

Лабораторная работа №5

Модель хищник-жертва. Вариант 53

Чванова Ангелина Дмитриевна, НПИбд-02-21

Содержание

Цель работы	4
Задачи	5
Теоретическое введение	6
Выполнение лабораторной работы	7
Вариант 53	7
Julia	7
OpenModelica	12
Анализ и сравнение результатов	15
Выводы	16
Список литературы	17

Список иллюстраций

1	График численность хищников от численности жертв	10
2	График численности хищников и жертв от времени	10
3	Стационарное состояние	12
4	График численность хищников от численности жертв	13
5	График численности хищников и жертв от времени	14
6	Стационарное состояние	15

Цель работы

Решить задачу о модели хищник-жертва.

Задачи

1. Построить график зависимости численности хищников от численности жертв
2. Построить графики изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях.
3. Найти стационарное состояние системы.

Теоретическое введение

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях: 1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствие взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

$$\begin{cases} dx/dt = ax(t) - bx(t)y(t) \\ dy/dt = -cy(t) - dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели x – число жертв, y - число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dx в правой части уравнения).

Выполнение лабораторной работы

Вариант 53

Для модели «хищник-жертва»:

$$\{ dx/dt = -0.34(t) + 0.051x(t)y(t)$$

$$dy/dt = 0.33(t) - 0.031x(t)y(t) \}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 9$, $y_0 = 30$. Найдите стационарное состояние системы.

Julia

Код для нестационарного состояния системы:

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
x0=9
```

```
y0=30
```

```
a=0.34
```

```
b=0.051
```

```
c=0.33
```

```
d=0.031
```

```

function func1(du,u,p,t)
    x,y=u
    du[1]=-a*u[1] +b*u[1]*u[2]
    du[2]=c*u[2] -d*u[1]*u[2]
end

v0=[x0,y0]
interval = (0.0,60.0)
problem=ODEProblem(func1, v0, interval)
solution=solve(problem,dtmax=0.05)

X=[u[1] for u in solution.u]
Y=[u[2] for u in solution.u]
T=[t for t in solution.t]
plt = plot(
    dpi=300,
    legend=false)

plot!(
    plt,
    X,
    Y,
    color=:blue)

savefig(plt, "lab05_1.png")

plt2 = plot(
    dpi=300,

```



```
legend=true)
```

```
plot!(  
    plt2,  
    T,  
    X,  
    label="Численность жертв",  
    color=:red)
```

```
plot!(  
    plt2,  
    T,  
    Y,  
    label="Численность хищников",  
    color=:green)
```

```
savefig(plt2, "lab05_2.png")
```

Получим следующие графики (Рис.1-2):

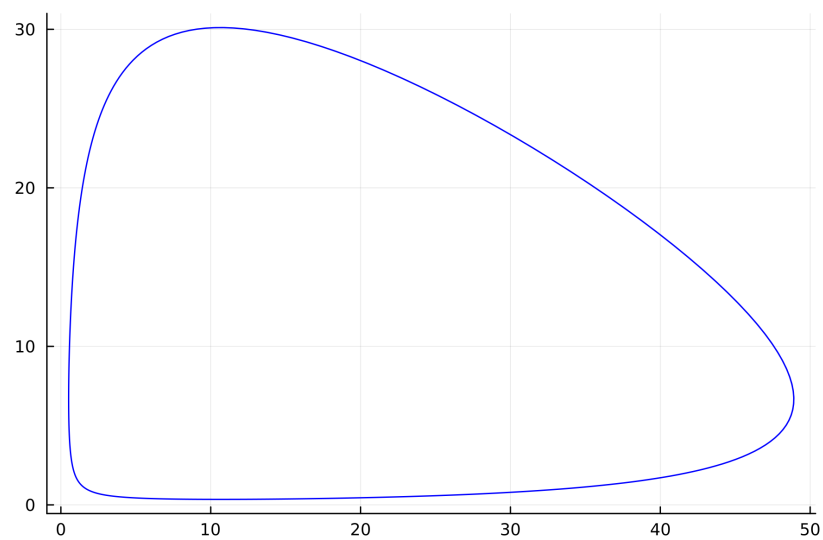


Рис. 1: График численность хищников от численности жертв

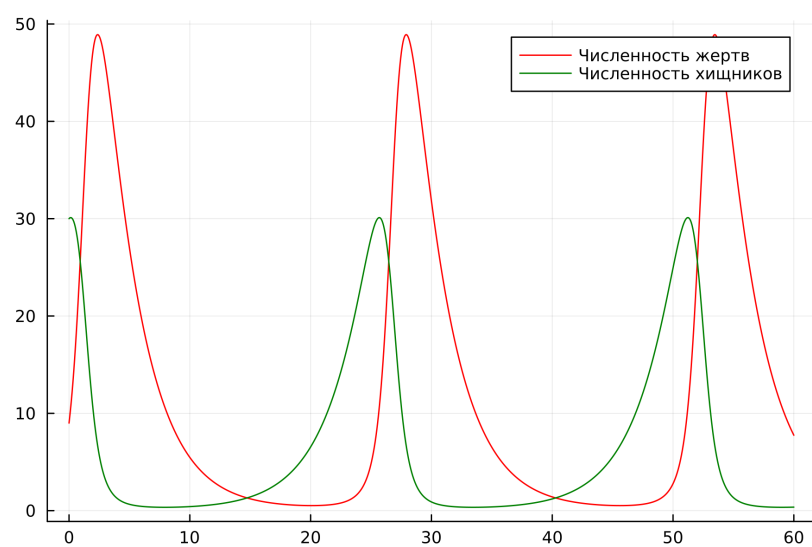


Рис. 2: График численности хищников и жертв от времени

Код для стационарного состояния системы:

```
using Plots
using DifferentialEquations
```

```

a=0.34
b=0.051
c=0.33
d=0.031

x0 = c / d
y0 = a / b

function func2(du, u, p, t)
    x, y = u
    du[1] = -a*u[1] + b * u[1] * u[2]
    du[2] = c * u[2] - d * u[1] * u[2]
end

v0 = [x0, y0]
interval = (0.0, 60.0)
problem = ODEProblem(func2, v0, interval)
solution = solve(problem, dtmax=0.05)
X = [u[1] for u in solution.u]
Y = [u[2] for u in solution.u]
T = [t for t in solution.t]

plt2 = plot(
    dpi=300,
    legend=true)

plot!(
    plt2,
    T,

```

```

X,
label="Численность жертв",
color=:red)

plot!(
    plt2,
    T,
    Y,
    label="Численность хищников",
    color=:green)

savefig(plt2, "lab05_3.png")

```

Получим следующий график (Рис.3):

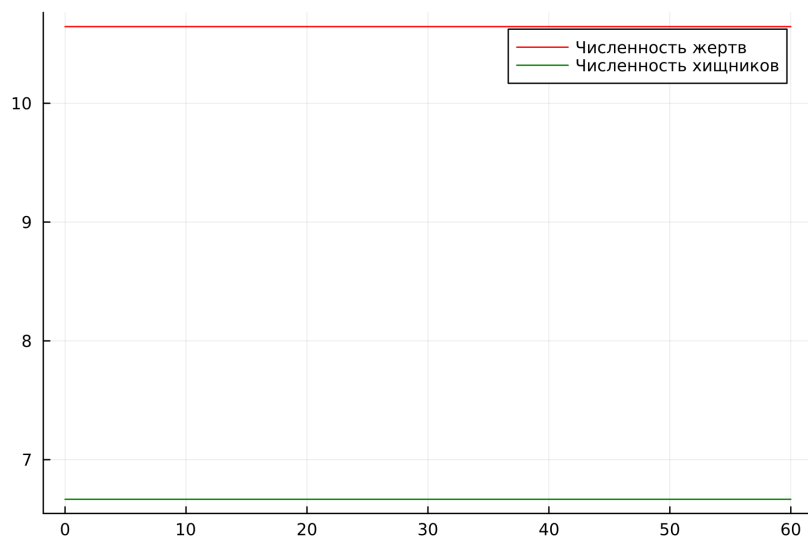


Рис. 3: Стационарное состояние

OpenModelica

Код для нестационарного состояния системы:

```

model lab05_1
Real a = 0.34;
Real b = 0.051;
Real c = 0.33;
Real d = 0.031;
Real x;
Real y;
initial equation
x = 9;
y = 30;
equation
der(x) = -a*x + b*x*y;
der(y) = c*y - d*x*y;
end lab05_1;

```

Получим следующие графики (Рис.4-5):

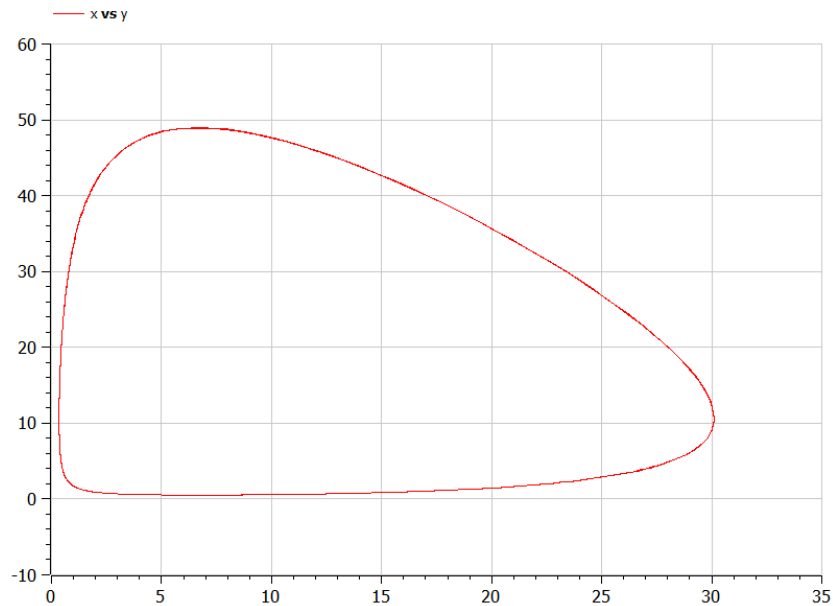


Рис. 4: График численность хищников от численности жертв

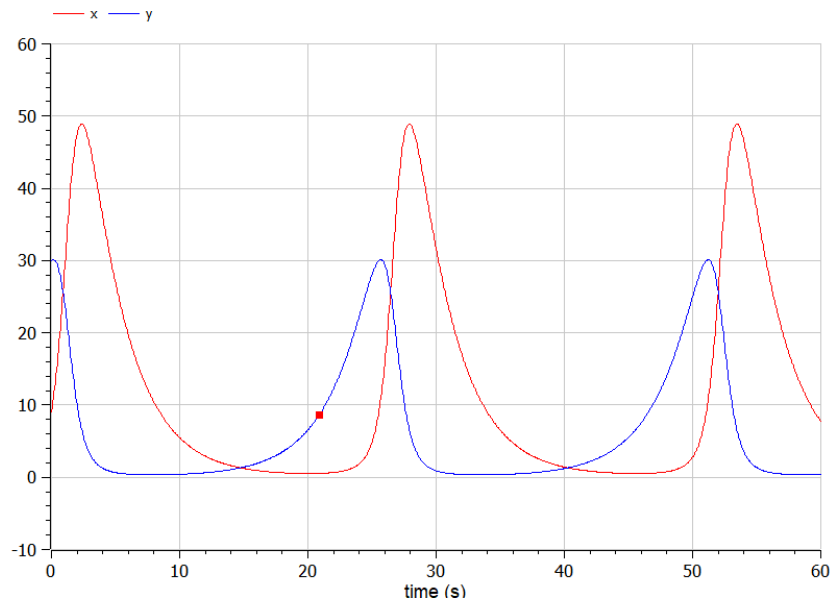


Рис. 5: График численности хищников и жертв от времени

Код для стационарного состояния системы:

```
model lab05_2
Real a = 0.34;
Real b = 0.051;
Real c = 0.33;
Real d = 0.031;
Real x;
Real y;
initial equation
x = c / d;
y = a / b;
equation
der(x) = -a*x + b*x*y;
der(y) = c*y - d*x*y;
end lab05_2;
```

Получим следующий график (Рис.6):

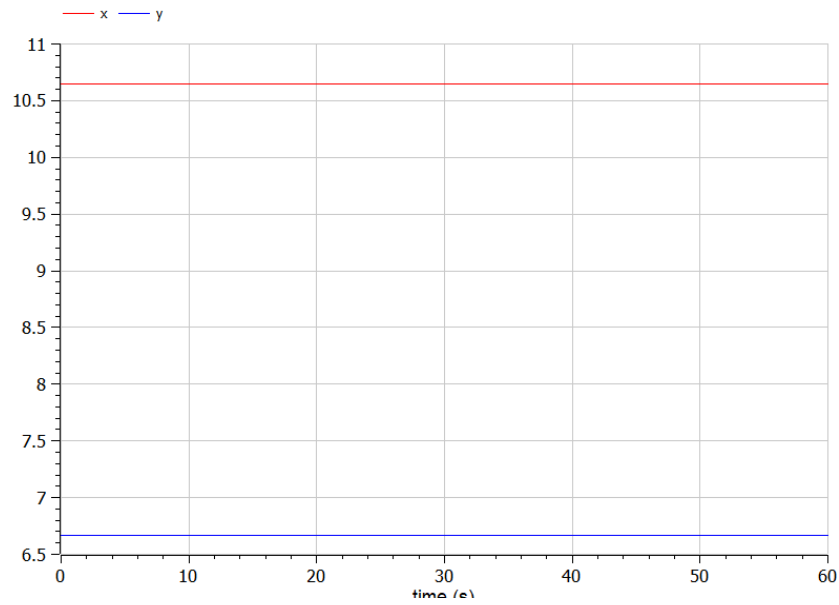


Рис. 6: Стационарное состояние

Анализ и сравнение результатов

В ходе выполнения лабораторной работы нами были построены графики зависимости численности хищников от численности жертв, а также изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях. Было найдено стационарное состояние системы с помощью Julia и Open Modelica.

Выводы

Нами была решена задача о модели Хищник-Жертва и построены графики зависимости численности хищников от численности жертв, изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях, а также найдено стационарное состояние системы

Список литературы

1. Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
2. Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
3. Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>