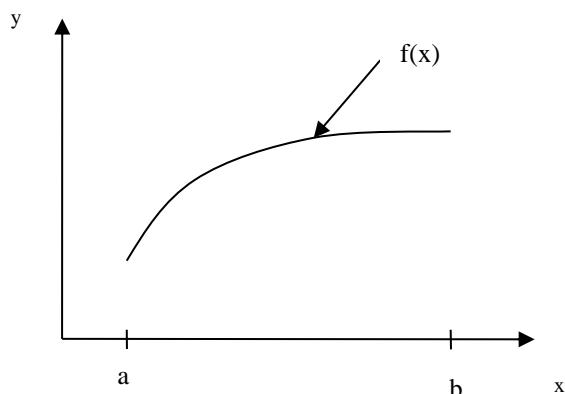


1. Całkowanie numeryczne.

Zadanie: obliczyć całkę oznaczoną

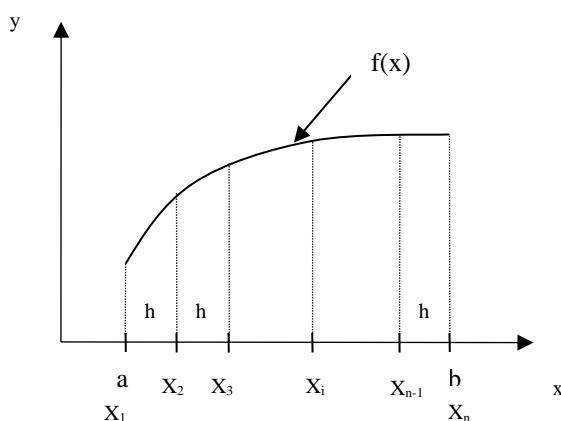
$$cd = \int_a^b f(x) dx$$



Umiejętność znalezienia całki oznaczonej z dowolnej funkcji $f(x)$ wykorzystywana jest, jak wiemy, do obliczania pola powierzchni między wykresem funkcji, a osią x . Do obliczenia całki oznaczonej służą między innymi numeryczne metody trapezów i prostokątów.

Przed użyciem obu metod należy podzielić przedział $[a, b]$ na podprzedziały o przyjętej długości „ h ”. Punktami podziału są punkty x_1, x_2, \dots, x_n .

Metoda trapezów polega na pokryciu powierzchni pod krzywą $f(x)$ trapezami i obliczeniu przybliżonej wartości całki w postaci sumy pól trapezów.



wzór metody trapezów:

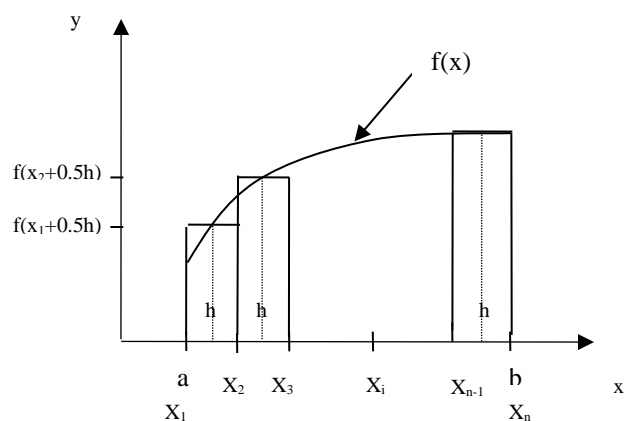
$$\int_a^b f(x) dx \cong ct = h \left(\frac{1}{2} (f(x_1) + f(x_n)) + \sum_{i=2}^{n-1} f(x_i) \right)$$

Błąd metody (względny, w procentach): $bct = \frac{(ct - cd)}{cd} 100$

Wyprowadzenie wzoru:

$$\begin{aligned} ct &= \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} h + \frac{f(x_2) + f(x_3)}{2} h + \dots + \frac{f(x_{n-1}) + f(x_n)}{2} h \\ &= \frac{f(x_1) + f(x_n)}{2} h + hf(x_2) + \dots + hf(x_{n-1}) \end{aligned}$$

W przypadku metody prostokątów powierzchnię między wykresem funkcji $f(x)$, a osią x pokrywa się prostokątami.



wzór metody prostok.

$$\int_a^b f(x)dx \cong cp = h \sum_{i=1}^{n-1} f\left(x_i + \frac{h}{2}\right)$$

Błąd metody (względny, w procentach): $bcp = \frac{(cp-cd)}{cd} 100$

Jak widać z przytoczonych wzorów, dla obliczenia całki wystarczy obliczyć i zsumować wartości danej funkcji podcałkowej w punktach podziału przedziału całkowania lub w punktach środkowych podprzedziałów przedziału $[a, b]$.