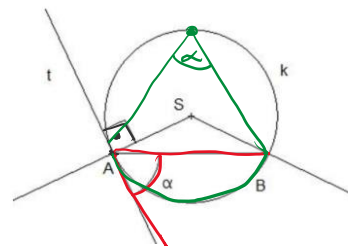
$$|\angle QPS| = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

- b. Čo platí pre uhly  $|\angle SPQ|$  a  $|\angle PRQ|$ ?  $\bullet$



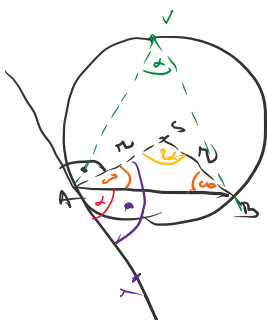
## Úsekový uhol

uhol, ktorý zvierajú tetiva AB s dotyčnicou v bode A



**Veta o úsekovom uhle** úsekový uhol prislúchajúci tetive AB sa rovná príslušnému obvodovému uhlu, ktorý prislúcha k oblúku AB.

**Dôkaz**



$$|\angle AVB| = \alpha \rightarrow |\angle ASB| = 2\alpha$$

$$\triangle ABS \text{ rovnoramenný} \quad \frac{180^\circ - 2\alpha}{2} = 90^\circ - \alpha = \omega$$

$$|\angle BAX| = 90^\circ - \omega = 90^\circ - 90^\circ + \alpha = \alpha$$

