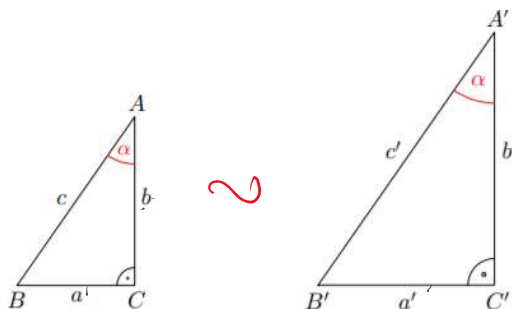


PRAVOUHLÝ TROJUHOLNÍK → R-Δ

- Pytagorova veta
- Goniometrické funkcie
- Euklidove vety

Goniometrické funkcie

- Koľko pravouhlých trojuholníkov, ktorých jeden vnútorný uhol má veľkosť 35° , existuje?



$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} = k$$

$$a'b = a'b' \rightarrow k \neq \frac{a'}{b'} = \frac{a}{b}$$

$$b'c = c'b \rightarrow \frac{b'}{c'} = \frac{b}{c}$$

- pomer dĺžok konkrétnych dvoch strán daného pravouhlého trojuholníka je číslo, ktoré závisí iba od veľkosti uhla α a je pre ktorýkoľvek z podobných pravouhlých trojuholníkov rovnaké

goniom. funkcie pre ostrý uhol v R-Δ!

$$\sin \alpha = \frac{\text{protiľahlá odvesna}}{\text{prepona}} = \frac{a}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{protiľahlá odvesna}}{\text{priľahlá odvesna}} = \frac{a}{b}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{priľahlá odvesna}}{\text{prepona}} = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{cotg} \alpha = \frac{\text{priľahlá odvesna}}{\text{protiľahlá odvesna}} = \frac{b}{a}$$



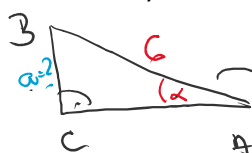
$$\sin \varphi = \frac{4}{5} = \frac{3}{5} \rightarrow$$

$$\sin \varphi = 0,6$$

$$\varphi = \sin^{-1}(0,6) \rightarrow \varphi \approx 37^\circ$$

Úlohy

1. V pravouhlom trojuholníku ABC s pravým uhlom pri vrchole C platí $c = 6 \text{ cm}$ a $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Určte dĺžku strany a.



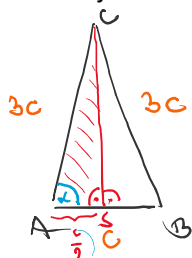
$$\sin \alpha = \frac{3}{4} \parallel \sin \alpha = \frac{a}{6}$$

$$\rightarrow \frac{3}{4} = \frac{a}{6}$$

$$\frac{3 \cdot 6}{4} = a$$

$$\rightarrow a = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ cm}$$

2. Dĺžka ramena rovnoramenného trojuholníka je trojnásobkom dĺžky jeho základne. Vypočítajte veľkosti jeho vnútorných uhlov



$$\text{R-}\Delta \text{ASC: } \cos \alpha = \frac{\frac{c}{2}}{3c} = \frac{1}{6}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{6}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{6}\right)$$

$$\alpha \approx 87^\circ = \beta$$

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$

$$\gamma =$$

3. Vypočítajte hodnoty goniometrických funkcií pre uhly $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$

Hand-drawn diagrams illustrating the derivation of trigonometric values for $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$.

30-60-90 Triangle: A right triangle with angles $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$. The hypotenuse is a . The side opposite 30° is $a/2$. The side opposite 60° is $a\sqrt{3}/2$. The derivation shows: $\sqrt{a^2 - (a/2)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

45-45-90 Triangle: A right triangle with angles $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$. The hypotenuse is a . The legs are $a/\sqrt{2}$. The derivation shows: $\sqrt{a^2 - (a/\sqrt{2})^2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Trigonometric Values:

$$\sin 60^\circ = \frac{1}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

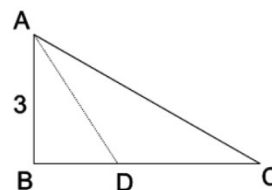
$$\cos 60^\circ = \frac{a/2}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}/2}{a/2} = \sqrt{3}$$

$$\operatorname{cotg} 60^\circ = \frac{a/2}{a\sqrt{3}/2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

	30°	45°	60°
$\sin \alpha$			$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$			$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$			$\sqrt{3}$
$\operatorname{cotg} \alpha$			$\frac{1}{\sqrt{3}}$

4. V pravouhlom trojuholníku ABC sa $\alpha = 60^\circ, \gamma = 30^\circ$ a $c = 3$. Na strane BC leží bod D tak, že platí $2|BD| = |CD|$. Vypočítajte dĺžku strany AD.



5. Daná je kružnica $k(S; 3 \text{ cm})$. Vypočítajte veľkosť uhla, ktorý zvierajú dotýčnice ku kružnici vedené jej vonkajším bodom M; $|MS| = 7 \text{ cm}$.

6. Odvodte vzorec pre výpočet obsahu trojuholníka $S = \frac{1}{2}b \cdot c \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2}a \cdot c \cdot \sin \beta = \frac{1}{2}a \cdot b \cdot \sin \gamma$