ĎALŠIE METÓDY RIEŠENIA SÚSTAV ROVNÍC

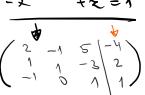
sústavu upravíme na tvar

$$\begin{array}{c} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 2 \times -3 \cdot 5 \times -9 \\ \times \times -3 \cdot 5 \times -9$$

pre takúto sústavu vieme napísať maticu sústavy

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$



maticu, ktorú vytvoríme pripojením absolútnych členov k matici sústavy, nazývame rozšírenou maticou sústavy

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{12} | b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} | b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} | b_3 \end{pmatrix}$$

determinantom matice sústavy nazývame determinant, ktorý je vytvorený z koeficientov pri neznámych

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \qquad \qquad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

 D_x , D_y , D_z sú determinanty, ktoré vzniknú z determinantu D tak, že nahradíme príslušný stĺpec pravou stranou rovníc

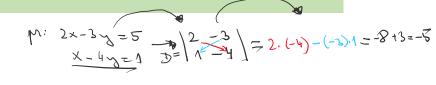
$$D_{x} = \begin{vmatrix} b_{1} \\ b_{2} \\ b_{3} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{12} \\ a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \qquad D_{y} = \begin{vmatrix} a_{11} \\ b_{2} \\ a_{31} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_{1} \\ b_{2} \\ b_{3} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{12} \\ a_{23} \\ a_{33} \end{vmatrix} \qquad D_{z} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_{1} \\ b_{2} \\ b_{3} \end{vmatrix}$$

$$D_{x} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_{1} \\ b_{2} \\ b_{3} \end{vmatrix}$$

Výpočet determinantov

výpočet determinantu 2. stupňa (2 x 2)

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = 0_{11} 0_{22} - 0_{12} 0_{21}$$



výpočet determinantu 3. stupňa (3 x 3) Sarrusovo pravidlo

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} a_{33} + a_{21} a_{32} a_{13} + a_{31} a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22} a_{31} - a_{23} a_{32} a_{12} a_{21}$$

$$a_{11} a_{12} a_{23} a_{23} = a_{11} a_{22} a_{33} + a_{21} a_{32} a_{13} + a_{21} a_{32} a_{13} + a_{21} a_{22} a_{23} - a_{13} a_{22} a_{31} - a_{23} a_{22} a_{11} - a_{23} a_{22} a_{11} - a_{23} a_{22} a_{21} - a_{23} a_{22} a_{23} - a_{23} a_{23$$

Cramerovo pravidlo

Neck D je determinant sústavy a D_x D_y D_z Δ determinanty, ktoré vzniknú z determinantu D tak, že nahradíme príslušný stĺpec pravou stranou rovníc.

Ak je determinant rôzny od nuly, potom má sústava práve jedno riešenie (x,y)z] = (D_x) (D_y) (D_z) (D_z) (

Úloha

$$\frac{1}{\sqrt{x} + 2y} - \sqrt{z} = 1$$

Cramerovým pravidlom vyriešte sústavu -2x + 1y - 3z = 2

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = (-1) + 4 + 0 - 0 - (-6) - 4 = 5$$

$$\sqrt{2} \times = \frac{Dx}{D} = \frac{15}{5} = 3$$

$$D_{x} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & -3 \end{vmatrix} = (-1) + (-1) + 12 - (2) - (-1) = 15$$

$$D_{y} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -3 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix} = -14$$

$$D_{2} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} = -18$$

$$\Delta = \frac{D}{Dx} = -\frac{R}{R}$$

Úloha

$$D_{X} = \begin{vmatrix} 5 & ^{3} \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = -4 \qquad X = \frac{D_{X}}{B} = -\frac{4}{4} \qquad X = \begin{cases} -\frac{1}{4} & 1 \\ -\frac{1}{4} & 2 \end{cases}$$

$$\mathcal{K}=\left\{ \begin{array}{c} -\frac{1}{4} \end{array} \right\}$$

Úloha

Cramerovým pravidlom vyriešte sústavu

$$x + 5y = 2$$

$$2x + 10y = 7$$

$$2x + 10y = 4$$

$$2x + 1$$

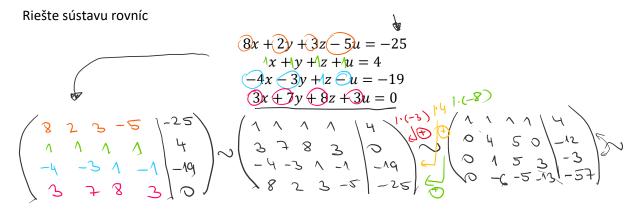
Gaussova eliminačná metóda (GEM)

 snažíme sa upraviť maticu sústavy v rozšírenej sústave na trojuholníkový tvar tak, aby prvky pod diagonálou boli nulové

$$\left(\begin{array}{ccc} \clubsuit & \clubsuit & \clubsuit \\ 0 & \clubsuit & \clubsuit \\ 0 & 0 & \clubsuit \end{array}\right)$$

- ekvivalentné úpravy, ktoré používame pri GEM:
 - o vynásobenie niektorej rovnice sústavy (t. j. jej pravej i ľavej strany) nenulovým číslom
 - pripočítanie násobku jednej rovnice sústavy ku inej rovnici sústavy (pripočítavame odpovedajúce si členy)

Úloha



Úloha

V tabuľke je uvedená časová náročnosť na výrobu troch modelov A, B a C určitého výrobku na jednotlivých výrobných linkách:

linka	Α	В	С
1	40 min	30 min	25 min
2	25 min	20 min	20 min
3	10 min	10 min	5 min

- a. Vypočítajme, koľko kusov výrobkov modelu A, koľko kusov modelu B a koľko kusov modelu C je potrebné vyrobiť za týždeň, keď
 - pre 1. linku máme týždenne k dispozícii 4 500 minút,
 - pre 2. linku 3 050 minút,
 - pre 3. linku 1 200 minút, pričom chceme využiť celú časovú kapacitu.
- b. Ako by sa zmenila výroba, ak odstavíme 3. linku?