

---

## Matematika 4 — Logika pre informatikov

### Teoretická úloha 8

---

Riešenie hodnotenej časti tejto úlohy **odovzdajte** najneskôr v pondelok **15. apríla 2019 o 11:30** na prednáške.

Úloha obsahuje aj prémiovú časť, ktorá má osobitný termín odovzdania.

Odovzdané riešenia musia byť **čitateľné** a mať primerane **malý** rozsah. Ohodnotené riešenia poskytneme k nahliadnutiu, ale **nevrátime** vám ich, uchovajte si kópiu. Na riešenia všetkých úloh sa vzťahujú všeobecné **pravidlá** zverejnené na adrese [https://dai.fmph.uniba.sk/w/Course:Mathematics\\_4/sk#pravidla-uloh](https://dai.fmph.uniba.sk/w/Course:Mathematics_4/sk#pravidla-uloh).

Čísla úloh v zátvorkách odkazujú do zbierky, v ktorej nájdete ďalšie úlohy na precvičovanie a vzorové riešenia: <https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/blob/master/teoreticke/zbierka.pdf>.

**Cvičenie 8.1.** (2.4.6, 2.7.17, 2.7.22) Dokážte alebo vyvráťte nasledujúce tvrdenia:

- Nech  $T$  je teória a  $X$  je formula. Ak  $T$  je nespľniteľná, tak nemožno rozhodnúť, či  $T \models X$  alebo  $T \not\models X$ .
- Existujú označené formuly  $A^+$  typu  $\alpha$  a  $B^+$  typu  $\beta$  také, že  $\alpha_2$  pre  $A^+$  je rovnaká ako  $\beta_1$  pre  $B^+$ .
- Nech  $\pi$  je *úplná* vetva v ľubovoľnom table. Nech  $\beta, \beta_1, \beta_2$  sú označené formuly podľa niektorého  $\beta$  pravidla. Ak sa  $\beta_1$  alebo  $\beta_2$  nachádza na  $\pi$ , tak sa aj  $\beta$  nachádza na  $\pi$ .
- Nech  $\pi$  je *uzavretá* vetva v ľubovoľnom table. Nech  $\alpha, \alpha_1, \alpha_2$  sú označené formuly podľa niektorého  $\alpha$  pravidla. Ak sa  $\alpha$  nachádza na  $\pi$ , tak aspoň jedna z  $\alpha_1, \alpha_2$  sa nachádza na  $\pi$ .
- Nech  $\mathcal{T}$  je ľubovoľné tablo pre množinu označených formúl  $\{TX\}$ . Ak je v  $\mathcal{T}$  niektorá vetva uzavretá, tak  $X$  je falzifikovateľná.

**Cvičenie 8.2.** (3.1.1) Formalizujte nasledovné znalosti z oblasti univerzitného vzdelávania ako teóriu v logike prvého rádu:

- Každý študent študuje nejaký študijný program.
- Učiteľ, ktorý je profesorom, musí byť školiteľom aspoň jedného študenta.
- Evka a Ferko sú študenti. Evka je dievča.
- Študent absolvuje predmet, iba ak ho má zapísaný.
- Každý študent má školiteľa.

- f) Garantom študijného programu je iba profesor.
- g) Každý predmet sa vyučuje v práve jednom semestri.
- h) Evkina školiteľka je učiteľka, ale nie je profesorka.
- i) Predmet je aktívny, ak sú naň zapísaní aspoň dvaja študenti, alebo ak je naň zapísaný hoc aj len jeden študent a je to dievča.
- j) Nikto neučí ani si nezapíše neaktívny predmet.
- k) Sú práve dva rôzne semestre – letný a zimný.
- l) Študent môže byť hodnotený známkou „Fx“ najviac na dvoch predmetoch v tom istom semestri.
- m) Pokiaľ má nejaký študent samé A-čka, učitelia sú spokojní.

**Cvičenie 8.3.** (3.1.2) Zadefinujte nasledujúcej pojmy v logike prvého rádu

- a) Hovoríme, že učiteľ učí študenta vtedy a len vtedy, keď učí predmet, ktorý má študent zapísaný, alebo je študentovým školiteľom.
- b) Povinný predmet v danom študijnom programe je práve taký predmet, ktorý absolvuje každý študent tohto študijného programu.

Pomocou zadaných pojmov formalizujte nasledujúce tvrdenie:

- Nikto si nezapisuje ťažké predmety, ak nie sú povinné v ich študijnom programe.

## Hodnotená časť

**Úloha 8.1.** (2.7.17, 2.7.22) Dokážte alebo vyvráťte nasledujúce tvrdenia:

- a) Nech  $\pi$  je úplná vetva v ľubovoľnom table. Nech  $\alpha$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  sú označené formuly podľa niektorého  $\alpha$  pravidla. Ak sa  $\alpha$  nachádza na  $\pi$ , tak aspoň jedna z  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  sa nachádza na  $\pi$ .
- b) Nech  $S$  je množina formúl a  $X$  je formula. Nech  $\mathcal{T}$  je ľubovoľné tablo pre množinu označených formúl  $\{TA \mid A \in S\} \cup \{FX\}$ . Ak je v  $\mathcal{T}$  niektorá vetva úplná otvorená a iná uzavretá, tak  $X$  je nezávislá od  $S$ .

**Úloha 8.2.** (3.1.4) Formalizujte nasledovné tvrdenia ako teóriu v relačnej logike prvého rádu. Vhodne zvolte spoločný jazyk a vysvetlite význam jeho mimologických symbolov.

- a) Vzťah súrodenec je symetrický a všetci súrodenci sa majú radi.
- b) Nikto nemá rád nikoho, kto sa posmieva jeho súrodencovi.

- c) Ak jedného súrodenca uprednostní niektorý z rodičov pred druhým súrodencom, je z toho ten druhý prirodzene smutný.
- d) Každý sa nahnevá, keď mu súrodenec zoberie hračku, alebo mu na oplátku tiež nejakú zoberie.
- e) Ak nejakí súrodenci dostanú hračky rôznej značky, zaručene si budú navzájom závidieť.

## Prémiová časť

Riešenie prémiovej úlohy odovzdajte najneskôr v pondelok **29. apríla 2019 o 11:30** na prednáške.

**Prémiová úloha 8.1.** (2 body) Okolo istého politika vypukol škandál v súvislosti s podnikateľom, ktorého nedávno obvinili z ťažkého zločinu.

Podľa televíznych reportérov existujú dôkazy, že obvinený podplácal všetkých politikov, s ktorými mal kontakty. Podľa jedného investigatívneho novinára, ak obvinený kontaktoval tohto politika, bolo to preto, aby politik zmaril vyšetrovanie jeho zločinu. Vyšetrovatelia na tlačovej konferencii ani jednu správu nepopreli, pracujú údajne s oboma hypotézami.

Predseda politikovej strany v snahe brániť ho vyhlásil: „Keby bola pravda, že náš politik od obvineného bral úplatky, keď mal s ním kontakty, potom by nemohla byť pravda, že ak náš politik mal s obvineným kontakty a nechal sa ním podplácať, tak zmaril vyšetrovanie jeho zločinu.“ O tomto predsedovi je známe, že sa zložitým vyjadrovaním snaží zahmlieť pravdu, ale v skutočnosti ju vždy prezradí.

Všetkým je každopádne jasné, že keby politik mal s obvineným kontakty a zmaril by vyšetrovanie, neurobil by to zadarmo.

Môžete na základe týchto informácií s istotou tvrdiť, že obvinený kontaktoval politika, podplácal ho, ale politik vyšetrovanie nezmaril?

Svoju odpoveď dokážte.