

# Operácie s mnohočlenmi

- Opačný mnohočlen
- Sčítanie mnohočlenov
- Odčítanie mnohočlenov
- Násobenie mnohočlenov
  - mnohočlen · jednočlen
  - mnohočlen · mnohočlen
- Delenie mnohočlenov
  - mnohočlen : jednočlen
  - mnohočlen : mnohočlen

## Opačný mnohočlen

Napište opačný mnohočlen k mnohočlenu  $x^6 - 3x^4 + 2x^2 - 7x + 4$   
 $-x^6 + 3x^4 - 2x^2 + 7x - 4$

Sformulujte pravidlo:

•  $(-1)$   
koeficienty  $\rightarrow$  opačné čísla  
mnohoč + opačný mnohoč = 0

## Sčítanie mnohočlenov

Sčítajte mnohočleny  $x^4 + 2x^2 - 3x + 5$  a  $3x^3 - 2x^2 + x - 4$ .

$$\begin{array}{r} x^4 + 2x^2 - 3x + 5 \\ + 3x^3 - 2x^2 + x - 4 \\ \hline x^4 + 3x^3 - 2x + 1 \end{array}$$

Sformulujte pravidlo:

sčítame "rovnaké" členy

## Odčítanie mnohočlenov

Odčítajte mnohočleny  $3x^2 - xy + 2x - 2$  a  $4x^2y - 2xy - \sqrt{3}x + 3$ .

$$\begin{array}{r} 3x^2 - xy + 2x - 2 \\ - (4x^2y - 2xy - \sqrt{3}x + 3) \\ \hline 3x^2 + xy + (2 + \sqrt{3})x - 4x^2y - 5 \end{array}$$

Sformulujte pravidlo:

odčítam "rovnaké" členy  
+ opačný mnohočlen

## Násobenie jednočlen . mnohočlen

Vynásobte jednočlen  $2x$  s mnohočlenom  $(x^3 - \frac{1}{2}x + 3)$ . Overte dosadením za  $x = 1$ .

$$2x \cdot (x^3 - \frac{1}{2}x + 3) = 2x^4 - x^2 + 6x$$

Sformulujte pravidlo:

Každý člen mnohočlena vynásobiť jednočlenom

## Násobenie mnohočlen . mnohočlen

Vynásobte dvojčlen  $(2x + 3)$  s dvojčlenom  $(x^2 + 2)$ . Overte dosadením za  $x = 1$ .

$$(2x + 3) \cdot (x^2 + 2) = 2x^3 + 4x + 3x^2 + 6 = 2x^3 + 3x^2 + 4x + 6$$

$$x=1 \dots (2 \cdot 1 + 3) \cdot (1^2 + 2) = 5 \cdot 3 = \underline{15}$$

$$x=1 \dots 2 \cdot 1^3 + 3 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 + 6 = \underline{15}$$

Sformulujte pravidlo:

"každý člen s každým"

Geometricky interpretujte

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$S = a \cdot (b + c) \Rightarrow$$

$$S = S_1 + S_2 = a \cdot b + a \cdot c$$



$$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$S = (a + b)(c + d)$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 =$$

$$= ad + ac + bd + bc$$



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 !$$

$$(a+b) \cdot (a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



### Príklady:

$$1. \quad 2x^2 + 3x - 2 + 2(x^2 + 1) - (3x^2 - 2x + 1) = \underline{2x^2 + 3x - 2} + \underline{2x^2 + 2} - \underline{3x^2 + 2x - 1} = \underline{1x^2 + x - 1}$$

$$2. \quad 2x^4 - 3x + x(x^3 - 2x + 2) - x^2(3x^2 - x - 2) = \underline{x^2 + 5x - 1}$$

$$3. \quad \text{Určte súčin mnohočlenov} \quad \underline{2x^4 - 3x + x^4 - 2x^2 + 2x} - \underline{3x^4 + x^3 + 2x^2} = \underline{x^3 - x}$$

$$a. \quad (x^2 - 2x) \cdot (xy - 2x + 1) = \underline{x^3y - 2x^3 + x^2} - \underline{2x^2y + 4x^2} - \underline{2x} = \underline{x^3y - 2x^3 + 5x^2 - 2x^2y - 2x}$$

$$b. \quad (3x^2 - xy + 2x - 2) \text{ a } (4x^2y - 2xy - x)$$

$$4. \quad \text{Zjednodušte } (x + 2)^2 - (x + 1)(x - 3) = \underline{x^2 + 2 \cdot 2x + 4} - \underline{x^2 + 3x - x + 3} = \underline{6x + 7}$$

5. Výraz  $a^2 - bc$  vyjadrite ako mnohočlen, ak  $a = 2x + 1$ ,  $b = 1 - 3x$ ,  $c = 4 + 2x$ .

$$(2x + 1)^2 - (1 - 3x) \cdot (4 + 2x) = \underline{4x^2 + 4x + 1} - \underline{4 - 2x + 12x + 6x^2} = \underline{-10x^2 + 14x - 3}$$

6. Určte mnohočlen, ktorý je potrebné pričítať k mnohočlenu  $(x + y)^2 + r^2$  tak, aby sme

dostali mnohočlen  $(x + y + z)^2$

$$\underline{(x + y)^2 + r^2} + ? = (x + y + z)^2$$

$$? = (x + y + z)^2 - [(x + y)^2 + r^2]$$

$$(x + y + z)(x + y + z) - x^2 - 2xy - y^2 - r^2 = \underline{x^2 + xy + xz + xy + y^2 + yz + xz + yz + z^2} - \underline{x^2 - 2xy - y^2 - r^2} = \underline{2xz + 2yz + z^2 + r^2}$$

7. Určte o koľko sa zväčší hodnota výrazu  $(x + 2)(x^2 - x - 3)$ , keď sa  $x$  zväčší o 2.

$$(2) \quad (x + 2 + 2) \left[ (x + 2)^2 - (x + 2) - 3 \right] = \underline{x \rightarrow (x + 2)}$$

### Samostatne

1. Výraz  $ab + c$  vyjadrite ako mnohočlen, ak

$$a. \quad a = x + 1, b = x^2 - 1, c = x^3 + 1.$$

$$b. \quad a = b = c = 3x - 2$$

2. Určte o koľko sa zväčší hodnota výrazu  $(a + b + 1)^2$  keď sa  $a$  zväčší o 1.

3. Zjednodušte

$$a. \quad x(x^2 + xy + y^2) - y(x^2 - xy - y^2) - x(x^2 + 2y^2)$$

$$b. \quad (a^2b^3)^2 + (2a^2)^2y^2 - (a^2y)^2 - a^4(b^6 + 1)$$

$$c. \quad [(p + 1)^2 - (p - 1)^2]^2$$

### Delenie mnohočlen : jednočlen

Vydeľte mnohočlen  $(9x^3y^2 - 6x^2y^2 + 12xy - 2x)$  jednočlenom  $3x$ .

Vydeľte mnohočlen  $(8a^4 - 6a^3 + 2\sqrt{3}a^2 - 14)$  jednočlenom  $(-2a^2)$ .

Sformulujte pravidlo:

Je výsledkom delenia stále mnohočlen?

A nesmieme zabudnúť, že .....

### Delenie mnohočlen : mnohočlen

Inšpirujme sa postupom delenia viacciferných čísel

$$2275 : 13 =$$

$$(3x^3 - 2x^2 + x - 3) : (x + 2) =$$

**Úloha:** Vydeľte  $(x^5 - 3x^2 - 4x + 6) : (x^2 - 2)$  a vykonajte skúšku.

**Príklady:**

1. Vydeľte mnohočleny

a.  $(2x^3 + 5x^2 - 5x + 1) : (2x - 1)$

b.  $(6x^6 - 8x^5 + 14x^4 - 21x^3 + 3x^2 + 8x - 14) : (3x^3 - x^2 + 2)$

c.  $(x^6 + x^3 + 5 - 2x^4 - 2x) : (x + x^3 - 2)$

d.  $x^7 : (x^2 - 2x + 3)$

e.  $(a^3 + b^3) : (a + b)$

f. Nájďte reálne číslo  $t$  tak, aby delenie nemalo zvyšok:  $(12x^2 + 17x + t) : (3x + 8)$

**Samostatne**

1. Vydeľte mnohočleny, určte podmienky

a.  $(6x^2 - 11x - 10) : (3x + 2)$

b.  $(9y^4 + 26y^2 + 25) : (3y^2 - 2y + 5)$

c.  $(11p^3 - 32 + 19p^2 + 3p^4 - 28p) : (4 - 3p)$

d.  $(a^3 - b^3) : (a - b)$