Del 3

Vi betragter følgende udtryk:

$$\sum_{k=0}^{n} (2k+1)$$

Vi ønsker, at lade k starte i nul, med det formål at være i stand til at anvende reglerne fra formelsamlingen. Det ses, at $2 \cdot 0 + 1 = 1$, hvorved den første iteration af sumfølgen altid vil være 1 - dette kan bruges, så:

$$=1+\sum_{k=1}^{n}(2k+1)$$

Herefter kan vi anvende, at $\sum_{k=1}^{n} 1 = n$, samt at $\sum_{k=1}^{n} c \cdot a_k = c \cdot \sum_{k=1}^{n} a_k$, sådan at:

$$1 + \sum_{k=1}^{n} (2k+1) = 1 + n + 2 \cdot \sum_{k=1}^{n} k$$

Hertil ved vi, at $\sum_{k=1}^{n} k = \sum_{k=1}^{n} \frac{n^2+n}{2}$. Herved har vi opnået den eksplicitte form for sumfølgen:

$$1 + n + 2 \cdot \sum_{k=1}^{n} k = 1 + n + 2 \cdot \frac{n^2 + n}{2} =$$

$$\underline{1+2n+n^2}$$