
Matematika 4 — Logika pre informatikov

Teoretická úloha 7

Riešenie teoretickej časti tejto sady úloh **odovzdajte** najneskôr v pondelok **8. apríla 2019 o 11:30** na prednáške.

Odovzdané riešenia musia byť **čitateľné** a mať primerane **malý** rozsah. Ohodnotené riešenia poskytneme k nahliadnutiu, ale **nevrátime** vám ich, uchovajte si kópiu. Na riešenia všetkých úloh sa vzťahujú všeobecné **pravidlá** zverejnené na adrese https://dai.fmph.uniba.sk/w/Course:Mathematics_4/sk#pravidla-uloh.

Čísla úloh v zátvorkách odkazujú do zbierky, v ktorej nájdete ďalšie úlohy na precvičovanie a vzorové riešenia: <https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/blob/master/teoreticke/zbierka.pdf>.

Svoje tablá môžete skontrolovať pomocou editora <https://dai.fmph.uniba.sk/courses/lpi/tableauEditor/>.

Cvičenie 1. (2.8.1) V rezolvenčnom kalkule dokážte nespľniteľnosť množín klauzúl:

- a) $T = \{a, (b \vee \neg a), (\neg a \vee \neg b \vee c), (\neg a \vee \neg c)\}$
- b) $T = \{(a \vee b \vee c), (b \vee \neg c), (\neg a \vee \neg b)\}$
- c) $T = \{(c \vee b), (\neg c \vee a), (c \vee \neg b), (\neg a \vee \neg c)\}$

Cvičenie 2. (2.8.3, 2.7.4) Dokážte, že z tvrdení:

- (A₁) Keď mám dáždnik, nikdy neprší.
- (A₂) Cesta je mokrá, iba ak prší alebo prešlo umývacie auto.
- (A₃) Umývacie auto nejazdí cez víkend.
- (A₄) Do práce chodím peši vo všetky pracovné dni okrem utorka, kedy chodím električkou.
- (A₅) Keď idem električkou, dáždnik si neberiem.

vyplýva

- (X) Ak mám dáždnik a je mokrá cesta, nie je víkend.

Tvrdenia sformalizujte a na dôkaz vyplývania využite *rezolvenčný* kalkul. Zdôvodnite, prečo váš dôkaz toto vyplývanie dokazuje.

Cvičenie 3. (2.7.18) Dokážte, že nasledujúce tablové pravidlá sú korektné:

$$\begin{array}{c} \frac{}{\mathbf{TX} \mid \mathbf{FX}} \quad (\text{cut}) \qquad \frac{\mathbf{F}(X \wedge Y) \quad \mathbf{TX}}{\mathbf{FY}} \quad (\text{NCS}) \\[10pt] \frac{\mathbf{T}(X \rightarrow Y) \quad \mathbf{FY}}{\mathbf{FX}} \quad (\text{MT}) \qquad \frac{\mathbf{T}(X \leftrightarrow Y) \quad \mathbf{TX}}{\mathbf{TY}} \quad (\text{ESTT}) \end{array}$$

Tieto pravidlá sa nazývajú: (cut) rez, (MT) modus tolens. (NCS) je variácia disjunktívneho sylogizmu (viď zbierka 2.7.18) pre nespĺnenú konjunkciu, (ESTT) je variácia pravidla modus ponens pre splnenú ekvivalenciu.

Cvičenie 4. Vyriešte cvičenie 2 pomocou tabla s korektnými pravidlami z úlohy 2.7.18 v zbierke. Využite nové pravidlá čo najviac. Porovnajte výsledné tablo s tablom so základnými pravidlami z 5. teoretickej úlohy.

Hodnotená časť

Úloha 1. (2.8.3) Je daná teória T nad $\mathcal{V} = \{a, b, \dots, z\}^+$:

$$T = \left\{ \begin{array}{l} (p \rightarrow (q \wedge r)), \\ ((q \rightarrow p) \vee (s \rightarrow r)), \\ (\neg p \rightarrow (\neg r \wedge s)) \end{array} \right\}$$

Pomocou rezolvenčného kalkulu zistite, či z T vyplýva formula:

$$((\neg p \wedge s) \rightarrow (\neg r \wedge \neg q))$$

Úloha 2. (2.7.18) Dokážte, že verzia rezolvenzie s označenými formulami:

$$\frac{\mathbf{T}(X \vee Y) \quad \mathbf{T}(\neg Y \vee Z)}{\mathbf{T}(X \vee Z)} \quad (\text{R})$$

je korektným tablovým pravidlom.