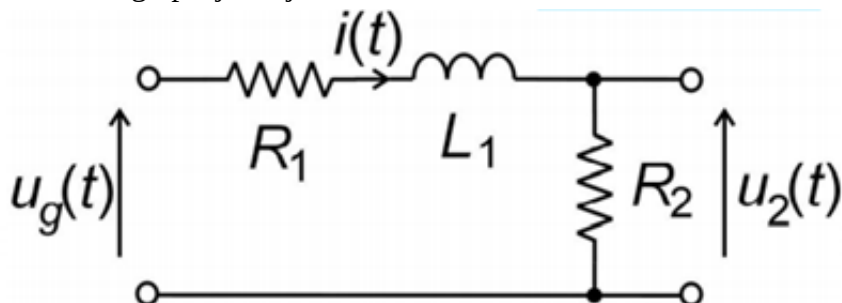


# Analiza obwodu RLR

## 1. Wstęp teoretyczny

Celem naszego projektu jest analiza układu RLR.



Podczas badania naszego układu będziemy starali się ustalić odpowiedź układu  $U_2(t)$  na sygnał wejściowy  $U_g(t)$ .

Wyprowadzenie wzoru na napięcie  $U_2$ :

$$u_{L_1}(t) = L_1 \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad \begin{matrix} 1 \\ \text{Napięcia na cewce} \end{matrix}$$

$$i(t) = \frac{u_2(t)}{R_2} \quad \begin{matrix} 2 \\ \text{Prąd } I(t) \text{ płynący w naszym układzie (z prawa Ohma)} \end{matrix}$$

$$u_{L_1}(t) = u_g(t) - (R_1 + R_2) \cdot i(t) \quad \begin{matrix} 3 \\ \text{Wyznaczone } U_{L1}(t) \text{ z napięciowego prawa Kirchhoffa} \end{matrix}$$

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{R_1 + R_2}{L_1} \cdot i(t) + \frac{1}{L_1} \cdot u_g(t) \quad \begin{matrix} 4 \\ \text{Wstawienie wzoru 2 do wzoru 3} \end{matrix}$$

$$\frac{du_2(t)}{dt} = -\frac{R_1 + R_2}{L_1} \cdot u_2(t) + \frac{R_2}{L_1} \cdot u_g(t) \quad \begin{matrix} 5 \\ \text{Równanie 4 mnożymy przez } R_2 \end{matrix}$$

$$dU_2(t)/dt = dI(t)/dt \cdot R_2$$

Z powyższego wyprowadzenia otrzymaliśmy równanie różniczkowe, aby je rozwiązać numerycznie użyjemy metody Rungego-Kutta'ego.

Metoda Rungego-Kutta'ego:

$$\mathbf{k}_1 = h \cdot \mathbf{f}(t_n, \mathbf{y}_n)$$

$$\mathbf{k}_2 = h \cdot \mathbf{f}\left(t_n + \frac{1}{2} \cdot h, \mathbf{y}_n + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{k}_1\right)$$

$$\mathbf{k}_3 = h \cdot \mathbf{f}\left(t_n + \frac{1}{2} \cdot h, \mathbf{y}_n + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{k}_2\right)$$

$$\mathbf{k}_4 = h \cdot \mathbf{f}(t_n + h, \mathbf{y}_n + \mathbf{k}_3)$$

$$\mathbf{y}_{n+1} = \mathbf{y}_n + \frac{1}{6} \cdot \mathbf{k}_1 + \frac{2}{6} \cdot \mathbf{k}_2 + \frac{2}{6} \cdot \mathbf{k}_3 + \frac{1}{6} \cdot \mathbf{k}_4 + O(h^5)$$

Aby obliczyć prąd w układzie w każdej iteracji będziemy liczyć jego wartość ze wzoru:

$$i(t) = \frac{u_2(t)}{R_2}$$

Podczas badania układu będziemy dokonywali zmian wartości poszczególnych rezystancji, indukcyjności i sygnału wejściowego w celu zaobserwowania zmian na wyjściu.

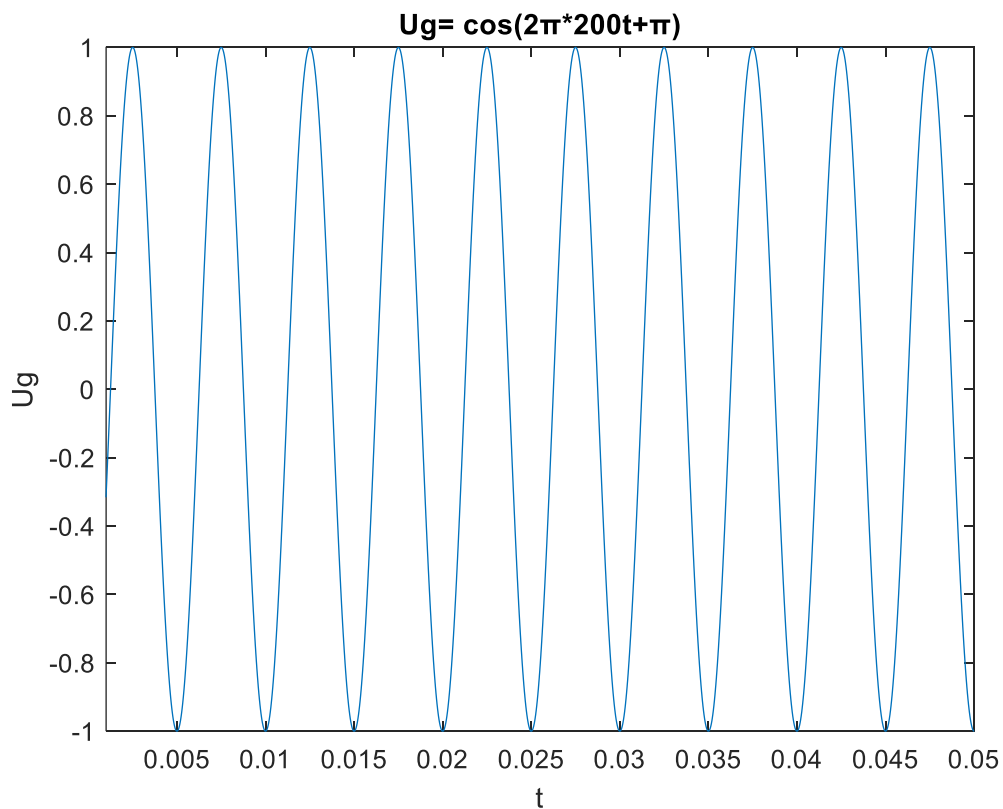
## 2. prezentacja części obliczeniowej, wykonanych symulacji i otrzymanych wyników

Wykorzystując metodę Rungego-Kutty wyliczymy napięcie wyjściowe dla danych wartości układu:

```
p1=1; p2=200; p3=pi; fp=100000; dt=1/fp;  
R1=1000; R2=2000; L=5*10^(-2);  
u2(1)=-0.006*R2;
```

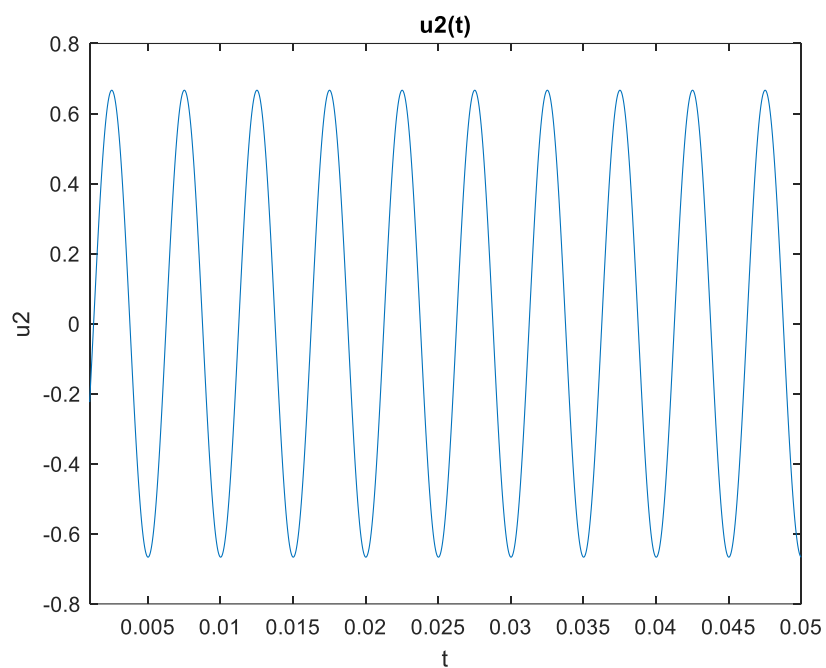
Przy Sygnale wejściowym :

1)  $U_g = \cos(2\pi \cdot 200t + \pi)$



Wykres napięcia wejściowego

Odpowiedź układu na sygnał wejściowy  $\cos(2\pi \cdot 200t + \pi)$  :

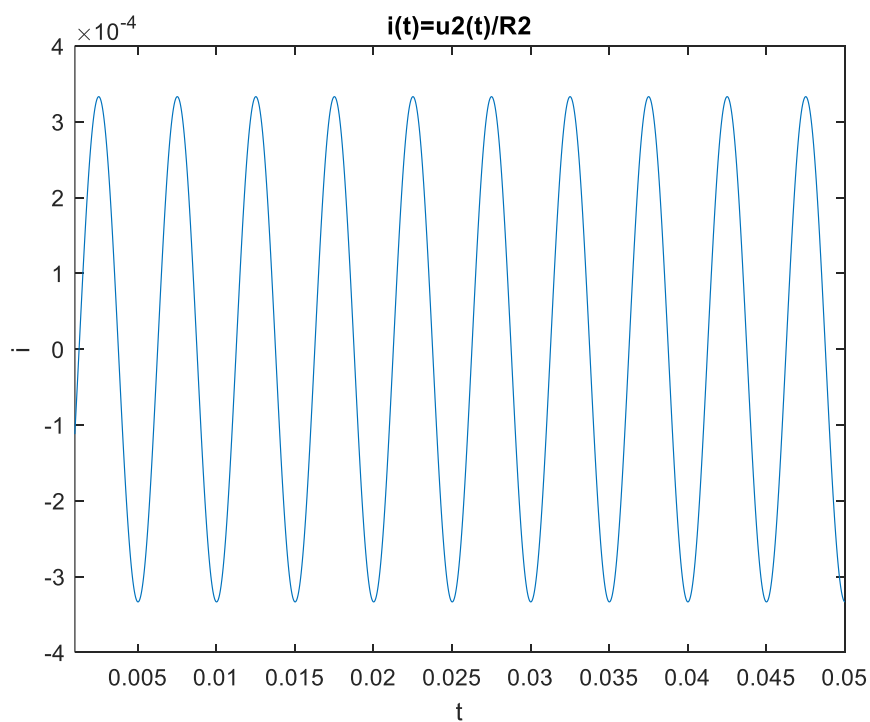


$$u_2(t)_{\max} = 0,65\text{V}$$

$$u_2(t)_{\min} = -0,65\text{V}$$

W celu wyznaczenia wartości prądu w układzie korzystamy z prawa Ohma:

$$i_2 = \frac{u_2}{R_2}$$



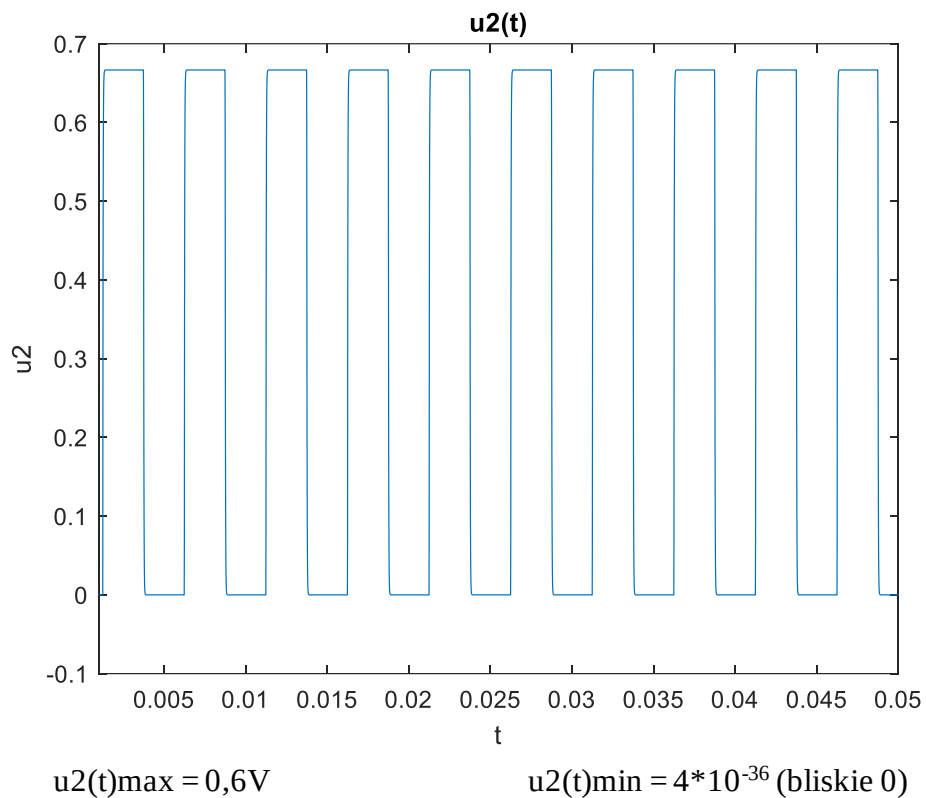
$$i(t)_{\max} = 0,3\text{mA}$$

$$i(t)_{\min} = -0,3\text{mA}$$

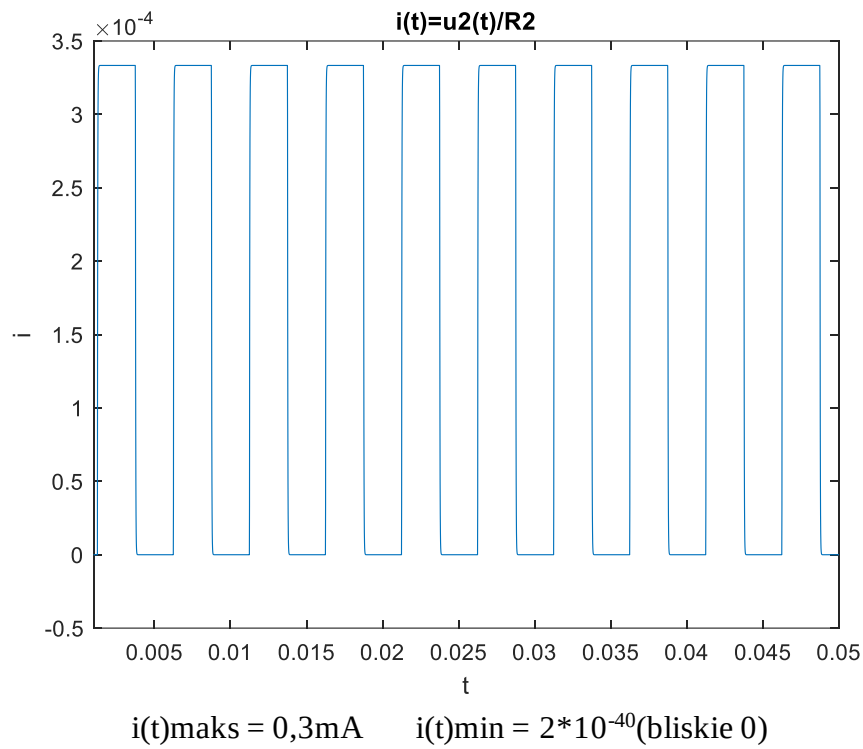
Wykresy mają kształt sinusoidalny, tak jak sygnał na wejściu i ich maksima i minima występują w tym samym czasie. Amplituda napięcia wyjściowego jest mniejsza, ponieważ jest to napięcie które odkłada się na rezystorze R2.

2) sygnał prostokątny  $\Pi(t)$

Odpowiedź układu na sygnał wejściowy  $\Pi(t)$  :



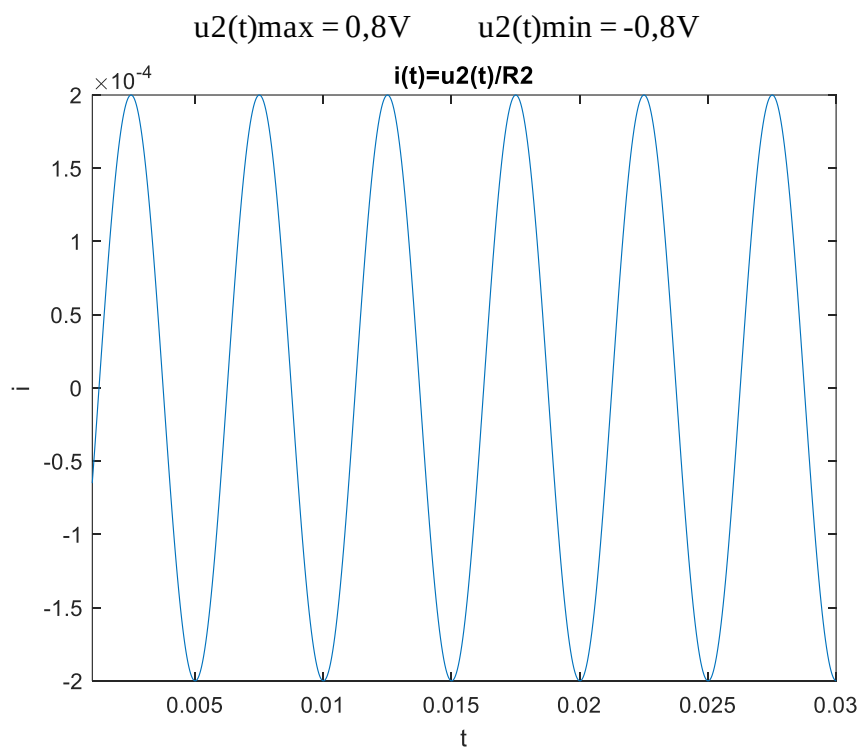
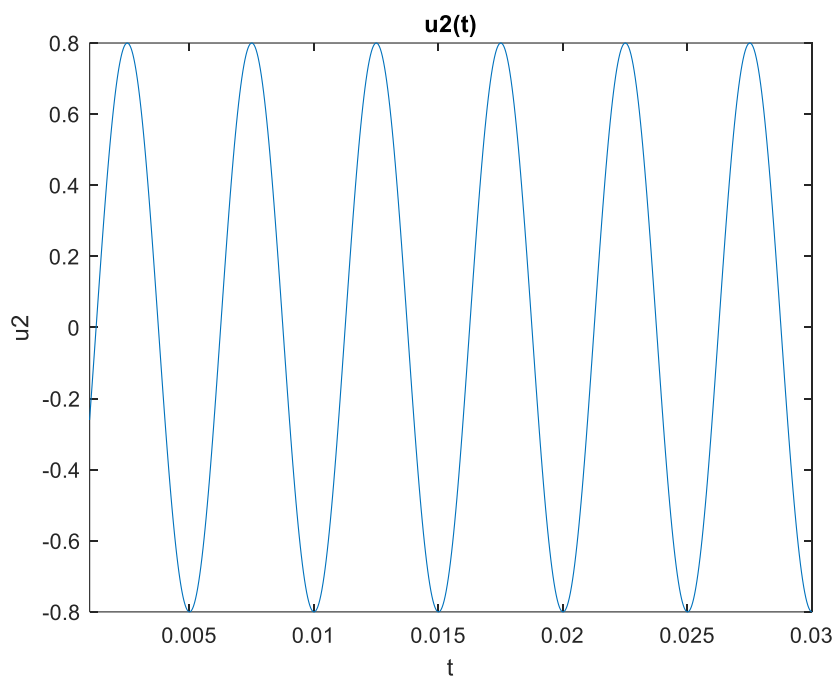
Wartość prądu na wyjściu układu:



Jak widać bez względu na kształt sygnału wejściowego, sygnał wejściowy przyjmuje te same wartości. Dla prostokątnego i sinusoidalnego mamy tą samą amplitudę 0,6V.

Zbadany odpowiedź układu na sygnał wejściowy  $U_g = \cos(2\pi \cdot 200t + \pi)$  przy różnych rezystancjach:

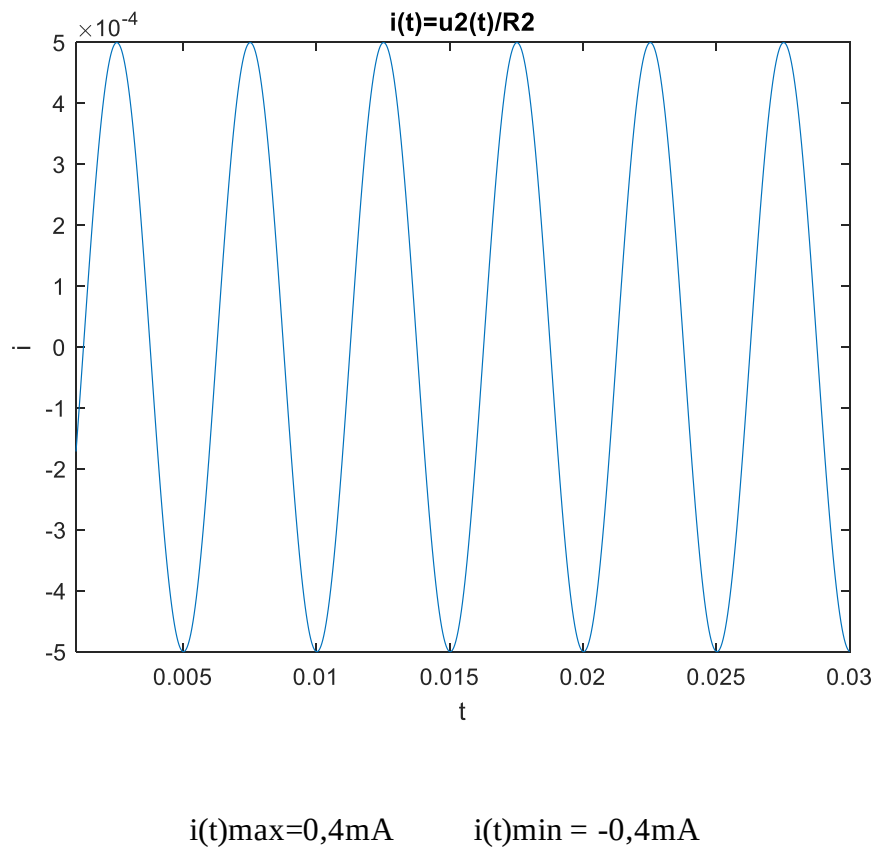
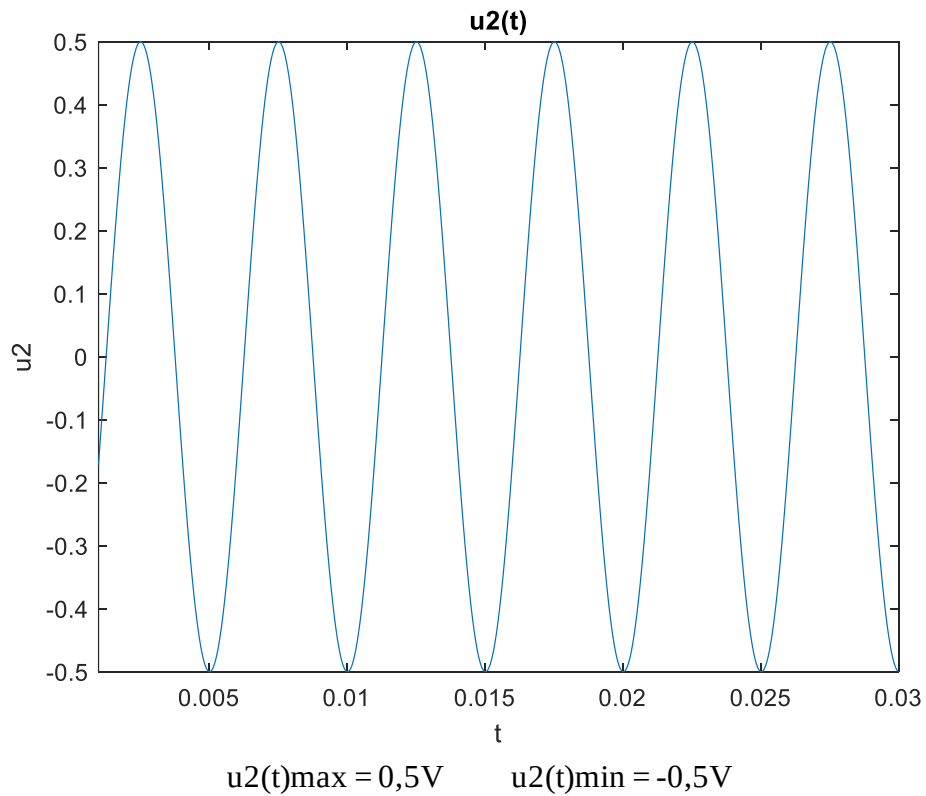
1) Zwiększmy wartość na rezystorze R2 dwukrotnie ( $R_1 = 1\text{k}\Omega$ ,  $R_2 = 4\text{k}\Omega$ ,  $L = 50\text{mH}$ )



$i(t)_{\max} = 0,1\text{mA}$        $i(t)_{\min} = -0,2\text{mA}$

Dwukrotne zwiększenie  $R_2$  powoduje zwiększenie napięcia wyjściowego i zmniejszenie prądu w układzie. Kształty charakterystyk nie uległy zmianie.

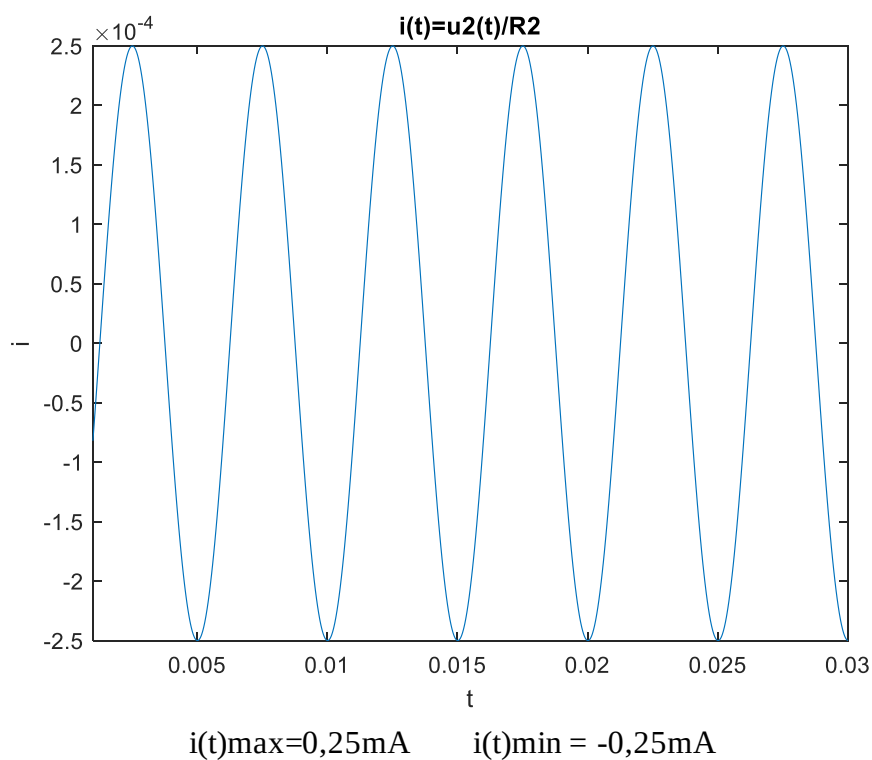
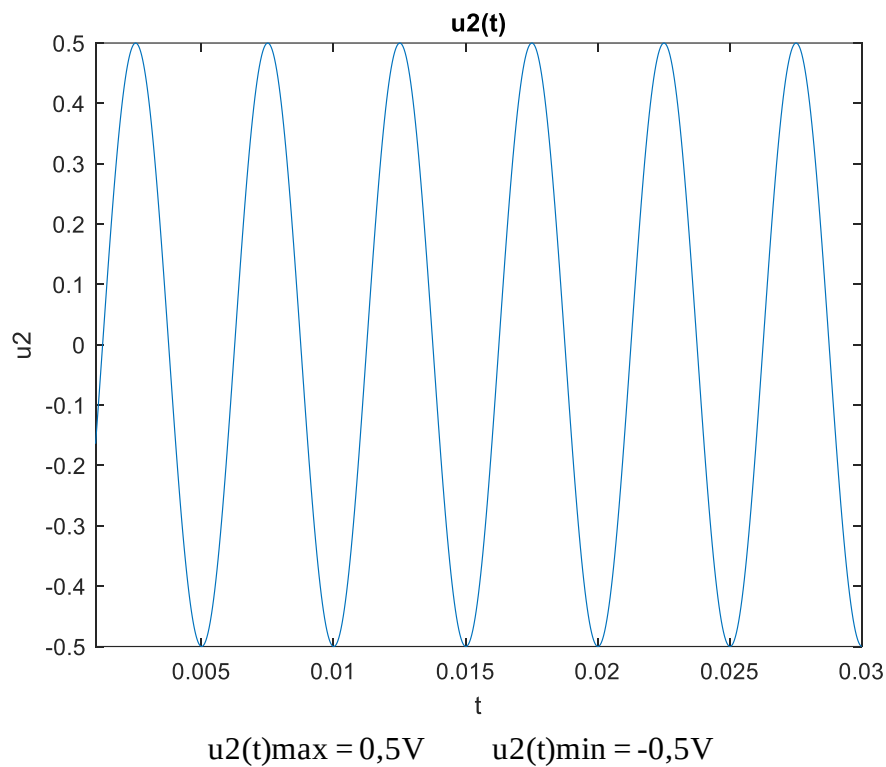
2) Zmniejszamy wartość na rezystorze  $R_2$  dwukrotnie ( $R_1=1\text{k}\Omega$ ,  $R_2=1\text{k}\Omega$ ,  $L=50\text{mH}$ )





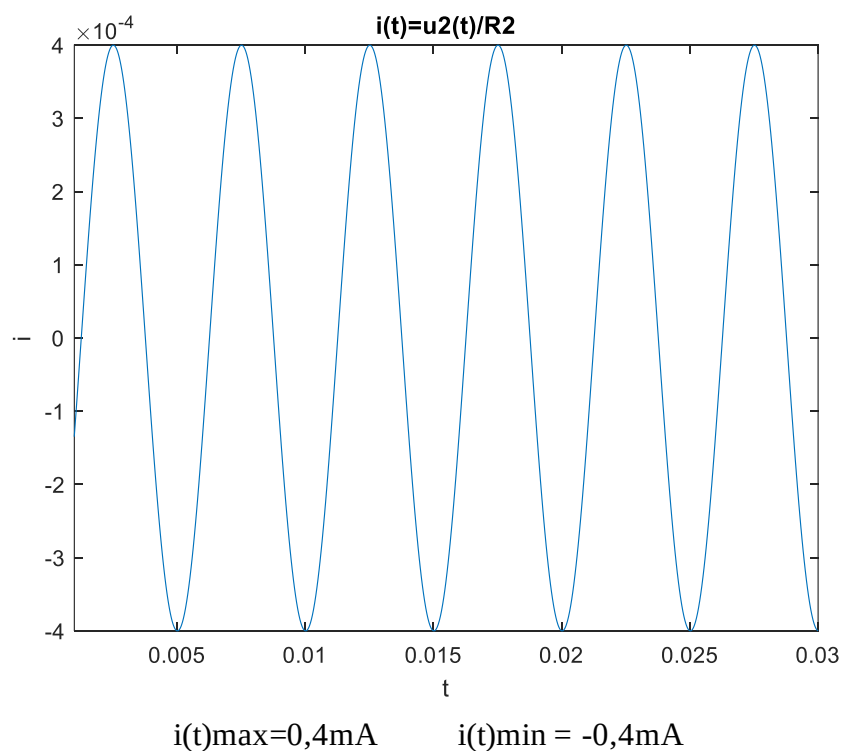
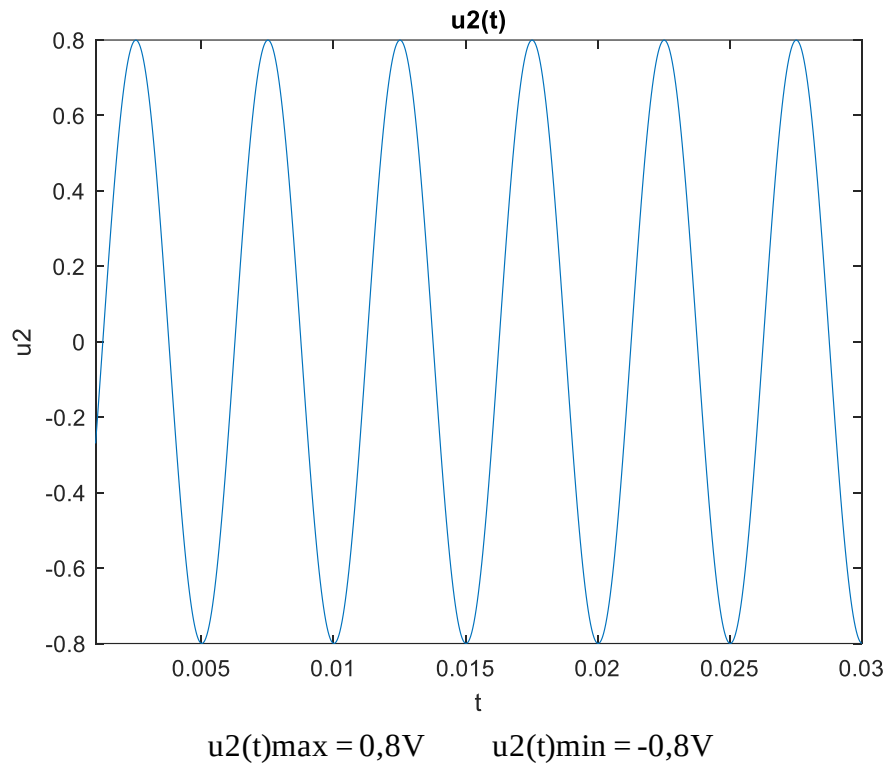
Dwukrotne zmniejszenie  $R_2$  powoduje zmniejszenie napięcia wyjściowego i zwiększenie prądu w układzie. Kształty charakterystyk nie uległy zmianie.

3) Zwiększmy wartość na rezystorze  $R_1$  dwukrotnie ( $R_1=2\text{k}\Omega$ ,  $R_2=2\text{k}\Omega$ ,  $L=50\text{mH}$ )



Dwukrotne zwiększenie  $R_1$  powoduje zmniejszenie napięcia wyjściowego oraz zmniejszenie prądu w układzie. Kształty charakterystyk nie uległy zmianie.

4) Zmniejszmy wartość na rezystorze  $R_1$  dwukrotnie ( $R_1=0,5k\ \Omega$ ,  $R_2=2k\ \Omega$ ,  $L=50mH$ )

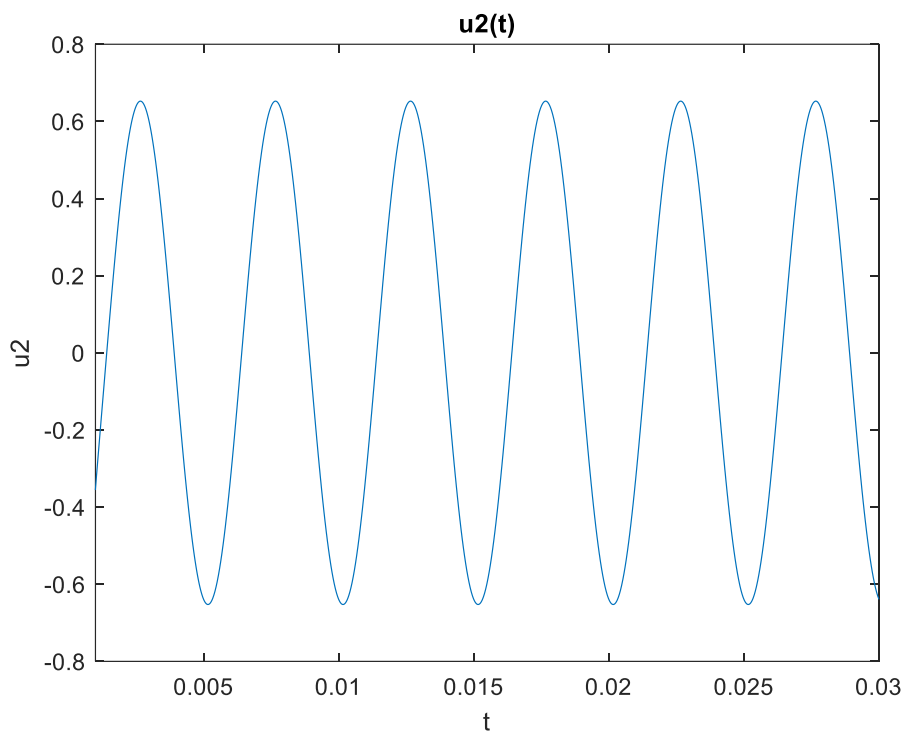


Dwukrotne zmniejszenie  $R_1$  powoduje zwiększenie napięcia wyjściowego oraz zwiększenie prądu w układzie. Kształty charakterystyk nie uległy zmianie.

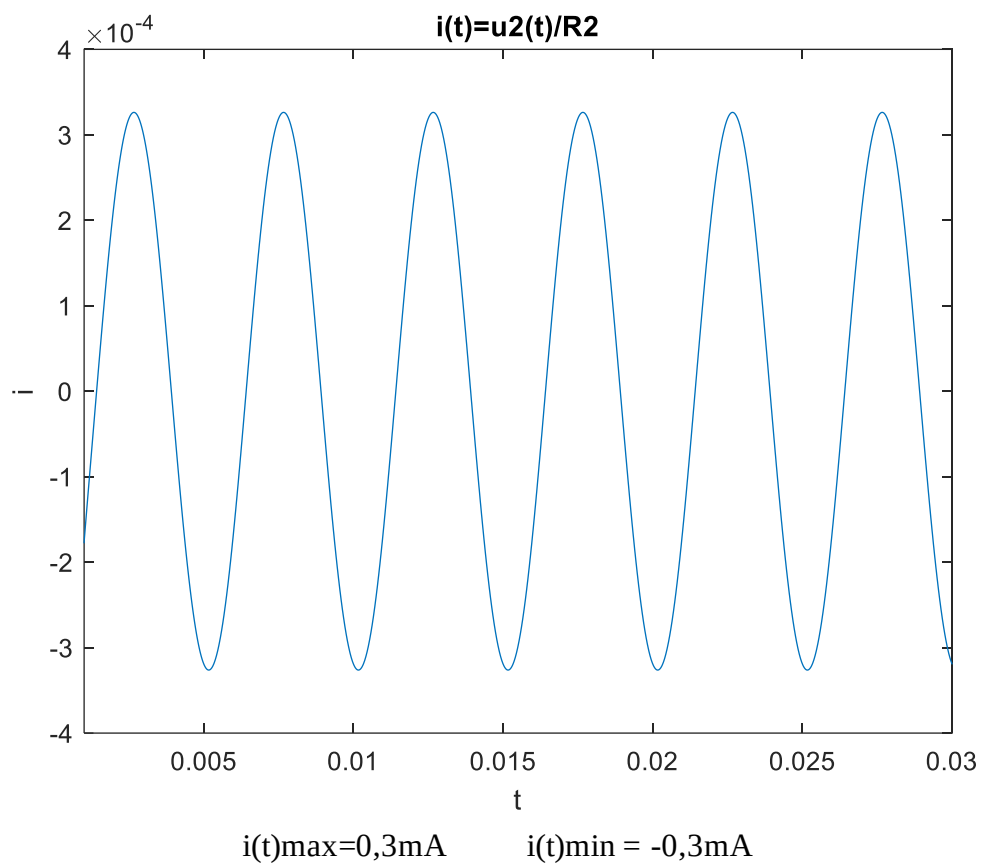
#### Podsumowanie rozważań nad rezystancją

Bez względu na przypadek prąd w układzie będzie zachowywał się tak samo, czyli zmieniał swoją wartość odwrotnie proporcjonalnie do zmiany rezystancji układu. Wynika to z faktu że obwód jest pojedynczą gałęzią, więc przez wszystkie elementy płynie ten sam prąd. Napięcie wyjściowe jest spadkiem napięcia na rezystorze  $R_2$ . Zwiększanie rezystancji  $R_2$  bądź zmniejszenie rezystancji  $R_1$  (wtedy zgodnie z napięciowym prawem Kirchhoffa, napięcie na  $R_1$  będzie mniejsze, więc na  $R_2$  większe) powoduje zwiększenie napięcia wyjściowego. Zmniejszenie rezystancji  $R_2$  bądź zwiększenie rezystancji  $R_1$  będzie miało skutek przeciwny.

5) Zwiększymy indukcyjność dziesięciokrotnie ( $R_1=1\text{k}\Omega$ ,  $R_2=2\text{k}\Omega$ ,  $L=500\text{mH}$ )

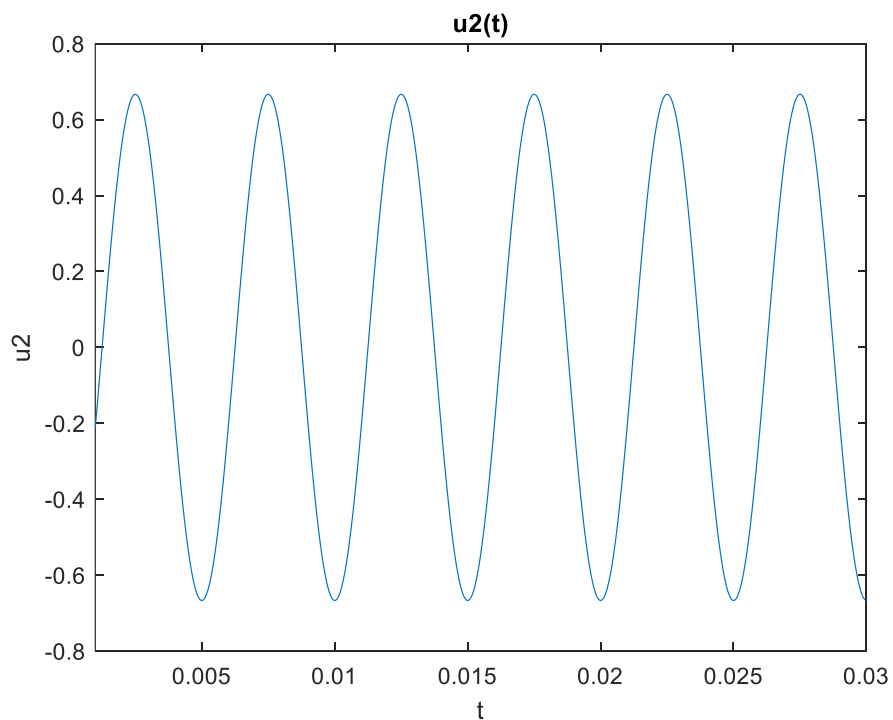


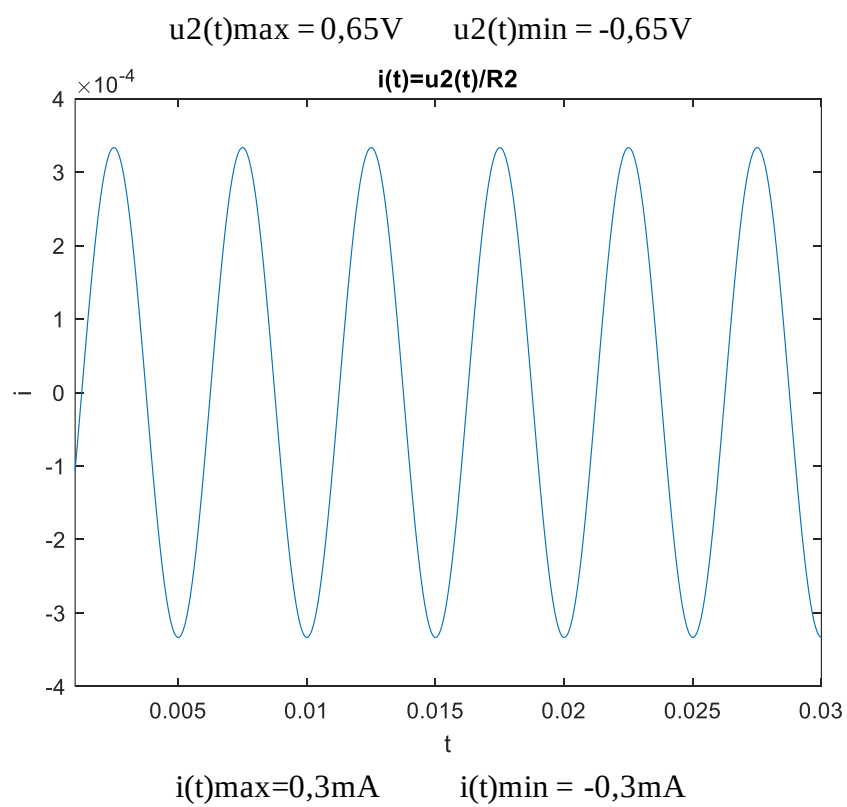
$$u_2(t)_{\max} = 0,65\text{V} \quad u_2(t)_{\min} = -0,65\text{V}$$



Zwiększenie indukcyjności spowodowało pomijalne zmiany w układzie, okres i amplituda nie uległy większym zmianom.

6) Zmniejszymy indukcyjność trzykrotnie ( $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $L = 17 \text{ mH}$ )





Zmniejszenie indukcyjności spowodowało pomijalne zmiany w układzie, okres i amplituda nie uległy większym zmianom.

### 3. Posumowanie i zakończenie

Rozwiązanie równania za pomocą metody Rungego-Kutta'ego oraz analiza czwórnika RLR, wykazała że:

- kształt sygnału wejściowego pozostaje niezmienny
- Odpowiednio dobrane rezystancje wpływają na wartość napięcia na poszczególnych elementach oraz wartość prądu
- zmiany indukcyjności powodują pomijalne zmiany na wyjściu układu

Adnotacja 1:

Przy pisaniu kodu posiłkowaliśmy się wykładem

Adnotacja 2:

Wszelkie zmiany parametrów do analizy obwodu były przeprowadzane w obrębie jednego pliku, który zostanie przesłany.



Karl Runge



Martin Kutta