

# Operácie s mnohočlenmi

- Opačný mnohočlen
- Sčítanie mnohočlenov
- Odčítanie mnohočlenov
- Násobenie mnohočlenov
  - mnohočlen . jednočlen
  - mnohočlen . mnohočlen
- Delenie mnohočlenov
  - mnohočlen : jednočlen
  - mnohočlen : mnohočlen

## Opačný mnohočlen

Napište opačný mnohočlen k mnohočlenu  $x^6 - 3x^4 + 2x^2 - 7x + 4$

Sformulujte pravidlo:

## Sčítanie mnohočlenov

Sčítajte mnohočleny  $x^4 + 2x^2 - 3x + 5$  a  $3x^3 - 2x^2 + x - 4$ .

Sformulujte pravidlo:

## Odčítanie mnohočlenov

Odčítajte mnohočleny  $3x^2 - xy + 2x - 2$  a  $4x^2y - 2xy - \sqrt{3}x + 3$ .

Sformulujte pravidlo:

### Násobenie jednočlen . mnohočlen

Vynásobte jednočlen  $2x$  s mnohočlenom  $\left(x^3 - \frac{1}{2}x + 3\right)$ . Overte dosadením za  $x = 1$ .

Sformulujte pravidlo:

### Násobenie mnohočlen . mnohočlen

Vynásobte dvojčlen  $(2x + 3)$  s dvojčlenom  $(x^2 + 2)$ . Overte dosadením za  $x = 1$ .

Sformulujte pravidlo:

Geometricky interpretujte

$$a \cdot (b + c)$$

$$(a + b) \cdot (c + d)$$

$$(a + b) \cdot (a + b)$$

**Príklady:**

1.  $2x^2 + 3x - 2 + 2(x^2 + 1) - (3x^2 - 2x + 1)$
2.  $2x^4 - 3x + x(x^3 - 2x + 2) - x^2(3x^2 - x - 2)$
3. Určte súčin mnohočlenov
  - a.  $(x^2 - 2x)$  a  $(xy - 2x + 1)$
  - b.  $(3x^2 - xy + 2x - 2)$  a  $(4x^2y - 2xy - x)$
4. Zjednodušte  $(x + 2)^2 - (x + 1)(x - 3)$
5. Výraz  $a^2 - bc$  vyjadrite ako mnohočlen, ak  $a = 2x + 1$ ,  $b = 1 - 3x$ ,  $c = 4 + 2x$ .
6. Určte mnohočlen, ktorý je potrebné pričítať k mnohočlenu  $(x + y)^2 + r^2$  tak, aby sme dostali mnohočlen  $(x + y + z)^2$
7. Určte o koľko sa zväčší hodnota výrazu  $(x + 2)(x^2 - x - 3)$ , keď sa  $x$  zväčší o 2.

**Samostatne**

1. Výraz  $ab + c$  vyjadrite ako mnohočlen, ak
  - a.  $a = x + 1, b = x^2 - 1, c = x^3 + 1$ .  $[2x^3 + x^2 - x]$
  - b.  $a = b = c = 3x - 2$   $[9x^2 - 9x + 2]$
2. Určte o koľko sa zväčší hodnota výrazu  $(a + b + 1)^2$  keď sa  $a$  zväčší o 1. $[2a + 2b + 3]$
3. Zjednodušte
  - a.  $x(x^2 + xy + y^2) - y(x^2 - xy - y^2) - x(x^2 + 2y^2)$   $[y^3]$
  - b.  $(a^2b^3)^2 + (2a^2)^2y^2 - (a^2y)^2 - a^4(b^6 + 1)$   $[3a^4y^2 - a^4]$
  - c.  $[(p + 1)^2 - (p - 1)^2]^2$   $[16p^2]$

### Delenie mnohočlen : jednočlen

Vydeľte mnohočlen  $(9x^3y^2 - 6x^2y^2 + 12xy - 2x)$  jednočlenom  $3x$ .

$$(9x^3y^2 - 6x^2y^2 + 12xy - 2x) : 3x = 3x^2y^2 - 2xy^2 + 4y - \frac{2}{3} \quad | \quad x \neq 0$$

Vydeľte mnohočlen  $(8a^4 - 6a^3 + 2\sqrt{3}a^2 - 14)$  jednočlenom  $(-2a^2)$ .

$$(8a^4 - 6a^3 + 2\sqrt{3}a^2 - 14) : (-2a^2) = -4a^2 + 3a - \sqrt{3} + \frac{7}{a^2}$$

$$\frac{-14}{-2a^2} = \frac{7}{a^2} = 7a^{-2} \quad | \quad a \neq 0$$

Sformulujte pravidlo:

delím každý člen mnohočlena daným jednočlenom

Je výsledkom delenia stále mnohočlen? *nie*

A nesmieme zabudnúť, že .... *musíme podmnie ney!*

### Delenie mnohočlen : mnohočlen

Inšpirujme sa postupom delenia viacciferných čísel

<p>2275 : 13 = 175</p> $\begin{array}{r} 13 \overline{) 2275} \\ \underline{-13} \phantom{00} \\ 97 \phantom{00} \\ \underline{-91} \phantom{00} \\ 65 \phantom{00} \\ \underline{-65} \phantom{00} \\ 0 \end{array}$ <p>2x.0</p>	<p><math>(3x^3 - 2x^2 + x - 3) : (x + 2) = 3x^2 - 8x + 17</math></p> $\begin{array}{r} \phantom{3x^3} - 2x^2 + x - 3 \\ \underline{-(3x^2 + 6x^2)} \phantom{-3} \\ -8x^2 + x - 3 \\ \underline{-(-8x^2 - 16x)} \phantom{-3} \\ 17x - 3 \\ \underline{-(17x + 34)} \\ -37 \end{array}$ <p>2x. -37</p> $\frac{3x^3 - 2x^2 + x - 3}{x + 2} = (3x^2 - 8x + 17) - \frac{37}{x + 2}$ <p>92</p> $(3x^2 - 8x + 17) \cdot (x + 2) = 3x^3 + 6x^2 - 8x^2 - 16x + 17x + 34 = 3x^3 - 2x^2 + x + 34 - 37 = 3x^3 - 2x^2 + x - 3$
---	---

**Úloha:** Vydeľte  $(x^5 - 3x^2 - 4x + 6) : (x^2 - 2)$  a vykonajte skúšku.

$$\begin{array}{r}
 (x^5 - 3x^2 - 4x + 6) : (x^2 - 2) = x^3 + 2x - 3 \\
 - (x^5 - 2x^3) \\
 \hline
 2x^3 - 3x^2 - 4x + 6 \\
 - (2x^3 - 4x) \\
 \hline
 -3x^2 + 6 \\
 - (-3x^2 + 6) \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

**Príklady:**

1. Vydeľte mnohočleny

a.  $(2x^3 + 5x^2 - 5x + 1) : (2x - 1) = x^2 + 3x - 1$

$$\begin{array}{r}
 (2x^3 + 5x^2 - 5x + 1) \\
 - (2x^3 - x^2) \\
 \hline
 6x^2 - 5x + 1 \\
 - (6x^2 - 3x) \\
 \hline
 -2x + 1 \\
 - (-2x + 1) \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Sk.  $(x^2 + 3x - 1) \cdot (2x - 1) =$   
 $= 2x^3 - x^2 + 6x^2 - 3x - 2x + 1 =$   
 $= 2x^3 + 5x^2 - 5x + 1 \quad \checkmark$

2.

a.  $(6x^6 - 8x^5 + 14x^4 - 21x^3 + 3x^2 + 8x - 14) : (3x^3 - x^2 + 2) = 2x^3 - 2x^2 + 4x - 7$

$$\begin{array}{r}
 (6x^6 - 8x^5 + 14x^4 - 21x^3 + 3x^2 + 8x - 14) \\
 - (6x^6 - 2x^5 + 4x^3) \\
 \hline
 -6x^5 + 14x^4 - 25x^3 + 3x^2 + 8x - 14 \\
 - (-6x^5 + 2x^4 - 4x^2) \\
 \hline
 12x^4 - 25x^3 + 7x^2 + 8x - 14 \\
 - (12x^4 - 4x^3 + 8x) \\
 \hline
 -21x^3 + 7x^2 - 14 \\
 - (-21x^3 + 7x^2 - 14) \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

b.  $(x^6 + x^3 + 5 - 2x^4 - 2x) : (x + x^3 - 2)$

usporiadať

$(x^6 - 2x^4 + x^3 - 2x + 5) : (x^3 + x - 2) = x^3 - 3x + 3$

$$\begin{array}{r}
 (x^6 - 2x^4 + x^3 - 2x + 5) \\
 - (x^6 + x^4 - 2x^3) \\
 \hline
 -3x^4 + 3x^3 - 2x + 5 \\
 - (-3x^4 + 3x^2 - 6x) \\
 \hline
 3x^3 + 3x^2 - 8x + 5 \\
 - (3x^3 + 3x - 6) \\
 \hline
 3x^2 - 11x + 11
 \end{array}$$

$\frac{x^6 - 2x^4 + x^3 - 2x + 5}{x^3 + x - 2} = (x^3 - 3x + 3) + \frac{3x^2 - 11x + 11}{x^3 + x - 2}$

Sk.:

$(x^3 - 3x + 3) \cdot (x^3 + x - 2) + (3x^2 - 11x + 11) =$

$= x^6 + x^4 - 2x^3 - 3x^4 - 3x^2 + 6x + 3x^3 + 3x(-6) + (3x^2 - 11x + 11) =$   
 $= x^6 - 2x^4 + x^3 - 2x + 5 \quad \checkmark$

$$\begin{array}{r}
 c. \quad x^7 : (x^2 - 2x + 3) = x^5 + 2x^4 + x^3 - 4x^2 - 11x - 10 + \frac{13x+30}{x^2-2x+3} \\
 \underline{-(x^7 - 2x^6 + 3x^5)} \\
 2x^6 - 3x^5 \\
 \underline{-(2x^6 - 4x^5 + 6x^4)} \\
 x^5 - 6x^4 \\
 \underline{-(x^5 - 2x^4 + 3x^3)} \\
 -4x^4 - 3x^3 \\
 \underline{-(-4x^4 + 8x^3 - 12x^2)} \\
 -11x^3 + 12x^2 \\
 \underline{-(-11x^3 + 22x^2 - 33x)} \\
 -10x^2 + 33x \\
 \underline{-(-10x^2 + 20x - 30)} \\
 \text{zr. } 13x + 30
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 d. \quad (a^3 + b^3) : (a + b) = a^2 - ab + b^2 \\
 \underline{-(a^3 + a^2b)} \\
 -a^2b + b^3 \\
 \underline{-(-a^2b - ab^2)} \\
 ab^2 + b^3 \\
 \underline{-(ab^2 + b^3)} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 e. \quad \text{Nájdite reálne číslo } t \text{ tak, aby delenie nemalo zvyšok: } (12x^2 + 17x + t) : (3x + 8) = 4x - 5 \\
 \underline{-(12x^2 + 32x)} \\
 -15x + t \\
 \underline{-(15x + 40)} \\
 \text{zr. } t + 40 = 0 \Rightarrow t = -40
 \end{array}$$

Samostatne

1. Vydeľte mnohočleny, určte podmienky

- $(6x^2 - 11x - 10) : (3x + 2)$
- $(9y^4 + 26y^2 + 25) : (3y^2 - 2y + 5)$
- $(11p^3 - 32 + 19p^2 + 3p^4 - 28p) : (4 - 3p)$
- $(a^3 - b^3) : (a - b)$

