

# Zadania podobne do egzaminacyjnych

Adam Niedziałkowski

16 stycznia 2016

## 1 Zadanie 6

$x_{ij}$  – liczba klientów przypiędzonych do koncentratora w mieście  $j$  którzy wykupili klasę obsługi  $i$   $P$  – liczba miast  $N$  – liczba klas obsługi

$$\sum_{i=2}^N x_{ij} = x_{1j}, j = 1, 2, \dots, P \quad (1)$$

To równanie oznacza, że połowa klientów będzie obsługiwana przez pierwszą klasę obsługi.

## 2 Zadanie 7

$N$  – zbiór komórek

$M$  – zbiór zestawów częstotliwości

$a_{ij}$  – macierz sąsiedztwa, 1 jeżeli komórka  $i$  sąsiaduje z  $j$ , 0 w innym przypadku

$S_n$  – zbiór sąsiadów komórki  $n$ , inaczej dla każdego  $i \in N$  takie  $j \in N, j \neq i$  że  $a_{ij} = 1$

$x_{nm}$  – zmienna binarna mówiąca o tym czy w komórce  $n$  wykorzystywana jest częstotliwość  $m$

### 2.1 Funkcja celu

$$\max \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M (x_{nm} == 0) \quad (2)$$

### 2.2 Ograniczenia

$$\forall_{n \in N} \sum_{m=1}^M x_{nm} = 1 \quad (3)$$

$$\forall_{n \in N} \forall_{s \in S_n} \forall_{m \in M} \quad x_{nm} + x_{sm} \leq 1 \quad (4)$$

### 2.3 Liczba zmiennych, ograniczeń

Liczba zmiennych będzie wynosić  $N \times M$  ( $x_{nm}$ )

Liczba ograniczeń (3) będzie wynosić  $N \times M$ .

Liczba ograniczeń (4) będzie wynosić  $N \times N \times M$  (technicznie to bardziej  $\sum_{i,j} a_{ij} x M$ , ale pierwsza odpowiedź chyba jest akceptowalna)

## 3 Zadanie 8

## 4 Zadanie 9

$D$  – zbiór zapotrzebowań

$K_l$  – koszt łącza

$O_l$  – obciążenie łącza w Mbps

$L$  – zbiór łączy

### 4.1 Funkcja celu

$$\min \sum_{l \in L} O_l^2 \quad (5)$$

### 4.2 Ograniczenia

$$\forall_{l \in L} \quad O_l \leq 4 \quad (6)$$

## 5 Zadanie 14

### 5.1 Funkcja celu

$$\min y(x) = \min(100 * (x > 0) + 10 * x) \quad (7)$$

### 5.2 Ograniczenia

$$0 \leq x \leq 20 \quad (8)$$

## 6 Zadanie 15

### 6.1 Funkcja celu

$$\min y(x) = \min( (x > 0) * 100 + (x > 10) * 200 ) \quad (9)$$

A ładniej:

$$y(x) = \begin{cases} 0 & : x = 0 \\ 100 & : 0 < x \leq 10 \\ 300 & : x > 10 \end{cases}$$

(10)

## 6.2 Ograniczenia

$$0 \leq x \leq 20 \quad (11)$$

## 7 Zadanie 16

### 7.1 Zmienne

$X_i$  – wartość przepływu na łączu  $i$

### 7.2 Funkcja celu

$$\min \sum_i d(1, X_i) \quad (12)$$

### 7.3 Ograniczenia

Przepustowość:

$$\sum_i X = 0.95 \quad (13)$$

### 7.4 Czy problem jest wypukły czy wklesły?

Strzelam, że wypukły :) Inaczej nie była by to linearyzacja. Trzeba by to pewnie narysować, bo ani monotoniczność, ani założenie jakiejś konkretnej wartości nic nie da.

Matematycznie to trzeba by pewnie udowodnić że:

$$\forall_c \forall_{t_1, t_2, t_1 < t_2} \quad \bar{d}(c, t_1) \leq \bar{d}(c, t_2) \quad (14)$$

Albo bardziej żmudna opcja, czyli sprawdzamy co się dzieje wokół punktów sklejania funkcji. Trzeba by podzielić równanie przez  $c$  (możemy by  $c$  jest stała i  $c > 0$ ). I potem dla nowej zmiennej  $z = \frac{t}{c}$  udowodnić, że w każdym z tych punktów:

$$\forall_{z_1, z_2} : z_1 \geq z_2 \Rightarrow f(z_1) \geq f(z_2) \quad (15)$$

## 8 Zadanie 17

$E$  – zbiór miast na wschodnim wybrzeżu  $W$  – zbiór miast na zachodnim wybrzeżu

## 8.1 Zmienne

$x$  – zmienna binarna, która mówi czy korzystamy z huba w Dallas (1) czy w Chicago (0)  $y$  – zmienna binarna, która mówi czy korzystamy z routera w danym mieście

## 8.2 Funkcja kosztu

$$\min \sum_{i \in E} \sum_{j \in E, i \neq j} (x * (y_i * KO_{id} + y_j * KO_{dj}) + (1 - x) * (y_i * KO_{ic} + y_j * KO_{cj})) \quad (16)$$

gdzie:

$d$  – id miasta Dallas

$c$  – id miasta Chicago

$i \in E, i$  – id miasta ze wschodniego wybrzeża

$j \in W, j$  – id miasta z zachodniego wybrzeża

## 8.3 Ograniczenia

Jedno miasto na wschodnim:

$$\sum_{i \in E} y_i = 1 \quad (17)$$

I jedno na zachodnim:

$$\sum_{j \in W} y_j = 1 \quad (18)$$

## 8.4 komentarz

Pewnie chodzi tu bardziej o zastosowanie cut constraint (patrz homework 3 spanning tree) i sprawdzanie kardynalności zbiorów  $E$  i  $W$ , ale to powinno przejść.

# 9 Zadanie 18

## 9.1 Oznaczenia

$M$  – zbiór lokalizacji anten  $P$  – zbiór typów anten  $BW_p$  – przepływność "w dół" anteny  $p$   $KO_p$  – koszt instalacja anteny  $p$   $MA_p$  – liczba dostępnych anten w magazynie  $B$  – minimalna sumaryczna przepływność

## 9.2 Zmienne

$x_{mp}$  – zmienna binarna, 1 jeżeli w lokalizacja  $m$  zainstalowana jest antena  $p$ , 0 w innym przypadku

### 9.3 Funkcja celu

$$\min \sum_{m \in M} \sum_{p \in P} KO_p * x_{mp} \quad (19)$$

### 9.4 Ograniczenia

Nie więcej niż 3 typy anten:

$$\left( \sum_{p \in P} \left( \sum_{m \in M} x_{mp} \right) == 0 \right) \geq P - 3 \quad (20)$$

Zapewnienie minimalnej przepływności:

$$\sum_{m \in M} \sum_{p \in P} BW_p * x_{mp} \geq B \quad (21)$$

Co najwyżej jedna antena per lokalizacja:

$$\forall_{m \in M} \sum_{p \in P} x_{mp} \leq 1 \quad (22)$$

Anten jest ograniczona liczba:

$$\forall_{p \in P} \sum_{m \in M} x_{mp} \leq MA_p \quad (23)$$

## 10 Zadanie 19

### 10.1 Oznaczenia

$N$  – zbiór lokalizacji

$M$  – zbiór typów anten

$BW_m$  – przepływność "w dół", realizowana przez antenę  $m$

$KO_m$  – koszt instalacji anteny  $m$

$MA_m$  – liczba dostępnych anten  $m$

$BU$  całkowity dostępny budżet

### 10.2 Zmienne

$x_{nm}$  – zmienna binarna, 1 jeżeli antena  $m$  zamontowana jest w lokalizacji  $n$  inaczej 0

### 10.3 Funkcja celu

$$\max \sum_{n \in N} \sum_{m \in M} BW_m * x_{nm} \quad (24)$$

## 10.4 Ograniczenia

Jedna antena per lokalizacja:

$$\forall_{n \in N} \sum_{m \in M} x_{nm} = 1 \quad (25)$$

Inwestor nie sra pieniędzmi:

$$\left( \sum_{n \in N} \sum_{m \in M} x_{nm} * KO_m \right) \leq BU \quad (26)$$

Anten jest ograniczona liczba:

$$\forall_{m \in M} \sum_{n \in N} x_{nm} \leq MA_m \quad (27)$$