

Отчёт по лабораторной работе №6

Задача об эпидемии. Вариант №53

Чванова Ангелина Дмитриевна

Содержание

Цель работы	4
Теоретическое введение. Построение математической модели.	5
Задание	7
Задачи	8
Выполнение лабораторной работы	9
Julia	9
Результаты работы кода на Julia	13
OpenModelica	14
Результаты работы кода на OpenModelica	16
Анализ полученных результатов. Сравнение языков.	17
Вывод	18
Список литературы. Библиография.	19

Список иллюстраций

1	Графики численности особей 3 групп S, I, R, построенные на Julia, для случая, где больные изолированы	13
2	Графики численности особей 3 групп S, I, R, построенные на Julia, для случая, где больные могут заражать особей группы S	14
3	Графики численности особей 3 групп S, I, R, построенные на OpenModelica, для случая, где больные изолированы	16
4	Графики численности особей 3 групп S, I, R, построенные на OpenModelica, для случая, где больные могут заражать особей группы S	16

Цель работы

Изучить и построить модель эпидемии.

Теоретическое введение. Построение математической модели.

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначаемая через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, то есть:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

Задание

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 6159$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 173$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 61$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. $I(0) \leq I^*$
2. $I(0) > I^*$

Задачи

Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп S , I , R . Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случаях:

- $I(0) \leq I^*$
- $I(0) > I^*$

Выполнение лабораторной работы

Julia

Код программы для случая $I(0) \leq I^*$ (для случая, где больные изолированы):

```
using Plots
using DifferentialEquations

N= 6159
I0=173
R0=61
S0= N - I0 - R0

alpha= 0.1
beta=0.2

# I0<=I*

function func1(du,u,p,t)
    S,I,R=u
    du[1]=0
    du[2]=-beta*u[2]
    du[3]=beta*I
end
```

```

v0=[S0,I0,R0]
interval=(0.0,60.0)
problem=ODEProblem(func1,v0,interval)
solution=solve(problem,dtmax=0.05)
S=[u[1] for u in solution.u]
I=[u[2] for u in solution.u]
R=[u[3] for u in solution.u]
T=[t for t in solution.t]

```

```

plt = plot(
    dpi = 600,
    legend = :topright)
plot!(
    plt,
    T,
    S,
    label = "Восприимчивые особи",
    color = :blue)
plot!(
    plt,
    T,
    I,
    label = "Инфицированные особи",
    color = :red)
plot!(
    plt,
    T,

```

```

R,
label = "Особы с иммунитетом",
color = :green)

```

```

savefig(plt, "lab06_1.png")

```

Код программы для случая $I(0) > I^*$ (для случая, где больные могут заражать особей группы S):

```

using Plots
using DifferentialEquations

```

```

N= 6159
I0=173
R0=61
S0= N - I0 - R0

```

```

alpha= 0.1
beta=0.2

```

```

#I0 > I*
function func2(du, u, p, t)
    S, I, R = u
    du[1] = -alpha*u[1]
    du[2] = alpha*u[1] - beta*u[2]
    du[3] = beta*I
end

```

```

v0 = [S0, I0, R0]
interval = (0.0, 120.0)

```

```

problem = ODEProblem(func2, v0, interval)
solution = solve(problem, dtmax=0.05)
S = [u[1] for u in solution.u]
I = [u[2] for u in solution.u]
R = [u[3] for u in solution.u]
T = [t for t in solution.t]

```

```

plt = plot(
    dpi=600,
    legend=:right)

```

```

plot!(
    plt,
    T,
    S,
    label="Восприимчивые особи",
    color=:blue)

```

```

plot!(
    plt,
    T,
    I,
    label="Инфицированные особи",
    color=:red)

```

```

plot!(
    plt,
    T,
    R,
    label="Особи с иммунитетом",
    color=:green)

```

```
savefig(plt, "lab06_2.png")
```

Результаты работы кода на Julia

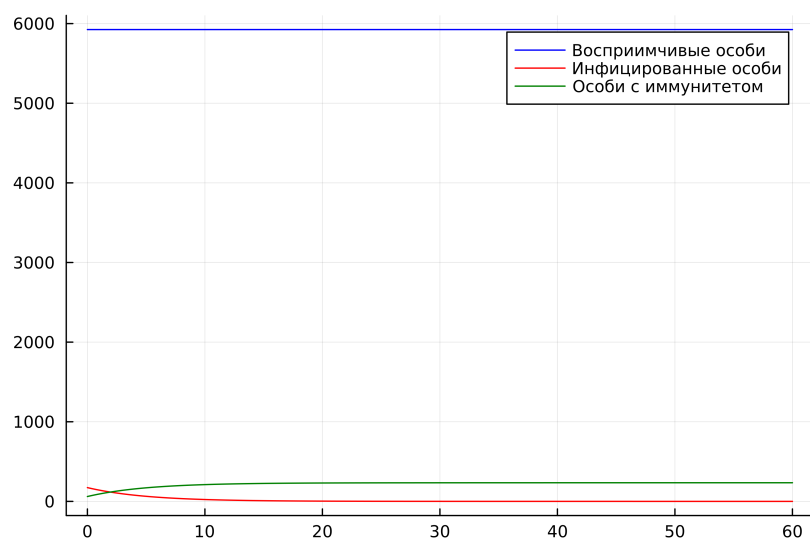


Рис. 1: Графики численности особей 3 групп S, I, R, построенные на Julia, для случая, где больные изолированы

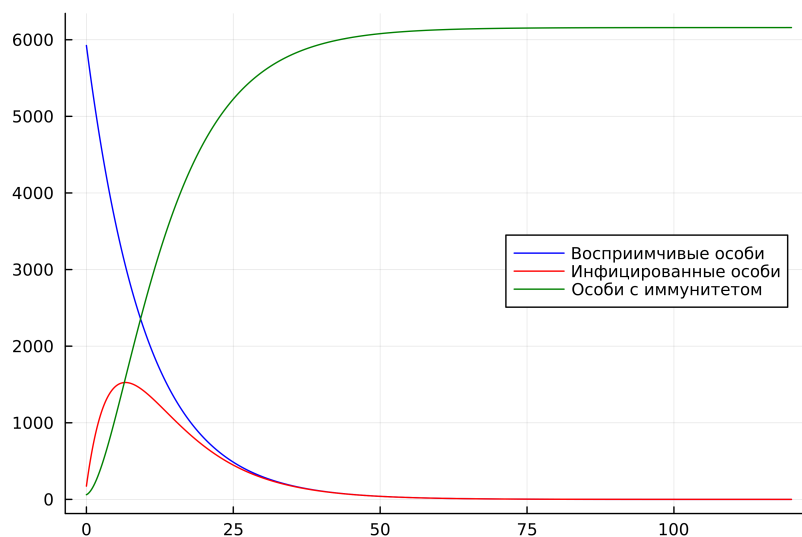


Рис. 2: Графики численности особей 3 групп S, I, R, построенные на Julia, для случая, где больные могут заражать особей группы S

OpenModelica

Код программы для случая $I(0) \leq I^*$:

```
model lab06_1
Real N = 6159 ;
Real I;
Real R;
Real S;
Real alpha = 0.1;
Real beta = 0.2;
initial equation
I = 173;
R = 61;
S = N - I - R;
equation
der(S) = 0;
```

```
der(I) = -beta*I;  
der(R) = beta*I;  
end lab06_1;
```

Код программы для случая $I(0) > I^*$:

```
model lab06_2  
Real N = 6159;  
Real I;  
Real R;  
Real S;  
Real alpha = 0.1;  
Real beta = 0.2;  
initial equation  
I = 173;  
R = 61;  
S = N - I - R;  
equation  
der(S) = -alpha*S;  
der(I) = alpha*S - beta*I;  
der(R) = beta*I;  
end lab06_2;
```

Результаты работы кода на OpenModelica

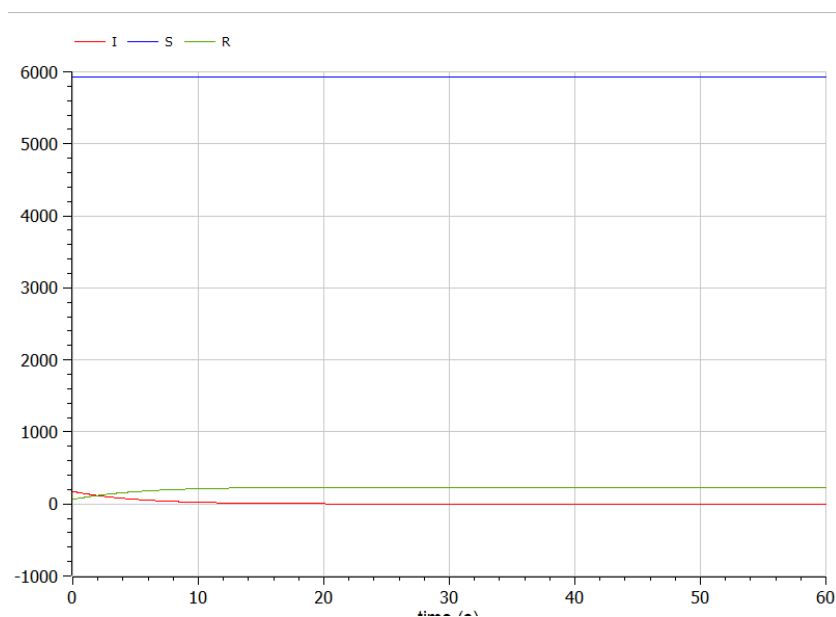


Рис. 3: Графики численности особей 3 групп S, I, R, построенные на OpenModelica, для случая, где больные изолированы

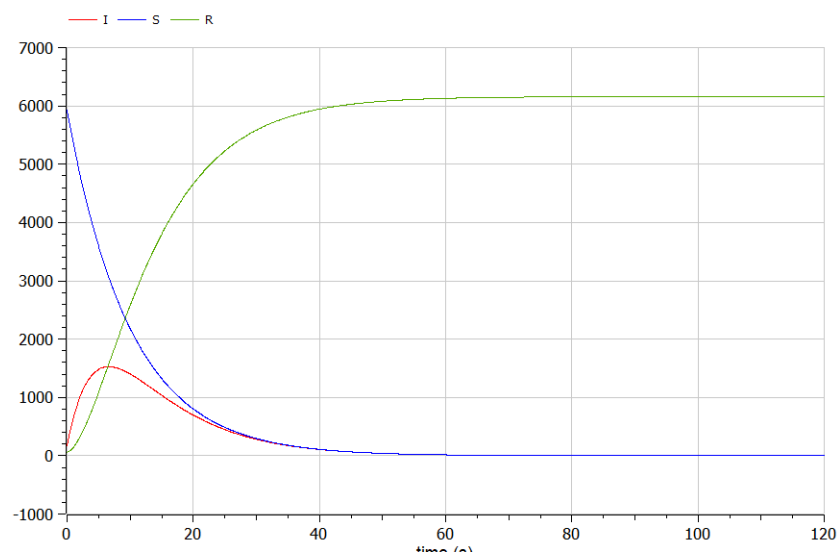


Рис. 4: Графики численности особей 3 групп S, I, R, построенные на OpenModelica, для случая, где больные могут заражать особей группы S

Анализ полученных результатов.

Сравнение языков.

В результате проделанной работы нами были построены графики зависимости численности особей трех групп S , I , R для случаев, когда больные изолированы и когда они могут заражать особей группы S . Графики на OpenModelica и Julia получаются идентичными, что говорит о правильном построении.

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы нами была изучена модель эпидемии и построена модель на языках Julia и Open Modelica, а также рассмотрены случаи, где больные изолированы и когда они могут заражать особей группы S.

Список литературы. Библиография.

- [1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- [2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [3] Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>
- [4] Конструирование эпидемиологических моделей: <https://habr.com/ru/post/551682/>