Diskret Matematik og Algoritmer

Aflevering 2i

Adam Frederik Ingwersen Linnemann,
GQR701
Hold 4

Datalogisk Institut
Københavns Universitet

September 19, 2016

Del 1

Antallet af inversioner kan bestemmes ved at tælle det samlede antal 'ikke-sorterede' placeringer af elementerne i A. For arrray bestående af følgende $n = 6$ elementer; [2,1,8,4,3,6] er der sammenlagt 5 inversioner.

Del 2

En generel formel for at finde det maksimale antal inversioner, k, i et array bestående af n vilkårlige elementer kan bestemmes ved:

$$k = \frac{n(n-1)}{2}$$

Dette kan bl.a. skrives på følgende måde ved iterativ pseudokode:

Algorithm 1 Maksimale antal inversioner givet n

```
function MaxInv(n)
    v = 0
    for i = 1 to n
        v = (i − 1) + v
    return v
```

Del 3

Denne delopgave kan løses på adskillige måder - både rekursivt og iterativt. Her er valgt en iterativ tilgang, der bygger på lineær søgning. Algoritmen opererer på følgende måde:

1. Positionér starten af den første løkke (i=0) ved A's 0'te element
2. Positionér herefter starten af den anden løkke foran i (j=i+1)
3. Lad j iterere fra j=1 til n over nedenstående betingelse:
    (a) Hvis værdien af det i'te element er strengt større end det j'te, da:
    (b) Denotér variablen 'inv' med sin hidtige værdi plus 1
4. Afslut ved at returnere den akkumulerede værdi for 'inv'

Algoritmen er beskrevet i et mere koncist format i pseudokoden nedenfor.

Algorithm 2 Tæl antal inversioner i A

function CountInv(A, n)	
inv = 0	c_1
for i = 0 to n - 2	$c_2 \cdot n - 1$
for j = i+1 to n - 1	$c_3 \cdot \sum_{j=1}^{n}(t_j - 1)$
if $A[i] > A[j]$	$c_4 \cdot \sum_{j=1}^{n}(t_j - 1)$
$inv = inv + 1$	$c_5 \cdot \sum_{j=1}^{n}(t_j - 1)$
return inv	

En alternativ løsning til den 'fladpandede' lineære søgning ville være, at anvende merge-sort med et if-statement og en tælle-variabel i den afsluttende 'merge'-del.

Del 4

For at analysere algoritmens køretid, anvendes tilgangen beskrevet i CLRS 2.2.

$$k = (n - 1) \cdot (n - 1) \cdot n - 2/2$$