Modelo de examen

Métodos Numéricos Aplicados II

Juan Ramón Torregrosa, Alicia Cordero ,Eva García Villalba

Índice

Instrucciones

Intrucciones

Reglamento evaluación **UNIR**

Reglamento

1. Ten disponible tu documentación oficial para identificarte, en el caso de que se te solicite.
2. Rellena tus datos personales en todos los espacios fijados para ello y lee atentamente todas las preguntas antes de empezar.
3. Las preguntas se contestarán en la lengua vehicular de esta asignatura.
4. Si tu examen consta de una parte tipo test, indica las respuestas en la plantilla según las características de este.
5. Debes contestar en el documento adjunto, respetando en todo momento el espaciado indicado para cada pregunta. Si este es en formato digital, los márgenes, el interlineado, fuente y tamaño de letra vienen dados por defecto y no deben modificarse. En cualquier caso, asegúrate de que la presentación es suficientemente clara y legible.
6. Entrega toda la documentación relativa al examen, revisando con detenimiento que los archivos o documentos son los correctos. El envío de archivos erróneos o un envío incompleto supondrá una calificación de “no presentado”.

Instrucciones

7. Durante el examen y en la corrección por parte del docente, se aplicará el Reglamento de Evaluación Académica de UNIR que regula las consecuencias derivadas de las posibles irregularidades y prácticas académicas incorrectas con relación al plagio y uso inadecuado de materiales y recursos.
8. En caso de que el examen se celebre en **formato online**. Si se desea introducir una imagen digital, se puede capturar con un dispositivo sin capacidad de comunicarse de forma inalámbrica; se enviará al ordenador con el que se realiza el examen a través de un cable. No se puede utilizar el correo electrónico, ni aplicaciones de comunicación (Whatsapp, WhastappWeb, Telegram, Discord,. . .) ni sistemas de almacenamiento virtuales.
9. Está permitido el uso de material bibliográfico. Se debe utilizar el ordenador para la realización del examen, pero solo se puede utilizar el navegador para cargar/descargar el examen y Word y Matlab para completarlo.

Tipos de problemas

Problema 1: Problemas de contorno unidimensionales

Tipos de Ejercicios

- Problema de frontera unidimensional de Ecuaciones Diferenciales **no lineales** de **segundo orden**.
- Problema de frontera unidimensional concondiciones Dirichlet y NO Dirichlet.

Métodos

T02 Método de Disparo no lineal aplicando **Secante**.

T02 Método de Disparo no lineal aplicando **Newton**.

T03 Método de **Diferencias finitas** no lineales.

Problema 2: Ecuaciones en Derivadas parciales

Tipos de Ejercicios

- Ecuaciones en Derivadas Parciales
  - Parabólica
  - Hiperbólica
- Ecuaciones en Derivadas Parciales con concondiciones Dirichlet y NO Dirichlet.

Métodos

T05 Ecuación parabólica resuelta mediante el **método explícito**. Convergencia.

T06 Ecuación parabólica resuelta mediante el **método implícito** y **Crank Nicholson**. Convergencia.

T07 Ecuación hiperbólica resuelta mediante el **método explícito** de orden $O(k^2 + h^2)$ y $O(k + h^2)$. Convergencia.

T07 Ecuación hiperbólica resuelta mediante el **método implícito** de orden $O(k^2 + h^2)$ y $O(k + h^2)$.

Resolución modelo examen: Ordinaria

Problema 1 (5 pts)

Consideramos el problema de contorno modelizado por la ecuación diferencial

$$y'' + y'y - 2 = 2xy, \quad x \in [1, 2], \tag{1}$$

con las condiciones de contorno

$$y(1) = \frac{3}{2}, \quad y(2) = \frac{9}{2}$$

(a) (1 pts) Describe el método de disparo no lineal para este problema, utilizando el esquema de **Secante** para determinar los valores del parámetro t.

(b) (1.5 pts) Aproxima y representa la solución del problema mediante el método de disparo con el método de **Secante**. Utiliza 20 subintervalos, una tolerancia de 10^{-5} y $t_0 = 0$.

Resultados: Gráfica, tabla con los nodos x_i y las aproximaciones a la solución y_i e y_i' (6 cifras decimales), valor de t y número de $iteraciones$.

(c) (2.5 pts) Consideramos el problema de contorno modelizado por la ecuación diferencial (1) y las condiciones no Dirichlet

$$y'(1) - y(1) = \frac{1}{2}, \quad y'(2) + y(2) = \frac{17}{2}.$$

Aproxima y representa la solución del problema de frontera mediante el método de diferencias finitas de segundo orden por el método de Newton con 20 subintervalos y una tolerancia de 10^{-5}.

Resultados: Gráfica, tabla con los nodos x_i y la solución aproximada y_i (6 cifras decimales) y número de $iteraciones$.

Problema 1 (5 pts)

Pautas

(a) Plantear PVI. Razonar qué debe cumplir t. Transformas el PVI en uno de 1er orden con un cambio de variable. Definir la expresión de los distintos $t's$ utilizando el método de la Secante.

Ayuda: Tema 2 o Laboratorio I

(b) Ejecución directa de

```
a=1; b=2; alfa=1/2; beta=17/2;
n=19; tol=10e-5; maxiter=50;
funcion=@(x,y)[y(2);-y(1).*y(2)+2*y(1).*x+2];
[nodos ,solaprox ,t,iter ] =
DisparoSecante (funcion,a,b,alfa,beta,n,tol,maxiter)
```

Ayuda: Tema 2 o Laboratorio I

Problema 1 (5 pts)

Pautas

(c) Discretizamos

$$y'' + y'y - 2 = 2xy \;\rightarrow\; -y_{i+1} + 2y_i - y_{i-1} + h^2 f(x_i, y_i, \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}) = 0$$

Como las condiciones son NO Dirichlet, hacemos

$$\boxed{\text{i=0}} \quad -y_1 + 2y_0 - y_{-1} + h^2 f(x_0, y_0, \frac{y_1 - y_{-1}}{2h}) = 0$$

$$2(1+h)y_0 - 2y_1 + h^2 f(x_0, y_0, \frac{1}{2} + y_0) + h = 0$$

$$\boxed{\text{i=N+1}} \quad -y_{N+2} + 2y_{N+1} - y_N + h^2 f(x_{N+1}, y_{N+1}, \frac{y_{N+2} - y_N}{2h}) = 0$$

$$2(1+h)y_{N+1} - 2y_N + h^2 f(x_{N+1}, y_{N+1}, \frac{17}{2} - y_{N+1}) - 17h = 0$$

Problema 1 (5 pts)

Pautas

(c)

$$F' = \begin{pmatrix} 2(1+h)+h^2 f_y + h^2 f_z & -2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1-\frac{h}{2}f_z & 2+f_y & \frac{h}{2}f_z - 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & \dots & & \\ 0 & \dots & 0 & 0 & -2 & 2(1+h)+h^2 f_y - h^2 f_z \end{pmatrix}$$

En Matlab, modificamos el programa de Difnonlin según las condiciones de contorno actuales y ejecutamos:

```
f=@(x,y,z)-y.*z+2*y.*x+2;
fy=@(x,y,z)-z+2*x;
fz=@(x,y,z)-y;
a=1;
b=2;
alfa=1/2;
beta=17/2;
N=19;
maxiter=50;
tol=1e-5;
[X,Y,iter ,incr ]=
DifnolinEX1_b (f,fy ,fz ,a,b,alfa , beta ,N,maxiter ,tol)
```

Consideramos la ecuación de ondas

$$u_{tt} - \frac{1}{9}u_{xx} = 0, \quad x \in [0, \pi] \quad t \geq 0$$

con las condiciones de contorno e iniciales

$$\begin{array}{ll} u(0,t) = 0, & u(\pi,t) = 0 \\ u(x,0) = 3\sin(3x), & u_t(x,0) = 0 \end{array}$$

Tomando como paso espacial $h = \frac{\pi}{10}$,

(a) (1.5 pts) Transforma el problema en un esquema de diferencias finitas explícito de orden $O(k^2 + h^2)$. Muestra todo el proceso e incluye el esquema de diferencias finitas resultantes para este problema.

(b) (0.5 pts) ¿Cuál es el valor máximo del paso temporal que debemos elegir para que se cumplan las condiciones de convergencia del método explícito?

(c) (2.5 pts) Aproxima la solución del problema para el instante final $T = 3 * \pi$ con el método explícito de orden $O(k^2 + h^2)$ y el valor de k obtenido en el apartado anterior. Escribe en la respuesta del examen las líneas de código que implementan los valores $u_{i,1}$. Representa la solución en los casos $u(x, k)$ y $u(x, \pi)$. Escribe la solución en el instante final.

(d) (0.5 pts) Escribe las líneas de código que implemetarían los valores $u_{i,1}$ si hubieramos transformado el problema en un esquema de diferencias finitas explícito de orden $O(k + h^2)$.

Problema 2 (5 pts)

Pautas

(a) Consideramos los nodos $x_i = ih$, $i = 0, \dots, nx$ y $t_j = jk$, $j = 0, \dots, nt$ con $h = \frac{\pi}{10}$ y $k = ?$. Aplicando diferencias simétricas en u_{xx} y u_{tt}, obtenemos:

$$u_{i,j+1} = 2(1 - \lambda^2)u_{i,j} + \lambda^2(u_{i+1,j} + u_{i-1,j}) - u_{i,j-1}$$

con $\lambda = \frac{k\alpha}{h} = \frac{k}{3h}$, $i = 1, \dots nx - 1$ y $j = 0, \dots, nt - 1$.

$$u^{(j+1)} = Au^{(j)} - u^{(j-1)}, \quad j = 1 \dots, nt - 1$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 2(1-\lambda^2) & \lambda^2 & \dots & 0 \\ \lambda^2 & 2(1-\lambda^2) & \dots & 0 \\ & \dots & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & 2(1-\lambda^2) \end{pmatrix}, \quad u^{(0)} \text{ y } u^{(1)}$$

Problema 2 (5 pts)

Pautas

(a) Como queremos que el esquema sea de orden $O(k^2 + h^2)$, calculamos u para t_1 utilizando el desarrollo en serie de Taylor hasta orden dos alrededor de $(x, 0)$ genérico

$$\begin{aligned} u(x, 0 + k) &\approx u(x, 0) + u_t(x, 0)k + u_{tt}(x, 0)\frac{k^2}{2} \\ &= 3\sin(3x) + \frac{k^2}{2}\alpha^2 \left(\frac{3sin(x + h) - 6sin(x) + 3sin(x - h)}{h^2} \right) \end{aligned}$$

Evaluando en x_i,

$$u_{i,1} = 3(1 - \lambda^2)\sin(3x_i) + \frac{3\lambda^2}{2}(\sin(3x_{i+1}) + \sin(3x_{i-1}))$$

Problema 2 (5 pts)

Pautas

(b) Utilizar la convergencia del método explícito para determinar k según el valor de $\lambda = \frac{k\alpha}{h}$ máximo.

(c) Ejecución directa del método explícito del **Tema 7**, modificando los parámetros de entrada y las lineas que corresponde a $u_{i,j+1}$ y $u_{i,1}$ según lo deducido en el apartado (a).

(d) Para que sea un esquema explícito de orden $O(k + h^2)$, aproximamos $u_{i,1}$, usando diferencias progresivas en la condición $u_t(x, 0) = 0$

$$u_t(x_i, t_0) \approx \frac{u_{i,1} - u_{i,0}}{k} = 0 \quad \rightarrow \quad u_{i,1} = u_{i,0} = 3\sin(3x_i)$$

unir
LA UNIVERSIDAD
EN INTERNET