

DMA 2016

– Ugeopgave 10 –

- Hele ugeopgaven skal besvares.
- Ugeopgaven skal afleveres onsdag den 4. januar klokken 23:59 på Absalon.
- Ugeopgaven skal laves i **grupper** af 3-4 personer.
- Besvarelsen skal udarbejdes i L^AT_EX.

Denne ugeopgave har to temaer. Vi lægger vægt på at I har udtrykt jer præcist og koncist, og i overensstemmelse med de principper der er beskrevet i KBR 2, når vi bedømmer opgaven.

Del 1 Tre dataloger har lavet pseudokode for en algoritme hvis køretid kan beskrives som en lineær homogen rekursionsformel af anden grad. Datalog 1 har fundet køretider givet ved

$$u_n = u_{n-1} + 4u_{n-2}, \quad n \geq 3, \quad (1)$$

datalog 2 har fundet køretider givet ved

$$u_n = 2u_{n-1} + 3u_{n-2}, \quad n \geq 3, \quad (2)$$

og datalog 3 har fundet køretider givet ved

$$u_n = 9u_{n-2}, \quad n \geq 3. \quad (3)$$

I alle tre tilfælde har vi $u_1 = 1$ og $u_2 = 2$.

- (a) Opstil karakterligningen for alle tre lineære homogene rekursionsformler af anden grad, og find deres rødder.
- (b) Find konstanter s_1 , s_2 og s_3 således at køretiden for algoritme 1 er $\Theta(s_1^n)$, køretiden for algoritme 2 er $\Theta(s_2^n)$ og køretiden for algoritme 3 er $\Theta(s_3^n)$.
- (c) Hvilken af de tre algoritmer bør videreudvikles til et egentligt program?

Del 2 Køretiden for en sorteringsalgoritme kan beskrives rekursivt ved at

$a_1 = 3$ og

$$a_n = a_{\lfloor n/2 \rfloor} + a_{\lceil n/2 \rceil} + 3n + 1, \quad n \geq 2$$

(a) Bevis udsagnet

$$n \leq 2^k \implies a_n \leq 3 \cdot k2^k + 4 \cdot 2^k - 1.$$

for alle $n, k \in \mathbb{Z}^+$.

(b) Vis at a_n er $O(n \log n)$.