

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta informačních technologií



ELEKTRONIKA PRO INFORMAČNÍ TECHNOLOGIE

2020/2021

**Semestrální projekt**

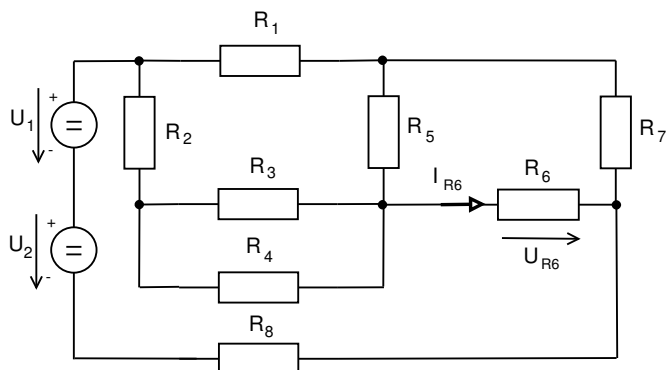
## Obsah

1	Příklad 1	2
2	Příklad 2	8
3	Příklad 3	11
4	Příklad 5	14
5	Shrnutí výsledků	17

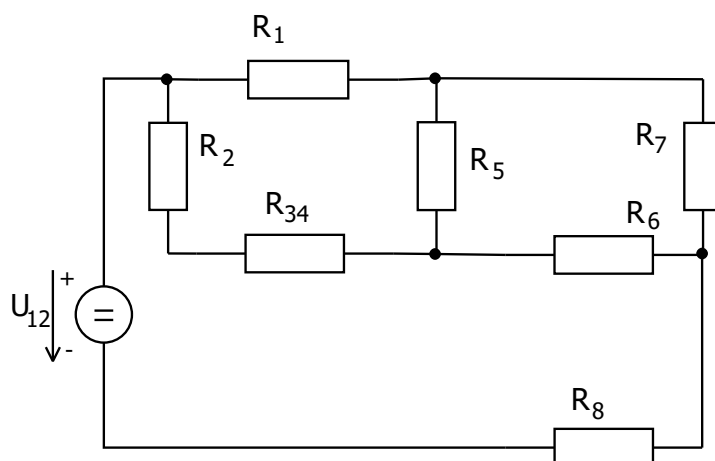
## Příklad 1

Stanovte napětí  $U_{R6}$  a proud  $I_{R6}$ . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]	$R_6$ [ $\Omega$ ]	$R_7$ [ $\Omega$ ]	$R_8$ [ $\Omega$ ]
E	115	55	485	660	100	340	575	815	255	225



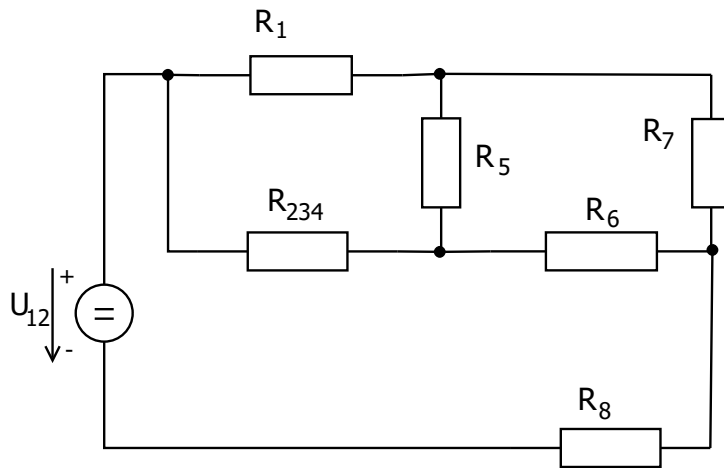
Řešení metodou postupného zjednodušování



Obrázek 1:  $R_3$  a  $R_4$  jsou zapojeny paralelně a zdroje  $U_1$  a  $U_2$  sériově

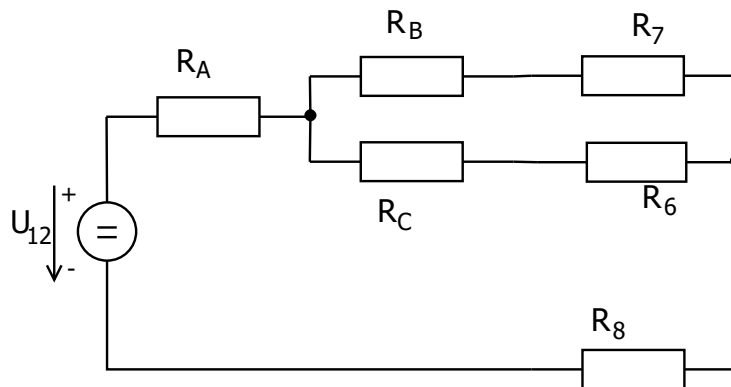
$$R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{100 \cdot 340}{100 + 340} \doteq 77.2727 \Omega$$

$$U_{12} = U_1 + U_2 = 115 + 55 = 170 \text{ V}$$



Obrázek 2:  $R_2$  a  $R_{34}$  jsou zapojeny sériově

$$R_{234} = R_2 + R_{34} = 660 + 77.2727 = 737.2727\Omega$$

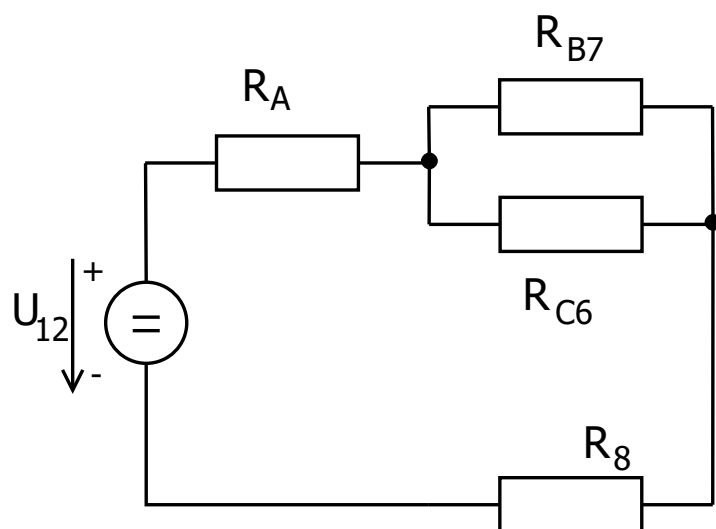


Obrázek 3: transfigurace - trojúhelník

$$R_A = \frac{R_1 R_{234}}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{485 \cdot 737.2727}{485 + 737.2727 + 575} = 198.9555\Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 R_5}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{485 \cdot 575}{485 + 737.2727 + 575} = 155.1657\Omega$$

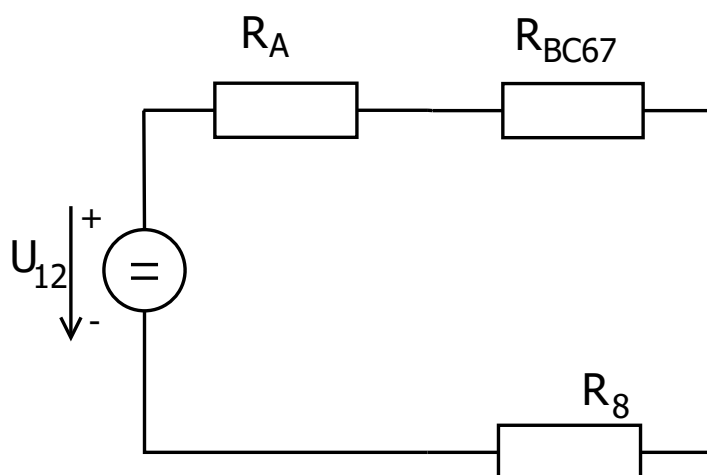
$$R_C = \frac{R_5 R_{234}}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{575 \cdot 737.2727}{485 + 737.2727 + 575} = 235.8751\Omega$$



Obrázek 4:  $R_B$  a  $R_7$  jsou zapojeny sériově stejně jako  $R_C$  a  $R_6$

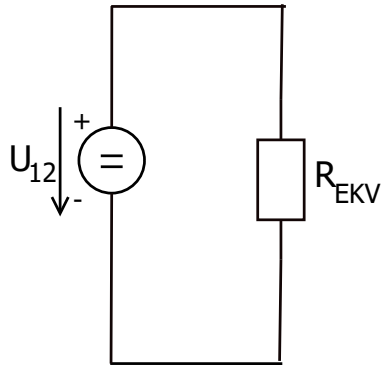
$$R_{B7} = R_B + R_7 = 155.1657 + 255 = 410.1657\Omega$$

$$R_{C6} = R_C + R_6 = 235.8751 + 815 = 1050,8751\Omega$$



Obrázek 5:  $R_{B7}$  a  $R_{C6}$  jsou zapojeny paralelně

$$R_{BC67} = \frac{R_{B7}R_{C6}}{R_{B7} + R_{C6}} = \frac{410.1657 \cdot 1050,8751}{410.1657 + 1050,8751} = 295.0177\Omega$$



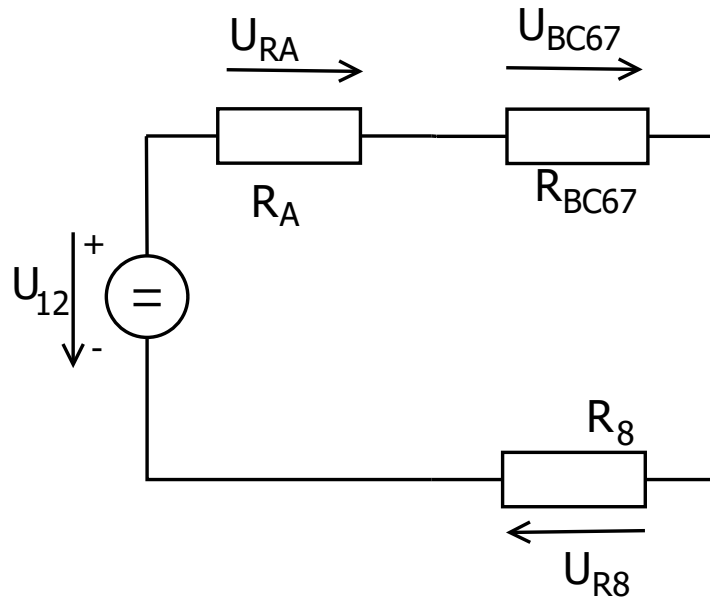
Obrázek 6:  $R_A$  a  $R_{BC67}$  a  $R_8$  jsou zapojeny sériově - získáváme  $R_{EKV}$

$$R_{EKV} = R_A + R_{BC67} + R_8 = 198.9555 + 295.0177 + 225 = 718.9732\Omega$$

Celkový proud  $I$ :

$$I = \frac{U_{12}}{R_{EKV}} = \frac{170}{718.9732} \doteq 0,2364\text{A}$$

Začneme zpětně počítat napětí a proudy, až dojdeme k  $U_{R_6}$  a  $I_{R_6}$ :

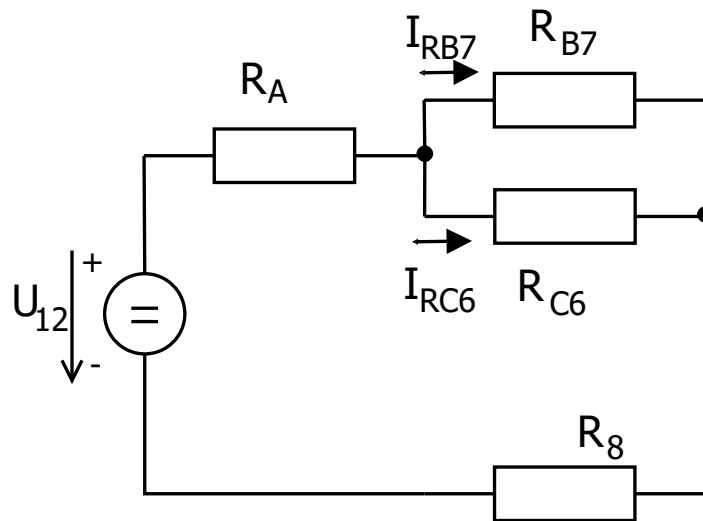


Obrázek 7: Spočítáme si napětí na jednotlivých odporech

$$\begin{aligned}
U_{R_A} &= IR_A = 0,2364 \cdot 198.9555 \doteq 47.0331\text{V} \\
U_{R_{BC67}} &= IR_{BC67} = 0,2364 \cdot 295.0177 \doteq 69.7422\text{V} \\
U_{R_8} &= IR_8 = 0,2364 \cdot 225 = 53.19\text{V}
\end{aligned}$$

Provedeme kontrolu pomocí II. Kirchhoffova zákona.

$$U_{R_A} + U_{R_{BC67}} + U_{R_8} - U_{12} = 0$$

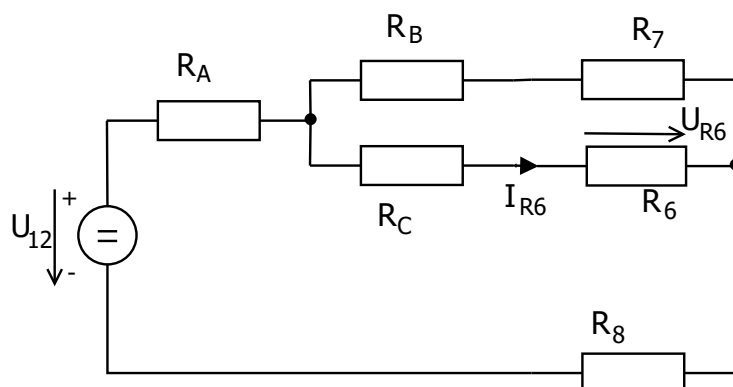


Obrázek 8: Spočítáme si proud ve větvích s  $R_{B7}$  a  $R_{C6}$

$$\begin{aligned}
I_{R_{B7}} &= \frac{U_{R_{BC67}} R_{B7}}{= 410.1657} \frac{69.7422}{=} \doteq 0,17\text{A} \\
I_{R_{C6}} &= \frac{U_{R_{BC67}} R_{C6}}{= 1050,8751} \frac{69.7422}{=} \doteq 0.0664\text{A}
\end{aligned}$$

Provedeme kontrolu pomocí I. Kirchhoffova zákona.

$$I_{R_{B7}} + I_{R_{C6}} - I = 0$$



Obrázek 9: Spočítáme si napětí a proud u  $R_6$

$$I_{R_{C6}} = I_{R_6} = 0.0664\text{A}$$

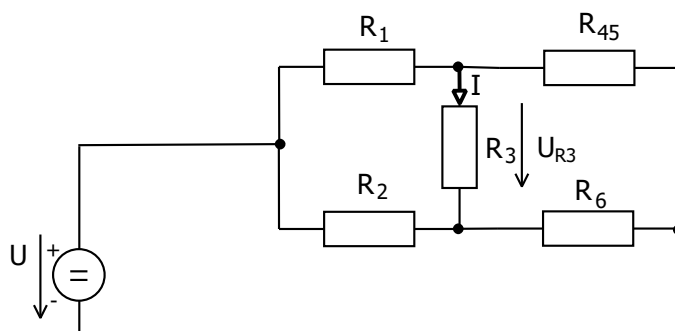
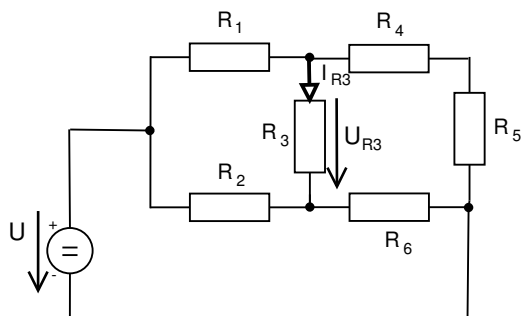
$$U_{R_6} = I_{R_6} R_6 = 0.0664 \cdot 815 = 54.116\text{V}$$



## Příklad 2

Stanovte napětí  $U_{R3}$  a proud  $I_{R3}$ . Použijte metodu Théveninovy věty.

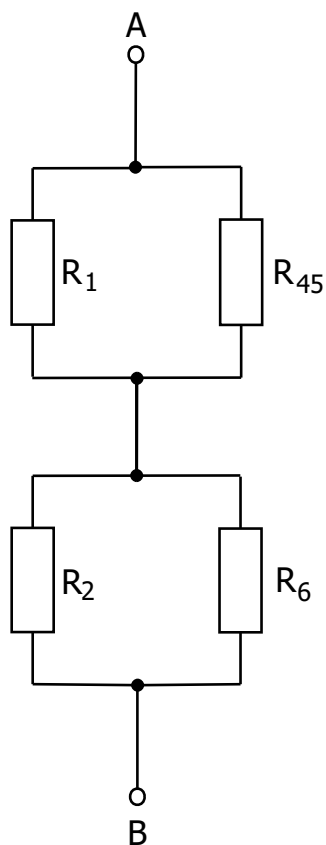
sk.	$U$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]	$R_6$ [ $\Omega$ ]
D	150	200	200	660	200	550	400



Obrázek 10:  $R_4$  a  $R_5$  si můžeme zapojit do série

Spojíme si odpory  $R_4$  a  $R_5$

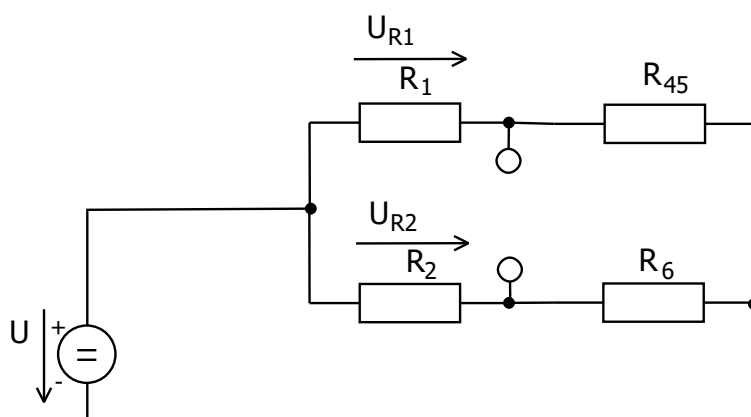
$$R_{45} = R_4 + R_5 = 200 + 550 = 750\Omega$$



Obrázek 11: Obvod bez napěťového zdroje

Postupným zjednodušením získáme odpor  $R_i$ :

$$R_I = \frac{R_1 \cdot R_{45}}{R_1 + R_{45}} + \frac{R_2 \cdot R_6}{R_2 + R_6} = \frac{200 \cdot 750}{200 + 750} + \frac{200 \cdot 400}{200 + 400} \doteq 291.22807\Omega$$

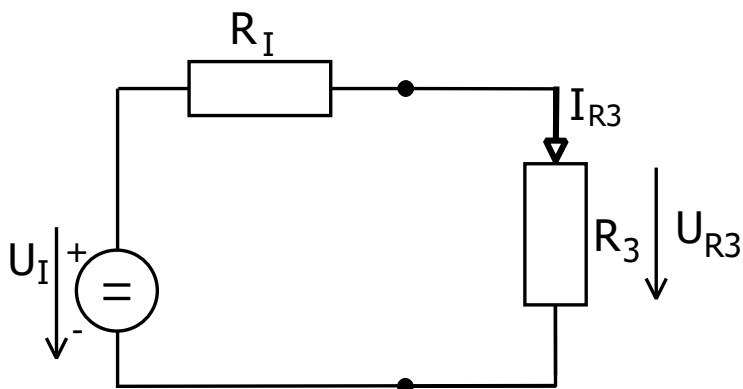


Obrázek 12: obvod bez  $R_3$

Pomocí rovnice dělení napětí si vyjádříme napětí  $U_{R1}$

$$U_{R1} = \frac{R_1}{R_1 + R_{45}} \cdot U_0 = \frac{200}{200 + 750} \cdot 150 \doteq 31.57895V$$

$$U_{R2} = \frac{R_2}{R_2 + R_6} \cdot U_0 = \frac{200}{200 + 400} \cdot 150 \doteq 50V$$



Obrázek 13: zjednodušený obvod

Pomocí získaných hodnot si dopočítáme potřebné veličiny:

$$U_i = U_{R2} - U_{R1} = 50 - 31.57895 \doteq 18.42105V$$

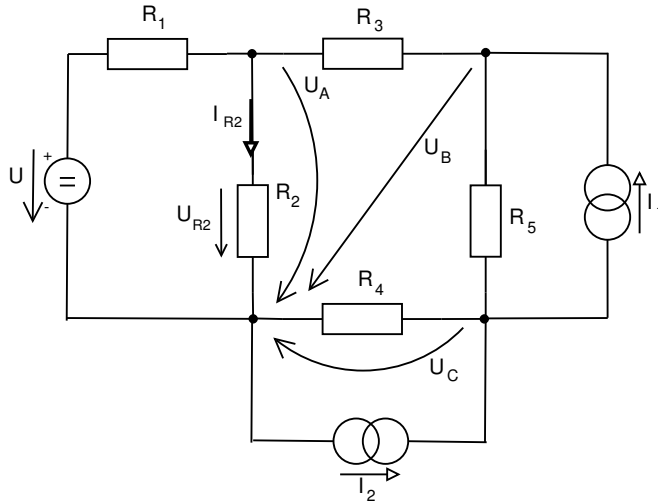
$$I_{R3} = \frac{U_i}{R_I + R_3} = \frac{18.42105}{291.22807 + 660} \doteq 0.01937A$$

$$U_{R3} = R_3 \cdot I_{R3} = 660 \cdot 0.01937 \doteq 12.7842V$$

### Příklad 3

Stanovte napětí  $U_{R2}$  a proud  $I_{R2}$ . Použijte metodu uzlových napětí ( $U_A, U_B, U_C$ ).

sk.	$U$ [V]	$I_1$ [A]	$I_2$ [A]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]
E	135	0.55	0.65	52	42	52	42	21



Podle metody uzlových napětí si sestavíme rovnice proudů a to tak, že uzel A je tam kde začíná šipka  $U_A$ , uzel B tam kde začíná šipka napětí  $U_B$  a uzel C tam kde začíná šipka napětí  $U_C$ . Využíváme II. Kirchhoffův zákon.

$$\text{Pro uzel A: } I_{R1} + I_{R3} - I_{R2} = 0$$

$$\text{Pro uzel B: } I_1 - I_{R3} + I_{R5} = 0$$

$$\text{Pro uzel C: } I_2 - I_1 - I_{R4} + I_{R5} = 0$$

Nejdříve si ještě musíme určit rovnice proudů protékající jednotlivými rezistory. Na základě napětí  $U_A$ ,  $U_B$  a  $U_C$ .

$$\begin{aligned} I_{R1} &= \frac{U - U_A}{R_1} \\ I_{R2} &= \frac{U_A}{R_2} \\ I_{R3} &= \frac{U_B - U_A}{R_3} \\ I_{R4} &= \frac{U_C}{R_4} \\ I_{R5} &= \frac{U_B - U_C}{R_5} \end{aligned}$$

Nyní si dosadíme od rovnic hodnoty:

$$\begin{aligned} \frac{135 - U_A}{52} + \frac{U_B - U_A}{52} - \frac{U_A}{42} &= 0 \\ 0.55 - \frac{U_B - U_A}{52} - \frac{U_B - U_C}{21} &= 0 \\ 0.65 - 0.55 - \frac{U_C}{42} + \frac{U_B - U_C}{21} &= 0 \end{aligned}$$

Rovnice si lehce upravíme:

$$\begin{aligned}\frac{-U_A}{52} + \frac{U_B}{52} - \frac{U_A}{52} - \frac{U_A}{42} &= -\frac{135}{52} \\ \frac{U_A}{52} - \frac{U_B}{52} - \frac{U_B}{21} + \frac{U_C}{21} &= -0.55 \\ \frac{U_B}{21} - \frac{U_C}{21} - \frac{U_C}{42} &= -0.1\end{aligned}$$

Rovnice si upravíme tak, že napětí  $U_A$ ,  $U_B$  a  $U_C$  osamostaníme, abychom lehce vytvořili matici.

$$\begin{aligned}-U_A \cdot \left(\frac{1}{42} + \frac{1}{52} + \frac{1}{52}\right) + U_B \cdot \frac{1}{52} &= -\frac{135}{52} \\ U_A \cdot \frac{1}{52} - U_B \cdot \left(\frac{1}{21} + \frac{1}{52}\right) + U_C \cdot \frac{1}{21} &= -0.55 \\ U_B \cdot \frac{1}{21} - U_C \cdot \left(\frac{1}{21} + \frac{1}{42}\right) &= -0.1\end{aligned}$$

//Vytvoříme si matici a vypočítáme jednotlivé hodnoty napětí. Odstraníme zlomky pronásobením.

$$\left( \begin{array}{ccc|c} -42 - 42 - 52 & 42 & 0 & -5670 \\ 21 & -21 - 52 & 52 & -600.6 \\ 0 & 42 & -63 & -88.2 \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} -136 & 42 & 0 & -5670 \\ 21 & -73 & 52 & -600.6 \\ 0 & 42 & -63 & -88.2 \end{array} \right)$$

Budeme používat Gaussovu eliminační metodu. Upravíme matici na trojúhelníkový tvar.

$$\left( \begin{array}{ccc|c} -136 & 42 & 0 & -5670 \\ 0 & 42 & -63 & -\frac{441}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{6497}{136} & -\frac{1098741}{680} \end{array} \right)$$

Nyní si vypočítáme jednotlivá napětí.

Napětí  $U_C$ :

$$\left(-\frac{6497}{136}\right) \cdot U_C = -\frac{1098741}{680}$$

$$4417960 \cdot U_C = 149428776$$

$$U_C = \frac{1098741}{32485}$$

Napětí  $U_B$ :

$$42 \cdot U_B - 63 \cdot U_C = -\frac{441}{5}$$

$$42 \cdot U_B - 63 \cdot \frac{1098741}{32485} = -\frac{441}{5}$$

$$1364370 \cdot U_B - 69220683 = -2865177$$

$$1364370 \cdot U_B = 66355506$$

$$U_B = \frac{1579893}{32485}$$

Napětí  $U_A$ :

$$-136 \cdot U_A + 42 \cdot U_B - 0 \cdot U_C = -5670$$

$$-136 \cdot U_A + 42 \cdot \frac{1579893}{32485} = -5670$$

$$-4417960 \cdot U_A + 66355506 = -184189950$$

$$-4417960 \cdot U_A = -250545456$$

$$U_A = \frac{1842246}{32485}$$

$$U_A = \frac{1842246}{32485} \doteq 56.71067V$$

$$U_B = \frac{1579893}{32485} \doteq 48.63454V$$

$$U_C = \frac{1098741}{32485} \doteq 33.82303V$$

Nyní můžeme vypočítat napětí  $U_{R_2}$  a proud  $I_{R_2}$ .

$$U_A = U_{R_2}$$

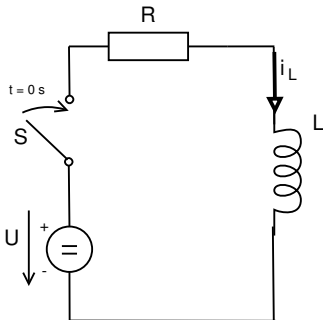
$$I_{R_2} = \frac{U_A}{R_2} = \frac{56.71067}{52} = 1.09059A$$

## Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase  $t = 0[\text{s}]$  sepne spínač  $S$ . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení  $i_L = f(t)$ . Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ( $t = \frac{\pi}{2\omega}$ ).

sk.	$U$ [V]	$L$ [H]	$R$ [ $\Omega$ ]	$i_L(0)$ [A]
D	25	5	25	12



Vyjádríme si všechny vztahy v obvodu:

$$i_L = \frac{u_R}{R} \quad i = i_L = i_R$$

$$u_R + u_L - U = 0$$

$$u'_L = \frac{u_L}{L}$$

Zavedeme si počáteční podmínku:

$$u'_L(0) = 12A$$

Nyní využijeme vyjádřené vztahy:

$$Ri_L + Li'_L = U$$

$$i'_L = \frac{1}{L} \cdot (U - Ri_L)$$

Očekávané řešení:

$$i_L(t) = K(t) \cdot e^{\lambda t}$$

Řešíme charakteristické rovnice ( $i'_L = \lambda$ ,  $i_L = 1$ ):

$$R + L\lambda = 0$$

$$\lambda = -\frac{R}{L} = -\frac{25}{5}$$

Dosadíme  $\lambda$  do očekávaného řešení:

$$\begin{aligned}i_L(t) &= K(t) \cdot e^{\lambda t} \\i_L(t) &= K(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}\end{aligned}$$

Provedeme derivace získané rovnice:

$$i_L'(t) = K'(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + K(t) \cdot \left(-\frac{R}{L}\right) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

Dosadíme rovnice do námi sestavené diferenciální rovnice:

$$\begin{aligned}Ri_L + Li_L' &= U \\R \cdot K(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + L \cdot \left(K'(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + K(t) \cdot \left(-\frac{R}{L}\right) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}\right) &= U \\R \cdot K(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + L \cdot K'(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + L \cdot K(t) \cdot \left(-\frac{R}{L}\right) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} &= U \\R \cdot K(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + L \cdot K'(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} - R \cdot K(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} &= U \\L \cdot K'(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} &= U \\K'(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} &= \frac{U}{L} \\K'(t) &= \frac{U}{L} \cdot e^{-\frac{R}{L}t}\end{aligned}$$

Rovnici  $K'(t)$  zintegrujeme abychom zjistili  $K(t)$ :

$$\begin{aligned}K(t) &= \int \frac{U}{L} \cdot e^{-\frac{R}{L}t} dt \\K(t) &= \frac{U \cdot e^{-\frac{R}{L}t}}{R} + k\end{aligned}$$

Dosadíme  $K(t)$  do očekávaného řešení:

$$\begin{aligned}i_L(t) &= \left(\frac{U \cdot e^{-\frac{R}{L}t}}{R} + k\right) \cdot e^{\lambda t} \\i_L(t) &= \frac{U}{R} + k \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \quad (1)\end{aligned}$$

Dále dosadíme počáteční podmínku  $i_L(0) = 12A$ :

$$\begin{aligned}12 &= \frac{U}{R} + k \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \\12 &= \frac{U}{R} + k \\k &= 12 - \frac{U}{R}\end{aligned}$$

Dosadíme  $k$  do rovnice (1):

$$i_L(t) = \frac{U}{R} + k \cdot e^{-\frac{R}{L}t} i_L(t) = \frac{U}{R} + \left(12 - \frac{U}{R}\right) e^{-\frac{R}{L}t}$$



Dosadíme hodnoty:

$$i_L(t) = \frac{25}{25} + \left(12 - \frac{25}{25}\right)e^{-\frac{25}{5}t}$$

Hledaná rovnice tedy je:

$$i_L(t) = 1 + 11e^{-5t}$$

a)

$$t = 0s : \quad i_L(0) = \frac{U}{R} + 12 - \frac{U}{R} = 12$$

b) Dosadíme  $i_L$  a  $i'_L$  do diferenciální rovnice prvního řádu a upravíme:

$$Ri_L + Li'_L = Ui_L(t) = \frac{U}{R} + \left(12 - \frac{U}{R}\right) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i'_L(t) = -\left(12 - \frac{U}{R}\right) \cdot \frac{R}{L} \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$R \cdot \left[ \frac{U}{R} + \left(12 - \frac{U}{R}\right) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \right] + L \cdot \left[ -\left(12 - \frac{U}{R}\right) \cdot \frac{R}{L} \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \right] = U$$

$$U + R \cdot \left(12 - \frac{U}{R}\right) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} - R \cdot \left(12 - \frac{U}{R}\right) e^{-\frac{R}{L}t} = U$$

$$U = U$$

$$0 = 0$$

## Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledky
1	E	$U_{R6} = 54.116V$ $I_{R6} = 0.0664A$
2	D	$U_{R3} = 2.7842V$ $I_{R3} = 0.0194A$
3	E	$U_{R2} = 56.7107V$ $I_{R2} = 1.09059A$
5	D	$i_L = i_L(t) = 1 + 11e^{-5t}$